ДОДАТОК А

Програмна реалізація у середовищі Mathcad

Побудова сум Фур'є для функції $f(x,y)$ та відновлення функції. Функції з носіями у сумі об'єктів

ORIGIN := 1

Вихідна інформація

$time0 := 1.396\cdot 10^9$

$T := time(0)$

Задані функції (з носіями у квадраті [0,1]x[0,1]):

1. Функція з носієм у двох еліпсах

$K41 := 2$ Кількість еліпсів

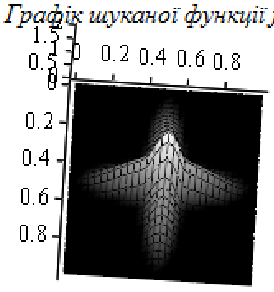
$\sigma41 := \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.46 \end{pmatrix}$ $\sigma42 := \begin{pmatrix} 0.46 \\ 0.12 \end{pmatrix}$ півосі еліпсів

$a41 := \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 0.4 \\ 0.4 \\ 0.7 \end{pmatrix}$ $b41 := \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 0.6 \\ 1 \\ 0.8 \end{pmatrix}$ центри еліпсів

$$ELLIPSe(x,y,\sigma41,\sigma42,K41,a41,b41) := \sum_{i=1}^{K41} \left[\begin{array}{l} a1 \leftarrow \left[-\left[\frac{(x-a41_i)^2}{(\sigma41_i)^2} + \frac{(y-b41_i)^2}{(\sigma42_i)^2} - 1\right]\right]^2 \text{ if } \frac{(x-a41_i)^2}{(\sigma41_i)^2} + \frac{(y-b41_i)^2}{(\sigma42_i)^2} \le 1 \\ 0 \quad \text{otherwise} \end{array} \right]$$

$f(x,y) := ELLIPSe(x,y,\sigma41,\sigma42,K41,a41,b41)$

Графік шуканої функції f(x,y)



f

2. Функція з носієм у одному крузі, одному квадраті та одному еліпсі

$K11 := 1$ Кількість кругів

$r11 := 0.16$ радіус круга

$$a11 := \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \end{pmatrix} \quad b11 := \begin{pmatrix} 0.4 \\ 0.3 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \end{pmatrix}$$ координати центра круга

$K12 := 1$ Кількість квадратів

$aaa11 := 0.15$ довжина півсторони квадрата

$$a12 := \begin{pmatrix} 0.6 \\ 0.5 \\ 0.7 \\ 0.7 \\ 0.9 \end{pmatrix} \quad b12 := \begin{pmatrix} 0.4 \\ 0.3 \\ 0.1 \\ 0.5 \\ 0.3 \end{pmatrix}$$ координати центра квадрата

$K13 := 1$ Кількість еліпсів

$\sigma 11 := 0.25$ $\quad \sigma 12 := 0.15$ півосі еліпсів

$$a13 := \begin{pmatrix} 0.45 \\ 0.1 \\ 0.4 \\ 0.4 \\ 0.7 \end{pmatrix} \quad b13 := \begin{pmatrix} 0.6 \\ 0.8 \\ 0.6 \\ 1 \\ 0.8 \end{pmatrix}$$ координати цетра еліпса

$$Krug2(x,y,r11,K11,a11,b11) := \sum_{i=1}^{K11} \left[\begin{array}{l} a1 \leftarrow \left[\dfrac{(x-a11_i)^2+(y-b11_i)^2-r11^2}{r11^2} \right]^2 \text{ if } (x-a11_i)^2+(y-b11_i)^2 \le r11^2 \\ 0 \text{ otherwise} \end{array} \right]$$

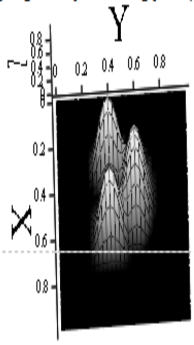
$$Kvadrat1(x,y,K12,aaa11,a12,b12) := \sum_{i=1}^{K12} \left[\begin{array}{l} a1 \leftarrow \left[\dfrac{\left[aaa11^2-(x-a12_i)^2\right]^2 \cdot \left[aaa11^2-(y-b12_i)^2\right]^2}{aaa11^8} \right] \text{ if } |x-a12_i| < aaa11 \wedge |y-b12_i| < aaa11 \\ 0 \text{ otherwise} \end{array} \right]$$

$$ELLIPSE(x,y,\sigma 11,\sigma 12,K13,a13,b13) := \sum_{i=1}^{K13} \left[\begin{array}{l} a1 \leftarrow \left[-\left[\dfrac{(x-a13_i)^2}{\sigma 11^2} + \dfrac{(y-b13_i)^2}{\sigma 12^2} - 1 \right] \right]^2 \text{ if } \dfrac{(x-a13_i)^2}{\sigma 11^2} + \dfrac{(y-b13_i)^2}{\sigma 12^2} \le 1 \\ 0 \text{ otherwise} \end{array} \right]$$

KrugKvadratElipsee(x,y,r11,K11,a11,b11,K12,aaa11,a12,b12,σ11,σ12,K13,a13,b13) := Krug2(x,y,r11,K11,a11,b11) + Kvadrat1(x,y,K12,aaa11,a12,b12) + ELLIPSE(x,y,σ11,σ12,K13,a13,b13)

f(x,y) := KrugKvadratElipsee(x,y,r11,K11,a11,b11,K12,aaa11,a12,b12,σ11,σ12,K13,a13,b13)

Графік шуканої функції f(x,y)



3. Функція з носієм у двох кругах та двох еліпсах

K21 := 2 Кількість кругів

r21 := 0.17 радіус круга

$a21 := \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.2 \end{pmatrix}$ $b21 := \begin{pmatrix} 0.25 \\ 0.45 \end{pmatrix}$ координати центра круга

K22 := 2 Кількість еліпсів

σ21 := 0.21 σ22 := 0.15 півосі еліпсів

$a22 := \begin{pmatrix} 0.46 \\ 0.46 \end{pmatrix}$ $b22 := \begin{pmatrix} 0.25 \\ 0.45 \end{pmatrix}$ центри еліпсів

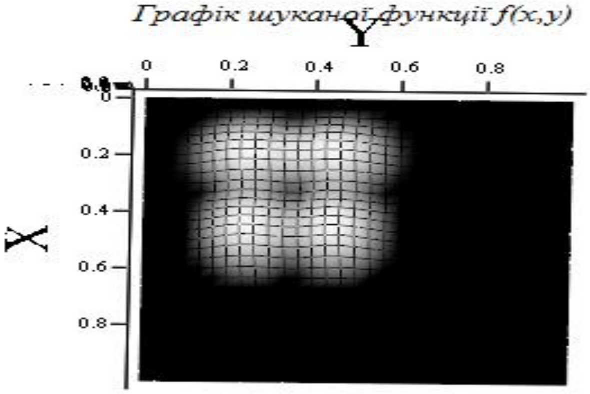
$$Krug4(x,y,r21,K21,a21,b21) := \sum_{i=1}^{K21} \left[\begin{array}{|l} a1 \leftarrow \left[\frac{(x-a21_i)^2+(y-b21_i)^2-r21^2}{r21^2}\right]^2 \text{ if } (x-a21_i)^2+(y-b21_i)^2 \le r21^2 \\ 0 \text{ otherwise} \end{array} \right]$$

$$ELLIPSE2(x,y,\sigma21,\sigma22,K22,a22,b22) := \sum_{i=1}^{K22} \left[\begin{array}{|l} a1 \leftarrow \left[-\left[\frac{(x-a22_i)^2}{\sigma21^2}+\frac{(y-b22_i)^2}{\sigma22^2}-1\right]\right]^2 \text{ if } \frac{(x-a22_i)^2}{\sigma21^2}+\frac{(y-b22_i)^2}{\sigma22^2} \le 1 \\ 0 \text{ otherwise} \end{array} \right]$$

KrugElipse(x,y,r21,K21,a21,b21,K22,σ21,σ22,a22,b22) := Krug4(x,y,r21,K21,a21,b21) + ELLIPSE2(x,y,σ21,σ22,K22,a22,b22)

f(x,y) := KrugElipse(x,y,r21,K21,a21,b21,K22,σ21,σ22,a22,b22)

Графік шуканої функції f(x,y)



f

4. Функція з носієм у трьох кругах, одному квадраті та одному еліпсі

$K31 := 3$ Кількість кругів

$r31 := 0.15$ радіус круга

$$a31 := \begin{pmatrix} 0.33 \\ 0.74 \\ 0.74 \end{pmatrix} \qquad b31 := \begin{pmatrix} 0.65 \\ 0.33 \\ 0.68 \end{pmatrix}$$ координати центра круга

