# ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУР ЭЛЕКТРОННЫХ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ ВЫРАБОТКИ ПРИОРИТЕТОВ

*И. Ф. Огороднейчук, А. Я. Куземин, В. И. Мелешко, В. И. Пономарев*

Харьков

Хорошо известно, что функционирование электронной системы или схемы во многом зависит от вида ее структуры. Поэтому определенная обработка и выбор структурной реализации путем соответствующего варьирования параметров ее частей может привести к улучшению, т. е. оптимизации, нужных характеристик системы.

Будем считать, что качество функционирования электронной системы задается критерием $Q(x)$, который необходимо минимизировать:

$$Q(x) \to \min_{x \in X}. \qquad (1)$$

Под $X = (X_1, \ldots, X_m)$ имеется в виду множество допустимых значений варьируемых параметров (факторов). Например, в случае высокочастотной связи по распределительной электрической сети $x_1$ — отдельные части (ответвления) структуры, $x_2$ — длина ответвлений, $x_3$ — количество ответвлений и т. д., причем, параметры $x_i \in X_i$ могут принимать как непрерывные, так и дискретные значения.

Особенностью оптимизационной задачи (1), встречаемой при синтезе сложных структур электронных и электрических систем, является невозможность задания критерия качества $Q(x)$ аналитической функцией, которая была бы выпуклой и дифференцируемой. Поэтому применение методов релаксации для решения этой задачи невозможно [1].

Трудности усугубляются тем, что часто функционал качества $Q(x)$ задается на дискретном множестве $X_i$, которое можно упорядочить произвольным образом (например, индексным множеством частей электронной схемы). Из-за этого локальные свойства функционала $Q(x)$ ухудшаются до такой степени, а задача становится настолько многоэкстремальной, что методы статистического поиска [2] оказываются неэффективными. Глобальный минимум можно найти только путем полного перебора. Как показано в работе [3], количество вариантов перебора при $n$ варьируемых факторах, принимающих по два значения, равно $2^n$.

Для встречающихся в практике задач это число становится астрономически большим, а объем решения сильно превышает возможности современных ЭВМ. Поэтому единственный способ оптимизации в таких задачах — приближенное решение с привлечением эвристических методов. Будем решать задачу оптимизации приемом, близким методу покоординатного спуска [2], но с предварительным введением приоритетов. Это позволит значительно уменьшить количество просматриваемых реализаций схемы для получения оптимального варианта.

Суть эвристического подхода состоит в выработке приоритетов на оптимизирующие параметры $x_i \in X_i$, т. е. в упорядоченности очередности их варьирования по возможности влияния на функционал качества электронной схемы.

Введем некоторые понятия о приоритетах. Назовем приоритет полноценным, если при его применении:

1) значение критерия заведомо улучшается (при минимизации уменьшается);

2) улучшение происходит быстрее, т. е. приращение функционала $Q(x)$ самое большое.

Приоритет называется неполноценным, если его использование приводит только к тому, что приращение функционала оказывается самым большим. Иными словами, приоритет указывает, что ожидаемое приращение функционала для $x_i$ больше, чем для всякого другого $x_j$.

Определение полноценных приоритетов затруднено из-за необходимости большого количества исходной информации о свойствах критерия. Более доступна выработка неполноценных приоритетов. Ниже будут построены правила их количественного определения. В дальнейшем неполноценные приоритеты будем называть просто приоритетами.

Приведем обоснование возможности привлечения статистических методов при выработке приоритетов, несмотря на детерминированность критерия качества $Q(x)$.

Так как параметры $x_i \in X_i$ принимают не менее двух различных значений, множество различных состояний электронной схемы $N \geqslant 2^m$. Множеству возможных состояний $N$ можно сопоставить множество всех его подмножеств $\tilde{N} \geqslant 2^{2^m}$, представляющих конечные последовательности длины, меньшей или равной $m$ [4].

