

В. И. АЛЕШИН, Н. М. БОГОМОЛОВ, Н. П. ЖУК

РАССЕЯНИЕ СОБСТВЕННОЙ ВОЛНЫ НА МАЛОМ ШАРЕ  
В ПЛАНАРНОМ ВОЛНОВОДЕ

Внимание исследователей к задачам рассеяния электромагнитных волн (ЭМВ) на телах, окруженных слоистой средой, вызвано насущными запросами геофизики, неразрушающей диагностики, интегральной оптики. Чрезвычайно эффективным применительно к таким задачам оказывается аппарат объемных интегральных уравнений [1—4], позволяющий получить аналитическое представление искомых полей в нерегулярной слоистой среде на низких частотах. Применительно к однородным средам с объемными возмущениями он развит в основополагающих работах [1; 2].

На основе метода, предложенного ранее [3; 4], проанализированы закономерности низкочастотного рассеяния низших ТМ мод планарного диэлектрического волновода, лежащего на идеально проводящей подложке, на малом изотропном шаре в таком волноводе.

Рассмотрим вначале постановку задачи в общем виде. Пусть в плоскостной среде с диэлектрической проницаемостью  $\hat{\epsilon}(z)$  и магнитной проницаемостью  $\hat{\mu}(z)$ , возможно, содержащую одну или две идеально проводящие плоскости  $z = \text{const}$ , погружено магнитодиэлектрическое включение, которое занимает область  $V_p$  и характеризуется материальными параметрами  $\hat{\epsilon}_p(\vec{R})$ ,  $\hat{\mu}_p(\vec{R})$ . Предполагается, что среда является одноосной с оптической осью вдоль  $z$ :

$$\hat{\eta} = \eta_t \hat{I}_t + \eta_z \hat{I}_z, \quad \eta = \epsilon, \mu,$$

где  $\hat{I}_t = \vec{x}_0 \vec{x}_0 + \vec{y}_0 \vec{y}_0$ ,  $\hat{I}_z = \vec{z}_0 \vec{z}_0$ ;  $\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$  — орты координатных осей;

$\widehat{\eta}_p$  — произвольная диада;  $\widehat{\eta} = \widehat{\eta}(z)$ ,  $\widehat{\eta}_p = \widehat{\eta}_p(\vec{R})$  — произвольные функции соответствующих аргументов;  $\vec{R} = (\vec{r}, z)$ ,  $\vec{r} = (x, y, 0)$ . Электромагнитное поле  $\vec{E}(\vec{R})$ ,  $\vec{H}(\vec{R})$  в среде можно трактовать как сумму первичного поля  $\vec{E}_0(\vec{R})$ ,  $\vec{H}_0(\vec{R})$  (поле в среде в отсутствие включения) и рассеянного поля  $\vec{E}_s(\vec{R})$ ,  $\vec{H}_s(\vec{R})$ , порожденного наведенными во включении источниками. Интегродифференциальные соотношения, соответствующие такой физической интерпретации рассеяния и связывающие внутреннее поле включения и первичное поле, имеют вид [3; 4]

$$\vec{E}(\vec{R}) = \vec{E}_0(\vec{R}) + (k_0^2 \widehat{I} + \nabla \mu_t^{-1} (\nabla_t \varepsilon_z^{-1}(z) + \vec{z}_0 (\partial/\partial z) \varepsilon_t^{-1}(z))) \cdot \int_{V_p} d\vec{R}' \widehat{f}_e(\vec{R}, \vec{R}') \cdot \varepsilon(\vec{R}') \cdot \vec{E}(\vec{R}') + ik_0 \widehat{\varepsilon}^{-1}(z) \cdot \nabla \times \int_{V_p} d\vec{R}' \widehat{f}_m(\vec{R}, \vec{R}') \cdot \vec{\mu}(\vec{R}') \vec{H}(\vec{R}'); \quad (1)$$

