

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЛИНЕЙНОГО ПРЕДСКАЗАНИЯ МАТРИЦЫ РАДИОКАНАЛА ДЛЯ УМЕНЬШЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ БИТОВЫХ ОШИБОК В СИСТЕМАХ СВЯЗИ МІМО

Требования к пропускной способности систем связи постоянно возрастают, а возможности ее увеличения за счет расширения занятой системой полосы частот ограничены. Одной из эффективных технологий увеличения пропускной способности является использование многоантенных структур МІМО. Однако практическая реализация этой технологии наталкивается на ряд трудностей, из которых основная – сложность разделения пространственных каналов на приемной стороне, что в свою очередь приводит к росту ошибок при передаче информации. Поэтому актуальной является задача уменьшения вероятности битовых ошибок в таких системах.

Имеются публикации [1, 2], в которых предлагается оптимизировать пропускную способность системы связи МІМО по распределению соотношения сигнал-шум в каналах приемников с помощью так называемого «водоналивного» («water filling») метода перераспределения мощности между каналами на передающей стороне. Однако при решении задачи в этих и последующих работах [3, 4] используются не измеренные, а случайные значения элементов матрицы \mathbf{H} распределенные по релеевскому закону. На время передачи пакета полезных символов между соседними значениями матрицы, матрица «замораживается». Недостаток такого решения – использование усредненных значений элементов матрицы и «замораживание» матрицы на время передачи пакета. Для мобильных абонентов матрица канала \mathbf{H} может существенно изменяться. Это приводит к росту ошибок в определении матрицы по сравнению с реальными значениями и, соответственно, к увеличению битовых ошибок на приеме.

В данной работе предлагается, в отличие от рассматривавшихся выше, метод управления мощностью в каналах на передающей стороне систем связи МІМО, в котором используются измеренные значения матрицы \mathbf{H} и вводится предсказание следующего значения элементов матрицы. Для измерения значений матрицы используются тестовые – пилотные сигналы. Причем, при передаче символов полезной информации, значения элементов матрицы аппроксимируются по линейному закону от последнего измеренного значения до предсказанного. Очевидно, чем меньше ошибка предсказания, тем меньше уровень ошибок обнаружения сигнала на приеме. Уровень ошибок зависит от ряда факторов: от ошибки измерения, ошибки предсказания матрицы, аппроксимации функции на интервале между пилотными сигналами и от размера интервала. Уменьшение уровня ошибок за счет уменьшения интервала между пилотными символами неэффективно из-за роста потерь пропускной способности системы. В предлагаемом методе удельный вес тестовых сигналов в общем объеме передаваемой информации составляет 1 – 2 %, что приводит к незначительной потере пропускной способности по полезному сигналу.

Анализ литературы по статистическим моделям матрицы канала \mathbf{H} в системе радиодоступа МІМО показал [5], что процесс изменения коэффициентов передачи в радиоканале МІМО относится к Марковскому. Поэтому для предсказателя можно использовать линейные алгоритмы.

Последовательность отсчетов каждого коэффициента передачи канала между парой антенн h_j может быть представлена как линейная комбинация своих предыдущих значений. Такой алгоритм предсказателя называется линейным и основан на использовании авторегрессионной модели [6]. Таким образом

$$\hat{h}[n] = - \sum_{k=1}^P a[k] \cdot h[n-k], \quad (1)$$

где p – порядок линейного предсказателя, $a[k]$ – коэффициенты линейного предиктивного кодирования. Ошибка предсказания в этом случае

$$d[n] = h[n] - \hat{h}[n] = h[n] + \sum_{k=1}^P a[k] \cdot h[n-k]. \quad (2)$$

Основная задача метода состоит в том, чтобы по наблюдениям последовательности отсчетов коэффициента передачи h_{ij} определить коэффициенты цифрового фильтра указанной модели. Определим коэффициенты $a[k]$ таким образом, чтобы сумма квадратов ошибок предсказания была минимальна:

$$E = \sum_n d^2[n] = \sum_n \left[h[n] + \sum_{k=1}^P a[k] \cdot h[n-k] \right]^2. \quad (3)$$

Для минимизации (3) найдем частные производные (3) по $a[k]$ и приравняем их к нулю

$$\frac{\partial E}{\partial a[k]} = 0, \quad 1 \leq k \leq p. \quad (4)$$

В результате получим систему уравнений

$$\sum_{k=1}^P \hat{a}[k] \sum_n h[n-k] \cdot h[n-m] = - \sum_n h[n] \cdot h[n-m], \quad 1 \leq m \leq p, \quad (5)$$

где $\hat{a}[k]$ – оценки коэффициентов $a[k]$.

