

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЧАСТОТЫ В СФЕРИЧЕСКОМ РЕЗОНАТОРЕ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ВО ВРЕМЕНИ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Введение

Огромный интерес к микро- и наноразмерным оптическим резонаторам вызван, прежде всего, их высокой добротностью и избирательной способностью по частоте, что находит им применение в высокоэффективных фильтрах и биосенсорах [1 – 2]. Применение накачки активных зон привело к их использованию в оптических лазерах с очень низким порогом генерации [3]. Именно такие лазеры рассматриваются сейчас как наиболее перспективные источники терагерцевых волн, а также источники одиночных фотонов.

Оптические резонаторы в простейшем случае имеют форму тонкого диска, кольца или сферы. В таких открытых резонаторах возможно возбуждение колебаний типа шепчущей галереи (ШГ), при котором волна отражается от границы за счет эффекта полного внутреннего отражения. В связи с тем, что волна почти не покидает резонатор, добротность таких колебаний чрезвычайно высока. Интересными свойствами также обладают оптические системы, состоящие из кластеров таких резонаторов (фотонные молекулы [4], оптические волноводы из связанных резонаторов [5]).

Динамические резонаторы и фотонные системы, в которых при помощи воздействия стороннего поля возможен контроль параметров материала, представляют еще большие возможности для их использования в устройствах всеоптического переключения, перенастраиваемых фильтрах и системах замедления и остановки света [6, 7].

Изменение во времени диэлектрической проницаемости на практике может быть реализовано, например, лазерной накачкой, приложением напряжения [8], ионизацией [9] или изменением температурного режима [10].

Известно, что изменение показателя преломления неограниченной среды ведет к преобразованию частоты и амплитуды первичного поля [11]. Смещение частоты наблюдается также при изменении показателя преломления в волноведущих [12] и резонансных структурах [13] (тонкий диск), [14] (полость в фотонном кристалле). Величина сдвига и детали переходного процесса зависят от геометрии структуры.

В данной работе теоретически исследуется трехмерная задача преобразования волны ШГ, которая возбуждена в сферическом резонаторе, в результате скачкообразного изменения во времени показателя преломления. Преобразование плоской электромагнитной волны при падении на сферу со скачкообразным изменением во времени диэлектрической проницаемости рассматривалось авторами в работах [15, 16].

Предположение скачкообразного изменения проницаемости позволяет построить аналитическое решение в виде преобразования Лапласа, обратное преобразование которого наглядно представляет связь пространственных и временных изменений поля, оценить длительность переходного процесса и выявить особенности установившегося режима.

Колебания ШГ в сферическом резонаторе

Исследуем вначале собственные колебания сферического резонатора, т.е. поля, которые могут существовать в отсутствие внешнего источника. Рассмотрим сферу радиуса a , среда внутри которой характеризуется диэлектрической проницаемостью ϵ_1 и магнитной проницаемостью μ_1 , снаружи – вакуум. Зависимость электромагнитного поля от времени $e^{i\omega t}$. Введем сферическую систему координат (r, θ, φ) . Будем искать решения однородного волнового уравнения

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{U} - \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \omega^2 \vec{U} = 0, \quad (1)$$

где \vec{U} представляет собой вектор электрического \vec{E} или магнитного поля \vec{H} .

Представим решение этих уравнений как суперпозицию двух линейно независимых полей

$$\vec{E} = \vec{E}^e + \vec{E}^m, \quad \vec{H} = \vec{H}^e + \vec{H}^m \quad (2)$$

Для \vec{E}^e, \vec{H}^e (ТМ-волна, поперечно-магнитная волна) радиальная компонента магнитного поля обращается в ноль ($H_r^e = 0$), для \vec{E}^m, \vec{H}^m (ТЕ-волна, поперечно-электрическая волна) радиальная компонента электрического поля равна нулю ($E_r^m = 0$). Решение будем искать в виде:

