

но различается для разных тестовых распределений. Для критериев второго уровня рекурсии (первичных статистик  $t_1''$ ,  $t_2''$ ,  $t_3''$ ) робастность существенно выше - максимальная вероятность ошибки (на множестве распределений) значительно ниже. В данном случае максимальную мощность и робастность имеет критерий на основе первичной статистики  $t_1''$ , т.е. минимального из  $p$ -значений, полученных для критериев первого уровня. Критерий третьего (в данном случае - последнего) уровня, основанный на статистике  $t_1''$ , также имеет высокую робастность, сопоставимую с робастностью наилучшего из критериев второго уровня ( $t_1''$ ). Общая закономерность - повышение робастности результирующего критерия путем применения рекурсивной схемы. Однако мощность критериев более высокого уровня рекурсии несколько ниже мощности наилучшего (для данного распределения) критерия предыдущего уровня рекурсии. Такое снижение мощности критерия является платой за достижение более высокой робастности.

### Выводы

1. Пермутационные критерии представляют общую методологию синтеза непараметрических критериев, которая позволяет легко синтезировать новые критерии, максимально учитывающие специфику конкретной задачи.
2. Общая схема синтеза пермутационных критериев позволяет легко синтезировать множество критериев для проверки одной гипотезы, каждый из которых обладает максимальной мощностью для одного из возможных классов распределений. При этом возникает проблема корректного агрегирования полученных  $p$ -значений к единому  $p$ -значению.
3. Предложен общий подход к синтезу робастных критериев, основанный на применении множества

критериев к исходным данным и статистически корректном агрегировании результатов к единому  $p$ -значению. Подход основан на рекурсивном применении общей схемы пермутационных критериев. При этом мощность результирующего критерия для любого распределения сравнима с мощностью наилучшего (для данного распределения) первичного критерия.

**Литература:** 1. Хьюбер П. Робастность в статистике. М.: Мир, 1984. 304 с. 2. Устойчивые статистические методы оценки данных / Под ред. Р.Л. Лонера, Г.Н. Уилкинсона. М.: Машиностроение, 1984. 232 с. 3. Корнильев Э.А., Прокопенко И.Г., Чуприн В.М. Устойчивые алгоритмы в автоматизированных системах обработки информации. К.: Техника, 1989. 224 с. 4. Колядин В.Л. Синтез адаптивных робастных оценок на основе техники бутстреп // Радиоэлектроника и информатика. 2001. №4. С.18-22. 5. Кокс Д., Хинкли Д. Теоретическая статистика. М.: Мир, 1978. 560с. 6. Davison A. C., Hinkley D. V. Bootstrap methods and their application. Cambridge: Cambridge University Press, 1997. 582 p. 7. Good P. I. Permutation tests. New York: Springer Verlag, 1994. 286 p. 8. Колядин В.Л. Пермутационные критерии как универсальный непараметрический подход к проверке статистических гипотез // Радиоэлектроника и информатика. 2002. № 3. С. 7-14. 9. Елисеева И.И., Рукавишников В.О. Группировка, корреляция, распознавание образов (Статистические методы классификации и измерения связей). М.: Статистика. 1977. 144 с. 10. Леман Э. Проверка статистических гипотез. М.: Наука, 1979. 408с.

Поступила в редколлегию 08.05.2002

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Костенко П.Ю.

**Колядин Владимир Леонидович**, канд. техн. наук, докторант кафедры авиационно-космических радиотехнических систем Национального аэрокосмического университета "ХАИ". Научные интересы: неклассические методы анализа данных, включая обработку сигналов и изображений. Увлечения и хобби: история и методология науки, теннис. Адрес: Украина, 61129, Харьков, пр. Тракторостроителей, 162-Г, кв.128, тел.14-81-44.

УДК 621.373.826

## ИССЛЕДОВАНИЕ ОТРАЖАТЕЛЬНЫХ СВОЙСТВ ЧИРПИНГОВЫХ ЗЕРКАЛ N- ГО ПОРЯДКА

*ЛЫСАК В.В., СУХОИВАНОВ И.А.*

С помощью метода матрицы переноса исследуются отражательные свойства и проводится оптимизация чирпинговых зеркал различного порядка для получения структуры с минимальным значением дисперсии групповой задержки. Показывается, что наиболее оптимальным решением является использование структур с порядком чирпинга, равным 4.