В общем случае суммирование в (5) должно выполняться по всем значениям n . Однако на практике суммирование по n в уравнении (5) выполняют для ограниченного числа отсчетов $h[n]$, чтобы соблюдалось условие стационарности $h[n]$. Для этого ограничивают последовательность $h[n]$ с помощью окна $w[n]$

$$h'[n] = \begin{cases} h[n] \cdot w[n], & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{для других } n \end{cases} \quad (6)$$

Тогда систему уравнений (5) можно переписать в виде

$$r[m] = - \sum_{k=1}^P \hat{a}[k] r[m-k], \quad 1 \leq m \leq p, \quad (7)$$

$$r[m] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h'[n] \cdot h'[n+m], \quad 1 \leq m \leq p, \quad (8)$$

где $r[m]$ – автокорреляционная функция ограниченной последовательности $h'[n]$.

Так как автокорреляционная функция является четной, т.е. $r[m] = r[-m]$, то (7) можно записать в матричной форме

$$\begin{bmatrix} r[0] & r[1] & r[2] & \cdots & r[p-1] \\ r[1] & r[0] & r[1] & \cdots & r[p-2] \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ r[p-1] & r[p-2] & \cdots & & r[0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{a}[1] \\ \hat{a}[2] \\ \vdots \\ \hat{a}[p] \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} r[1] \\ r[2] \\ \vdots \\ r[p] \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Матричное уравнение (9) может быть решено с помощью рекурсивного алгоритма Левинсона–Дарбина. В соответствии с этим алгоритмом решение для предсказателя m -го по-

рядка получается на основе решения предсказателя $m-1$ порядка. Формально алгоритм определяется следующими соотношениями

$$E^{(0)} = r[0], \quad (10)$$

$$k_m = \frac{r[m] + \sum_{j=1}^{m-1} \alpha_j^{(m-1)} \cdot r[m-j]}{E^{(m-1)}}, \quad (11)$$

$$\alpha_m^{(m)} = k_m, \quad (12)$$

$$\alpha_j^{(m)} = \alpha_j^{(m-1)} + k_m \alpha_{m-j}^{(m-1)}, \quad 1 \leq j \leq m-1 \quad (13)$$

$$E^{(m)} = (1 - k_m^2) E^{(m-1)}. \quad (14)$$

Уравнения (10 – 14) решаются рекурсивно для $m = 1, 2, \dots, p$. Отметим, что для $m = 1$ параметр $\alpha_1^{(1)} = k_1 = r[1]/r[0]$ и $E^{(1)} = (1 - k_1^2)r[0]$. Для конечного решения порядка p коэффициенты линейного предсказания

$$\hat{a}[j] = \alpha_j^{(p)}, \quad 1 \leq j \leq p. \quad (15)$$

Коэффициенты k_m называются коэффициентами отражения. $E^{(m)}$ представляет сумму квадратов ошибки предсказания для предсказателя m -го порядка. Автокорреляционная функция последовательности $h'[n]$ оценивается на основе соотношения

$$r[m] = \frac{1}{N-m} \sum_{n=0}^{N-1-m} h'[n] \cdot h'[n+m]. \quad (16)$$

Исследуем характеристики системы MIMO с устройством предсказания матрицы передачи канала. На языке программирования MatLAB была составлена программа, моделирующая изменение во времени коэффициентов передачи релейского канала для мобильных абонентов и их линейное предсказание.

Смоделировано по 500 реализаций процесса и его предсказания для различного числа значений функции до предсказания. Ошибки предсказания $|\delta|$ коэффициентов передачи h_j в системе MIMO приведены в таблице, а две случайные реализации модуля коэффициента передачи канала между парой антенн i, j и графики их предсказаний – на рис. 1, а и б.

q		64	128	256	512
$p=2$	$ \delta_1 $	5,00	4,20	3,50	3,20
	$ \delta_2 $	13,20	11,24	10,00	8,70
	$ \delta_3 $	21,20	19,10	16,50	15,28
$p=5$	$ \delta_1 $	4,60	3,20	2,10	1,59
	$ \delta_2 $	11,10	8,20	5,80	4,77
	$ \delta_3 $	17,75	13,71	11,45	9,20
$p=9$	$ \delta_1 $	4,70	3,00	2,00	1,37
	$ \delta_2 $	11,00	7,60	5,40	4,00
	$ \delta_3 $	17,80	13,22	10,31	8,01