$K32 := 1$ Кількість квадратів

$aaaa31 := 0.2$ довжина півсторони квадрата

$$a32 := \begin{pmatrix} 0.55 \\ 0.35 \\ 0.55 \\ 0.55 \\ 0.75 \end{pmatrix} \qquad b32 := \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 0.3 \\ 0.7 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$ координати центра квадрата

$K33 := 1$ Кількість еліпсів

$\sigma 31 := 0.2$ $\quad \sigma 32 := 0.1$ півосі еліпсів

$$a33 := \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0 \\ 0.25 \\ 0.25 \\ 0.5 \end{pmatrix} \qquad b33 := \begin{pmatrix} 0.37 \\ 0.15 \\ 0 \\ 0.3 \\ 0.15 \end{pmatrix}$$ центри еліпсів

$$Krug5(x,y,r31,K31,a31,b31) := \sum_{i=1}^{K31} \left[\begin{array}{l} a1 \leftarrow \left[\dfrac{(x-a31_i)^2+(y-b31_i)^2-r31^2}{r31^2} \right]^2 \text{ if } (x-a31_i)^2+(y-b31_i)^2 \le r31^2 \\ 0 \ \text{ otherwise} \end{array} \right]$$

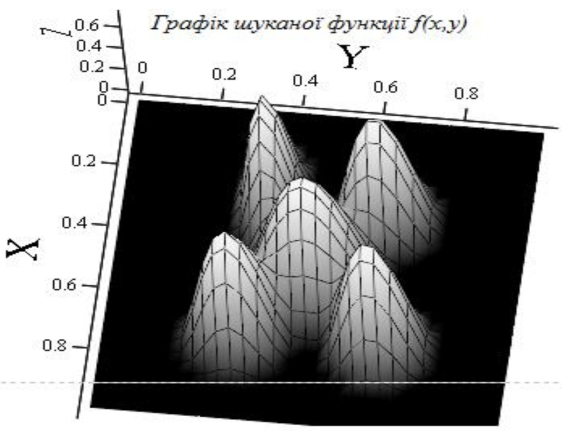
$$Kvadrat(x,y,K32,aaaa31,a32,b32) := \sum_{i=1}^{K32} \left[\begin{array}{l} a1 \leftarrow \left[\dfrac{\left[aaaa31^2-(x-a32_i)^2\right]^2 \cdot \left[aaaa31^2-(y-b32_i)^2\right]^2}{aaaa31^8} \right] \text{ if } |x-a32_i| < aaaa31 \wedge |y-b32_i| < aaaa31 \\ 0 \ \text{ otherwise} \end{array} \right]$$

$$ELLIPSE2(x,y,\sigma 31,\sigma 32,K33,a33,b33) := \sum_{i=1}^{K33} \left[\begin{array}{l} a1 \leftarrow \left[-\left[\dfrac{(x-a33_i)^2}{\sigma 31^2} + \dfrac{(y-b33_i)^2}{\sigma 32^2} - 1 \right] \right]^2 \text{ if } \dfrac{(x-a33_i)^2}{\sigma 31^2} + \dfrac{(y-b33_i)^2}{\sigma 32^2} \le 1 \\ 0 \ \text{ otherwise} \end{array} \right]$$

$$KrugKvadratElipsee(x,y,r31,K31,a31,b31,K32,aaaa31,a32,b32,\sigma 31,\sigma 32,K33,a33,b33) := Krug5(x,y,r31,K31,a31,b31) + Kvadrat(x,y,K32,aaaa31,a32,b32) + ELLIPSE2(x,y,\sigma 31,\sigma 32,K33,a33,b33)$$

$$f(x,y) := KrugKvadratElipsee(x,y,r31,K31,a31,b31,K32,aaaa31,a32,b32,\sigma 31,\sigma 32,K33,a33,b33)$$

$$f(x,y) := KrugKvadratElipsee(x,y,r31,K31,a31,b31,K32,aaaa31,a32,b32,\sigma 31,\sigma 32,K33,a33,b33)$$



f

5. Функція з носієм у чотирьох кругах

$K51 := 4$ Кількість кругів

$$a51 := \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.7 \\ 0.5 \\ 0.3 \\ 0.6 \\ 0.6 \\ 0.4 \\ 0.4 \end{pmatrix} \qquad b51 := \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.5 \\ 0.7 \\ 0.5 \\ 0.4 \\ 0.6 \\ 0.6 \\ 0.4 \end{pmatrix}$$

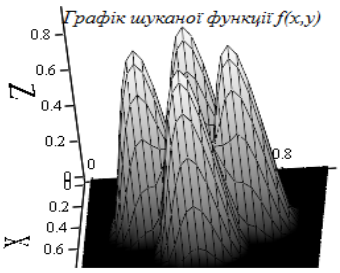
координати центра круга

$$r51 := \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \end{pmatrix}$$

радіус круга

$$Krug4(x,y,r51,K51,a51,b51) := \sum_{i=1}^{K51} \left[\begin{array}{|l} a1 \leftarrow \left[\frac{(x-a51_i)^2+(y-b51_i)^2-(r51_i)^2}{(r51_i)^2} \right]^2 \text{ if } (x-a51_i)^2+(y-b51_i)^2 \le (r51_i)^2 \\ 0 \text{ otherwise} \end{array} \right]$$

$f(x,y) := Krug4(x,y,r51,K51,a51,b51)$



f

6. Функція з носієм у чотирьох еліпсах

$$FF1(X11,Y11,aa1,bb1) := \frac{(X11-0)^2}{aa1^2} + \frac{(Y11-0.5)^2}{bb1^2} - 1$$

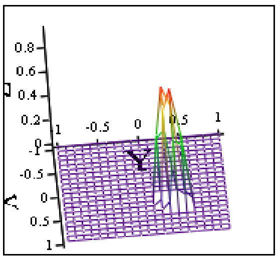
$\alpha1 := \frac{\pi}{4}$ $\quad aa1 := 0.15 \quad bb1 := 0.3$

$X11(x,y,\alpha1) := x\cdot\cos(\alpha1) - y\cdot\sin(\alpha1) \rightarrow$

$Y11(x,y,\alpha1) := x\cdot\sin(\alpha1) + y\cdot\cos(\alpha1) \rightarrow$ Формули повороту

$FF1(X11(x,y,\alpha1),Y11(x,y,\alpha1),aa1,bb1) \rightarrow$

$$EllipseNN1(x,y) := \begin{array}{|l} f \leftarrow -(FF1(X11(x,y,\alpha1),Y11(x,y,\alpha1),aa1,bb1)) \text{ if } FF1(X11(x,y,\alpha1),Y11(x,y,\alpha1),aa1,bb1) < 0 \\ f \leftarrow 0 \text{ otherwise} \end{array}$$



EllipseNN1

$$FF2(X22,Y22,aa2,bb2) := \frac{(X22 - -0.75)^2}{aa2^2} + \frac{(Y22 - -0.25)^2}{bb2^2} - 1$$

$\alpha 2 := \frac{3\pi}{4}$ $\quad aa2 := 0.15 \quad bb2 := 0.3$

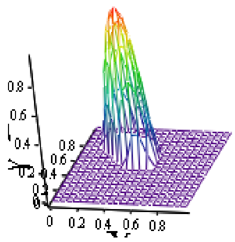
$X22(x,y,\alpha 2) := x\cdot\cos(\alpha 2) - y\cdot\sin(\alpha 2) \rightarrow x\cdot\cos(\alpha 2) - y\cdot\sin(\alpha 2)$

$Y22(x,y,\alpha 2) := x\cdot\sin(\alpha 2) + y\cdot\cos(\alpha 2) \rightarrow x\cdot\sin(\alpha 2) + y\cdot\cos(\alpha 2)$

Формули повороту

$$FF2(X22(x,y,\alpha 2),Y22(x,y,\alpha 2),aa2,bb2) \rightarrow 44.4444444444444444\cdot\left(\frac{\sqrt{2}\cdot x}{2} + \frac{\sqrt{2}\cdot y}{2} - 0.75\right)^2 + 11.1111111111111111\cdot\left(\frac{\sqrt{2}\cdot x}{2} - \frac{\sqrt{2}\cdot y}{2} + 0.25\right)^2 - 1$$

$$EllipseNN2(x,y) := \begin{array}{|l} f \leftarrow -(FF2(X22(x,y,\alpha 2),Y22(x,y,\alpha 2),aa2,bb2)) \ \text{ if } \ FF2(X22(x,y,\alpha 2),Y22(x,y,\alpha 2),aa2,bb2) < 0 \\ f \leftarrow 0 \ \text{ otherwise} \end{array}$$



EllipseNN2

$$FF3(X33,Y33,aa3,bb3) := \frac{(X33 - 0)^2}{aa3^2} + \frac{(Y33 - -1)^2}{bb3^2} - 1$$