$$\vec{H}(\vec{R}) = \vec{H}_0(\vec{R}) + (k_0^2 \widehat{I} + \nabla \varepsilon_t^{-1} (\nabla_t \mu_z^{-1}(z) + \vec{z}_0 (\partial/\partial z) \mu_t^{-1}(z))) \cdot \int_{V_p} d\vec{R}' \widehat{f}_m(\vec{R}, \vec{R}') \cdot \vec{\mu}(\vec{R}') \cdot \vec{H}(\vec{R}') - ik_0 \widehat{\mu}^{-1}(z) \cdot \nabla \times \int_{V_p} \widehat{f}_e(\vec{R}, \vec{R}') \cdot \varepsilon(\vec{R}') \cdot \vec{E}(\vec{R}') d\vec{R}'.$$

Здесь

$$\widehat{\eta}(\vec{R}) = \begin{cases} 0, & \vec{R} \in V_p; \\ \widehat{\eta}_p(\vec{R}) - \widehat{\eta}(z), & \vec{R} \in V_p, \quad \eta = \varepsilon, \mu; \quad \widehat{I} = \widehat{I}_t + \widehat{I}_z; \end{cases}$$

$$\nabla_t = x_0 (\partial/\partial x) + y_0 (\partial/\partial y); \quad k_0 = \omega/c;$$

$\widehat{f}_{e, m}$  — функции Грина для векторных потенциалов электромагнитного поля [1].

Полагая далее, что размеры включения малы по сравнению с длиной волны поля в среде и в материале включения, и представляя искомые внутренние поля в виде разложений по малому параметру (отношение характерного размера тела к длине волны), приходим к цепочкам интегродифференциальных уравнений [4], обрыв которых на первых членах дает уравнения

$$\begin{aligned} \vec{E}^{(0)}(\vec{R}) &= \vec{E}_0^{(0)}(\vec{R}) + \nabla \int_{V_p} \widehat{\nabla}' \varphi_\varepsilon(\vec{R}, \vec{R}') \cdot \varepsilon(\vec{R}') \cdot \vec{E}^{(0)}(\vec{R}') d\vec{R}'; \\ \vec{H}^{(0)}(\vec{R}) &= \vec{H}_0^{(0)}(\vec{R}) + \nabla \int_{V_p} \widehat{\nabla}' \varphi_\mu(\vec{R}, \vec{R}') \cdot \vec{\mu}(\vec{R}') \cdot \vec{H}^{(0)}(\vec{R}') d\vec{R}', \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\varphi_\eta(\vec{R}, \vec{R}')$  ( $\eta = \varepsilon, \mu$ ) — функции Грина краевых задач электромагнитостатики, удовлетворяющие уравнениям

$$\nabla \cdot \widehat{\eta}(z) \nabla \varphi_\eta(\vec{R}, \vec{R}') = \delta(\vec{R} - \vec{R}'),$$

граничным условиям в бесконечности

$$\varphi_\eta(\vec{R}, \vec{R}') \rightarrow 0, \quad |\vec{R} - \vec{R}'| \rightarrow +\infty$$

и на идеально проводящей плоскости  $z = \text{const}$

$$\varphi_e = \partial\varphi_\mu / \partial z = 0.$$

Соотношения (2) позволяют решить задачу рассеяния ЭМВ на малых телах. Они полностью эквивалентны общим соотношениям (1) в ближней зоне рассеяния.

Интегральные слагаемые в правой части (1) представляют собой рассеянные поля. Соотношения (1) при  $\vec{R} \in V_p$  образуют систему уравнений относительно внутреннего поля включения, а при  $\vec{R} \notin V_p$  дают правило продолжения поля в область вне включения.