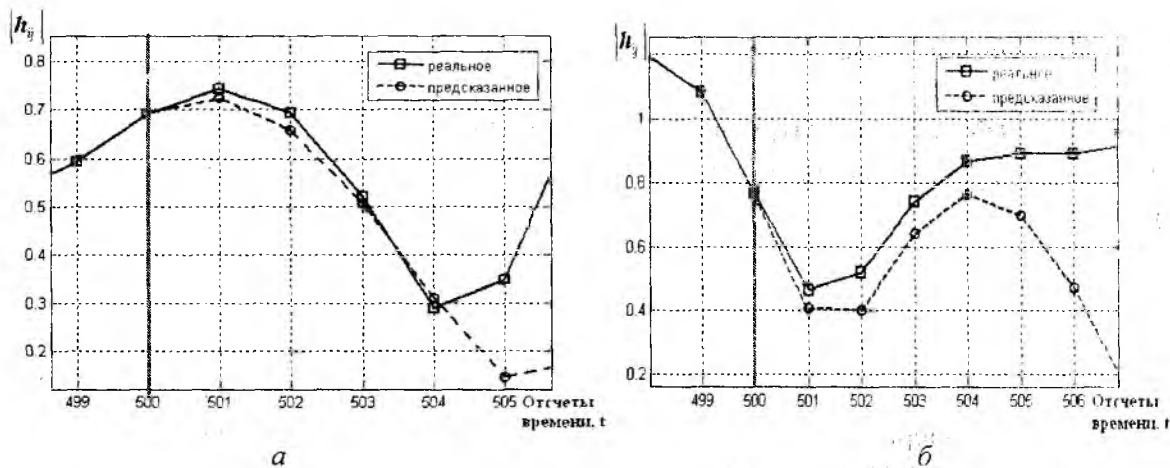


Рис. 1

В табл. 1 величина $|\delta_i|$ представляет собой относительную ошибку предсказания функции для i -й точки предсказания в процентах. Количество отсчетов функции до предсказания q , порядок линейного предсказателя p .

Ошибка предсказания уменьшается с ростом числа отсчетов q функции h_{ij} до предсказания и порядка линейного предсказателя p .

Увеличение числа отсчетов q может существенно повысить точность метода предсказания, однако при этом возрастает объем вычислений пропорционально квадрату размера выборки. С целью экономии вычислительных ресурсов можно рекомендовать использование выборок в 64 символа и порядок линейного предсказателя равный двум, при которых ошибка предсказания составляет не более 5 % для первой точки предсказания.

Представляет интерес нахождение предела, к которому стремится поведение функции ошибок BER для релейского канала при полном знании канала.

В работе [7] разработаны теоретические вопросы анализа BER систем MIMO с различной степенью корреляции на передающем и приемном конце системы.

Для модуляции QAM-M приближенное значение вероятности символьных ошибок SER в случае корреляции на передаче

$$P_{e,c}(\gamma_1) = b \cdot \operatorname{erfc}(\sqrt{c\gamma_1}), \quad (17)$$

где γ_1 – отношение сигнал/шум в первом подканале,

$$b = 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right), \quad c = \frac{3}{2(M-1)}, \quad (18)$$

где M – порядок модуляции.

Для системы радиодоступа MIMO 2x2 с цифровой обработкой Zero Forcing (ZF) это выражение имеет вид

$$P_e = b \left(1 - \sqrt{\frac{c \det(\mathbf{R}_{TX})}{N_0 + c \det(\mathbf{R}_{TX})}} \right), \quad (19)$$

где \mathbf{R}_{TX} – матрица корреляции на передающей стороне, N_0 – мощность шума.

Для случая, когда корреляция замираний присутствует не только на передающей, но и на приемной стороне значение вероятности SER

$$P_e = b \left(1 - \frac{2\sqrt{c \det(\mathbf{R}_{RX} \mathbf{R}_{TX})}}{\sqrt{N_0 d_1 + c \det(\mathbf{R}_{RX} \mathbf{R}_{TX})} + \sqrt{N_0 d_2 + c \det(\mathbf{R}_{RX} \mathbf{R}_{TX})}} \right), \quad (20)$$

где d_1 и d_2 – диагональные элементы матрицы собственных значений $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_2 \end{bmatrix}$ разложения $\mathbf{R}_{\text{RX}} = \mathbf{VDV}^H$, \mathbf{R}_{RX} – матрица корреляции на приемной стороне.

В случае отсутствия корреляции на передаче, матрица корреляции $\mathbf{R}_{\text{TX}} = \mathbf{I}$, а так как $\det(\mathbf{I}) = 1$, то

$$P_e = b \left(1 - \sqrt{\frac{c}{N_0 + c}} \right). \quad (21)$$

Для оценки цифровых систем, как правило, вместо отношения сигнал/шум SNR используется отношение энергии бита, равное произведению мощности сигнала на время передачи бита, к спектральной плотности мощности шума, равное мощности шума на единицу полосы частот, E_b/N_0 . Поэтому расчет BER выполним в зависимости от E_b/N_0 . Положим $M = 2$, т.е. рассмотрим случай модуляции BPSK.