$\alpha 3 := \frac{5\pi}{4}$ $\quad aa3 := 0.15 \quad bb3 := 0.3$

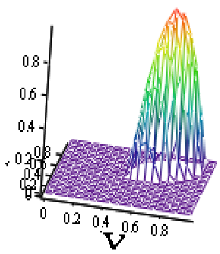
$X33(x,y,\alpha 3) := x\cdot\cos(\alpha 3) - y\cdot\sin(\alpha 3) \rightarrow x\cdot\cos(\alpha 3) - y\cdot\sin(\alpha 3)$

$Y33(x,y,\alpha 3) := x\cdot\sin(\alpha 3) + y\cdot\cos(\alpha 3) \rightarrow x\cdot\sin(\alpha 3) + y\cdot\cos(\alpha 3)$

Формули повороту

$$FF3(X33(x,y,\alpha 3),Y33(x,y,\alpha 3),aa3,bb3) \rightarrow 44.4444444444444444\cdot\left(\frac{\sqrt{2}\cdot x}{2} - \frac{\sqrt{2}\cdot y}{2}\right)^2 + 11.1111111111111111\cdot\left(\frac{\sqrt{2}\cdot x}{2} + \frac{\sqrt{2}\cdot y}{2} - 1\right)^2 - 1$$

$$EllipseNN3(x,y) := \begin{array}{|l} f \leftarrow -(FF3(X33(x,y,\alpha 3),Y33(x,y,\alpha 3),aa3,bb3)) \ \text{ if } \ FF3(X33(x,y,\alpha 3),Y33(x,y,\alpha 3),aa3,bb3) < 0 \\ f \leftarrow 0 \ \text{ otherwise} \end{array}$$



EllipseNN3

$$FF4(X44, Y44, aa4, bb4) := \frac{(X44 - 0.75)^2}{aa4^2} + \frac{(Y44 - -0.25)^2}{bb4^2} - 1$$

$\alpha 4 := \frac{7\pi}{4}$ $\quad aa4 := 0.15$ $\quad bb4 := 0.3$

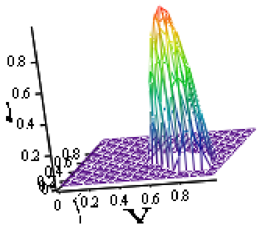
$$X44(x, y, \alpha 4) := x \cdot \cos(\alpha 4) - y \cdot \sin(\alpha 4) \rightarrow x \cdot \cos(\alpha 4) - y \cdot \sin(\alpha 4)$$

$$Y44(x, y, \alpha 4) := x \cdot \sin(\alpha 4) + y \cdot \cos(\alpha 4) \rightarrow x \cdot \sin(\alpha 4) + y \cdot \cos(\alpha 4)$$

Формули повороту

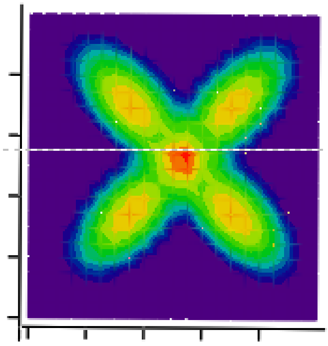
$$FF4(X44(x, y, \alpha 4), Y44(x, y, \alpha 4), aa4, bb4) \rightarrow 44.444444444444444444 \cdot \left(\frac{\sqrt{2} \cdot x}{2} + \frac{\sqrt{2} \cdot y}{2} - 0.75\right)^2 + 11.111111111111111111 \cdot \left(\frac{\sqrt{2} \cdot y}{2} - \frac{\sqrt{2} \cdot x}{2} + 0.25\right)^2 - 1$$

$$EllipseNN4(x, y) := \left| \begin{array}{l} f \leftarrow -(FF4(X44(x, y, \alpha 4), Y44(x, y, \alpha 4), aa4, bb4)) \text{ if } FF4(X44(x, y, \alpha 4), Y44(x, y, \alpha 4), aa4, bb4) < 0 \\ f \leftarrow 0 \text{ otherwise} \end{array} \right.$$



EllipseNN4

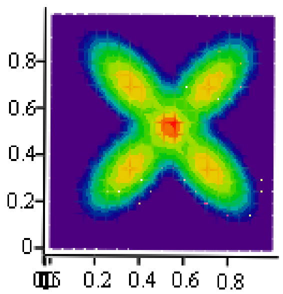
$$ROSEFOUR(x, y) := EllipseNN1(x, y) + EllipseNN2(x, y) + EllipseNN3(x, y) + EllipseNN4(x, y)$$



З заливкою

ROSEFOUR

$$f(x, y) := ROSEFOUR(x, y)$$



це без заливки

f

7. Функція з носієм у восьми кругах

$K91 := 8$ Кількість кругів

$$a91 := \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.8 \\ 0.5 \\ 0.2 \\ 0.65 \\ 0.65 \\ 0.35 \\ 0.35 \end{pmatrix} \qquad b91 := \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.5 \\ 0.8 \\ 0.5 \\ 0.35 \\ 0.65 \\ 0.65 \\ 0.35 \end{pmatrix}$$

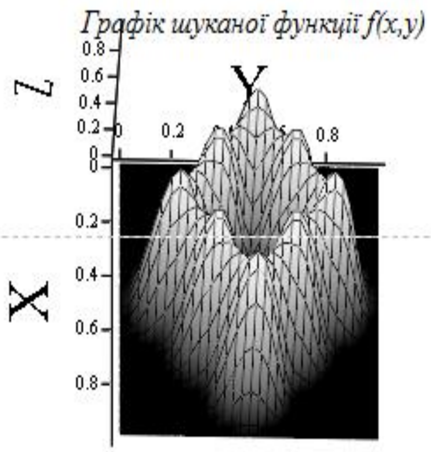
координати центра круга

$$r91 := \begin{pmatrix} 0.18 \\ 0.18 \\ 0.18 \\ 0.18 \\ 0.18 \\ 0.18 \\ 0.18 \\ 0.18 \end{pmatrix}$$

радіус круга

$$Krug8(x,y,r91,K91,a91,b91) := \sum_{i=1}^{K91} \left[\begin{array}{l} a1 \leftarrow \left[\dfrac{(x-a91_i)^2 + (y-b91_i)^2 - (r91_i)^2}{(r91_i)^2} \right]^2 \text{ if } (x-a91_i)^2 + (y-b91_i)^2 \le (r91_i)^2 \\ 0 \text{ otherwise} \end{array} \right]$$

$$f(x,y) := Krug8(x,y,r91,K91,a91,b91)$$



f

8. Функція з носієм у одному крузі, одному квадраті та у одному еліпсі

$K81 := 1$ Кількість кругів

$r81 := 0.16$ радіус круга

$a81 := \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \end{pmatrix}$ $b81 := \begin{pmatrix} 0.4 \\ 0.3 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \end{pmatrix}$ координати центра круга

$K82 := 1$ Кількість квадратів

$aaa81 := 0.15$ довжина пів сторони квадрата

$a82 := \begin{pmatrix} 0.6 \\ 0.5 \\ 0.7 \\ 0.7 \\ 0.9 \end{pmatrix}$ $b82 := \begin{pmatrix} 0.4 \\ 0.3 \\ 0.1 \\ 0.5 \\ 0.3 \end{pmatrix}$ координати центра квадрата

$K83 := 1$ Кількість еліпсів

$\sigma81 := 0.25$ $\sigma82 := 0.15$ півосі еліпсів

$a83 := \begin{pmatrix} 0.45 \\ 0.1 \\ 0.4 \\ 0.4 \\ 0.7 \end{pmatrix}$ $b83 := \begin{pmatrix} 0.6 \\ 0.8 \\ 0.6 \\ 1 \\ 0.8 \end{pmatrix}$ координати цетра еліпса