ТМ-поле

$$H_r^e = 0; \quad H_\theta^e = i\omega\varepsilon_0\varepsilon_1 \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial Y_{mn}}{\partial\varphi} j_n(k_1 r) \cdot A^e; \quad H_\varphi^e = -i\omega\varepsilon_0\varepsilon_1 \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial Y_{mn}}{\partial\theta} j_n(k_1 r) \cdot A^e; \quad (r < a); \quad (3)$$

$$H_r^e = 0; \quad H_\theta^e = i\omega\varepsilon_0 \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial Y_{mn}}{\partial\varphi} h_n^{(2)}(kr) \cdot B^e; \quad H_\varphi^e = -i\omega\varepsilon_0 \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial Y_{mn}}{\partial\theta} h_n^{(2)}(kr) \cdot B^e; \quad (r > a). \quad (4)$$

Здесь $j_n(k_1 r), h_n^{(2)}(kr)$ – сферические функции Бесселя; $k = \omega/c, k_1 = \omega/v_1 = \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \omega/c$; $Y_{mn} = P_n^{(m)}(\cos\theta) \cos(n\varphi), P_n^{(m)}(\cos\theta)$ – присоединенные функции Лежандра ($m = 0, \dots, n$).

Аналогично, ТЕ-поле

$$E_r^m = 0; \quad E_\theta^m = -i\omega\mu_0\mu_1 \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial Y_{mn}}{\partial\varphi} j_n(k_1 r) \cdot A^m; \quad E_\varphi^m = i\omega\mu_0\mu_1 \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial Y_{mn}}{\partial\theta} j_n(k_1 r) \cdot A^m; \quad (r < a) \quad (5)$$

$$E_r^m = 0; \quad E_\theta^m = -i\omega\mu_0 \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial Y_{mn}}{\partial\varphi} h_n^{(2)}(k_0 r) \cdot B^m; \quad E_\varphi^m = i\omega\mu_0 \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial Y_{mn}}{\partial\theta} h_n^{(2)}(k_0 r) \cdot B^m; \quad (r > a) \quad (6)$$

Неизвестные коэффициенты $A^{e,m}$ и $B^{e,m}$ находим из условия непрерывности тангенциальных компонент поля. Для этого недостающие компоненты поля находим из уравнений Максвелла и приравниваем полученные выражения на границе. Опуская вывод выражений, приводим конечные результаты:

$$A^e = \frac{h_n^{(2)}(ka)}{\varepsilon_1 j_n(k_1 a)} B^e; \quad A^m = \frac{h_n^{(2)}(ka)}{\mu_1 j_n(k_1 a)} B^m.$$

Дисперсионные соотношения имеют вид:

$$TM: [(k_1 a) \cdot j_n(k_1 a)]' \cdot h_n^{(2)}(ka) = [(ka) \cdot h_n^{(2)}(ka)]' \cdot \varepsilon_1 j_n(k_1 a), \quad (7)$$

$$TE: [(k_1 a) \cdot j_n(k_1 a)]' \cdot h_n^{(2)}(ka) = [(ka) \cdot h_n^{(2)}(ka)]' \cdot \mu_1 j_n(k_1 a). \quad (8)$$

Штрих здесь означает производную по аргументу. Выражения, приведенные выше, описывают поля, четные по углу φ (функции Y_{mn} содержат только $\cos(n\varphi)$). Для случая нечетных по φ полей ($\sin(n\varphi)$ в Y_{mn}) дисперсионные соотношения (7) – (8) имеют тот же вид. Это свойство называется вырождением по частоте.

Уравнения (7) – (8) имеют бесконечное множество решений, образующих дискретный ряд собственных значений. Собственные колебания характеризуются числом вариаций поля вдоль радиуса (s), числом вариаций по полярному углу (n) и числом вариаций по азимутальному углу (m). Собственным ТМ и ТЕ колебаниям присуще n -кратное частотное вырождение по азимутальному индексу m . Это означает, что моды с одним и тем же радиальным индексом s и полярным индексом n , но разными азимутальными индексами m , имеют одни и те же частоты, но различные пространственные распределения полей. Наибольший интерес представляют колебания ШГ, с наименьшим модовым объемом, которые характеризуются

значениями $s = 1$ и $m = n$. Волна шепчущей галереи может быть изображена, как волна, распространяющаяся вдоль экватора сферы, многократно отражающаяся от ее внутренней поверхности. Все решения уравнений (7) – (8) комплекснозначны. Если представить корень уравнения (7) или (8) в виде $ka = w' + iw''$, то добротность можно рассчитать по формуле $Q = w'/(2w'')$. Волны ШГ характеризуются наибольшей добротностью.

