

ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ СИЛЫ В ОБМОТКЕ

Ю. М. Долинский, В. А. Михайлов, О. В. Хомицкий

Харьков

Срок службы и надежность работы обмотки электромагнитного устройства определяются механическими, тепловыми, электрическими и другими воздействиями.

Характерной особенностью электродинамических сил является их постоянное действие при любом характере намотки, в то время как напряжения, вызываемые натяжением провода при намотке, и различного вида термические напряжения в случае малой плотности обмотки могут практически отсутствовать.

При нормальной работе величина электродинамических сил мала. Однако их постоянное воздействие вызывает усталостные явления в изоляции провода, что ведет к ее разрушению. Вместе с тем при прохождении импульсов тока величина электродинамических сил может быть значительной. Поэтому при определении срока службы обмотки их необходимо учитывать.

Существующие методы расчета электродинамических сил можно разделить на две группы по типу обмоток: обмотки без ферромагнитных сердечников и обмотки с ферромагнитными сердечниками. Методы, относящиеся к обмоткам первой группы, разработаны достаточно полно [1, 2], однако они не пригодны для обмоток с ферромагнитными сердечниками в связи с изменением картины поля и, следовательно, воздействующих сил.

Точный расчет электродинамических сил представляет значительную трудность из-за сложности картины поля, поэтому часто прибегают к упрощениям, позволяющим получить приближенные значения сил [3, 4].

Сила $\bar{F}_{1n}$, действующая на единицу длины витка,

$$F_{1n} = I \left[\frac{d\bar{l}}{dl} \cdot \bar{B} \right],$$

где $d\bar{l}$ — элемент длины провода;

$\bar{B}$ — индукция поля.

При расчете срока службы целесообразно использовать упрощенную модель поля обмотки.

Если прямоугольный проводник с током расположен на поверхности ферромагнитного тела, его магнитное поле эквивалентно полю прямоугольного проводника удвоенной толщины, представляющему собой систему замкнутых концентрических линий [5]. Они приближенно могут быть заменены семейством эллипсов (см. рисунок), у которых

$$\frac{b}{a} = \gamma = \frac{b_m}{a_m} = \text{const.}$$

Здесь b , a , b_m , a_m — полуоси эллипсов,

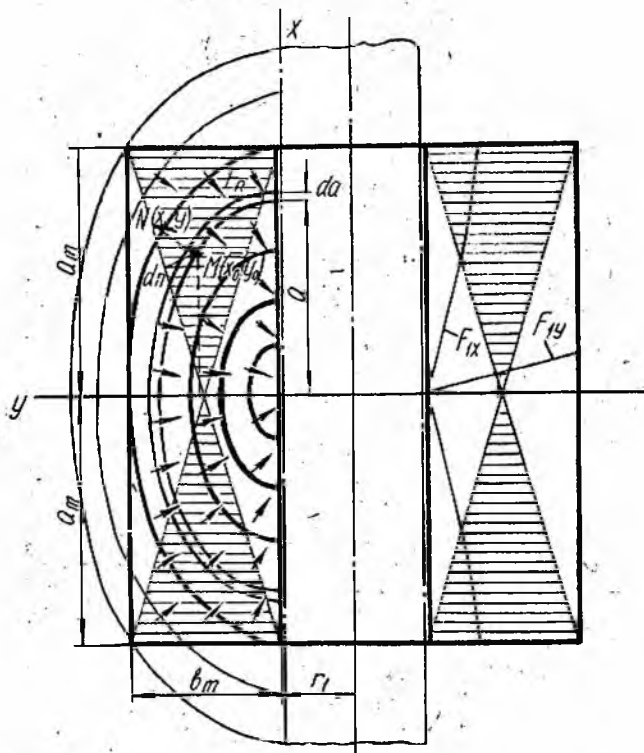
Уравнение эллипса с полуосью a имеет вид

$$F(x_0, y_0) = x_0^2 + \frac{y_0^2}{\gamma^2} - a^2 = 0. \quad (1)$$

Магнитное сопротивление элементарного участка трубки индукции

$$dR_{\text{тр}} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{d\lambda}{S_{\text{тр}}}, \quad (2)$$

где $d\lambda$ — длина элемента трубки;
 $S_{\text{тр}}$ — сечение трубки.



Так как поле симметрично относительно оси y , рассмотрим только половину обмотки.

Определим величину $d\lambda = \sqrt{dx_0^2 + dy_0^2}$. Из уравнения (1) получим

$$x_0 dx_0 + \frac{y_0}{\gamma^2} dy_0 = 0.$$

Следовательно,

$$d\lambda = \sqrt{\frac{y_0^2}{\gamma^4 a^2 - \gamma^2 y_0^2} + 1} dy_0. \quad (3)$$

Сечение трубки индукции

$$S_{\text{тр}} = 2\pi(r_1 + y_0) dn, \quad (4)$$

где dn — расстояние по нормали между двумя эллипсами с осями a и $a + da$.

