

АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ДИОДНО-РЕГЕНЕРАТИВНОМ КОМПАРАТОРЕ НАПРЯЖЕНИЙ С ТРАНСФОРМАТОРНОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

А. П. Стахов

Харьков

1. Введение

Схема диодно-регенеративного компаратора напряжений с трансформаторной обратной связью представлена на рис. 1. В [1] получено нелинейное дифференциальное уравнение, описывающее процессы в схеме на этапе, предшествующем формированию переднего фронта выходного импульса:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{1}{C} \left[\frac{n_2^2}{R_n} + h_{22} - \frac{(h_{21} - n_1) n_1}{r_d + h_{11}} \right] \frac{du}{dt} + \frac{1}{LC} u = 0, \quad (1)$$

где u — напряжение свободных колебаний в системе;

$$C = C_k + C_{тр};$$

C_k — коллекторная емкость триода;

$C_{тр}$ — эквивалентная емкость трансформатора;

n_1, n_2 — коэффициенты трансформации;

h_{11}, h_{21}, h_{22} — параметры триода в системе h -параметров;

r_d — дифференциальное сопротивление диода;

L — индуктивность коллекторной обмотки.

Нелинейность уравнения (1) вытекает из зависимости r_d и h_{11} от напряжения u . Так как $r_d = f(\Delta U)$ (ΔU — разность сравниваемых напряжений), то уравнение (1) описывает поведение системы второго порядка, параметр которой (r_d) изменяется во времени в соответствии с законом изменения $\Delta U = f(t)$.

В интересующем нас диапазоне изменений r_d всегда выполняется условие

$$r_d \gg h_{11}. \quad (2)$$

С учетом (2) уравнение (1) переписывается в виде

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + (\sigma - \Theta g_d) \frac{du}{dt} + \omega^2 u = 0, \quad (3)$$

где

$$\sigma = \frac{1}{C} \left(\frac{n_2^2}{R_n} + h_{22} \right);$$

$$\Theta = \frac{1}{C} (h_{21} - n_1) n_1; \quad \omega^2 = \frac{1}{LC};$$

$g_d = \frac{1}{r_d}$ — дифференциальная проводимость диода.

После дифференцирования уравнения для вольт-амперной характеристики идеализированного диода $I \approx I_T \left[\exp \left(\frac{u}{\varphi_T} \right) - 1 \right]$ получается выражение для g_d :

$$g_d = g_0 \exp \left(\frac{u}{\varphi_T} \right),$$

где $g_0 = \frac{I_T}{\varphi_T}$ — проводимость диода в нулевой точке.

Если $U = U_p + u$ (U_p , u — соответственно постоянная и переменная составляющие напряжения, приложенного к диоду), то

$$g_d = g_p \exp \left(\frac{u}{\varphi_T} \right), \quad (4)$$

где $g_p = g_0 \exp \left(\frac{U_p}{\varphi_T} \right)$ — дифференциальная проводимость диода в рабочей точке.

После подстановки (4) в (3) окончательно получим:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + p(u) \frac{du}{dt} + \omega^2 u = 0, \quad (5)$$

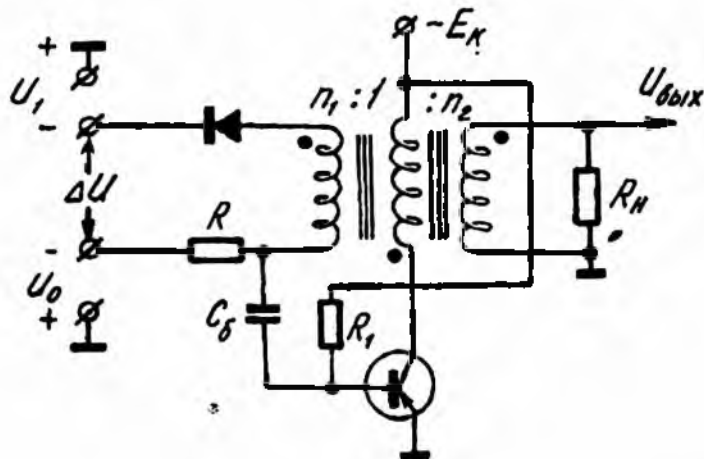


Рис. 1. Диодно-регенеративный компаратор напряжений с трансформаторной обратной связью.