На рис. 1 представлено распределение полей для некоторых типов собственных колебаний.

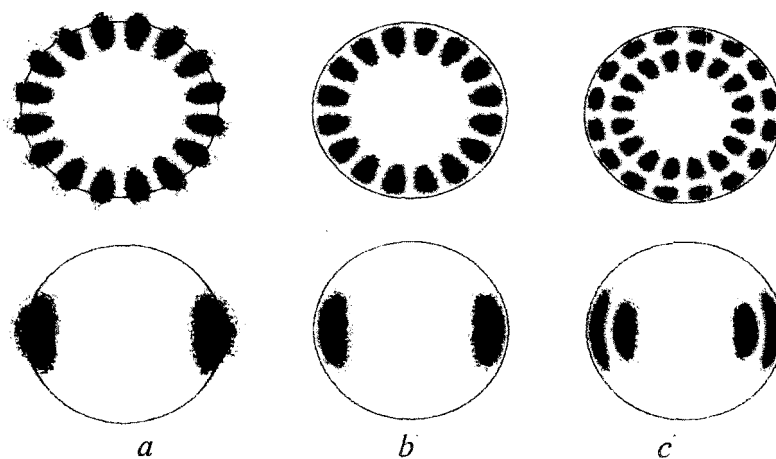


Рис. 1. Пространственное распределение некоторых типов собственных колебаний. Верхний ряд представляет сечение меридианальной плоскостью, нижний – экваториальной: *a* – ТЕ волна ($s = 1, m = n = 8$), *b* – ТМ волна ($s = 1, m = n = 8$), *c* – ТМ волна ($s = 2, m = n = 8$).

Преобразование моды ШГ в результате скачка диэлектрической проницаемости внутри сферы

Далее будем рассматривать немагнитные среды ($\mu_1 = 1$). Предположим, что в некоторый момент времени $t^* < 0$, в сфере установилась волна ШГ. Допустим, что в нулевой момент времени под действием сторонних источников диэлектрическая проницаемость внутри сферы изменяется от значения ε_1 до значения ε_2 . Решение задачи получено аналитически путем решения начально-краевой задачи с применением преобразования Лапласа. Опуская промежуточные вычисления, произведенные стандартным способом, приведем только окончательные выражения для полей в виде преобразования Лапласа. Решение представимо в виде

$$\vec{U}_{total} = \vec{U}_{init} + \vec{U}_{bound} \quad (9)$$

Первое слагаемое – решение начальной задачи, второе соответствует влиянию границы.

Решение начальной задачи [15, 16]:

ТМ-поле (магнитная составляющая):

$$H_r^e = 0; H_\theta^e = \frac{\partial Y_{mn}}{\partial \varphi} M^e; H_\varphi^e = -\frac{\partial Y_{mn}}{\partial \theta} M^e; M^e = i\omega\varepsilon_0\varepsilon_1 A^e \frac{j_n(k_1 r)}{\sin \theta} \frac{pv_1^2 + i\omega v_2^2}{p^2 v_1^2 + \omega^2 v_2^2} e^{-i\omega t^*}; (r < a) \quad (10)$$

$$H_r^e = 0; H_\theta^e = \frac{\partial Y_{mn}}{\partial \varphi} N^e; H_\varphi^e = -\frac{\partial Y_{mn}}{\partial \theta} N^e; N^e = i\omega\varepsilon_0 B^e \frac{h_n^{(2)}(kr)}{\sin \theta} \frac{e^{-i\omega t^*}}{p - i\omega}; (r > a) \quad (11)$$

ТЕ-поле (электрическая составляющая):

$$E_r^m = 0; E_\theta^m = -\frac{\partial Y_{mn}}{\partial \varphi} M^m; E_\varphi^m = \frac{\partial Y_{mn}}{\partial \theta} M^m; M^m = i\omega\mu_0 A^m \frac{j_n(k_1 r)}{\sin \theta} \frac{v_2^2(p + i\omega_0)}{p^2 v_1^2 + \omega_0^2 v_2^2} e^{-i\omega_0 t^*}; (r < a) \quad (12)$$

$$E_r^m = 0; E_\theta = -\frac{\partial Y_{mn}}{\partial \varphi} N^m; E_\varphi = \frac{\partial Y_{mn}}{\partial \theta} N^m; N^m = i\omega\mu_0 B^m \frac{h_n^{(2)}(kr)}{\sin \theta} \frac{e^{-i\omega_0 r^*}}{p - i\omega_0}; (r > a) \quad (13)$$