Предположение о постоянстве поля внутри включения, оправданное ввиду малого размера включения относительно длины волны поля, позволяет свести (2) к системе линейных алгебраических уравнений. Их решение, выраженное через диады деполяризации  $\hat{P}_\eta(z_p)$ , имеет вид

$$\vec{E}(\vec{R}) = [1 + (4\pi\varepsilon(z_p))^{-1} \cdot \hat{P}_\varepsilon(z_p) \cdot \vec{e}]^{-1} \cdot \vec{E}_0(\vec{R}_p); \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \vec{H}(\vec{R}) &= [1 + (4\pi\mu(z_p))^{-1} \cdot \hat{P}_\mu(z_p) \cdot \vec{\mu}]^{-1} \cdot \vec{H}_0(\vec{R}_p), \quad \vec{R} \in V_p; \\ \hat{P}_\eta(z_p) &= -4\pi\eta(z_p) \cdot \nabla \int_{V_p} \nabla' \varphi_\eta(\vec{R}, \vec{R}') d\vec{R}' \Big|_{\vec{R} = \vec{R}_p}. \end{aligned} \quad (4)$$

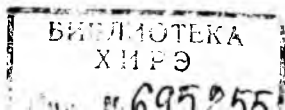
Здесь  $\vec{R}_p$  — радиус-вектор центральной точки включения,  $R_p = (r_p, z_p)$ . Функции Грина  $\varphi_\eta$ , определяющие диады деполяризации, находятся методом изображений [5]. В частном случае двухслойной среды на идеально проводящей подложке  $z = 0$ , когда  $\eta(z) = \begin{cases} \eta_2, & z > b \\ \eta_1, & 0 < z < b \end{cases}$  ( $\eta_{1,2} = \text{const}$ ), получим при  $0 < z, \xi < b$

$$\begin{aligned} -4\pi\varepsilon_1\varphi_e(\vec{R}, \vec{R}') &= \psi(\rho, z - \xi) + \sum_{n=1}^{\infty} (-p)^n [\psi(\rho, z - \xi + 2nb) + \\ &+ \psi(\rho, z - \xi - 2nb) - \psi(\rho, z + \xi + 2nb) - \psi(\rho, z + \xi - 2nb)], \end{aligned} \quad (5)$$

при  $z, \xi > b$

$$\begin{aligned} -4\pi\varepsilon_2\varphi_e(\vec{R}, \vec{R}') &= \psi(\rho, z - \xi) - p\psi(\rho, z + \xi - 2b) - \\ &- \frac{4\varepsilon_1\varepsilon_2}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2} \sum_{n=1}^{\infty} (-p)^n \psi(\rho, z + \xi + 2nb), \end{aligned}$$

где  $\psi(\rho, z) = 1/\sqrt{\rho^2 + z^2}$ ,  $\rho = |\vec{r} - \vec{r}'|$ ,  $p = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}$ ,  $p^0 = 1$ . Функции  $\varphi_\mu(\vec{R}, \vec{R}')$  имеют сходный вид и не приводятся. Последующие расчеты производятся применительно к упомянутой модели слоистой среды.



Таким образом, построение диад деполяризации сводится к вычислению вторых производных от ньютоновских потенциалов включения во внутренней и внешней области [1]. Для принятой нами модели включения — однородного шара — они вычисляются в явном виде. Компоненты диады деполяризации

$$\widehat{P}_\eta(z_p) = \widehat{I}_t \widehat{P}_{\eta t}(z_p) + \widehat{I}_z \widehat{P}_{\eta z}(z_p), \quad \eta = \varepsilon, \mu, \quad (6)$$