где $p(u) = \sigma - \Theta g_p \exp \left(\frac{u}{\varphi_T} \right)$.

2. Линейный анализ уравнения (5)

При линейном анализе уравнения (5) зависимостью p от u пренебрегаем и считаем:

$$p(u) = p = \sigma - \Theta g_p. \quad (6)$$

Так как $\sigma > 0$ и $\Theta > 0$, то из (6) следует, что функция $p = p(g_p)$ является линейной убывающей функцией, причем

при $g_p = 0$ $p = \sigma > 0$;

при $g_p = \frac{\sigma}{\Theta}$ $p = 0$;

при $g_p > \frac{\sigma}{\Theta}$ $p < 0$.

Так как фазовый портрет системы второго порядка [2] определяется знаком и соотношением коэффициентов p и ω^2 в уравнении (6) системы, то:

1) при $p > 0$ и $p > 2\omega \left(g_p < \frac{\sigma - 2\omega}{\Theta} \right)$ в системе наблюдается затухающий апериодический процесс, соответствующий особой точке типа устойчивого узла;

2) при $p > 0$ и $p < 2\omega \left(\frac{\sigma - 2\omega}{\Theta} < g_p < \frac{\sigma}{\Theta} \right)$ в системе наблюдается затухающий осцилляторный процесс, соответствующий особой точке типа устойчивого фокуса;

3) при $p = 0$ ($g_p = \frac{\sigma}{\theta}$) движение в системе соответствует особой точке типа центра;

4) при $p < 0$ и $|p| < 2\omega \left(\frac{\sigma + 2\omega}{\theta} > g_p > \frac{\sigma}{\theta} \right)$ в системе наблюдается нарастающий осцилляторный процесс, соответствующий особой точке типа неустойчивого фокуса;

5) при $p < 0$ и $|p| > 2\omega \left(g_p > \frac{\sigma + 2\omega}{\theta} \right)$ в системе наблюдается аperiodический нарастающий (релаксационный) процесс, соответствующий особой точке типа неустойчивого узла.

Бифуркационные значения дифференциальной проводимости диода, соответствующие границе между затухающим и нарастающим осцилляторным процессами (g_{61}) и границе между нарастающим осцилляторным и нарастающим аperiodическим процессами (g_{62}), соответственно равны:

$$g_{61} = \frac{\sigma}{\theta};$$

$$g_{62} = \frac{\sigma + 2\omega}{\theta}.$$

Линейный анализ уравнения (5) позволяет сформулировать условие самовозбуждения системы:

$$g_p > g_{61} \quad (7)$$

и условие возникновения в системе релаксационного процесса:

$$g_p > g_{62}. \quad (8)$$

После выполнения условия (7) амплитуда колебаний в системе начинает возрастать. Возрастание колебаний приводит к усилению влияния нелинейности системы и определение поведения системы после выполнения (7) возможно только с помощью нелинейного анализа уравнения (5) системы.

3. Нелинейный анализ уравнения (5)

а) Количественный анализ процессов в системе с использованием метода медленно меняющихся амплитуд. Так как при незначительном превышении g_p значения g_{61} отрицательный коэффициент при $\frac{du}{dt}$ достаточно мал, то уравнение системы на этом этапе близко к уравнению гармонического осциллятора и можно предположить, что амплитуда нарастающего осцилляторного процесса за период колебаний изменяется незначительно. Такое предположение позволяет воспользоваться для решения уравнения (5) методом медленно меняющихся амплитуд [2].