Решение граничной задачи [15, 16]:

ТЕ-поле (электрическая составляющая)

$$E_r^m = 0; E_\theta^m = -\frac{\partial Y_{mn}}{\partial \varphi} C^m; E_\varphi^m = \frac{\partial Y_{mn}}{\partial \theta} C^m; (r < a), \quad (14)$$

$$E_r^m = 0; E_\theta^m = -\frac{\partial Y_{mn}}{\partial \varphi} D^m; E_\varphi^m = \frac{\partial Y_{mn}}{\partial \theta} D^m; (r > a), \quad (15)$$

$$C^m(p) = i\omega\mu_0 A^m e^{-i\omega_0 r^*} \frac{j_n(-i\sqrt{\varepsilon_2}qr)}{\sin \theta} \frac{\partial Y_{mn}}{\partial \varphi} \frac{p^2(v_1^2 - v_2^2)}{(p - i\omega_0)(p^2 v_1^2 + \omega_0^2 v_2^2)} \times \frac{[(k_1 a) \cdot j_n(k_1 a)]' h_n^{(2)}(-iqa) - j_n(k_1 a) [(-iqa) h_n^{(2)}(-iqa)]'}{[(k_1 a) \cdot j_n(k_1 a)]' h_n^{(2)}(-iqa) - j_n(k_1 a) [(-iqa) h_n^{(2)}(-iqa)]'} \quad (16)$$

$$D^m(p) = i\omega\mu_0 A^m e^{-i\omega_0 r^*} \frac{h_n^{(2)}(-iqr)}{\sin \theta} \frac{p^2(v_1^2 - v_2^2)}{(p - i\omega_0)(p^2 v_1^2 + \omega_0^2 v_2^2)} \times \frac{j_n(-i\sqrt{\varepsilon_2}qa) [(k_1 a) \cdot j_n(k_1 a)]' - [(-i\sqrt{\varepsilon_2}qa) \cdot j_n(-i\sqrt{\varepsilon_2}qa)]' j_n(k_1 a)}{[(k_1 a) \cdot j_n(k_1 a)]' h_n^{(2)}(-iqa) - j_n(k_1 a) [(-iqa) h_n^{(2)}(-iqa)]'} \quad (17)$$

Здесь $q = p/c$.

ТМ-поле (магнитная составляющая):

$$H_r^e = 0; H_\theta^e = -\frac{\partial Y_{mn}}{\partial \varphi} C^e; H_\varphi^e = \frac{\partial Y_{mn}}{\partial \theta} C^e; (r < a), \quad (18)$$

$$H_r^e = 0; H_\theta^e = -\frac{\partial Y_{mn}}{\partial \varphi} D^e; H_\varphi^e = \frac{\partial Y_{mn}}{\partial \theta} D^e; (r > a), \quad (19)$$

$$C^e = A \cdot e^{-i\omega_0 r^*} \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 p (v_1^2 - v_2^2)}{(p - i\omega_0)(p^2 v_1^2 + \omega_0^2 v_2^2)} \frac{j_n(-i\sqrt{\varepsilon_2}qr)}{\sin \theta} \times \frac{p^2 [(k_1 a) \cdot j_n(k_1 a)]' h_n^{(2)}(-iqa) + \varepsilon_1 \omega_0^2 j_n(k_1 a) [(-iqa) h_n^{(2)}(-iqa)]'}{[(k_1 a) \cdot j_n(k_1 a)]' h_n^{(2)}(-iqa) - \varepsilon_2 [(-iqa) h_n^{(2)}(-iqa)]' j_n(-i\sqrt{\varepsilon_2}qa)} \quad (20)$$