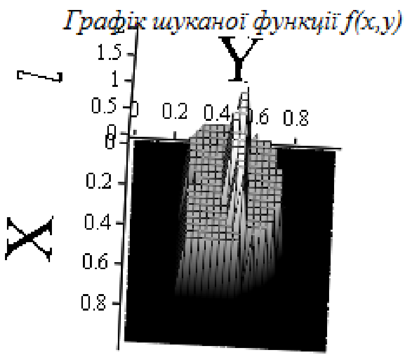
$$Krug2(x,y,r81,K81,a81,b81) := \sum_{i=1}^{K81} \left[\begin{array}{|l} a1 \leftarrow 1 \text{ if } (x - a81_i)^2 + (y - b81_i)^2 \le r81^2 \\ 0 \text{ otherwise} \end{array} \right]$$

$$Kvadrat1(x,y,K82,aaa81,a82,b82) := \sum_{i=1}^{K82} \left(\begin{array}{|l} a1 \leftarrow 1 \text{ if } |x - a82_i| < aaa81 \wedge |y - b82_i| < aaa81 \\ 0 \text{ otherwise} \end{array} \right)$$

$$ELLIPSE(x,y,\sigma11,\sigma82,K83,a83,b83) := \sum_{i=1}^{K83} \left[\begin{array}{|l} a1 \leftarrow 1 \text{ if } \frac{(x - a83_i)^2}{\sigma81^2} + \frac{(y - b83_i)^2}{\sigma82^2} \le 1 \\ 0 \text{ otherwise} \end{array} \right]$$

$$KrugKvadratElipsee(x,y,r81,K81,a81,b81,K82,aaa81,a82,b82,\sigma81,\sigma82,K83,a83,b83) := Krug2(x,y,r81,K81,a81,b81) + Kvadrat1(x,y,K82,aaa81,a82,b82) + ELLIPSE(x,y,\sigma81,\sigma82,K83,a83,b83)$$

$$f(x,y) := KrugKvadratElipsee(x,y,r81,K81,a81,b81,K82,aaa81,a82,b82,\sigma81,\sigma82,K83,a83,b83)$$



f

$PR := 1$ Вибір функції з використанням перемикача

$$f(x,y) := \begin{vmatrix} ELLIPSe(x,y,\sigma 41,\sigma 42,K41,a41,b41) \text{ if } PR = 1 \\ KrugKvadratElipsee(x,y,r11,K11,a11,b11,K12,aaa11,a12,b12,\sigma 11,\sigma 12,K13,a13,b13) \text{ if } PR = 2 \\ KrugElipse(x,y,r21,K21,a21,b21,K22,\sigma 21,\sigma 22,a22,b22) \text{ if } PR = 3 \\ KrugKvadratElipsee(x,y,r31,K31,a31,b31,K32,aaaa31,a32,b32,\sigma 31,\sigma 32,K33,a33,b33) \text{ if } PR = 4 \\ Krug4(x,y,r91,K91,a91,b91) \text{ if } PR = 5 \\ ROSEFOUR(x,y) \text{ if } PR = 6 \\ Krug8(x,y,r91,K91,a91,b91) \text{ if } PR = 7 \\ KrugKvadratElipsee(x,y,r81,K81,a81,b81,K82,aaa81,a82,b82,\sigma 81,\sigma 82,K83,a83,b83) \text{ if } PR = 8 \end{vmatrix}$$

Побудова зображень поверхні з використанням таблиці значень функції

Задання таблиці значень функції z=f(x,y)

$N1 := 100$

$pp := 1 .. N1 + 1$

$qq := 1 .. N1 + 1$

$zz_{pp,qq} := f\left(\frac{pp}{N1}, \frac{qq}{N1}\right)$

$f(0.5, 0.5) = \blacksquare$

$m := \max(zz) = 2$ максимальне значення функції

$\min(zz) = \blacksquare$

$knorm := \frac{1}{m}$ $knorm = \blacksquare$ нормувальний множник для отримання максимального значення функції, рівним одиниці

$f(x,y) := knorm \cdot f(x,y)$ пронормована функція, яка підлягає відновленню

$f(0.5, 0.5) = \blacksquare$

Задання таблиці значень пронормованої функції z=f(x,y)

$N1 := 100$

$pp := 1 .. N1 + 1$

$qq := 1 .. N1 + 1$

$zz_{pp,qq} := f\left(\frac{pp}{N1}, \frac{qq}{N1}\right)$

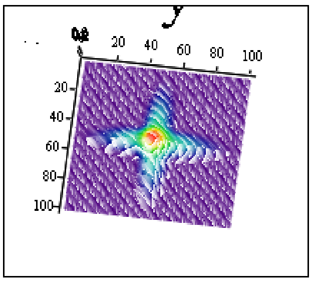
$f(0.5, 0.5) = \blacksquare$

$m := \max(zz) = 1$ перевірка того факту, що максимальне значення функції, дорівнює одиниці

$PR = 1$

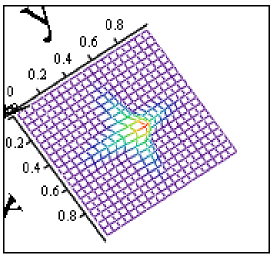
$\min(zz) = \blacksquare$

Зображення поверхні z=f(x,y) з використанням таблиці значень функції f(x,y)



zz

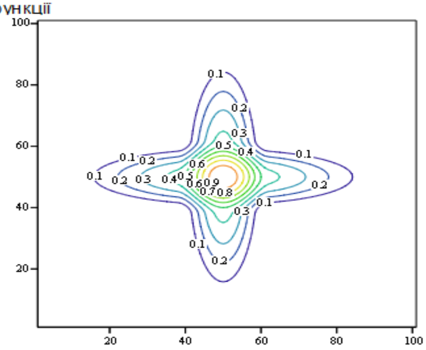
Зображення поверхні z=f(x,y) з безпосереднім використанням функції f(x,y)



f

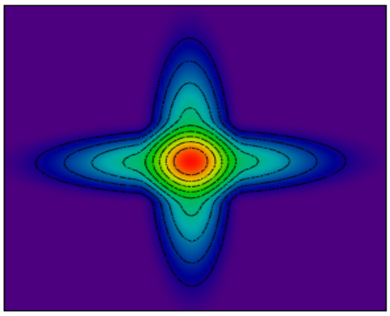
$PR = 1$

Нумеровані лінії рівня відновлюваної функції



zz

Лінії рівня відновлюваної функції



zz

Задана інформація для побудови матриці коефіцієнтів та сум ФУР'Є

$\mathrm{time}(0) = 1.608 \times 10^9$ **Лічильник часу роботи програми**

$T := \mathrm{time}(0)$

$N := 8$ число, пов'язане з кількістю доданків у сумі Фур'є

$NNN := (2\cdot N + 1)^2 \rightarrow 289$ число доданків у сумі Фур'є

$por := 2\cdot N + 1 = 17$ порядок матриці коефіцієнтів

Формула для підрахунку коефіцієнтів Фур'є $CF(k,l) = \int_0^1 \int_0^1 f(x,y)\cdot e^{-i\cdot 2\pi(k\cdot x + l\cdot y)}\,dx\,dy$

Далі знаходження коефіцієнтів Фур'є з використанням проекційних даних

**********Знаходження коефіцієнтів C00, Ck0 і C0l.***

Формули для обчислення коефіцієнтів $C00 = \int_0^1 \int_0^1 f(x,y)\,dx\,dy$, $Ck0 = \int_0^1 \int_0^1 f(x,y)\cdot e^{-i\cdot 2\pi\,k\cdot x}\,dx\,dy$ та $C0l = \int_0^1 \int_0^1 f(x,y)\cdot e^{-i\cdot 2\pi\,l\cdot y}\,dx\,dy$.

$M := 120$ число, що дає розбивку відрізка на M частин

$t := 1..M$

$v := 1..M$ Розбивка відрізка вздовж осі OX та OY на M частин

$k := -N..N$

$l := -N..N$ Перебір *k* та *l* в коефіцієнтах Фур'є

$X_t := \frac{t - 0.5}{M}$ $Y_v := \frac{v - 0.5}{M}$ Точки розбиття відрізка вздовж осі OX та OY на M частин

$X^T =$

	1	2	3	4	5
1	$4.167\cdot10^{-3}$	0.013	0.021	0.029	...

$Y^T =$

	1	2	3	4	5
1	$4.167\cdot10^{-3}$	0.013	0.021	0.029	...

$\gamma1_t := \int_0^1 f(X_t, y)\,dy$ Це проекційні дані вздовж відрізків, паралельних осі OY. Їх число M.