Уравнение эллипса с полуосью $a + da$ имеет вид

$$x^2 + \frac{y^2}{\gamma^2} = (a + da)^2. \quad (5)$$

Уравнение нормали к эллипсу в точке $M(x_0, y_0)$

$$\frac{x - x_0}{\frac{\partial F}{\partial x_0}} = \frac{y - y_0}{\frac{\partial F}{\partial y_0}}, \quad (6)$$

где

$$\frac{\partial F}{\partial x_0} = 2x_0; \quad \frac{\partial F}{\partial y_0} = \frac{2y_0}{\gamma^2}.$$

Соотношение между проекциями dx и dy на координатные оси элемента нормали dn найдем, полагая в уравнении (6)

$$x - x_0 = dx, \quad y - y_0 = dy,$$

$$\frac{dx}{x_0} = \frac{dy}{y_0} \gamma^2.$$

Следовательно,

$$dn = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{\frac{\gamma^4}{y_0^2} \left(a^2 - \frac{y_0^2}{\gamma^2} \right) + 1} dy. \quad (7)$$

Выразим dy через da и y_0 . Используя (1), (5) и (6), после преобразований получаем

$$dy = \frac{ada}{\frac{\gamma^2}{y_0} a^2 + y_0 \left(\frac{1}{\gamma^2} - 1 \right)}. \quad (8)$$

Сечение трубки индукции из выражений (4), (7) и (8)

$$S_{\text{тр}} = \frac{2\pi(r_1 + y_0)\gamma^2 ada}{\sqrt{\gamma^4 a^2 - y_0^2 \gamma^2 + y_0^2}}. \quad (9)$$

Магнитное сопротивление трубки индукции определяем, исходя из формул (2), (3) и (9):

$$R_{\text{тр}} = \frac{1}{\mu_0 \pi a da \gamma^3} \int_0^a \frac{\gamma^4 a^2 + y_0^2 (1 - \gamma^2)}{(r_1 + y_0) \sqrt{\gamma^4 a^2 - y^2}} dy_0.$$

В результате интегрирования имеем

$$R_{\text{тр}} = \frac{1}{\mu_0 \pi a da \gamma^3} \left[(\gamma^4 a^2 - r_1^2 \gamma^2 + r_1) J + (1 - \gamma^2) \left(\gamma a - \frac{r_1 \pi}{2} \right) \right],$$

где

$$J = \frac{1}{\sqrt{\gamma^4 a^2 - r_1^2}} \ln \frac{\gamma a + \sqrt{\gamma^4 a^2 - r_1^2}}{\gamma a - \sqrt{\gamma^4 a^2 - r_1^2}}, \quad \text{при } \gamma a > r_1;$$

$$J = \frac{1}{\sqrt{r_1^2 - \gamma^4 a^2}} \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{\gamma a}{r_1} \right), \quad \text{при } \gamma a < r_1;$$

$$J = \frac{1}{r_1}, \quad \text{при } \gamma a = r_1.$$

Индукция трубки

$$B_{\text{тр}} = \frac{\Phi_{\text{тр}}}{S_{\text{тр}}} = \frac{A W_{\text{тр}}}{R_{\text{тр}} S_{\text{тр}}} = \frac{A W_{\text{об}} \cdot S_{\text{охв}}}{R_{\text{тр}} S_{\text{тр}} 2a_m b_m},$$

где $A W_{\text{тр}}$ — ампервитки, сцепленные с трубкой;

$A W_{\text{об}}$ — полные ампервитки обмотки;

$S_{\text{охв}}$ — площадь сечения обмотки, охватываемая рассматриваемой трубкой.

Величина $S_{\text{охв}}$ определяется следующим образом:

$$\text{при } a \leq a_m \quad S_{\text{охв}} = \frac{\pi}{2} \gamma a^2,$$

$$\text{при } a > a_m \quad S_{\text{охв}} = 2 \left[b_m \sqrt{a^2 - a_m^2} + \arcsin \left(2 \frac{a_m^2}{a^2} - 1 \right) \right].$$

Сила $\bar{F}_{1n}$, действующая на виток, нормальна к $d\bar{\lambda}$ и $\bar{B}$.

