

МОДЕЛЬ ОПТИМІЗАЦІЇ ВИРОБНИЧОЇ ПОТУЖНОСТІ ПІДПРИЄМСТВА

Степанова О.В., Степанов С.В.

Харківський національний університет радіоелектроніки

At article to optimize production capacity of enterprise it was proposed to solve as task of maximum network flow, and to find problem places at mixed production flow – to use the binary maximum flow task

Подальший розвиток української економіки неможливий без ефективного використання виробничого потенціалу підприємств. Процес прискорення економічного зростання передбачає якісні зміни не тільки в техніці і технології, а і в управлінні і організації виробництва. Теорія і практика показує, що оптимізація складних виробничих систем може бути досягнута за допомогою створення економіко-математичних моделей. Моделювання всього комплексу виробничих процесів представляє собою складну проблему, так як необхідно моделювати основні, допоміжні і обслуговуючі процеси і їх взаємозв'язки.

В загальному вигляді виробничу потужність розглядають як максимально можливий випуск продукції у відповідний період часу при визначених умовах використання обладнання і виробничих ресурсів. Розрахунок виробничої потужності має свої особливості в залежності від галузі і типу виробництва. В умовах металургійних підприємств виробничий процес представляє собою систему взаємозв'язаних потужних потоків різних видів сировини, матеріалів, палива і напівфабрикатів, які підлягають переробці на агрегатах великої потужності зі складним обладнанням на дільницях, які обслуговують ці агрегати. Кожний виробничий процес розчленується на ряд ступенів. Ступінь, яка визначає випуск продукції (домени печі, конвертори, прокатні стани) називається основною. Задача інших ступенів є повне і своєчасне обслуговування і забезпечення діяльності основної ступені.

Структура виробничих потоків в необхідному рівні деталізації адекватно може бути представлено графом [1, 2]. Вершини графа відділяють кінець попереднього і початок наступного процесів, а дуги представляють власне виробничі процеси. В подальшому використовуємо термін "сітка", так як кожній дузі буде поставлено декілька чисел, тоді як в теорії графів дуга показує тільки на те що вузли з'єднані. Будемо використовувати символ N_i для позначення вузла i , символ A_{ij} для позначення дуги, яка веде із N_i в N_j . Кожній дузі сітки поставлено відповідно невід'ємне число, яке показує продуктивність або пропускну здатність дуги. В сітці виділяють два спеціальні

вузли. Один з них називається джерело і позначається s , другий називається стік і позначається t . Решта вузлів – проміжні. Початок технологічного процесу на дільниці (цеху) представляється вершиною – джерелом сітки N_s , а його кінець – стоком N_t . Всі вершини нумеруються індексами, із чого утворюється нумерація дуг сітки. Кількість матеріалу, що перероблюється в процесу (i,j) в одиницю часу дає потік x_{ij} по дузі, яка представляє виробничий процес. Потік із джерела в стік представляє собою сукупність потоків по всіх дугах сітки і його величину обозначимо V .

Потік в сітці відповідає лінійним обмеженням:

$$\sum_j x_{ij} - \sum_k x_{jk} = \begin{cases} -V, \text{ коли } j = s, \\ 0, \text{ коли } j \neq s, t, \\ V, \text{ коли } j = t \end{cases}, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} V &\geq 0 \\ 0 &\leq x_{ij} \leq b_{ij} \quad \text{для всіх } i, j \end{aligned} \quad (2)$$

Обмеження (1) показує, що в кожній вузол (крім джерела і стоку) приходиться стільки потоку, скільки із нього виходить. Обмеження (2) означає, що потік x_{ij} по дузі обмежений пропускною здатністю дуги b_{ij} . Задача знаходження величини максимального потоку в будь-якій сітці є задачею лінійного програмування з цільовою функцією $V = \sum_j x_{sj}$ і обмеженнями (1) – (2). Для вирішення цієї задачі розроблений більш ефективний алгоритм, ніж симплекс-метод для загальної задачі лінійного програмування – метод розстановки позначок для знаходження максимального потоку в сітці [2, 3]. Алгоритм розстановки позначок заключається у систематичному пошуку всіх можливих шляхів із джерела в стік, який збільшує потік. Після того, як знайдено будь-який шлях, який збільшує потік, визначають величину максимальної пропускної здатності шляху. Далі потік збільшують на цю величину. Обчислення закінчуються, якщо одержано максимальний потік, тобто немає ні одного шляху, який збільшує потік в сітці.