Как указывает А. Н. Колмогоров в работе [5], случайными свойствами обладают те элементы, сложность которых приближается к величине $\log_2 S$, где $S$ — число элементов некоторого фиксированного множества, членом которого является данный элемент. В рассматриваемом нами случае элемент состоит из некоторого количества экспериментальных характеристик, соответствующих подмножеству множества состояний $S = \tilde{N}$; поскольку сложность этого элемента приближается к $\log_2 S \geqslant 2^m$, его можно считать случайным. Следовательно [5], для обработки экспериментальных данных допускается использование аппарата математической статистики.

Поскольку разброс характеризуется дисперсией, допускается введение количественной характеристики приоритета как среднеквадратичного отклонения $\Delta_i$ — приращения функционала критерия качества электронной схемы $\Delta Q_i$ для $i$-го фактора. Как указывалось [4], плотность распределения вероятностей $\Delta Q_i$ может быть аппроксимирована плотностью нормальной случайной величины

$$p(\Delta Q_i) = \frac{1}{\Delta_i \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{\Delta Q^2}{2\Delta_i^2}\right\}. \qquad (2)$$

Исходя из этого, сформируем основное утверждение о приоритетах.

***Утверждение.*** *Если дисперсия $\Delta_i^2$ фактора $x_i$ больше дисперсии $\Delta_j^2$ фактора $x_j$, то в первую очередь необходимо варьировать фактор $x_i$, а затем — фактор $x_j$.*

Доказательство. Оценим математическое ожидание улучшения значения критерия качества электронной схемы в зависимости от величины дисперсии параметра $x_i$ при варьировании этого параметра.

Заметим, что улучшение значения функционала $Q(x)$ происходит в том случае, когда приращение $\Delta Q_i$ отрицательно. При положительном же приращении критерия качества значение функционала остается прежним. Это соответствует нелинейному преобразованию

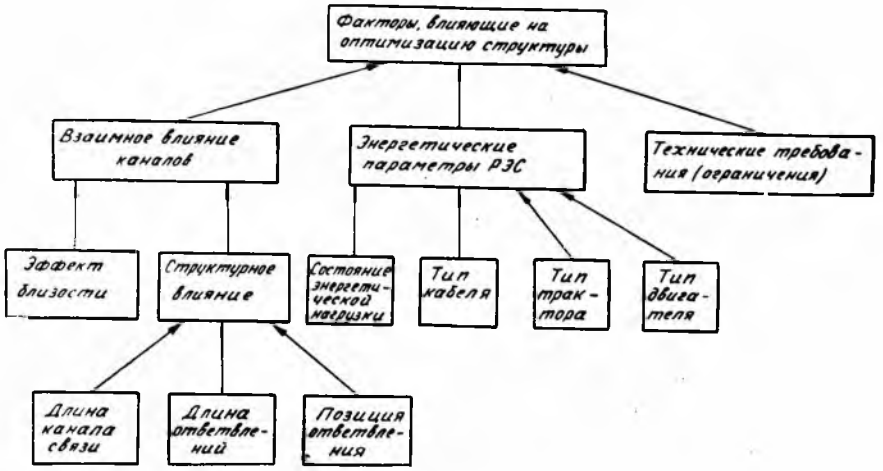
$$\Delta Q_i^* = \begin{cases} 0 & \text{при } \Delta Q_i \geqslant 0, \\ \Delta Q_i & \text{при } \Delta Q_i < 0. \end{cases} \qquad (3)$$

Если плотность распределения вероятностей $\Delta Q_i$ была нормальной, то после этого преобразования получим плотность распределения улуч-

ления значения критерия качества $\Delta Q_i^*$ [6], выражающуюся формулой

$$p(\Delta Q_i^*) = \frac{1}{\Delta_i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\Delta Q_i^*)^2}{2\Delta_i^2}} + \frac{1}{2}\delta(\Delta Q_i^*);\ \Delta Q_i^* < 0, \qquad (4)$$

где $\delta$ — дельта-функция.




Факторы, определяющие выполнение оптимальной структуры.