### Введение

Использование импульсных лазеров с шириной импульса в единицы фемтосекунд ( $\approx 10^{-15}$  с) открывает новые возможности для исследований сверхбыстрых процессов в области физики, технологий, химии, биологии и медицины.

Генерация ультракоротких импульсов достигла такого уровня, когда стандартные зеркала Брэгга ограничивают ширину импульса лазеров [1]. Для формирования ультракоротких импульсов используют модуляторы с синхронизацией мод на ячейке Керра и полупроводниковые насыщающиеся затворы (SESAM от англ. *semiconductor saturable absorber mirrors*) [2], а для уменьшения ширины импульса - несимметричные зеркала Брэгга, в которых толщина слоев с высоким показателем преломления изменяется по определенному закону от слоя к слою, или чирпинговые зеркала (СМ - *chirping mirrors*).

В работе [2] для генерации импульсов менее 10 фс использовались зеркала чирпингом 2-го порядка (DCM - *double chirping mirrors*). Последующее уменьшение импульса возможно за счет уменьшения оптического пути зеркал Брэгга. В работах [3, 4] представлена теория и аналитическая конструкция DCM, однако в них изменялась толщина только области с высоким показателем преломления.

## 1. Теория

В этой работе мы исследовали чирпинговые зеркала с изменением толщины слоев с высоким и низким показателями преломления, а также с различными значениями порядка чирпинга.

Для решения стационарных задач периодических структур (определение коэффициента отражения и преломления) наиболее распространенным является метод матрицы переноса. При этом значения падающей волны  $A$  и отраженной волны  $B$  описываются выражением [4]:

$$\frac{d}{dz} \begin{pmatrix} A(z) \\ B(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i\beta & -ik e^{-iKz} \\ ik e^{iKz} & i\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A(z) \\ B(z) \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где  $K = 2\pi/\Lambda$  – волновой вектор одного периода решетки Брэгга;  $\beta = kn_{\text{eff}}$  – эффективный волновой вектор периодической структуры;  $k = 2\pi/\lambda$  – волновой вектор распространения волны длиной  $\lambda$  в вакууме;  $n_{\text{eff}}$  – эффективный коэффициент преломления;  $k$  – коэффициент первого порядка ряда Ферми для одного периода решетки. Эффективный коэффициент преломления определяется из выражения [4]:

$$\Lambda n_{\text{eff}} = n_h d_h + n_l d_l. \quad (2)$$

Решение уравнений связанных мод между точками  $z = 0$  (начало структуры) и  $z = L$  (конец структуры) приводит к решению матрицы переноса для решетки Брэгга [5]:

$$\begin{pmatrix} A(0) \\ B(0) \end{pmatrix} = M(0,L) \begin{pmatrix} A(L) \\ B(L) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

здесь  $L$  – толщина структуры;  $A$  и  $B$  – право- и левонаправленные волны соответственно. Схематически профиль коэффициента преломления периодической структуры представлен на рис. 1.

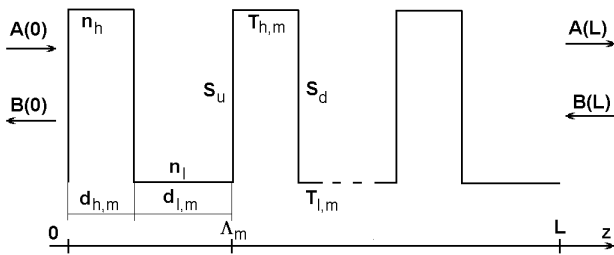


Рис. 1. Прямоугольный профиль коэффициента преломления периодической несимметричной структуры

Матрица переноса  $M$  представляет собой произведение матриц для каждого отдельного периода:

$$M(0,L) = \prod_{m=1}^{N-1} M(\Lambda_m, \Lambda_{m+1}), \quad (4)$$

$$M(\Lambda_m, \Lambda_{m+1}) = T_{l,m} \cdot S_u \cdot T_{h,m} \cdot S_d, \quad (5)$$