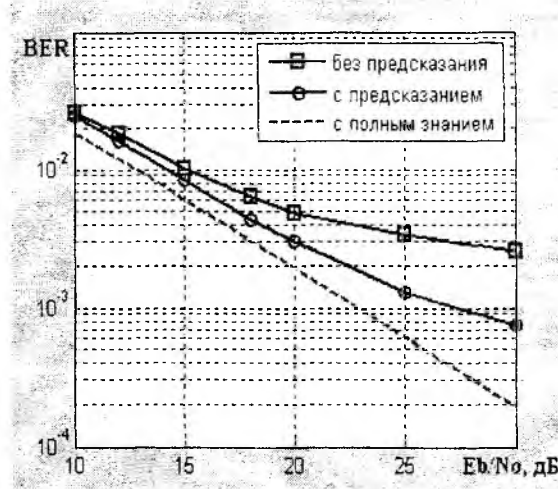


Рис. 2

График расчетной зависимости вероятности битовых ошибок от отношения E_b/N_0 для системы радиодоступа MIMO 2x2 с полным знанием канала и обработкой Zero Forcing представлен пунктирной линией на рис. 2. При значениях отношения E_b/N_0 больших 10 дБ, функция вероятности ошибок (21) приближенно описывается уравнением прямой

$$P_e = \frac{bN_0}{2c}. \quad (22)$$

Для проверки возможностей использования метода управления перераспределением мощности на передающей стороне системы MIMO с использованием предсказания использована имитационная модель системы связи MIMO, предложенная в работе [8], дополненная программами обработки Zero Forcing и линейного предсказания. На рис. 2 показаны результаты моделирования вероятности битовых ошибок рассмотренной выше системы MIMO с предсказанием и без предсказания матрицы канала \mathbf{H} . Сравнение поведения функций вероятности битовых ошибок говорит о возможности увеличения качества передачи информации при использовании предсказателей и о достаточно хорошем совпадении результатов теоретических расчетов и имитационного моделирования. Уровень битовых ошибок системы с предсказанием несколько выше, чем при полном знании канала. Это объясняется наличием ошибок предсказания. При уменьшении временного интервала между пилотными сигналами график $\text{BER}(E_b/N_0)$ приближался к расчетному для системы MIMO с полным знанием канала.

Выводы

Теоретический предел уменьшения битовых ошибок системы MIMO с предсказанием канала определяется как вероятность битовых ошибок системы с полным знанием канала. При полном знании канала зависимость BER от отношения E_b/N_0 при $E_b/N_0 > 10$ дБ имеет в логарифмическом масштабе почти линейную зависимость, а при увеличении отношения E_b/N_0 на 10 дБ вероятность ошибок BER уменьшается примерно в три раза.

Линейное предсказание на основе использования авторегрессионной модели для нахождения коэффициентов передачи h_{ij} канала системы MIMO дает ошибки не более 5 % для первой точки предсказания при порядке авторегрессии равном 2 и выборке значений функции до предсказания равной 64.

Использование линейного предсказания матрицы канала для систем MIMO с управлением перераспределением мощности между каналами на передающей стороне по отношению сигнал/шум в каналах на приеме снижает уровень битовых ошибок в системе связи примерно в 3 раза для $E_b/N_0 = 30$ дБ и в 1,7 раза для $E_b/N_0 = 20$ дБ.

Для сокращения объема данных передаваемых по обратному каналу в системе MIMO можно передавать вместо значений элементов матрицы h_{ij} их приращения.

Список литературы: 1. *Tse D.N.* Optimal power allocation over parallel Gaussian broadcast channels // www.eecs.berkeley.edu/~dtse/broadcast2.pdf 1997. 2. *Wei Yu, Cioffi J.M.* On constant power water-filling // IEEE International Conference on Communications. ICC 2001. Vol.6, pp. 1665-1669. 3. *Флакман А.Г.* Адаптивная обработка сигналов в антенных решетках с учетом ранга матрицы импульсной характеристики многолучевого канала // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т.45, № 12. С. 1064-1076. 4. *Беван Д.Н., Ермолаев В.Т., Маврычев Е.А., Флакман А.Г.* Сравнительная эффективность сотовых систем связи, использующих адаптивную модуляцию и кодирование или управление мощностью // Изв. Вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 12. С. 1050-1061. 5. *Jeruchim M. C., Balaban P., Shanmugan, K. S.* Simulation of Communication Systems. Second Edition. New York: Kluwer Academic/Plenum, 2000. 6. *Бондарев В.Н., Трестер Г., Чернега В.С.* Цифровая обработка сигналов: методы и средства. Севастополь: СевГУ, 1999. 398с. 7. *Kiessling M., Speidel J.* Analytical performance of mimo zero-forcing receivers in correlated rayleigh fading environments // IEEE Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC), 2003, June. 8. *Марчук А.В.* Имитационная программная модель телекоммуникационной системы с технологией MIMO и пространственно-временным кодированием // Радиотехника. 2009. Вып. 156. С.112 – 117.

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 25.10.2009