Так как угол $(d\bar{\lambda}, \bar{B})$ равен $\frac{\pi}{2}$, удельная сила, действующая на единицу длины витка,

$$F_{1n} = I B_{\text{тр}}.$$

Следовательно, сила, действующая по нормали к линии индукции,

$$F_{1n} = \mu_0 I^2 \frac{W_{\text{об}}}{4a_m^2} S_{\text{охв}} \frac{A(\gamma, a, y_0, r_1)}{C(\gamma, a, r_1)},$$

где

$$A = \frac{\sqrt{\gamma^4 a^2 - \gamma_0^2 \gamma^2 + y_0^2}}{r_1 + y_0},$$

$$C = (\gamma^4 a^2 - r_1^2 \gamma^2 + r_1^2) J + (1 + \gamma^2) \left(\gamma a - \frac{r_1 \pi}{2} \right).$$

Аксиальная и радиальная силы могут быть найдены как проекции F_{1n} на оси x и y :

$$F_{1x} = F_{1n} \frac{dy_0}{d\lambda} = \frac{F_{1n} x_0 \gamma^2}{\sqrt{y_0^2 + x_0^2 \gamma^4}};$$

$$F_{1y} = F_{1n} \frac{dx_0}{d\lambda} = \frac{F_{1n} y_0}{\sqrt{y_0^2 + x_0^2 \gamma^4}}.$$

Картина силового поля приведена на рисунке.

Пример: Определить $F_{1x}(x_0 = a_m, y_0 = 0)$ и $F_{1y}(x_0 = 0, y_0 = b_m)$ для обмотки, имеющей параметры: $r_1 = 2$ мм; $a_m = 5,5$ мм; $b_m = 1,5$ мм; $W_{\text{об}} = 4600$ витков, $I = 0,064$ а.

Для интересующих нас точек $a = a_m$ находим

$$\gamma a_m = b_m < r_1,$$

$$F_{1x}(x_0 = a_m, y_0 = 0) = F_{1n}(x_0 = a_m, y_0 = 0) = \mu_0 I^2 \frac{W_{\text{об}} \pi b_m^3}{8a_m^2 r_1 C(\gamma, a_m, r_1)} =$$

$$= 1,25 \cdot 10^{-8} \cdot 0,064^2 \cdot \frac{4,600 \pi \cdot 0,15^3}{8 \cdot 0,55^2 \cdot 0,2 \cdot C(\gamma, a_m, r_1)} = \frac{5,2 \cdot 10^{-9}}{C(\gamma, a_m, r_1)},$$

$$C(\gamma, a_m, r_1) = (\gamma^4 a_m^2 - r_1^2 \gamma^2 + r_1) \frac{1}{\sqrt{r_1^2 - \gamma^2 a_m^2}} \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{\gamma a_m}{r_1} \right) + \\ + (1 - \gamma^2) \left(\gamma a_m - \frac{r_1 \pi}{2} \right) = (0,273^4 \cdot 0,55^2 - 0,2^2 \cdot 0,273^2 + 0,2^2) \frac{1}{\sqrt{0,2^2 - 0,273^2 \cdot 0,55^2}} \times \\ \times \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{0,15}{0,2} \right) + (1 - 0,273^2) \left(0,273 \cdot 0,55 - \frac{0,2 \cdot \pi}{2} \right) = 0,062.$$

$$F_{1x}(x_0 = a_m, y_0 = 0) = \frac{5,2 \cdot 10^{-9} \cdot 10^9}{0,062} = 0,84 \cdot 10^{-5} \text{ [н/см]}$$

$$F_{1x}(x_0 = 0, y_0 = b_m) = F_{1n}(x_0 = 0, y_0 = b_m) = \mu_0 I^2 \frac{W_{06} \pi b_m^2}{8 a_m (r_1 + b_m) \cdot C(\gamma, a_m, r_1)} = \\ = 1,25 \cdot 10^{-8} \cdot 0,064^2 \frac{4600 \cdot \pi \cdot 0,15^2}{8 \cdot 0,55 (0,2 + 0,15) \cdot 0,062} = 1,75 \cdot 10^{-5} \text{ [н/см]}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. В. Буткевич, В. В. Михайлов, И. И. Ротгауз. Реакторы. ГЭИ, 1933.
2. В. Г. Стернин, А. К. Карпенский. Токоограничивающие реакторы. Изд-во «Энергия», 1965.
3. Г. Б. Холявский. Расчет электродинамических усилий в электрических аппаратах. Госэнергоиздат, 1962.
4. Matthes Wolfgang. Mechanische Beanspruchung der am Eisenkern liegenden Transformatoren-Röhren-Wicklung durch radiale Stromkräfte. Elektrotechn. Z., 1962, A83, № 3.
5. Л. Р. Нейман, П. Л. Калантаров. Теоретические основы электротехники, ч. III. Госэнергоиздат, 1959.