$$D^e = A \cdot e^{-i\omega_0 r^*} \frac{\varepsilon_0 p (v_1^2 - v_2^2)}{(p - i\omega_0)(p^2 v_1^2 + \omega_0^2 v_2^2)} \frac{h_n^{(2)}(-iqr)}{\sin \theta} \times \frac{\varepsilon_2 p^2 [(k_1 a) \cdot j_n(k_1 a)]' j_n(-i\sqrt{\varepsilon_2}qa) + \varepsilon_1 \omega_0^2 j_n(k_1 a) [(-i\sqrt{\varepsilon_2}qa) \cdot j_n(-i\sqrt{\varepsilon_2}qa)]'}{[(k_1 a) \cdot j_n(k_1 a)]' h_n^{(2)}(-iqa) - \varepsilon_2 [(-iqa) h_n^{(2)}(-iqa)]' j_n(-i\sqrt{\varepsilon_2}qa)} \quad (21)$$

Обратное преобразование во временную область находим по формуле Меллина

$W(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} L(p) e^{pt} dp$. Выражения (10) – (21) имеют простые полюса в точках $p = i\omega_0$, $p = i\omega_0 v_2/v_1$, а также в нулях знаменателей выражений (16), (20), которые при замене

$p = i\omega_0$ совпадают с дисперсионными соотношениями (7), (8) и определяют собственные колебания сферического резонатора при новом значении показателя преломления.

Полное поле описывается суммой вычетов во всех особых точках и интегралом вдоль разреза, который проходит вдоль отрицательной полуоси $\text{Re}(p)$ комплексной плоскости. Волны, соответствующие вычетам в полюсах $p = i\omega_0$ и $p = i\omega_0 v_2/v_1$, как показано в [15], существуют только в течение короткого переходного интервала времени, так что в установившемся режиме компоненты с такими частотами отсутствуют.

Результаты и обсуждение

На рис. 2 представлен спектр ТЕ-поляризованной волны до скачка проницаемости (штриховая линия) и после (сплошная линия). По горизонтальной оси – действительная часть нормированной частоты (ka). Показатель преломления меняется от величины $n_1 = \sqrt{\varepsilon_1} = 3.4$ до величины $n_2 = \sqrt{\varepsilon_2} = 3.37$. Такой большой скачок проницаемости на практике пока не достигим, но он используется здесь, чтобы более наглядно проследить динамику явлений.

Первичное поле – волна ШГ ($s = 1, m = n = 8, ka = 3.406442 + 3.4 \cdot 10^{-6}i$). Точка наблюдения имеет координаты: $r/a = 0.6; \varphi = 0; \theta = \pi/2$.

Очевидно смещение частоты в сторону ее увеличения, вызванное уменьшением показателя преломления, а также появлением дополнительного пика (на вставке – его увеличенное изображение). Первый пик соответствует волне ШГ ($s = 1, m = n = 8$) в резонаторе с новым значением показателя преломления ($ka = 3.436317 + 3.9 \cdot 10^{-6}i$), следующий пик соответствует моде ($s = 2, m = n = 8, ka = 4.546622 + 1.8 \cdot 10^{-4}i$). Если продолжить горизонтальную ось вправо, то будут наблюдаться небольшие дополнительные пики, соответствующие модам с индексами $s = 3, 4, \dots$ и т.д., т.е. при скачке проницаемости возбуждается целый спектр собственных колебаний с различной радиальной зависимостью. Число вариаций по полярному углу n и по азимутальному углу m сохраняются. Однако амплитуды этих колебаний чрезвычайно малы по сравнению с амплитудой волны ШГ. Т.е. можем заключить, что при скачке проницаемости волна ШГ преобразуется в волну ШГ резонатора с новым показателем преломления. При этом наблюдается сдвиг частоты.

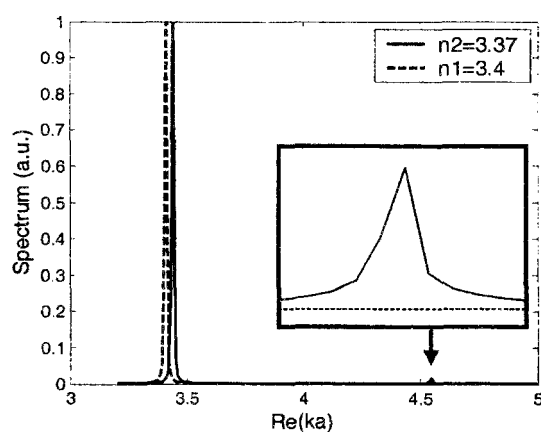


Рис. 2. Нормированная спектральная плотность ТЕ-поляризованной волны до скачка проницаемости (штриховая линия) и после (сплошная линия)