где

$$P_{\varepsilon t} = \frac{4\pi}{3} \begin{cases} 1 - \sigma_\varepsilon - \nu_\varepsilon, \\ 1 - \eta_\varepsilon; \end{cases} \quad P_{\varepsilon z} = \frac{4\pi}{3} \begin{cases} 1 + 2\sigma_\varepsilon - 2\nu_\varepsilon, & 0 < z_p < b, \\ 1 - 2\eta_\varepsilon, & z_p > b; \end{cases} \quad (7)$$

$$\sigma_\varepsilon = -2 \left( \frac{a}{2b} \right)^3 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-p)^n}{n};$$

$$\nu_\varepsilon = (a/2b)^3 \left\{ (b/z)^3 + \sum_{n=1}^{\infty} (-p)^n \left[ \left| n + \frac{z}{b} \right|^{-3} + \left| n - \frac{z}{b} \right|^{-3} \right] \right\};$$

$$\eta_\varepsilon = (a/2b)^3 \left[ \frac{4\varepsilon_1 \varepsilon_2}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2} \sum_{n=1}^{\infty} (-p)^n \left[ \left| n + \frac{z}{b} \right|^{-3} - p \left| 1 - \frac{z}{b} \right|^{-3} \right] \right].$$

Выражения для  $P_{\mu t}$ ,  $P_{\mu z}$  имеют сходный вид. Значения  $\sigma_\eta$ ,  $\nu_\varepsilon$ ,  $\eta_\varepsilon$  учитывают влияние многократных отражений от границ слоя на формирование внутреннего поля включения. Диады деполяризации в нашем случае являются одноосными — в отличие от ситуации, когда включение погружено в безграничную однородную среду [1].

Кроме того, элементы матрицы  $\widehat{P}_\eta$  зависят от местоположения шара по толщине волновода.

Рассеянное поле в дальней зоне представляем в виде разложения по распространяющимся волнам ТЕ-, ТМ-поляризации дискретной и непрерывной частей спектра:

$$\begin{pmatrix} \vec{E}_s(\vec{R}) \\ \vec{H}_s(\vec{R}) \end{pmatrix} = \frac{k_0^2}{2\sqrt{2\pi|\vec{r}-\vec{r}_p|}} \sum_{\eta=\varepsilon, \mu} \sum_{\theta} e^{i\left(\nu + \frac{\pi}{4}\right)} \frac{1}{\sqrt{\theta}} q_\eta(\kappa) \begin{pmatrix} \vec{E}_\eta(\kappa, z); \\ \vec{H}_\eta(\kappa, z). \end{pmatrix} \quad (8)$$

Оно справедливо при  $\kappa|\vec{r}-\vec{r}_p| \gg 1$ ,  $|\vec{r}-\vec{r}_p| \gg l_\perp$ ,  $\kappa l_\perp^2/|\vec{r}-\vec{r}_p| \ll 1$  (9). Здесь  $\kappa = \kappa n$ ;  $n = \frac{|\vec{r}-\vec{r}_p|}{|\vec{r}-\vec{r}_p|}$ ;  $\kappa = k \cos \theta$ ;  $k = k_0 \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}$ ;

$\nu \equiv \kappa|\vec{r}-\vec{r}_p|$ ;  $\theta$  — спектральный параметр;  $l_\perp$  — наибольший размер горизонтального сечения включения. Под внешним знаком суммы проводится суммирование по ТЕ-, ТМ-поляризациям собственных волн. Сумма  $\sum_{\theta}$  понимается как обычная сумма по собственным

значениям  $\theta_k$  дискретной части спектра и интеграл  $\int_0^{\pi/2} d\theta$  — по непрерывной части спектра. Омические потери в окружающей среде отсутствуют, так что всюду в (8) собственное волновое число  $\kappa$  положительно.

Функции  $\vec{E}_\eta(\vec{\kappa}, z)$ ,  $\vec{H}_\eta(\vec{\kappa}, z)$  — пространственные гармоники поля, отвечающие ТМ-поляризации ( $\eta = \varepsilon$ ) и ТЕ-поляризации, ( $\eta = \mu$ ),

$$\begin{aligned} \vec{E}_\varepsilon(\vec{\kappa}, z) &= \frac{1}{k_0 \varepsilon_\varepsilon(z)} \vec{d}_\varepsilon(z, \vec{\kappa}) \frac{\Psi_\varepsilon(z, \theta)}{N_\varepsilon(\theta)}; \\ \vec{H}_\varepsilon(\vec{\kappa}, z) &= -\frac{\vec{z}_0 \times \vec{\kappa}}{\kappa} \frac{\Psi_\varepsilon(z, \theta)}{N_\varepsilon(\theta)}, \quad \vec{E}_\varepsilon \rightarrow \vec{H}_\mu, \quad \vec{H}_\varepsilon \rightarrow -\vec{E}_\mu, \quad \varepsilon \leftrightarrow \mu. \end{aligned} \quad (10)$$