После разложения коэффициента при $\frac{du}{dt}$ в уравнении (5) в ряд Маклорена и выделения малого параметра $\mu = \frac{\theta g_p - \sigma}{\sigma}$ получим:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + \omega^2 u = \mu \left[\sigma + \frac{\theta g_p}{\mu} \left(\frac{1}{\varphi_T} u + \frac{1}{2\varphi_T^2} u^2 + \frac{1}{6\varphi_T^3} u^3 \right) \right] \frac{du}{dt}. \quad (9)$$

Решение уравнения (9) методом медленно меняющихся амплитуд приводит к следующему дифференциальному уравнению для амплитуды колебаний:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} \mu m A (M^2 + A^2), \quad (10)$$

где
$$m = \frac{\Theta g_p}{8\mu\varphi_T^2}; M^2 = \frac{g}{m}.$$

Стационарные значения амплитуд находятся из (10) при условии $\frac{dA}{dt} = 0$:

$$A_1 = 0; A_2 = M\sqrt{-1}.$$

Так как второе значение стационарной амплитуды является мнимым а стационарное решение $A_1 = 0$ при $\mu > 0$ — неустойчивым, то проведенный анализ приводит к выводу, что в системе, описываемой уравнением (5), установление стационарных колебаний невозможно.

После интегрирования уравнения (10) находится закон нарастания амплитуды колебаний в системе:

$$A(t) = \frac{M \exp\left(\frac{1}{2} \mu \sigma t\right)}{\sqrt{B - \exp(\mu \sigma t)}}, \quad (11)$$

где B — постоянная интегрирования.

Постоянная интегрирования находится из условия: при $t = 0$ $A = A(0)$, откуда

$$B = \frac{M^2}{A^2(0)} + 1. \quad (12)$$

После подстановки (12) в (11) получим:

$$A(t) = \frac{A(0) \cdot M \exp\left(\frac{1}{2} \mu \sigma t\right)}{\sqrt{M^2 + A^2(0) [1 - \exp(\mu \sigma t)]}}. \quad (13)$$

При $A(0)$, близком к нулю, для не очень больших t можно пренебречь вторым членом под корнем знаменателя выражения (13). Тогда

$$A(t) \approx A(0) \exp\left(\frac{1}{2} \mu \sigma t\right). \quad (14)$$

Проведенный анализ позволяет дать следующее объяснение процессов в компараторе. После выполнения условия самовозбуждения (7) в схеме возникают нарастающие колебания:

$$u = A(t) \cos(\omega t + \alpha) \quad (15)$$

(α -фаза колебаний), амплитуда которых возрастает согласно (13).

После подстановки (15) в (4) получим:

$$g_d(t) = g_p \exp\left[\frac{A(t) \cos(\omega t + \alpha)}{\varphi_T}\right]. \quad (16)$$

Согласно (16) $g_d(t)$ колеблется около значения g_p в рабочей точке, достигая максимального значения

$$g_{\max}(t) = g_p \exp\left[\frac{A(t)}{\varphi_T}\right] \quad (17)$$

при $\cos(\omega t + \alpha) = 1$ и минимального значения

$$g_{\min}(t) = g_p \exp\left[-\frac{A(t)}{\varphi_T}\right]$$

при $\cos(\omega t + \alpha) = -1$.

Так как $g_{\max}(t)$ согласно (17) возрастает с возрастанием амплитуды, то в момент $t = t_1$ выполнения равенства

$$g_{\max}(t_1) = g_{62} \quad (18)$$

в схеме начинается процесс формирования переднего фронта выходного импульса.

Бифуркационная проводимость g_{61} , при как угодно малом превышении которой проводимостью диода g_p в схеме начинается осцилляторный процесс, неизбежно приводящий к формированию переднего фронта выходного импульса, называется пороговой проводимостью компаратора. Разность входных напряжений, при которой выполняется равенство

$$g_p = g_{61},$$

называется пороговой разностью компаратора.

Выражение для длительности этапа предимпульсных колебаний компаратора находится из (18) после подстановки приближенного выражения (14) для $A(t)$:

$$t_1 \approx \frac{2}{\pi^2} \ln \left[\frac{\tau_T}{A(0)} \ln \frac{g_{62}}{g_p} \right]. \quad (19)$$

Амплитуда автоколебаний в системе, при которой в схеме начинается релаксационный процесс, находится из (18):

$$A_{\text{пор}} \approx \tau_T \ln \frac{g_{62}}{g_p}. \quad (20)$$

б) Электронное моделирование дифференциального уравнения компаратора.