Для того чтобы оценить продолжительность переходного периода, построим зависимость поля от времени. На рис. 3 представлена зависимость действительной части электрического поля ТЕ-поляризованной волны от нормированного времени (tc/a). Первичное поле – волна ШГ ($s = 1, m = n = 8$); $n_1 = 3.3; n_2 = 3.4$. Точка наблюдения расположена в

экваториальной плоскости на расстоянии $r/a = 0.4$ и $r/a = 0.25$ от центра. На расстоянии $r/a = 0.25$ видна нерегулярность поля, связанная с возбуждением высших мод, однако следует отметить непродолжительность по времени этого периода нестационарности, что связано с низкой добротностью высших мод. На расстоянии $r/a = 0.4$ нерегулярность менее заметна. Волны ШГ локализованы возле границы резонатора, в этой области нестационарные процессы будут проявляться еще слабее.

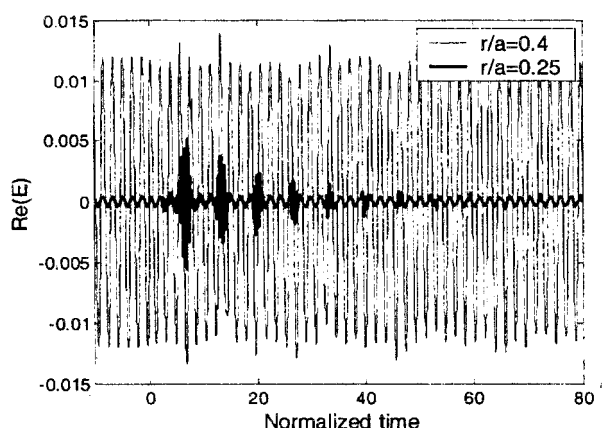


Рис. 3. Зависимость действительной части электрического поля ТЕ-поляризованной волны от нормированного времени. Первичное поле – волна ШГ ($s = 1, m = n = 8$); $n_1 = 3.3; n_2 = 3.4$

На рис. 4 представлена зависимость нормированного сдвига частоты от величины Δn для случая ТЕ и ТМ колебаний. Первичное поле – волна ШГ ($s = 1, m = n = 8$ и $s = 1, m = n = 12$); $n_1 = 3.4; n_2 = n_1 + \Delta n$. По вертикальной оси – нормированный сдвиг частоты, равный $ka - k_1a$.

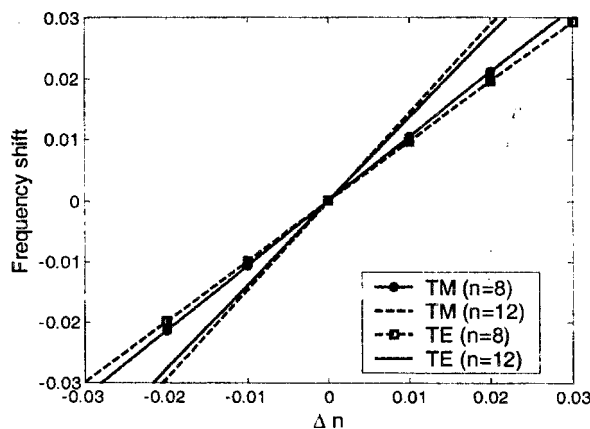


Рис. 4. Зависимость сдвига частоты от величины скачка показателя преломления

График на рис. 4 показывает, что при уменьшении показателя преломления частота увеличивается, и наоборот, повышение оптической плотности материала ведет к уменьшению частоты. Сравнение сдвига частоты для мод с различным пространственным распределением показывает, что смещение частоты больше для мод с большей величиной n . Это объясняется тем, что с увеличением значения n растет добротность колебаний, и следовательно, поле сильнее локализовано внутри резонатора. Т.о., степень перекрытия нестационарной области и области существования первичного поля выше, что и ведет к большему смещению частоты. Сравнивая моды одной и той же пространственной структуры, но разной поляризации, заключаем, что смещение частоты для ТМ поляризованной моды слегка выше, чем для ТЕ моды.