Функции  $\Psi_{\varepsilon, \mu}(z, \theta)$  — собственные функции дискретной и непрерывной частей спектра задачи

$$(D_\eta + k_\eta^2(z) - k^2 \cos^2 \theta) \Psi_\eta(z, \theta) = 0, \quad |\Psi_\eta(z, \theta)| < \infty, \quad (11)$$

$\Psi_\mu(z, \theta) = \partial \Psi_\varepsilon(z, \theta) / \partial z = 0$  на проводящей плоскости  $z = \text{const}$ , ортогональные в смысле

$$\int_0^{+\infty} \Psi_\eta(z, \theta) \Psi_\eta(z, \theta') dz / \eta_z(z) = N_\eta^2(\theta) \delta_{\theta\theta'},$$

$\delta_{\theta\theta'}$  — символ Кронеккера или Дирака.

Величина  $q_\eta(\vec{\kappa})$  определяется формулой

$$\begin{aligned} q_\eta(\vec{\kappa}) &= \vec{E}_\eta^*(\vec{\kappa}, z_p) \cdot \vec{p}_\varepsilon + \vec{H}_\eta^*(\vec{\kappa}, z_p) \cdot \vec{p}_\mu, \\ \vec{p}_\varepsilon &= \int_{V_p} \vec{\varepsilon}(\vec{R}) \vec{E}(\vec{R}) d\vec{R}, \quad \vec{p}_\mu = \int_{V_p} \vec{\mu}(\vec{R}) \cdot \vec{H}(\vec{R}) d\vec{R}. \end{aligned} \quad (12)$$

При исследовании рассеивающих свойств включения в качестве главной характеристики удобно использовать полный поток мощности рассеянного поля  $J_s(\vec{n})$  в данном направлении  $\vec{n} = \frac{\vec{r} - \vec{r}_o}{|\vec{r} - \vec{r}_p|}$  через вертикальное сечение слоистой среды

$$\begin{aligned} J_s(\vec{n}) &= \int_0^{+\infty} dz \vec{P}_s(\vec{R}) \cdot \vec{n}, \\ \vec{P}_s(\vec{R}) &= \frac{c}{8\pi} \text{Re} \vec{E}_s(\vec{R}) \times \vec{H}_s^* \times (\vec{R}). \end{aligned} \quad (13)$$

для которого из (8) получается представление в виде «суммы» вкладов за счет рассеяния в распространяющуюся собственную волну с вол-

новым вектором  $\vec{\kappa} = \vec{\kappa} n$  ТМ-поляризации ( $\eta = \epsilon$ ) или ТЕ-поляризации ( $\eta = \mu$ ):

$$J_s(\vec{n}) = |\vec{r} - \vec{r}_p|^{-1} \sum_{\eta=\epsilon, \mu} \sum_{\theta} J_\eta(\vec{\kappa}); \quad J_\eta(\vec{\kappa}) = k_0 c |k_0 q_\eta(\vec{\kappa}) / 8\pi|^2. \quad (14)$$