$\gamma2_v := \int_0^1 f(x, Y_v)\,dx$ Це проекційні дані вздовж відрізків, паралельних осі OX. Їх число M

$\gamma1^T = \blacksquare$

$\gamma2^T = \blacksquare$

$C00 := \frac{1}{M}\cdot\sum_{j=1}^{M} \gamma1_j$ $C00 = \blacksquare$

Це наближене обчислення зовнішнього інтеграла, що дає $C00 = \int_0^1 \left(\int_0^1 f(x,y)\,dy\right) dx$

$\frac{1}{2M} = 4.167 \times 10^{-3}$ Число для зміщення в середину частинного відрізка

Далі підрахунок коефіцієнтів $Ck0 = \int_0^1 \left(\int_0^1 f(x,y)\,dy \right) \cdot e^{-i \cdot 2\pi k \cdot x}\,dx$ та $C0l = \int_0^1 \left(\int_0^1 f(x,y)\,dx \right) \cdot e^{-i \cdot 2\pi l \cdot y}\,dy.$

На кожному частинному j-му відрізку інтеграли від експонент подаються так:

$$\exp1(M,k,j) = \int_{X_j - \frac{1}{2M}}^{X_j + \frac{1}{2M}} e^{-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot k \cdot x}\,dx, \quad \exp2(M,l,j) = \int_{Y_j - \frac{1}{2M}}^{Y_j + \frac{1}{2M}} e^{-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot l \cdot y}\,dy$$

Далі зовнішній інтеграл береться за формулою центральних прямокутників.
Попередньо внутрішній інтеграл подано як кусково сталу функцію, враховуючи раніше отримані $\gamma 1_t$ та $\gamma 2_v$

$$Ck0 := \left| \begin{array}{l} \text{for } k \in -N..N \\ \quad \left| \begin{array}{l} A_{N+1+k} \leftarrow C00 \ \text{ if } k = 0 \\ A_{N+1+k} \leftarrow \left[\sum_{j=1}^{M} \left(\gamma 1_j \cdot \int_{X_j - \frac{1}{2M}}^{X_j + \frac{1}{2M}} e^{-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot k \cdot x}\,dx \right) \right] \ \text{ otherwise} \\ A \end{array} \right. \\ A \end{array} \right. \qquad Ck0 = \blacksquare$$

Якщо б взяти інтеграл вручну, то вираз у квадратних дужках був би таким $A_{N+1+k} = \frac{\left(1 - e^{i \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{k}{M}}\right)}{(-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot k)} \cdot \sum_{j=1}^{M} \left(\gamma 1_j \cdot e^{-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot k \cdot \frac{j}{M}} \right)$. Далі при обчислені інших коефіцієнтів буде використана саме така форма запису і при заповненні матриці коефіцієнтів розрахунки такі ж саме.

$$C0l := \left| \begin{array}{l} \text{for } l \in -N..N \\ \quad \left| \begin{array}{l} A_{N+1+l} \leftarrow C00 \ \text{ if } l = 0 \\ A_{N+1+l} \leftarrow \left[\sum_{j=1}^{M} \left(\gamma 2_j \cdot \int_{Y_j - \frac{1}{2M}}^{Y_j + \frac{1}{2M}} e^{-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot l \cdot y}\,dy \right) \right] \ \text{ otherwise} \\ A \end{array} \right. \\ A \end{array} \right. \qquad C0l = \blacksquare$$

Якщо б взяти інтеграл вручну, то вираз у квадратних дужках був би таким $A_{N+1+l} = \frac{\left(1 - e^{i \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{M}}\right)}{(-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot l)} \cdot \sum_{j=1}^{M} \left(\gamma 2_j \cdot e^{-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot l \cdot \frac{j}{M}} \right)$. Далі при обчислені інших коефіцієнтів буде використана саме така форма запису і при заповненні матриці коефіцієнтів розрахунки такі ж самі.

************Задання інтегралів для наближеного обчислення коефіцієнтів Фур'є ***************************
***C(k,l)* при $k \cdot x + l \cdot y = t,$ k>l>0.**

$$F1(k,l,tt) := \int_{-\frac{l \cdot tt}{k}}^{\frac{k}{l} \cdot tt} f\left[\frac{k \cdot tt - l \cdot vv}{k^2 + l^2}, \frac{l \cdot tt + k \cdot vv}{(k^2 + l^2)} \right] dvv$$

$$F2(k,l,tt) := \int_{-\frac{l \cdot tt}{k}}^{\frac{(k^2 + l^2 - l \cdot tt)}{k}} f\left(\frac{k \cdot tt - l \cdot vv}{k^2 + l^2}, \frac{l \cdot tt + k \cdot vv}{k^2 + l^2} \right) dvv$$

$$F3(k,l,tt) := \int_{\frac{-k^2-l^2+k\cdot tt}{l}}^{\frac{k^2+l^2-l\cdot tt}{k}} f\left[\frac{k\cdot tt - l\cdot vv}{k^2+l^2}, \frac{l\cdot tt + k\cdot vv}{(k^2+l^2)}\right] dvv$$

*********Задання інтегралів для наближеного обчислення коефіцієнтів Фур'є ***********************

C(k,l) при $k\cdot x + l\cdot y = t$, $l>k>0$.

$$G1(k,l,tt) := \int_{-\frac{l\cdot tt}{k}}^{\frac{k\cdot tt}{l}} f\left[\frac{k\cdot tt - l\cdot vv}{k^2+l^2}, \frac{l\cdot tt + k\cdot vv}{(k^2+l^2)}\right] dvv$$

$$G2(k,l,tt) := \int_{\frac{-k^2-l^2+k\cdot tt}{l}}^{\frac{k\cdot tt}{l}} f\left[\frac{k\cdot tt - l\cdot vv}{k^2+l^2}, \frac{l\cdot tt + k\cdot vv}{(k^2+l^2)}\right] dvv$$

$$G3(k,l,tt) := \int_{\frac{-k^2-l^2+k\cdot tt}{l}}^{\frac{k^2+l^2-l\cdot tt}{k}} f\left[\frac{k\cdot tt - l\cdot vv}{k^2+l^2}, \frac{l\cdot tt + k\cdot vv}{(k^2+l^2)}\right] dvv$$

****

Задання інтегралів для наближеного обчислення коефіцієнтів Фур'є C(k,-l) при $k\cdot x - l\cdot y = v$, $k>l$.

$$\phi1(k,l,vv) := \int_{-\frac{k\cdot vv}{l}}^{\frac{(k^2+l^2+l\cdot vv)}{k}} f\left[\frac{k\cdot vv + l\cdot tt}{k^2+l^2}, \frac{k\cdot tt - l\cdot vv}{(k^2+l^2)}\right] dtt$$

$$\phi2(k,l,vv) := \int_{\frac{l\cdot vv}{k}}^{\frac{(k^2+l^2+l\cdot vv)}{k}} f\left[\frac{k\cdot vv + l\cdot tt}{k^2+l^2}, \frac{k\cdot tt - l\cdot vv}{(k^2+l^2)}\right] dtt$$

$$\phi3(k,l,vv) := \int_{\frac{l\cdot vv}{k}}^{\frac{(k^2+l^2-k\cdot vv)}{l}} f\left[\frac{k\cdot vv + l\cdot tt}{k^2+l^2}, \frac{k\cdot tt - l\cdot vv}{(k^2+l^2)}\right] dtt$$

****

Задання інтегралів для наближеного обчислення коефіцієнтів Фур'є C(k,-l) при $k\cdot x - l\cdot y = v$, $l>k$.

$$\omega1(k,l,vv) := \int_{-\frac{k\cdot vv}{l}}^{\frac{k^2+l^2+l\cdot vv}{k}} f\left[\frac{k\cdot vv + l\cdot tt}{k^2+l^2}, \frac{k\cdot tt - l\cdot vv}{(k^2+l^2)}\right] dtt$$

$$\omega2(k,l,vv) := \int_{-\frac{k\cdot vv}{l}}^{\frac{k^2+l^2-k\cdot vv}{l}} f\left[\frac{k\cdot vv + l\cdot tt}{k^2+l^2}, \frac{k\cdot tt - l\cdot vv}{(k^2+l^2)}\right] dtt$$

$$\omega 3(k,l,vv) := \int_{\frac{l\cdot vv}{k}}^{\frac{k^2+l^2-k\cdot vv}{l}} f\left[\frac{k\cdot vv + l\cdot tt}{k^2+l^2}, \frac{k\cdot tt - l\cdot vv}{(k^2+l^2)}\right] dtt$$

****

Наближене знаходження значень функцій F, G, φ *та* ω, що є інтегралами вздовж деяких ліній (за допомогою проекційних даних, які надходять з комп'ютерного томографа).