Выводы

На основе аналитического решения задачи исследована эволюция волны ШГ при скачкообразном изменении показателя преломления внутри сферического резонатора. Рассмотрены волны как ТМ, так и ТЕ поляризации. Показано, что изменение показателя преломления ведет к преобразованию частоты поля, причем его величина зависит как от величины изменения показателя преломления, так и от степени перекрытия нестационарной области и волны ШГ.

Список литературы: 1. *Vahala K.* Optical Microcavities // *Nature*. – 2003. – V. 424. – P. 839-846. 2. *Blair S., Chen Y.* Resonant-enhanced evanescent-wave fluorescence biosensing with cylindrical optical cavities // *Applied Optics*. – 2001. – V. 40, N. 4. – P. 570-582. 3. *Fujita M., Sakai A., Baba T.* Ultrasmall and ultralow threshold GaInAsP-InP microdisk injection lasers: design, fabrication, lasing characteristics and spontaneous emission factor // *IEEE J. Selected Topics Quantum Electronics*. – 1999. – Vol. 32, No 9. – P. 1583-1587. 4. *Smotrova E.I., Nosich A.I., Benson T.M., Sewell P.* Ultraslow lasing thresholds of π -type supermodes in cyclic photonic molecules composed of submicron disks with monopole and dipole modes // *IEEE Photonics Technology Letters*. – 2006. – V. 18, N. 19. – P. 1993-1995. 5. *Melloni A., Morichetti F., Martinielli M.* Linear and nonlinear pulse propagation in coupled resonator slow-wave optical structures // *Optical and Quantum Electronics*. – 2003. – V. 35. – P. 365-379. 6. *Heebner J.* Slow light, induced dispersion, enhanced nonlinearity, and optical solitons in a resonant-array waveguide // *Phys. Rev. E*. – 2002. – V. 65. 036619. 7. *Yanik M., Fan S.* Time Reversal of Light with Linear Optics and Modulators // *Physical Review Letters*. – 2004. – V. 93(7), 173903. 8. *Savchenkov A., Ilchenko V., Matsko A., Maleki L.* High-Order Tunable Filters Based on a Chain of Coupled Crystalline Whispering Gallery- Mode Resonators // *IEEE Photonics Technology Letters*. – 2005. – V. 17, No. 1. – P. 136-138. 9. *Djordjev K., Seung -June Choi, Sang-Jun Choi, Dapkus P.* Microdisk. Tunable Resonant Filters and Switches // *IEEE Photonics Technology Letters*. – 2002. – V. 14, No. 6. – P. 828-830. 10. *Benyoucef M., Kiravittaya S., Mei Y., Rastelli A., Schmidt O.* Strongly coupled semiconductor microcavities: A route to couple artificial atoms over micrometric distances // *Physical Review B*. – 2008. – V. 77. – 035108. 11. *Morgenthaler F.R.* Velocity modulation of electromagnetic wave // *IRE Trans. on Microwave Theory and Technique*. – 1958. – V. 6. – P. 167-172. 12. *Fedotov F., Nerukh A.G., Benson T.M., Sewell P.* Investigations of electromagnetic field in a layer with time-varying medium by Volterra integral equation method // *J. of Lightwave Technology*. – 2003. – Vol. 21, No 1. – P.305-314. 13. *Sakhnenko N.K., Benson T.M., Sewell P., Nerukh A.G.* Transient transformation of Whispering Gallery resonator modes due to time variations in dielectric permittivity // *Optical and Quantum Electronics*. – 2006. – V. 38. – P. 71-81. 14. *Notomi M., Mitsugi S.* Wavelength conversion via dynamic refractive index tuning of a cavity // *Physical Review A*. – 2006. – V. 73. 051803(R). 15. *A. Nerukh, T. Remayeva, N. Sakhnenko.* Frequency Change of Partial Spherical Waves Induced by Time Change of the Medium Permittivity // *Optical and Quantum Electronics*. – 2009. – V. 41, Issue 4. – P. 327 -335. 16. *Ремаева Т.Е., Нерух А.Г.* Эволюция волн при образовании плазмы внутри сферы // *Радиотехника*. – 2009. – Вып. 160. – С. 307-313.

Харьковский национальный
университет радиозлектроники

Поступила в редколлегию 23.03.2011