Запишем уравнение (5) в виде:

$$\ddot{u} + k_c[k - f(u)]\dot{u} + \omega^2 u = 0, \quad (21)$$

где $k_c = \Theta g_p$ — коэффициент, характеризующий степень связи в системе;

$k = \frac{\sigma}{\Theta g_p}$ — коэффициент, определяющий характер процессов в системе;

$$f(u) = \exp\left(\frac{u}{\tau_T}\right).$$

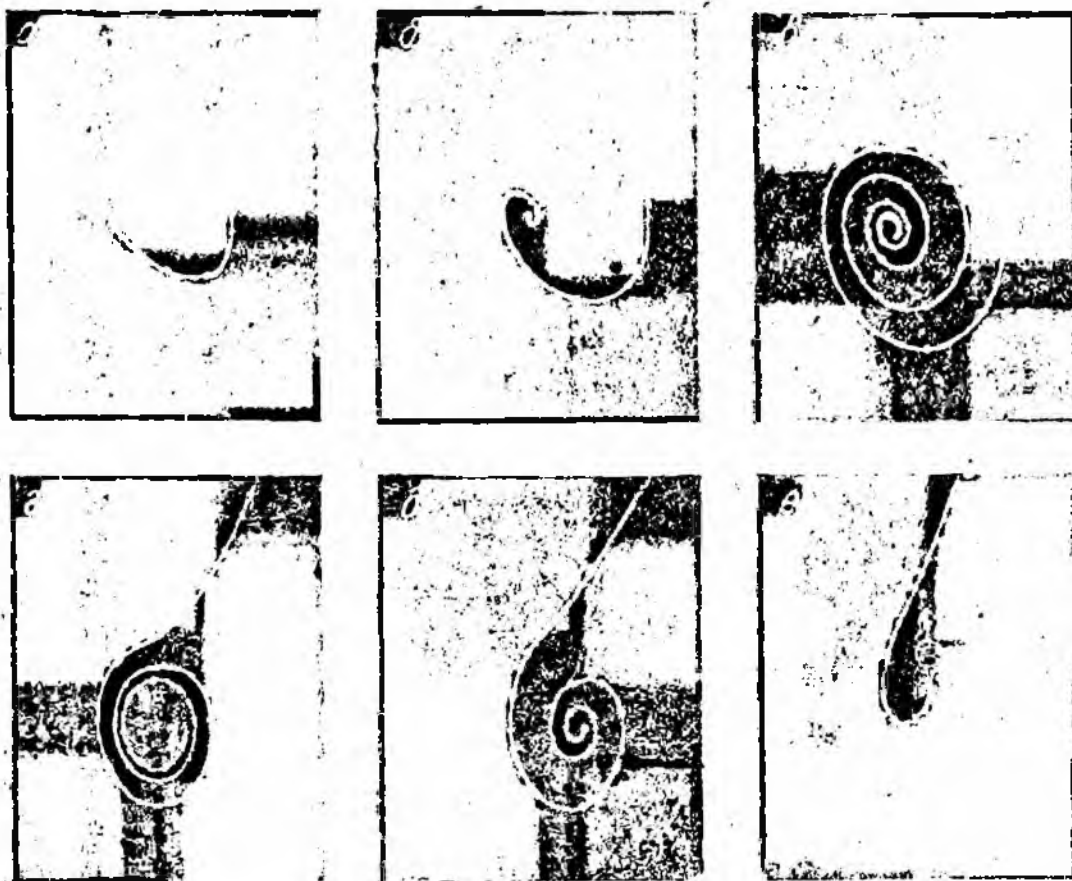
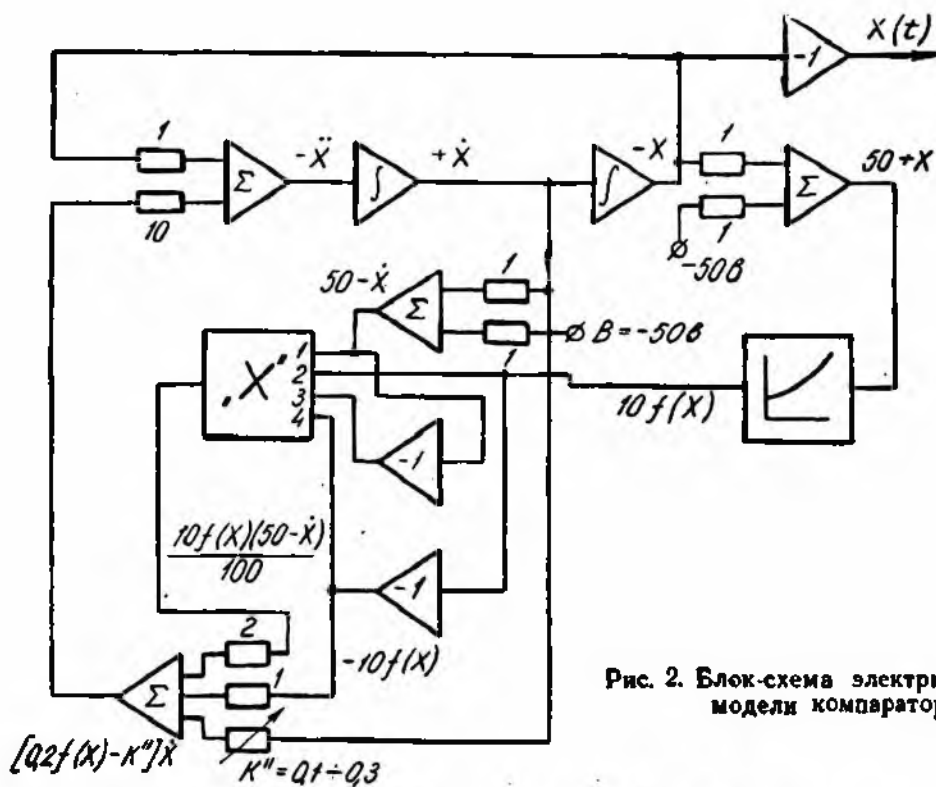
В интересующей нас области k изменяется около критического значения $k_{\text{кр}} = 1$. При $k > 1$ в системе наблюдаются затухающие процессы; при $k < 1$ — нарастающие.