где  $T_h$  и  $T_l$  – матрицы, описывающие распространение волны в слоях с высоким и низким показателями преломления соответственно;  $S_u$  и  $S_d$  – матрицы Френеля, описывающие переход от слоя с меньшим к слою с большим и от слоя с большим к слою с меньшим показателем преломления, соответственно:

$$T_{h,m} = \begin{pmatrix} e^{i\phi_{h,m}} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi_{h,m}} \end{pmatrix},$$

$$T_{l,m} = \begin{pmatrix} e^{i\phi_{l,m}} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi_{l,m}} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$$S_u = \frac{1}{2\sqrt{n_h n_l}} \begin{pmatrix} n_h + n_l & n_l - n_h \\ n_l - n_h & n_h + n_l \end{pmatrix},$$

$$S_d = \frac{1}{2\sqrt{n_h n_l}} \begin{pmatrix} n_h + n_l & n_h - n_l \\ n_h - n_l & n_h + n_l \end{pmatrix},$$

где  $\phi_{h,m}, \phi_{l,m}, d_{h,m}, d_{l,m}$  – фаза и толщина слоя с высоким и низким показателями преломления для  $m$ -го периода соответственно;  $N$  – количество периодов чирпинговых слоев;  $o_{\text{ch}}$  – порядок чирпинга:

$$\phi_{h,m} = kn_h d_{h,m}, \quad \phi_{l,m} = kn_l d_{l,m}, \quad (7)$$

$$d_{h,m} = (m/N)^{o_{\text{ch}}} \lambda_B / (4\pi n_h), \quad (8)$$

$$d_{l,m} = (m/N)^{o_{\text{ch}}} \lambda_B / (4\pi n_l).$$

Комплексный коэффициент отражения  $r_m$  периодической структуры для волны, падающей с левой ее стороны, представляет собой отношение отраженной волны  $B(0)$  к падающей волне  $A(0)$  и записывается в виде:

$$r_m = \frac{B(0)}{A(0)} = \frac{M_{21}}{M_{11}} = \sqrt{R} e^{i\Phi}, \quad (9)$$

здесь  $R$  и  $\Phi$  – амплитуда и фаза отражения соответственно.

Групповая задержка (**GD - group delay**) чирпинговых зеркал описывает дисперсию фазовой составляющей комплексного отражения и равна

$$GD(\lambda) = -\partial\Phi / \partial\lambda. \quad (10)$$

Дисперсия групповой задержки (**GDD - group delay dispersion**) описывает дисперсию групповой задержки и определяется выражением:

$$GDD(\lambda) = \partial GD(\lambda) / \partial\lambda. \quad (11)$$

Для уменьшения ширины импульса необходимо получать структуры с отрицательным значением **GDD**, которые позволяют ускорять задний фронт импульса и тормозить передний.

## 2. Результаты вычислений

В этом случае мы использовали структуру симметричного периодического зеркала из [1]. Материалы решетки  $TiO_2$  с показателем преломления  $n_h = 2,5$  и  $SiO_2$  с показателем преломления  $n_l = 1,5$ . Длина волны Брэгга для такой структуры  $\lambda_B = 800$  nm.

В нашем случае структура состоит из 25 пар. Толщина слоев с большим и меньшим показателями преломления первых 12 пар изменяется по закону (8). Следующие 13 пар представляют собой стандартное четвертьволновое зеркало Брэгга. Это необходимо для получения максимального диапазона длин волн с максимальным коэффициентом отражения.

На рис. 2 представлены зависимости амплитуды отражения  $R$  от длины падающей волны для случая симметричного зеркала (пунктирная линия) и когда первые 12 пар решетки изменяются по закону (8) с порядком чирпинга  $o_{ch} = 2$  (DCM). Как видно из рис. 2, область максимального коэффициента отражения для обоих случаев одинакова, однако для DCM характерно увеличение коэффициента отражения в области коротких длин волн (сплошная линия).