Методом стационарной фазы из (8) нетрудно получить выражение для плотности потока энергии рассеянного поля в дальней зоне ( $kL \gg 1$ ) в окружающей волновод среде:

$$\begin{aligned} \vec{P}_s(\vec{R}) &= \vec{l}_s P_s(\vec{n}, \theta); \\ P_s(\vec{n}, \theta) &= \sum_{\eta=\epsilon, \mu} \frac{J_\eta(\vec{\kappa})}{\cos \theta} \Big|_{\vec{\kappa} = k\vec{n} \cos \theta}. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь  $\vec{l}_s$  — единичный вектор вдоль луча, идущего из точки  $(\vec{r}_p, b)$  на верхней границе волновода в точку наблюдения  $\vec{R}$  ( $z > b$ );  $\theta$  — угол скольжения этого луча,  $\theta = \arcsin((z - b)/L)$  ( $0 \leq \theta \leq \pi/2$ );  $L = [(z - b)^2 + (\vec{r} - \vec{r}_p)^2]^{1/2}$ . Величина  $P_s(\vec{n}, \theta)$  выступает в качестве дополнительной характеристики рассеивающих свойств включения.

Если на включение из бесконечности набегают собственная волна дискретного спектра  $\vec{E}(R) = \vec{E}_\eta(\vec{\kappa}_0, z) e^{i\vec{\kappa}_0 \cdot \vec{r}}$   $\vec{H}(R) = \vec{H}_\eta(\vec{\kappa}_0, z) e^{i\vec{\kappa}_0 \cdot \vec{r}}$  ТМ- или ТЕ-поляризации с полным потоком мощности

$$J_0 = \text{Re} \frac{c}{8\pi} \int_0^\infty \vec{E}_\eta(\vec{\kappa}, z) \cdot \vec{H}_\eta^*(\vec{\kappa}, z) \cdot \vec{n}_0 dz, \quad (16)$$

равным согласно (10)  $\kappa_0 c / 8\pi k_0$ , рассеивающие свойства включения удобно характеризовать дифференциальными сечениями рассеяния

$$\sigma_\eta(\vec{n}_0, \vec{n}) \equiv |\vec{r} - \vec{r}_p| \frac{J_s(\vec{n})}{J_0} \quad (17); \quad \sigma_\eta^r(\vec{n}_0, \vec{n}, \theta) \equiv L^2 P_s(\vec{n}, \theta) / J_0 \quad (18).$$

Первое из них — дифференциальное сечение рассеяния собственной волны дискретного спектра с волновым числом  $\vec{\kappa}_0$  и поляризации  $\eta$ , которое равно отношению полных потоков мощности рассеянного поля в данном направлении  $\vec{n}$  и падающей волны в направлении распространения  $\vec{n}_0 = \vec{\kappa}_0 / \kappa_0$ . Представляется оно в виде «суммы» вкладов за счет рассеяния в волну дискретного спектра  $\sigma_{\eta\beta}(\vec{\kappa}_0, \vec{\kappa}_k)$  и распространяющуюся волну излучения  $\sigma_{\eta\beta}(\vec{\kappa}_0, \theta, \varphi)$  с углом скольжения  $\theta$ :

$$\sigma_\eta(\vec{n}_0, \vec{n}) = \sum_{\beta=\epsilon, \mu} \left[ \sum_{\theta_k} \sigma_{\eta\beta}(\vec{\kappa}_0, \vec{\kappa}_k) + \int_0^{\pi/2} \sigma_{\eta\beta}(\vec{\kappa}_0, \theta, \varphi) \cos \theta d\theta \right]. \quad (19)$$

Второе — диаграмма рассеяния — характеризует рассеяние мощности в окружающее пространство.

Проинтегрировав (19) по всевозможным азимутальным направлениям рассеяния, получим аналогичное представление для полного сечения рассеяния

$${}^t\sigma_{\eta}(\vec{\kappa}_0) = \int_0^{2\pi} d\varphi \sigma_{\eta}(\vec{n}_0, \vec{n});$$

$${}^t\sigma_{\eta}(\vec{\kappa}_0) = \sum_{\beta=\varepsilon, \mu} \sum_{\kappa_k} {}^t\sigma_{\eta\beta}(\vec{\kappa}_0, \kappa_k) + {}^t\sigma_{\eta}^r(\vec{\kappa}_0), \quad (20)$$