После подстановки численных значений ($C = 100$ пф; $n_1 = n_2 = 1$; $g_p = 0,02 \cdot 10^{-3}$ мс; $h_{21} = 11$; $L = 10$ мГн) в выражения для соответствующих коэффициентов уравнения (21) и выбора масштаба времени $a_t = 1 \cdot 10^6$ получим дифференциальное уравнение (21) в машинной форме:

$$\ddot{X} + 2[k - f(X)]\dot{X} + X = 0. \quad (22)$$

Схема включения вычислительных блоков для решения дифференциального уравнения (22) на электронной модели МН-7 приведена на рис. 2. Зависимость $f(X)$ была реализована на функциональном преобразователе.

На рис. 3 приведены фазовые портреты системы, а на рис. 4 — решения уравнения при различных начальных условиях и различных значениях коэффициента k .

Рис. 3. Фазовые портреты системы при различных значениях коэффициента κ :

- | | | | | | |
|---------------------|----------------|--------------------|---------------------|---------------|--------------------|
| а) $\kappa = 1,5$; | $X(0) = 10$ в; | $\dot{X}(0) = 0$; | г) $\kappa = 0,9$; | $X(0) = 3$ в; | $\dot{X}(0) = 0$; |
| б) $\kappa = 1,2$; | $X(0) = 10$ в; | $\dot{X}(0) = 0$; | д) $\kappa = 0,8$; | $X(0) = 0$; | $\dot{X}(0) = 0$; |
| в) $\kappa = 1,0$; | $X(0) = 10$ в; | $\dot{X}(0) = 0$; | е) $\kappa = 0,5$; | $X(0) = 0$; | $\dot{X}(0) = 0$ |

Как следует из рис. 3, а, при $k = 1,5$ система обладает фазовым портретом типа устойчивого узла; при $k = 1,2$ (рис. 3, б) фазовый портрет системы соответствует устойчивому фокусу. По мере приближения k к критическому значению декремент затухания системы уменьшается (рис. 3, в); при $k < k_{кр}$ система возбуждается. Как следует из рис. 3, г, д, е, после возбуждения на начальном участке фазовый портрет систе-