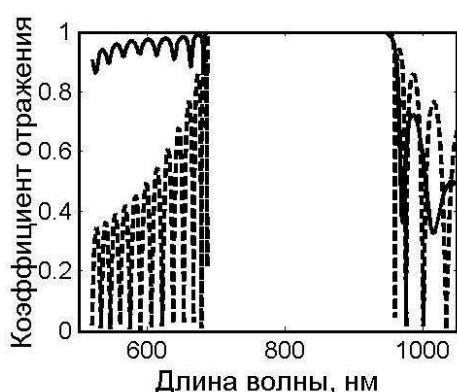


Рис. 2. Зависимости амплитуды коэффициента отражения  $R$  от длины падающей волны для симметричного зеркала (пунктирная линия) и зеркала с двойным чирпингом (сплошная линия)

На рис. 3, 4 и 5 показано изменение коэффициента отражения в зависимости от количества пар для первых 12 пар симметричного зеркала и зеркал второго и четвертого порядка чирпинга соответственно.

Темная область в левой части рисунков соответствует показателю коэффициента отражения, близкому к нулю, светлая полоса в середине — значение  $R=0,5$ , темная полоса в правой части — значение  $R=1$ .

Как видно из рис. 3-5, при малых значениях количества пар решетки имеет место низкий коэффициент отражения, а при увеличении пар — наличие зоны высокого значения коэффициента отражения, которая расположена в области длины волны  $\lambda_B$ .

Если для симметричных периодических зеркал имеет место симметричное распределение коэффициента отражения, то для зеркал второго и четвертого порядков наблюдается явная асимметрия спектра коэффициента отражения, что связано с нарушением симметричности периодической структуры зеркала. При использовании чирпинговых зеркал увеличение толщины слоя с большим показателем преломления происходит от слоя к слою. При этом излучение с большей длиной волны проходит

глубже в слой, чем излучение с меньшей длиной волны. Этот эффект называется синим смещением и хорошо заметен на рис. 5.

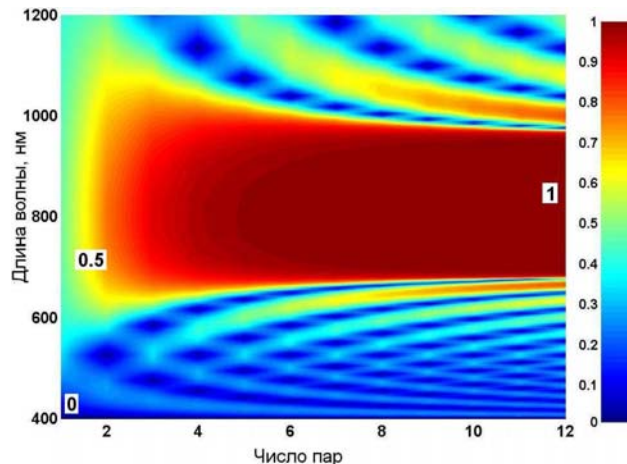


Рис. 3. Спектр коэффициента отражения при изменении количества пар симметричного зеркала

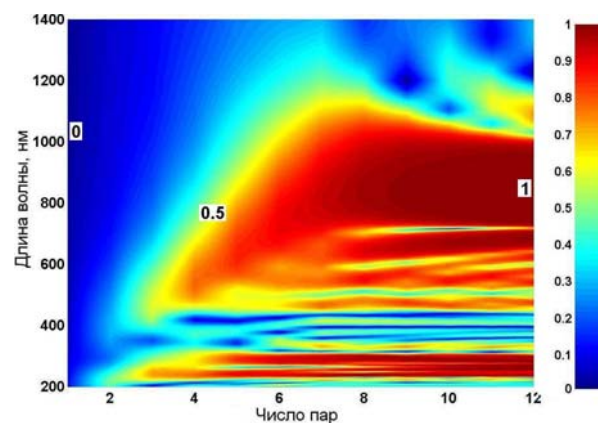


Рис. 4. Спектр коэффициента отражения при изменении количества пар зеркала с двойным чирпингом