Отсюда находим математическое ожидание улучшения значения функционала

$$M\Delta Q_i^* = \int_{-\infty}^{0} \Delta Q_i p(\Delta Q_i^*)\, d\Delta Q_i^* =$$

$$= \frac{1}{\Delta_i \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{0} \Delta Q_i^* e^{-\frac{(\Delta Q_i^*)^2}{2\Delta_i^2}} d\Delta Q_i^* + \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{0} \Delta Q_i^* \delta(\Delta Q_i^*)\, d\Delta Q_i^* = -\frac{\Delta_i}{\sqrt{2\pi}}. \qquad (5)$$

Следовательно, математическое ожидание улучшения значения критерия качества электронной схемы пропорционально среднеквадратичному отклонению. Иными словами, чем больше дисперсия $\Delta_i^2$ фактора $x_i$, тем эффективнее проведение оптимизации именно по данному фактору. Этим и доказывается основное утверждение о приоритетах.

Проиллюстрируем возможность оптимизации по предлагаемому алгоритму на примере оптимизации структуры системы высокочастотной связи по распределенным электрическим сетям. Факторы, влияющие на оптимизацию структуры, можно представить в виде блок-схемы (рисунок).

При исследовании силовых сетей как каналов связи неоднократно обращалось внимание [7, 8] на взаимное влияние каналов, обусловленное структурным влиянием и распределением высокочастотных (в. ч.) каналов в диапазоне частот.

Решение широкого круга вопросов связано и с определением влияния энергетических параметров на в. ч. тракт. Влиянием низковольтного оборудования пренебречь нельзя, так как входные сопротивления соизмеримы с волновым сопротивлением кабеля [9]. Тип кабеля также существенно сказывается при выяснении пути распространения в. ч. сигнала [9].

В разветвленной структуре при в. ч. связи затухание определится главным образом резонансными явлениями и взаимодействием между кабелями и электроустановками, двигателями и трансформаторами [7—9].

Конфигурация в. ч. тракта в силу своего основного назначения силовой сети содержит ответвления. Затухание, вносимое ответвлением, зависит от его длины, нагрузки на конце рабочей частоты в. ч. канала и в общем случае колеблется в очень широких пределах (теоретически от 0 до $\infty$). Особенно резкое колебание вносимого затухания отмечается у сравнительно коротких ответвлений; с увеличением длины они сглаживаются, приближаясь к некоторой постоянной величине [8]. Улучшение характеристики системы связи можно получить путем соответствующей в. ч. обработки структуры с учетом технических требований.

Качество функционирования системы в. ч. связи задается критерием $Q(x)$, который нужно минимизировать (1). Множество изменяемых факторов $x = (x_1, x_2, \ldots, x_m)$ представлено на рисунке.

Задача оптимизации структуры в. ч. связи по распределительной электрической сети соответствует решенной выше проблеме оптимизации в общем виде. Решение нашего примера начнем с составления таблицы дисперсий факторов на одной частоте (табл. 1).

Таблица 1

| Факторы изменения структуры | $\Delta_i^2$ | Очередность приоритетов | Количество возможных вариаций |
|---|---|---|---|
| Длина одного ответвления . . . . . | 7,5 | III | $2^8$ |
| Позиция одного ответвления . . . . . | 19 | I | $2^4$ |
| Взаимное влияние ответвлений в зависимости от их длины . . . . . | 3 | IV | Не варьировались |
| Взаимное влияние ответвлений в зависимости от их расположения . . . . . | 9,5 | II | $2^3$ |

По данным табл. 1 легко определить приоритет очередности варьирования факторов. Об улучшении характеристики в. ч. тракта свидетельствует простой анализ результатов пошаговой оптимизации после применения вариации факторов (обработки ответвлений) в соответствии с приоритетом факторов (табл. 2).

Таблица 2

| Количество изменений структуры | 0 | 5 | 10 | 20 |
|---|---|---|---|---|
| Затухание (нп) | 3,84 | 2,7 | 2,15 | 1,9 |

Данный пример наглядно иллюстрирует возможность оптимизации структуры по обоснованному выше алгоритму.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Е. С. Левитин, Б. Т. Поляк. Методы минимизации при наличии ограничений. Ж. выч. матем. и матем. физики, 1966, № 5.