Наближене обчислення ***з допомогою значень в середніх точках коефіцієнтів*** Фур'є $C(k,l)$ при $k\cdot x + l\cdot y = t$, k>l>0 *для FFFFFFF.*

$NN := 6$ $\quad 2^{NN+1} = 128 \quad 2^{NN+1} - 1 = 127$

$qq := 0 .. 2^{NN+1} - 1$

$$C2ppkklD1(k,l) := \frac{1}{k^2+l^2}\cdot\left(\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{1}{2^{NN+1}}} - 1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot l}\right)\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[F1\left[k,l,l\cdot\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot l}\right]$$

$$C2ppkklD2(k,l) := \frac{k-l}{k^2+l^2}\cdot\left[\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{(k-l)}{2^{NN+1}}} - 1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot(k-l)}\right]\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[F2\left[k,l,l+\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}\cdot(k-l)\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot(k-l)}\right]$$

$$C2ppkklD3(k,l) := \frac{1}{k^2+l^2}\cdot\left(\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{1}{2^{NN+1}}} - 1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot l}\right)\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[F3\left[k,l,l\cdot\left[\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}\right]+k\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot l}\right]$$

oooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooo

$$C2ppkkF(k,l) := C2ppkklD1(k,l) + C2ppkklD2(k,l) + C2ppkklD3(k,l)$$

***Наближене обчислення коефіцієнтів Фур'є ***
$C(k,l)$ при $k\cdot x + l\cdot y = t$, l>k>0 *для GGGGGGG.*

$$C2ppkllD1(k,l) := \frac{k}{k^2+l^2}\cdot\left(\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{k}{2^{NN+1}}} - 1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot k}\right)\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[G1\left[k,l,k\cdot\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot k}\right]$$

$$C2ppkklD2(k,l) := \frac{k-l}{k^2+l^2}\cdot\left[\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{(k-l)}{2^{NN+1}}} - 1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot(k-l)}\right]\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[F2\left[k,l,l+\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}\cdot(k-l)\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot(k-l)}\right]$$

$$C2ppkklD3(k,l) := \frac{1}{k^2+l^2}\cdot\left(\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{1}{2^{NN+1}}} - 1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot l}\right)\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[F3\left[k,l,l\cdot\left[\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}\right]+k\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot l}\right]$$

oooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooo

$$C2ppkkF(k,l) := C2ppkklD1(k,l) + C2ppkklD2(k,l) + C2ppkklD3(k,l)$$

***Наближене обчислення коефіцієнтів Фур'є ***
$C(k,l)$ при $k\cdot x + l\cdot y = t$, l>k>0 *для GGGGGGG.*

$$C2ppkllD1(k,l) := \frac{k}{k^2+l^2}\cdot\left(\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{k}{2^{NN+1}}} - 1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot k}\right)\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[G1\left[k,l,k\cdot\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot k}\right]$$

$$C2ppkllD2(k,l) := \frac{1-k}{k^2+l^2}\cdot\left[\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{(l-k)}{2^{NN+1}}}-1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot(1-k)}\right]\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[G2\left[k,l,k+\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}\cdot(1-k)\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot(l-k)}\right]$$

$$C2ppkllD3(k,l) := \frac{k}{k^2+l^2}\cdot\left(\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{k}{2^{NN+1}}}-1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot k}\right)\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[G3\left[k,l,l+k\cdot\left[\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}\right]\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot k}\right]$$

oooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooo

$$C2ppllF(k,l) := C2ppkllD1(k,l) + C2ppkllD2(k,l) + C2ppkllD3(k,l)$$

****

Наближене обчислення коефіцієнтів Фур'є C(k,-l) при

$k\cdot x - l\cdot y = v$, k>l.

$$C2pmkklD1(k,l) := \frac{1}{k^2+l^2}\cdot\left[\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{-1}{2^{NN+1}}}-1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot(-1)}\right]\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[\phi 1\left[k,l,-l\cdot\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot(-l)}\right]$$

$$C2pmkklD2(k,l) := \frac{k-1}{k^2+l^2}\cdot\left[\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{(k-l)}{2^{NN+1}}}-1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot(k-1)}\right]\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[\phi 2\left[k,l,\left[\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}\right]\cdot(k-1)\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot(k-l)}\right]$$

$$C2pmkklD3(k,l) := \frac{1}{k^2+l^2}\cdot\left(\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{1}{2^{NN+1}}}-1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot 1}\right)\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[\phi 3\left[k,l,k-1+1\cdot\left[\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}\right]\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot 1}\right]$$

ooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooo
oooooooooooooooo

$$C2pmkkF(k,l) := C2pmkklD1(k,l) + C2pmkklD2(k,l) + C2pmkklD3(k,l)$$

****

Наближене обчислення коефіцієнтів Фур'є C(k,-l)
при $k\cdot x - l\cdot y = v$, l>k.

$$C2pmklD1(k,l) := \frac{k}{k^2+l^2}\cdot\left(\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{k}{2^{NN+1}}}-1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot k}\right)\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[\omega 1\left[k,l,\left[k\cdot\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}-1\right]\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot k}\right]$$

$$C2pmklD2(k,l) := \frac{1-k}{k^2+l^2}\cdot\left[\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{(k-l)}{2^{NN+1}}}-1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot(k-1)}\right]\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[\omega 2\left[k,l,\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}\cdot(k-1)\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot(k-l)}\right]$$

$$C2pmklD3(k,l) := \frac{k}{k^2+l^2}\cdot\left(\frac{e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{k}{2^{NN+1}}}-1}{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot k}\right)\cdot\sum_{qq=0}^{2^{NN+1}-1}\left[\omega 3\left[k,l,k\cdot\left[\frac{(qq+0.5)}{2^{NN+1}}\right]\right]\cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot\frac{qq}{2^{NN+1}}\cdot k}\right]$$

oooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooo

$$C2pmllF(k,l) := C2pmklD1(k,l) + C2pmklD2(k,l) + C2pmklD3(k,l)$$

Побудова матриці кооефіцієнтів ФУР'Є з використанням проекційних даних та взаємозв'язку між числами *k* та *l*

*******Побудова матриці ***B*** всіх наближено знайдених коефіцієнтів ***C(k,l)*******

$$
b00 := \left|
\begin{array}{l}
\text{for } k \in -N..N \\
\quad \text{for } l \in -N..N \\
\quad \left|
\begin{array}{l}
B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow C00 \ \text{ if } k = 0 \wedge l = 0 \\
B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow \dfrac{\left(1 - e^{i \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{l}{M}}\right)}{(-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot l)} \cdot \displaystyle\sum_{j=1}^{M} \left(\gamma 2_j \cdot e^{-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot l \cdot \frac{j}{M}}\right) \ \text{ if } k = 0 \wedge l \neq 0 \\
B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow \dfrac{\left(1 - e^{i \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{k}{M}}\right)}{(-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot k)} \cdot \displaystyle\sum_{j=1}^{M} \left(\gamma 1_j \cdot e^{-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot k \cdot \frac{j}{M}}\right) \ \text{ if } k \neq 0 \wedge l = 0 \\
B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow 0 \ \text{ otherwise} \\
B
\end{array}
\right. \\
B
\end{array}
\right.
$$

b00 =

	1	2	3	4	5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0
9	$6.699 \cdot 10^{-4}$	$-2.883 \cdot 10^{-3}$	$6.359 \cdot 10^{-3}$	-0.011	0.016
10	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	...

$$
bpp := \left|
\begin{array}{l}
\text{for } k \in -N..N \\
\quad \text{for } l \in -N..N \\
\quad \left|
\begin{array}{l}
B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow C2ppkklD1(k,l) + C2ppkklD2(k,l) + C2ppkklD3(k,l) \ \text{ if } k > 0 \wedge l > 0 \wedge k \geq l \\
B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow C2ppkllD1(k,l) + C2ppkllD2(k,l) + C2ppkllD3(k,l) \ \text{ if } k > 0 \wedge l > 0 \wedge l > k \\
B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow 0 \ \text{ otherwise} \\
B
\end{array}
\right. \\
B
\end{array}
\right.
$$

bpp =

	1	2	3	4	5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	...

$$
\begin{aligned}
bpm := \ & \text{for } k \in -N..N \\
& \quad \text{for } l \in -N..N \\
& \quad\quad B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow C2pmkklD1(k,|l|) + C2pmkklD2(k,|l|) + C2pmkklD3(k,|l|) \ \text{ if } (k > 0 \wedge l < 0) \wedge |l| \le k \\
& \quad\quad B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow C2pmkllD1(k,|l|) + C2pmkllD2(k,|l|) + C2pmkllD3(k,|l|) \ \text{ if } k > 0 \wedge l < 0 \wedge |l| > k \\
& \quad\quad B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow 0 \ \text{ otherwise} \\
& \quad\quad B \\
& B
\end{aligned}
$$

bpm =

	1	2	3	4	5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0
10	$3.995\cdot10^{-4}$	$6.733\cdot10^{-4}$	$-2.628\cdot10^{-3}$	$5.092\cdot10^{-3}$	$-8.468\cdot10^{-3}$
11	$-6.463\cdot10^{-4}$	$8.507\cdot10^{-4}$	$-7.753\cdot10^{-4}$	$7.029\cdot10^{-4}$	$-4.886\cdot10^{-6}$
12	$-2.144\cdot10^{-4}$	$1.007\cdot10^{-4}$	$-5.453\cdot10^{-5}$	$-2.198\cdot10^{-4}$	$6.523\cdot10^{-5}$
13	$8.484\cdot10^{-6}$	$-2.142\cdot10^{-5}$	$1.375\cdot10^{-4}$	$-4.498\cdot10^{-5}$	$3.279\cdot10^{-4}$
14	$2.371\cdot10^{-5}$	$-8.543\cdot10^{-5}$	$2.226\cdot10^{-5}$	$-1.652\cdot10^{-4}$	$-4.498\cdot10^{-5}$
15	$4.798\cdot10^{-5}$	$-1.667\cdot10^{-5}$	$9.063\cdot10^{-5}$	$2.226\cdot10^{-5}$	$1.375\cdot10^{-4}$
16	$8.52\cdot10^{-6}$	$-5.279\cdot10^{-5}$	$-1.667\cdot10^{-5}$	$-8.543\cdot10^{-5}$	...