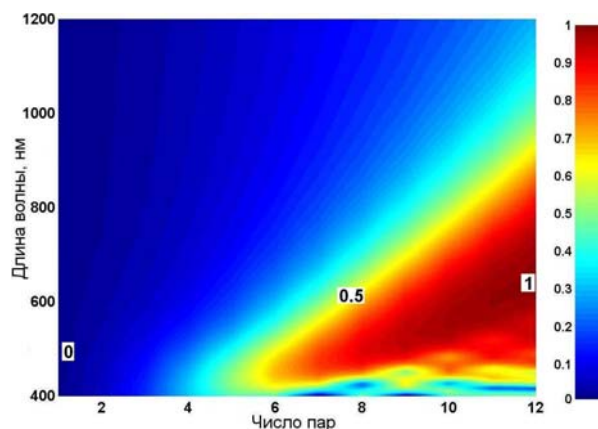


Рис. 5. Спектр коэффициента отражения при изменении количества пар зеркала с чирпингом четвертого порядка

При увеличении количества пар толщина слоя с большим показателем преломления увеличивается, что приводит к смещению максимума коэффициента отражения к длине волны Брэгга.

На рис. 6 и 7 показаны зависимости соответственно групповой задержки (GD) и дисперсии групповой задержки (GDD) от оптической длины волны в области высоких значений показателя коэффициента отражения при различных значениях  $o_{ch}$ .

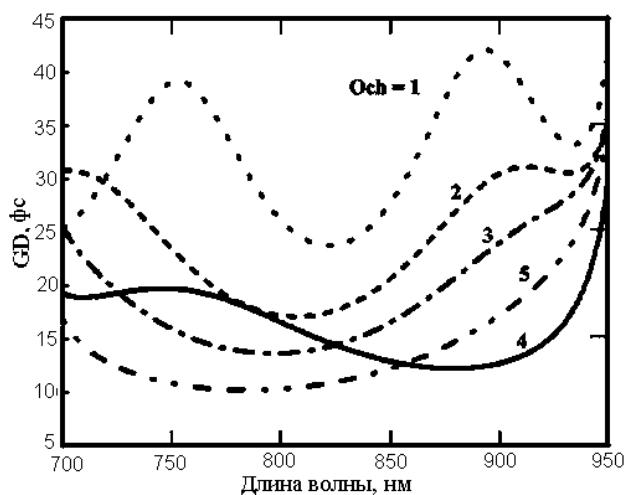


Рис. 6. Зависимость групповой задержки от длины волны при различных значениях порядка дисперсии  $o_{ch}$

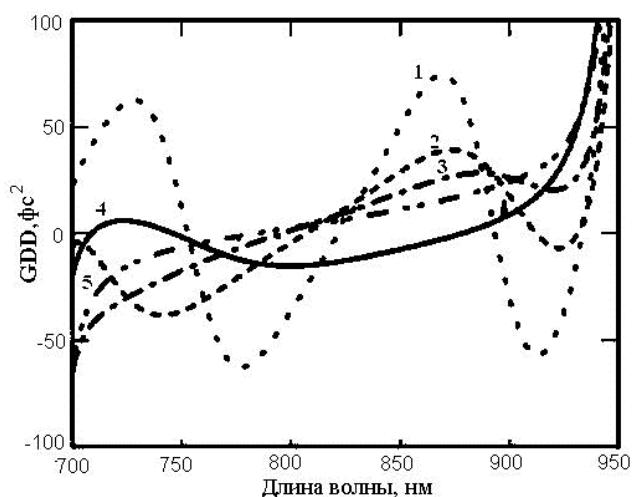


Рис. 7. Зависимость дисперсии групповой задержки от длины волны при различных значениях порядка дисперсии  $o_{ch}$

Точками представлена зависимость для  $o_{ch} = 1$ , штриховой линией – для  $o_{ch} = 2$ , штрих-пунктирной  $o_{ch} = 3$ ; сплошной линией –  $o_{ch} = 4$  и двуштрих-пунктирной –  $o_{ch} = 5$ . Как видно из рис.6,7, при увеличении порядка чирпинга структуры наблюдается сглаживание колебаний групповой задержки в области длин волн 700 – 950 нм. При этом для зеркала с  $o_{ch} = 4$  на длине волны Брэгга наблюдается плавное и равномерное снижение GD. Это приводит к уширению спектра сигнала, а следовательно, к сужению импульса во временном интервале.