где  ${}^t\sigma_{\eta\beta}(\vec{\kappa}_0, \kappa_k)$  — полное сечение рассеяния в волну дискретного спектра с волновым числом  $\kappa_k$  и поляризации  $\beta$ ,  ${}^t\sigma_{\eta\beta}(\vec{\kappa}_0, \kappa_k) = \int_0^{2\pi} d\varphi \sigma_{\eta\beta}(\vec{\kappa}_0, \vec{\kappa}_k)$ ;  ${}^t\sigma_{\eta}^r(\vec{\kappa}_0)$  — полное сечение рассеяния в волны излучения обеих поляризаций,

$${}^t\sigma_{\eta}^r(\vec{\kappa}_0) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \cos \theta d\theta [\sigma_{\eta\varepsilon}(\vec{\kappa}_0, \theta, \varphi) + \sigma_{\eta\mu}(\vec{\kappa}_0, \theta, \varphi)].$$

Исходя из физического содержания введенных параметров, интегральные рассеивающие свойства включения удобно характеризовать безразмерными величинами

$$\Sigma_{\eta}^t(\kappa_0) = \lg({}^t\sigma_{\eta}(\kappa_0)/b), \quad \Sigma_{\eta}^r(\kappa_0) = \lg({}^t\sigma_{\eta}^r(\kappa_0)/b);$$

$$d_{\eta\beta}(\kappa_0, \kappa_k) = \sigma_{\eta\beta}(\kappa_0, \kappa_k)/{}^t\sigma_{\eta}(\kappa_0), \quad d_{\eta}^r(\kappa_0) = {}^t\sigma_{\eta}^r(\kappa_0)/{}^t\sigma_{\eta}(\kappa_0). \quad (21)$$

Верхние из них характеризуют полное сечение рассеяния и сечение рассеяния в волны излучения, нормированные на толщину слоя  $b$ , а нижние дают долю полной мощности, рассеянной в выделенную волну дискретного спектра ( $d_{\eta\beta}$ ) и излученной наружу из слоя ( $d_{\eta}^r$ ).

Полученные общие результаты, относящиеся к двухслойной среде на проводящей подложке, проиллюстрированы рис. 1—3 применительно к рассеянию основного мода  $TM_1$  планарного волновода интегральной оптики на малом изотропном и однородном сферическом включении. Численные расчеты выполнены на ЭВМ. В качестве характеристик рассеяния выбраны безразмерные полное сечение рассеяния  $\Sigma_t$  и сечение рассеяния в волны излучения  $\Sigma_r$ , удельные вклады  $d_i = d_{\varepsilon\varepsilon}(\kappa_1, \kappa_1)$  мода того же типа, что и падающий, и волн излучения  $d_r = d_{\varepsilon}^r(\kappa_1)$ , а также диаграмма рассеяния  $D(\theta, \varphi) = \sigma_{\varepsilon}^r(\vec{n}_0, \vec{n}, \theta)$ . Диэлектрические проницаемости волновода  $\varepsilon_1$  и окружающего пространства  $\varepsilon_2$  составляют 2,25 и 1,0; магнитная проницаемость равна 1,0. Все величины с размерностью длины (радиус включения  $a$ , толщина волновода  $b$ , длина волны в свободном пространстве  $\lambda_0$ , координата  $z_p$  центра включения) измеряются в одних и тех же единицах длины, которые конкретизированы лишь в отдельных случаях. Падающая волна рас-

пространяется вдоль оси абсцисс ( $\vec{n}_0 = \vec{x}_0$ ). От последней отсчитывается азимутальный угол  $\varphi$  в направлении к точке наблюдения.