2. Л. А. Растригин. Статистические методы поиска. Изд-во «Наука», М., 1968.

3. И. Ф. Огороднейчук, А. Я. Куземин, В. И. Мелешко, В. И. Пономарев. Определение оптимального разбиения диапазона частот в системе телемеханики по критерию минимума средних ошибок. Тр. семинара «Машинное проектирование электронных схем», ИК АН УССР, Киев, вып. 3, 1970.

4. Н. В. Хованов, В. П. Хованов. Об одном подходе к управлению сложными системами. Тр. объединения «Ленэлектронмаш», т. I, Л., 1968.

5. A. N. Kolmogorov. On tables of random numbers. «Sankhya», ser. A, 25, 4 (1963).
6. Б. Р. Левин. Теоретические основы статистической радиотехники, т. I. Изд-во «Сов. радио». М., 1966.
7. Б. П. Белоус, В. Е. Ефремов. Средства связи в электрических сетях. Изд-во «Энергия», М., 1968.
8. С. С. Агафонов, В. Г. Каган, К. Е. Михайлов, И. И. Цитвер. Проектирование высокочастотных каналов по ЛЭП. Изд-во «Энергия», М., 1967.
9. В. Д. Остроухов. Исследование каналов связи по шахтным силовым сетям методами моделирования и аналитическими методами с применением ЭЦВМ. Автореф. канд. дисс., Харьков, 1966.

# ЭФФЕКТИВНОСТЬ ОПТИМИЗАЦИИ ЭЛЕКТРОННЫХ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРИОРИТЕТОВ

***И. Ф. Огороднейчук, А. Я. Куземин, В. И. Мелешко, В. И. Пономарев***

Харьков

Как указывалось ранее [1], существует аналогия между предложенным методом оптимизации сложных систем — покоординатным самообучением на основе выработки статистических приоритетов и стохастическим автоматом с целесообразным поведением [2]. Частная конструкция такого автомата с переменной структурой известна как «автомат-строка» [1]. При построении правил обучения автомата с целесообразным поведением для синтеза сложных систем удобно пользоваться понятиями приоритетов [1, 3].

Цель данного сообщения — доказать целесообразность действий в методе покоординатного самообучения даже при использовании неполноценных приоритетов. На простой линейной модели распределения неполноценных приоритетов выведем меру целесообразности (назовем ее коэффициентом эффективности $K_{эф}$), указывающую на то, во сколько раз увеличивается ожидаемое улучшение критерия качества при использовании приоритетов. Условием целесообразности введения приоритетов является требование $K_{эф} > 1$.

Пусть $Q(x)$ — функционал качества сложной системы; $x = (x_1, \ldots, x_m)$ — $m$-мерный вектор варьируемых параметров (факторов).

Если варьировать факторы без приоритетов, то вероятность варьирования $i$-го фактора составит $p_i = \frac{1}{m}$ $(i = \overline{1, m})$, т. е. все факторы равноправны. Тогда математическое ожидание улучшения критерия по всем факторам запишется в виде

$$M\Delta Q^* = \overline{\Delta Q}^* = \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{m} \cdot \frac{\Delta_i}{\sqrt{2\pi}} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \Delta_i}{m\sqrt{2\pi}}. \qquad (1)$$

Пусть среднеквадратичные отклонения равномерно заполняют интервал $[\Delta_{min}, \Delta_{max}]$, т. е.

$$\Delta_i = \Delta_{min} + \frac{\Delta_{max} - \Delta_{min}}{m-1}(m-i), \quad i = \overline{1, m}. \qquad (2)$$

Тогда

$$M\Delta Q_i^* = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left(\Delta_{min} + \frac{\Delta_{max} - \Delta_{min}}{m-1}(m-i)\right), \quad i = \overline{1, m}; \qquad (3)$$

$$M\Delta Q^* = \frac{\Delta_{max} + \Delta_{min}}{2\sqrt{2\pi}}.$$