$$
\begin{aligned}
bmp := \ & \text{for } k \in -N..N \\
& \quad \text{for } l \in -N..N \\
& \quad\quad B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow \overline{bpm_{N-k+1,N-l+1}} \ \text{ if } k < 0 \wedge l > 0 \\
& \quad\quad B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow 0 \ \text{ otherwise} \\
& \quad\quad B \\
& B
\end{aligned}
$$

bmp =

	1	2	3	4	5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	...

$$
\begin{aligned}
bmm := \ & \text{for } k \in -N..N \\
& \quad \text{for } l \in -N..N \\
& \quad\quad B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow \overline{bpp_{N-k+1,N-l+1}} \ \text{ if } k < 0 \wedge l < 0 \\
& \quad\quad B_{N+k+1,N+l+1} \leftarrow 0 \ \text{ otherwise} \\
& \quad\quad B \\
& B
\end{aligned}
$$

bmm =

	1	2	3	4	5
1	$3.195\cdot10^{-5}$	$8.52\cdot10^{-6}$	$4.798\cdot10^{-5}$	$2.371\cdot10^{-5}$	$8.484\cdot10^{-6}$
2	$8.52\cdot10^{-6}$	$-5.279\cdot10^{-5}$	$-1.667\cdot10^{-5}$	$-8.543\cdot10^{-5}$	$-2.142\cdot10^{-5}$
3	$4.798\cdot10^{-5}$	$-1.667\cdot10^{-5}$	$9.063\cdot10^{-5}$	$2.226\cdot10^{-5}$	$1.375\cdot10^{-4}$
4	$2.371\cdot10^{-5}$	$-8.543\cdot10^{-5}$	$2.226\cdot10^{-5}$	$-1.652\cdot10^{-4}$	$-4.498\cdot10^{-5}$
5	$8.484\cdot10^{-6}$	$-2.142\cdot10^{-5}$	$1.375\cdot10^{-4}$	$-4.498\cdot10^{-5}$	$3.279\cdot10^{-4}$
6	$-2.144\cdot10^{-4}$	$1.007\cdot10^{-4}$	$-5.453\cdot10^{-5}$	$-2.198\cdot10^{-4}$	$6.523\cdot10^{-5}$
7	$-6.463\cdot10^{-4}$	$8.507\cdot10^{-4}$	$-7.753\cdot10^{-4}$	$7.029\cdot10^{-4}$	$-4.886\cdot10^{-6}$
8	$3.995\cdot10^{-4}$	$6.733\cdot10^{-4}$	$-2.628\cdot10^{-3}$	$5.092\cdot10^{-3}$	$-8.468\cdot10^{-3}$
9	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	...

$B := b00 + bpp + bpm + bmp + bmm$

$B =$

	1	2	3	4	5
1	$3.195\cdot10^{-5}$	$8.52\cdot10^{-6}$	$4.798\cdot10^{-5}$	$2.371\cdot10^{-5}$	$8.484\cdot10^{-6}$
2	$8.52\cdot10^{-6}$	$-5.279\cdot10^{-5}$	$-1.667\cdot10^{-5}$	$-8.543\cdot10^{-5}$	$-2.142\cdot10^{-5}$
3	$4.798\cdot10^{-5}$	$-1.667\cdot10^{-5}$	$9.063\cdot10^{-5}$	$2.226\cdot10^{-5}$	$1.375\cdot10^{-4}$
4	$2.371\cdot10^{-5}$	$-8.543\cdot10^{-5}$	$2.226\cdot10^{-5}$	$-1.652\cdot10^{-4}$	$-4.498\cdot10^{-5}$
5	$8.484\cdot10^{-6}$	$-2.142\cdot10^{-5}$	$1.375\cdot10^{-4}$	$-4.498\cdot10^{-5}$	$3.279\cdot10^{-4}$
6	$-2.144\cdot10^{-4}$	$1.007\cdot10^{-4}$	$-5.453\cdot10^{-5}$	$-2.198\cdot10^{-4}$	$6.523\cdot10^{-5}$
7	$-6.463\cdot10^{-4}$	$8.507\cdot10^{-4}$	$-7.753\cdot10^{-4}$	$7.029\cdot10^{-4}$	$-4.886\cdot10^{-6}$
8	$3.995\cdot10^{-4}$	$6.733\cdot10^{-4}$	$-2.628\cdot10^{-3}$	$5.092\cdot10^{-3}$	$-8.468\cdot10^{-3}$
9	$6.699\cdot10^{-4}$	$-2.883\cdot10^{-3}$	$6.359\cdot10^{-3}$	-0.011	0.016
10	$3.995\cdot10^{-4}$	$6.733\cdot10^{-4}$	$-2.628\cdot10^{-3}$	$5.092\cdot10^{-3}$	$-8.468\cdot10^{-3}$
11	$-6.463\cdot10^{-4}$	$8.507\cdot10^{-4}$	$-7.753\cdot10^{-4}$	$7.029\cdot10^{-4}$	$-4.886\cdot10^{-6}$
12	$-2.144\cdot10^{-4}$	$1.007\cdot10^{-4}$	$-5.453\cdot10^{-5}$	$-2.198\cdot10^{-4}$	$6.523\cdot10^{-5}$
13	$8.484\cdot10^{-6}$	$-2.142\cdot10^{-5}$	$1.375\cdot10^{-4}$	$-4.498\cdot10^{-5}$	$3.279\cdot10^{-4}$
14	$2.371\cdot10^{-5}$	$-8.543\cdot10^{-5}$	$2.226\cdot10^{-5}$	$-1.652\cdot10^{-4}$	$-4.498\cdot10^{-5}$
15	$4.798\cdot10^{-5}$	$-1.667\cdot10^{-5}$	$9.063\cdot10^{-5}$	$2.226\cdot10^{-5}$	$1.375\cdot10^{-4}$
16	$8.52\cdot10^{-6}$	$-5.279\cdot10^{-5}$	$-1.667\cdot10^{-5}$	$-8.543\cdot10^{-5}$	...

Сума Фур'є з коефіцієнтами, поданими у вигляді матриці B з урахуванням проекційних даних

$$BSNF(x,y) := \sum_{k=-N}^{N} \sum_{l=-N}^{N} \left\lceil B_{N+k+1,N+l+1} \cdot e^{i\cdot 2\cdot \pi\cdot (k\cdot x + l\cdot y)} \right\rceil$$

Порівняння результатів. Графічна інтерпретація

Задання матриці точних значень функції z=f(x,y) --- ZT

$N1 := 100$

$p := 1..N1 + 1$ $\qquad$ $q := 1..N1 + 1$

$$ZT_{p,q} := f\left(\frac{p-1}{N1}, \frac{q-1}{N1}\right)$$

Задання матриці наближених значень функції -- значень суми Фур'є---BZF

$$BZF_{p,q} := BSNF\left(\frac{p-1}{N1}, \frac{q-1}{N1}\right)$$

з проекційними даними

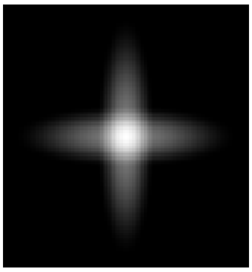
Процедура обнуления отрицательных коэффициенов в матрицах Фурье

$$BZF := \left| \begin{array}{l} \text{for } p \in 1..N1+1 \\ \quad \text{for } q \in 1..N1+1 \\ \quad\quad A_{p,q} \leftarrow \dfrac{BZF_{p,q} + \left|BZF_{p,q}\right|}{2} \\ A \end{array} \right.$$