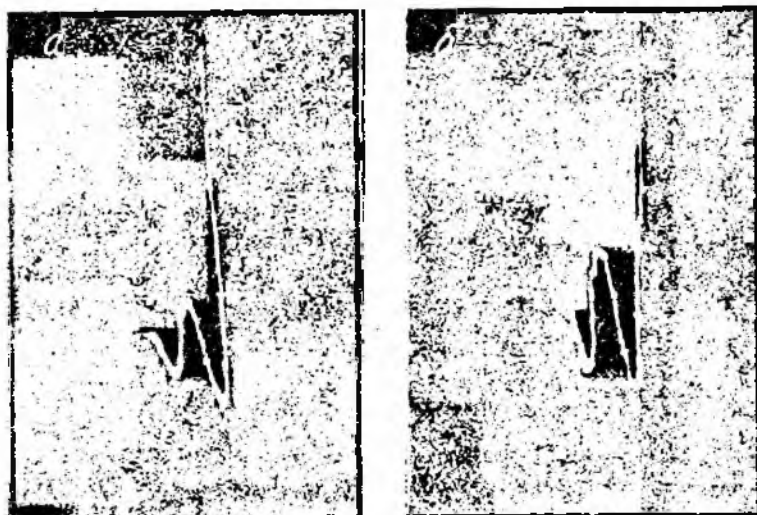


Рис. 4. Решение уравнения (25):

- а) $\kappa = 0,9$; $X(0) = 3$; $X(0) = 0$;
 б) $\kappa = 0,8$; $X(0) = 0$; $X(0) = 0$.

мы соответствует неустойчивому фокусу, переходя при достижении амплитудой некоторого порогового значения в неустойчивый узел. На рис. 3, г, д четко виден резкий перегиб фазовой траектории, соответствующий границе между неустойчивым фокусом и неустойчивым узлом.

О длительности этапа предимпульсных колебаний можно судить по меткам времени. Временной интервал между метками на осциллограммах равен 1 сек, что соответствует 1 мксек в реальном масштабе времени. Из сравнения рис. 3, г, д, е следует, что чем меньше коэффициент k , тем меньше длительность этапа предимпульсных колебаний.

На рис. 4, а, б изображено решение уравнения (22) при $k < k_{кр}$. На осциллограммах ясно виден момент начала формирования переднего фронта импульса.

На рис. 5 представлена осциллограмма этапа предимпульсных колебаний подобного компаратора, экспериментально снятая А. С. Губиным [3]. Сравнение результатов моделирования (рис. 4) с осциллограммой процесса реального компаратора позволяет сделать вывод, что дифференциальное уравнение (21) достаточно хорошо описывает процессы в регенеративном компараторе.



Рис. 5. Осциллограмма этапа предимпульсных колебаний реального компаратора.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Линейный анализ дифференциального уравнения компаратора позволил сформулировать условие самовозбуждения компаратора и условие возникновения в системе релаксационных процессов, а также найти бифуркационные значения дифференциальной проводимости диода. Аналитическое решение уравнения с использованием метода медленно меняющихся амплитуд привело к выражению для длительности этапа предимпульсных колебаний компаратора. Электронное моделирование уравнения позволяет сделать вывод, что компаратор является системой, которая при достаточно больших (по абсолютной величине) отрицательных значениях разности сравниваемых напряжений находится в области устойчивых узлов. При плавном уменьшении разности сравниваемых напряжений компаратор переходит на фазовой плоскости в область устойчивых фокусов, а затем в область неустойчивых фокусов и неустойчивых узлов. За счет нелинейности системы переход из области неустойчивых фокусов в область неустойчивых узлов осуществляется автоматически после достижения амплитудой нарастающих колебаний некоторого порогового значения.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. П. Стахов. Исследование регенеративного компаратора с трансформаторной обратной связью. Сб. «Приборы и устройства средств автоматики и телемеханики», вып. 2. Изд-во ХГУ, 1965.
 2. И. М. Капчинский. Методы теории колебаний в радиотехнике, Госэнергоиздат, 1954.
 3. А. С. Губин. Транзисторные регенеративно-балансные схемы сравнения и их применение в точных схемах задержки импульсов. Автореферат канд. диссертации, Харьков, 1964.
-