Рис. 7 показывает, что для чирпинговых зеркал 2-го и 3-го порядков на длине волны Брэгга  $GDD$  равна нулю, а для 4-го порядка отрицательна и постоянна с абсолютным значением  $16,7 fs^2$ .

## Выводы

С помощью метода матрицы переноса проведено исследование отражательных свойств чирпинговых зеркал N- порядка с изменением толщины слоев с высоким и низким показателями преломления. Результаты показали, что при изменении периодичности зеркал изменяется симметричность спектра коэффициента отражения и наблюдается смещение максимума в сторону меньших длин волн. При исследовании чирпинговых зеркал высокого порядка показано, что отрицательную и постоянную дисперсию групповой задержки с абсолютным значением  $16,7 fs^2$  имеют зеркала с четвертым порядком чирпинга. Полученные результаты позволят в дальнейшем исследовать особенности распространения пучка света в несимметричных периодических структурах и отражения импульса от зеркал нового типа.

**Литература:** 1. *Kaertner F. X., Matuschek N., Schibli T. R., Keller U., Haus H.A., Heine C., Morf R., Scheuer V., Tilsch M., Tschudi T.* Design and fabrication of double-chirped mirrors // *Optics Letters*. 1997. Vol. 22, N 11. P. 831-833. 2. *Shutter D. H., Jung I. D., Kaertner F. X., et al.* Self-starting 6.5-fs pulses from Ti:Sapphire laser using a semiconductor saturable absorber and double-chirped mirrors // *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*. 1998. Vol. 4, N 2. P. 169 – 177. 3. *Gale G. M., Hache F., Cavallari M* Broadbandwidth parametric amplification in the visible: femtosecond experiments and simulation // *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*. 1998. Vol. 4, N 2. P. 224-229. 4. *Morgner U. Ell R., Schibli T.R., Wagenblast P., Kaertner F. X., Fujimoto J. G., Ippen E.P., Scheuer V., Angelow G., Tschudi T.* Double-chirped mirror pairs covering one octave of bandwidth // *Proceedings of International Conference CLEO'00*. 2000. **CMB2**. 5. *Matuschek N., Kaertner F.X. and Keller U.* Theory of double-chirping mirrors // *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*. 1998. Vol. 4. No. 2. P. 197 – 208. 6. *Matuschek N., Kaertner F. X. and Keller U.* Analytical design of double-chirped mirrors with custom-tailored dispersion characteristics // *IEEE Journal of Quantum Electronics*. 1999. Vol. 35, N 2. P. 129 – 137. 7. *Brovelli L. R., Keller U.* Simple analytical expression for the reflectivity and the penetration depth of a Bragg mirror between arbitrary media // *Optical Communications*. 1995. Vol. 116, N 5. P. 343-350.

Поступила в редколлегию 20.05.2002

**Рецензент:** д-р физ.-мат. наук, проф. Свич В.А.

**Лысак Владимир Валериевич**, канд. физ.-мат. наук, ст. преподаватель кафедры физических основ электронной техники ХНУРЭ, член IEEE LEOS с 2002г. Научные интересы: волоконно-оптические системы передачи данных, фотонные кристаллы, системы формирования сверхкоротких импульсов, методы моделирования динамического поведения полупроводниковых лазеров на основе наноразмерных структур. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14.

**Сухоиванов Игорь Александрович**, профессор кафедры физических основ электронной техники ХНУРЭ, руководитель научно-учебной лаборатории “Фотоника”, председатель Украинского отделения общества лазерной и оптоэлектронной техники международного института инженеров электронной техники (IEEE LEOS). Senior Member IEEE. Научные интересы: волоконно-оптические технологии, полупроводниковые квантоворазмерные лазеры и усилители, фотонные кристаллы и методы их моделирования. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14.