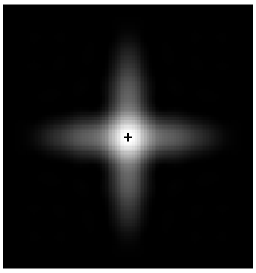
$$KK := \frac{255}{\max(ZT)} = 255$$

коефіцієнт для напівтонового зображення

$\max(ZT) = 1$

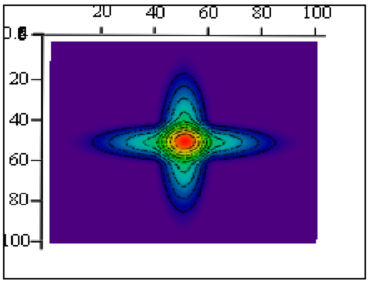


$ZT\cdot KK$



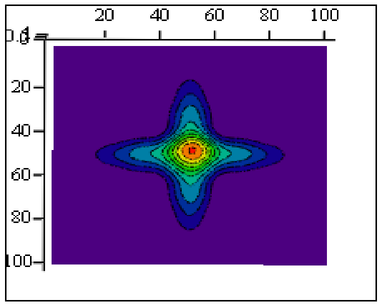
$BZF\cdot KK$

Лінії рівня заданої функції



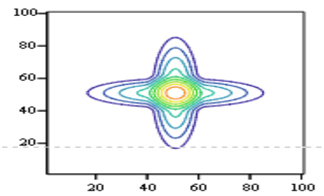
ZT

Лінії рівня відтвореної функції



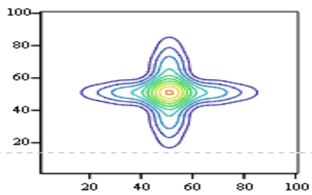
BZF

Лінії рівня заданої функції



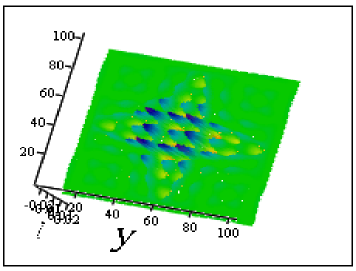
ZT

Лінії рівня відтвореної функції

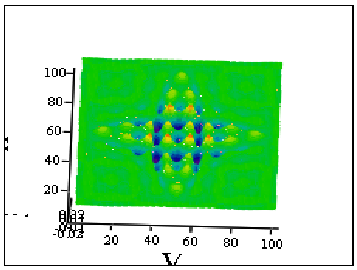


BZF

Зображення похибок від заміни заданої функції відтвореною функцією

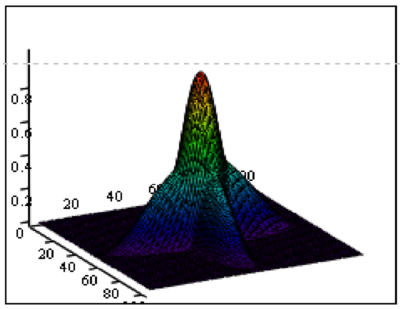


ZT – BZF



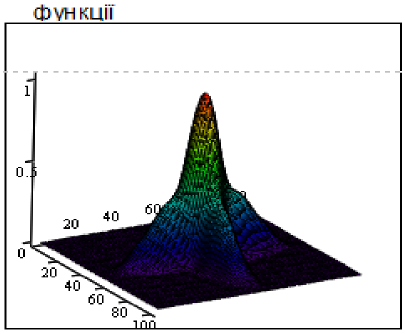
ZT – BZF

Зображення заданої функції



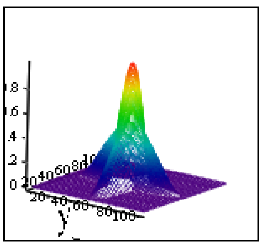
ZT

Зображення відтвореної функції



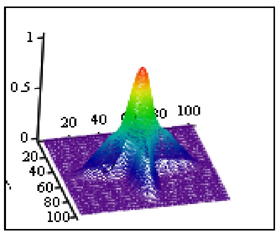
BZF

Зображення заданої функції



ZT

Зображення відтвореної функції



BZF

Порівняння результатів. Кількісні характеристики

Задання таблиці значень функції z=f(x,y)

$N1 := 100$

$p := 1..N1+1 \qquad q := 1..N1+1$

$$ZT_{p,q} := f\left(\frac{p-1}{N1}, \frac{q-1}{N1}\right)$$

Задання таблиці значень суми Фур'є

$$BZF_{p,q} := BSNF\left(\frac{p-1}{N1}, \frac{q-1}{N1}\right)$$

з проекційними даними

Підрахунок похибок від заміни функції сумою Фур'є. *ZT*--матриця точних значень, *BZF* --матриця наближених значень

$\max(ZT - BZF) = 0.021$

$\min(ZT - BZF) = -0.029$

максимум та мінімум різниці між точними та наближеними значеннями функції

$$modtoch := \left| \begin{array}{l} \text{for } p \in 1..N1+1 \\ \quad \text{for } q \in 1..N1+1 \\ \quad\quad A_{p,q} \leftarrow |ZT_{p,q}| \\ A \end{array} \right.$$

матриця модулів точних значень функції

$\cancel{\max(modtoch) = 1}$

$$modrizn := \left| \begin{array}{l} \text{for } p \in 1..N1+1 \\ \quad \text{for } q \in 1..N1+1 \\ \quad\quad A_{p,q} \leftarrow |ZT_{p,q} - BZF_{p,q}| \\ A \end{array} \right.$$

матриця модулів різниць між точними та наближеними значеннями функції

$pogr1 := \max(modrizn) = 0.029$

максимальна по модулю похибка

$$pogr2 := \frac{\max(modrizn)}{\max(modtoch)} = 0.029$$

максимальна відносна похибка

$$pogr3 := \left[\left[\sum_{d=1}^{N1+1}\left[\sum_{h=1}^{N1+1}\left(modrizn_{d,h}\right)^2\right]\right]\cdot\frac{1}{(N1+1)^2}\right]^{\frac{1}{2}} = 4.905\times10^{-3}$$

середньоквадратична похибка

$$pogr4 := \left[\left[\sum_{d=1}^{N1+1}\left[\sum_{h=1}^{N1+1}\left(modrizn_{d,h}\right)\right]\right]\cdot\frac{1}{(N1+1)^2}\right] = 2.96\times10^{-3}$$

середня абсолютна похибка

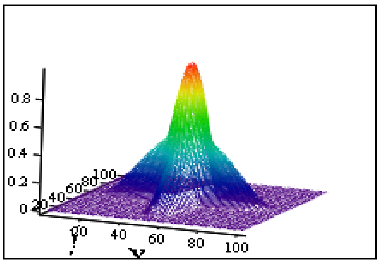
Підрахунок часу роботи програми

$aa =$ ■

$aa1 := time(1) - T = 251.027$ **час роботи програми у секундах**

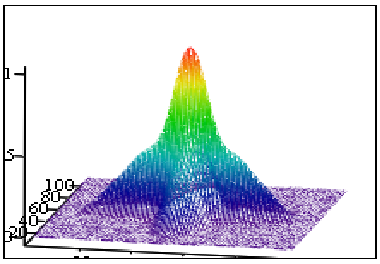
$chas := \frac{aa1}{60}$ float ,3 $\rightarrow 4.18$ **час роботи програми у мінутах**

Зображення заданої функції



ZT

Зображення відтвореної функції



BZF

Повтор заданої початкової інформації

$M = 120$ Число інтервалів розбиття відрізка при використанні проекційних даних

$N = 8$ число, що дає нижній та верхній індекс для суми Фур'є

$NN = 6$ число для використання проекційних даних

$2^{NN+1} = 128$ Число інтервалів розбиття відрізка при використанні проекційних даних

$2 \cdot N + 1 = 17$ порядок матриці коефіцієнтів Фур'є

$(2 \cdot N + 1)^2 = 289$ число доданків у сумі Фур'є

$chas = 4.18$ мінут

$N1 = 100$ Число для побудови матриць значень функції

Різні значення для задання функції

$a7 =$ ■ $b7 =$ ■

ВІДОМІСТЬ АТЕСТАЦІЙНОЇ РОБОТИ

Позначення	Найменування	Дод. відомості
	Текстові документи	
1	Пояснювальна записка	109 с.
2	Презентаційний матеріал	28 с.
	Інші документи	
3	Роздруківки програм	27 с.
4	Рецензія	2 с.
5	Відгук керівника	1 с.

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td colspan="5" rowspan="3">Застосування методу скінченних сум Фур'є для відновлення функцій, заданих у областях з накладаннями</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Змін</td><td>Арк.</td><td>Номер докум.</td><td>Підп.</td><td>Дата</td></tr>
<tr><td colspan="2">Розроб.</td><td>Стародубець А.О.</td><td></td><td></td><td rowspan="4">(Тема роботи)
Відомість атестаційної роботи</td><td colspan="2"></td><td>Аркуш</td><td>Аркушів</td></tr>
<tr><td colspan="2">Перевір.</td><td>Литвин О.Г.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Н. контр.</td><td>Сидоров М.В.</td><td></td><td></td><td colspan="4" rowspan="2">ХНУРЕ
Кафедра ПМ</td></tr>
<tr><td colspan="2">Затв.</td><td>Тевяшев А.Д.</td><td></td><td></td></tr>
</table>