На рис. 1, 2 представлены зависимости характеристик рассеяния диэлектрического включения от частоты  $f$  для разных по тол-

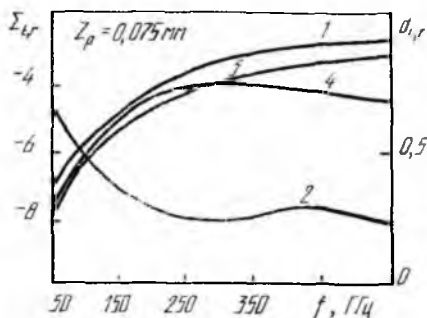


Рис. 1

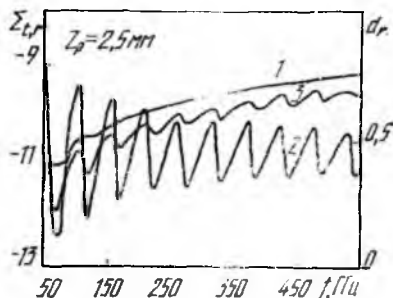


Рис. 2

щине диэлектрических слоев в случае, когда координата центра включения  $z_p = b/2$  при  $a = 0,05$  мм;  $\epsilon_p = 1,0$ ,  $b = 0,15$  мм (рис. 1),  $b = 5$  мм (рис. 2). Здесь 1 —  $\Sigma_r$ ; 2 —  $d_r$ ; 3 —  $\Sigma_r$ ; 4 —  $d_r$ . Вследствие интерференционных явлений с изменением частоты удельный вклад волн излучения колеблется в значительных пределах.

Таким образом, правильно выбирая частоты, значительно увеличиваем рассеянную мощность, излучаемую из волновода, что может облегчить обнаружение включений. На рис. 3 представлены зависимости тех же характеристик рассеяния, что и на рис. 1, 2, от диэлектрической проницаемости включения  $\epsilon_p$  ( $a = 0,01$ ,  $\lambda_0 = 1$ ,  $b = 1,0$ ). Цифрами со штрихом и без штриха отмечены случаи  $z_p = 0,5$ ,  $z_p = 1,5$  соответственно. Если диэлектрическая проницаемость включения превосходит диэлектрическую проницаемость окружающей среды, сечения рассеяния

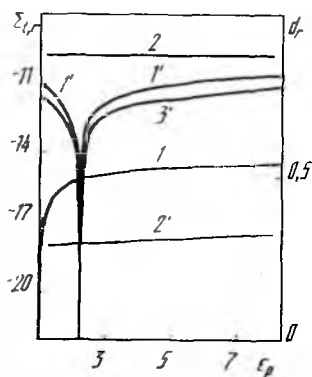


Рис. 3

включения с увеличением  $\epsilon_p$  возрастают. При приближении  $\epsilon_p$  снизу к значению диэлектрической проницаемости окружающей среды они уменьшаются, стремясь к нулю, так как рассеиватель по существу исчезает.

Анализ картины рассеяния показывает также, что сечения рассеяния монотонно возрастают с увеличением размеров рассеивателя. Сечения рассеяния включения вне волновода значительно меньше этих же величин для включения в волноводе, что связано

с экспоненциальным уменьшением возбуждающего поля по мере удаления от верхней границы волновода. При этом рассеяние происходит в основном в волны излучения.

**Список литературы:** 1. Хижняк Н. А. Применение интегральных уравнений электродинамики к решению дифракционных задач // Тр. радиофиз. фак. Харьк. ун-та.— 1957.— 2.— С. 13—22. 2. Шифрин К. С. Рассеяние света в мутной среде.— М. ; Л. : Б. и., 1951.— 288 с. 3. Богомолов Н. М., Жук Н. П., Третьяков О. А. Интегральные уравнения электродинамики для плоскостойких сред.— Х., 1983.— 42 с.— (Препринт / АН УССР. Ин-т радиоэлектроники; № 223). 4. Жук Н. П. Интегральные уравнения электродинамики для плоскостойких сред // Изв. вузов. Радиофизика.— 1985.— 28, № 6.— С. 753—762. 5. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики.— М. : Наука, 1972.— 735 с.

*Поступила в редколлегию 11.06.86*