Була побудована і досліджена сіткова модель доменного виробництва. Розрахована продуктивність доменних печей і пропускна здатність технологічного обладнання, яке приймає участь у технологічному процесі. Продуктивність доменних печей розрахована в тоннах чавуну, а пропускна здатність обладнання в натуральних одиницях, тобто вагою матеріалу, який перероблюється на даному обладнанні. Для розрахунку параметрів сіткової моделі необхідна спільна одиниця виміру, для чого використано витратні коефіцієнти, за допомогою яких пропускна здатність обладнання

вираження в тоннах чавуну. Вирішення задачі про максимальний потік дає можливість визначати максимальний випуск продукції підрозділом при наявній пропускній здатності обладнання допоміжних і обслуговуючих дільниць, що дозволяє оптимізувати виробничу потужність і виробничу програму.

В теорії організації виробництва з розрахунком виробничої потужності тісно пов'язана проблема знаходження вузьких місць. З проблемою вузьких місць пов'язані дві задачі – ліквідація і недопущення їх виникнення. Попередження виникнення вузьких місць не виключає можливості утворення широких місць, які також небажані, як і вузькі місця. В теорії організації розглядаються вузькі місця відносно виробничої програми і порівняльні вузькі місця. Вузьке місце відносно до виробничої програми не дозволяє її виконати. Для виконання виробничої програми необхідно або розширити вузьке місце, або зменшити виробничу програму. Порівняльні вузькі місця не впливають на виконання виробничої програми і на планові показники роботи підприємства в цілому, і тому наявність їх, як правило, не викликає занепокоєння. Обидва види вузьких місць небажані у виробництві. Але ліквідація вузьких місць, не рідко, потребує реконструкції цехів або всього підприємства.

Кожній задачі лінійного програмування відповідає друга, яка називається двоїста [3]. Задача пошуку вузьких місць в сітковій моделі вирішується у вигляді двоїстої задачі про максимальний потік. В роботі [2] розглядається поняття "розрізу" в сітці. Якщо розчленувати всі вершини сітки на дві незбіжні множини вершин таким чином, щоб джерело належало одній з них, а стік – другій, то розрізом сітки буде множина дуг, які виходять із вершин першої множини і входять в вершини другої множини. Додаванням величини пропускної здатності цих дуг визначається пропускна здатність розрізу. Мінімальний розріз – це розріз з найменшою для даної сітки пропускною здатністю, що відповідає вузькому місці у виробничих потоках. В роботі [2] доведена теорема про рівність величини максимального потоку пропускній здатності мінімального розрізу в сітці.

Якщо рівнянням (1) віднести множник $\pi(i)$, а до нерівності (2) – множник $\gamma(i, j)$, то одержимо умови двоїстої задачі

$$-\pi(s) + \pi(t) \geq 1, \quad (3)$$

$$\pi(i) - \pi(j) + \gamma(i, j) \geq 0, \quad (4)$$

$$\gamma(i, j) \geq 0 \quad (5)$$

і треба знайти максимум форми

$$\sum b_{ij} * \gamma(i, j) \quad (6)$$

при цих умовах.

Оптимальне рішення двоїстої задачі визначається наступними формулами:

$$\pi(i) = \begin{cases} 0 & \text{при } N_i \in X \\ 1 & \text{при } N_j \in \bar{X} \end{cases} \quad (7)$$

$$\gamma(i, j) = \begin{cases} 0 & \text{при } A_{ij} \in (X, \bar{X}) \\ 1 & \text{в інших випадках} \end{cases} \quad (8)$$

Рішення двоїстої задачі про максимальний потік дає можливість визначити вузькі місця у комбінованих виробничих потоках. В теорії організації виробництва відзначається, що в комбінованих потоках виробничий процес здійснюється:

- на наскрізних допоміжних дільницях-ступенях, які обслуговують всі основні агрегати;
- на вузлових ступенях, які обслуговують тільки декілька агрегатів;
- на локальних ступенях, які обслуговують один основний агрегат.

Виходячи з цього запропонована класифікація вузьких місць у відповідності з класифікацією ступенів виробничих потоків:

- наскрізні, що відповідають наскрізній ступені;
- вузлові, що відповідають вузловій ступені;
- локальні, що відповідають локальній ступені.

В комбінованих виробничих потоках еквівалентним терміном для вузького місця є поняття мінімального розрізу сітки. Вузьке місце відповідає не який-небудь окремий одиниці обладнання, як в простій формі потоку, а вузьким місцям може бути декілька процесів, тобто вузьке місце розчленовується в просторі і часі.

Література

1. Берж К. Теория графов и её применение [текст]: К.Берж. – М.: Изд-во иностр. лит-ры, – 1965. – 410 с.
2. Форд А.Р. Потоки в сетях [текст]: А.Р.Форд, Д.Р.Фалкерсон: пер. с англ. – Мир. – 1966. – 276 с.
3. Данциг Дж. Линейное программирование, его применение и обобщение [текст]: Пер. с англ. / Г.А.Андрианова. – М.: Прогресс, 1966. – 600 с.