

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО СИГНАЛА В НЕСТАЦИОНАРНОЙ ПЛАЗМЕ С ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА

ЕМЕЛЬЯНОВ К.М., НЕРУХ А.Г., ФЕДОТОВ Ф.В.

На основе метода интегральных уравнений проводится численное исследование задачи о распространении электромагнитного сигнала в нестационарной безграничной плазменной среде. Рассматриваются различные законы изменения плазменной частоты. Для автоматизации процесса численного эксперимента разрабатывается специализированный программный комплекс, позволяющий проводить моделирование задач о распространении электромагнитных сигналов в нестационарной среде с изменяющимися во времени параметрами.

1. Введение

В последнее время значительно возрос интерес к исследованию преобразования нестационарных электромагнитных сигналов вообще и в нестационарных средах в частности [1]. Причиной этого послужили успешные эксперименты по конверсии частоты микроволнового излучения в устройствах с нестационарной плазмой при одновременной ионизации всей газовой среды в рабочем объеме (flash ionization). Хотя конкретные устройства имеют конечные размеры, для выяснения физических процессов преобразования нестационарных сигналов за счет нестационарности среды можно использовать модель безграничной плазменной среды [2]. Внезапно возникшая (за счет ионизации) плазменная среда оказывает сильное влияние на характер распространения электромагнитных волн и находит многочисленные приложения в оптоэлектронных приборах, например, сверхбыстрое оптическое переключение.

Для моделирования физических процессов доступен целый ряд универсальных программных пакетов, например, MathCAD, Maple, Mathematica. Однако их применение для проведения цикла однотипных исследований не удобно из-за их низкой скорости, неэффективного использования системных ресурсов, необходимости выполнения большого объема рутинной ручной работы. Таким образом, для повышения эффективности и снижения временных затрат при проведении исследований необходимо создать специализированный программный комплекс для автоматизации проведения численных экспериментов в рамках решаемой задачи, накопления данных и анализа результатов.

2. Постановка задачи

Предположим, что до нулевого момента времени существует электромагнитная волна $E_0(t, x)$. В нулевой момент времени среда в пространстве приобретает плазменные свойства.

В целях упрощения исследования и выявления именно влияния нестационарности рассмотрим резкое изменение во времени свойств плазмы, которая будет характеризоваться функцией плазменной частоты $\omega_e = \omega_e(t)$. Как показано в работе [3], эволюция электромагнитного поля в такой плазменной среде описывается интегральным уравнением Вольтерра второго рода, которое в одномерном случае имеет следующий вид:

$$E(\tau, \xi) = E_0(\tau, \xi) - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \int_0^\tau dt' \int_{-\infty}^\infty d\xi' \theta(\tau - \tau' - |\xi - \xi'|) \times \\ \times \int_0^{\tau'} d\tau'' \omega_e^2(\tau'') (\tau' - \tau'') E(\tau'', \xi''), \quad (1)$$

где $\theta(\cdot)$ – единичная ступенчатая функция Хевисайда.

Здесь введены безразмерные переменные: пространственная координата $\xi = \omega_0 x/c$ и время $\tau = \omega_0 t$, где $\omega_0 = \omega_e(0)$.

Изменив в уравнении (1) порядок интегрирования по τ и τ' , вычислим интеграл по τ' и затем вычислим производную по τ . Используя соотношение $\delta(\tau - \tau' - |\xi - \xi'|) = \delta(\xi' - \xi - \tau + \tau') + \delta(\xi' - \xi + \tau - \tau')$, сведем двойной интеграл в (1) к криволинейному. Далее, используя свойства δ функции, вычислим интеграл по переменной ξ и для упрощения дальнейших расчетов перейдем от дифференцирования по времени к дифференцированию по пространственной координате. Это позволяет сделать симметрия переменных τ, ξ в уравнении (1). В результате получим:

$$E(\tau, \xi) = E_0(\tau, \xi) - \frac{1}{2} \int_0^\tau dt' \omega_e^2(\tau') \int_{\xi - \tau + \tau'}^{\xi + \tau - \tau'} d\xi' E(\tau', \xi') - \\ - \int_0^\tau dt'' \omega_e^2(\tau'') (\tau - \tau'') [E(\tau'', \xi' + \tau - \tau'') + E(\tau'', \xi' - \tau + \tau'')] - \\ - \frac{1}{4} \frac{\partial}{\partial \xi} \int_0^\tau dt'' \omega_e^2(\tau'') (\tau - \tau'')^2 \times \\ \times [E(\tau'', \xi' + \tau - \tau'') - E(\tau'', \xi' - \tau + \tau'')]. \quad (2)$$

Это уравнение описывает эволюционность нестационарного процесса в плазменной среде и явно определяет величину поля в точке (τ, ξ) через его значения в предшествующих данному моменту точках линий $\xi' = \xi \pm (\tau - \tau')$.

Для решения уравнения (2) воспользуемся численным алгоритмом прямого пошагового интегрирования [4, 5]. Сущность такого метода заключается

в пошаговом решении уравнения (2). При расчете поля на данном временном слое $\tau = \tau_n$ используются значения величины поля, полученные на предыдущих слоях. Для вычисления интегралов применяется пятиточечный алгоритм Симпсона, а при дифференцировании по пространственной координате для уменьшения влияния погрешностей интегрирования – метод дифференцирования со сглаживанием.

Для вычисления интеграла на плоскости (ξ, τ) выбирается прямоугольная сетка с шагом $\Delta\tau = 0.5\Delta\xi = 0.025$. Выбор такой сетки удовлетворяет условию устойчивости [6]. Оценка погрешности метода была проведена в работе [5]. Для численных экспериментов мы рассматриваем два вида первичного электромагнитного поля: гармоническую волну $E_0(\tau, \xi) = \cos \omega(\tau - \xi)$ и гауссов пучок $E_0(\tau, \xi) = \exp[-(\tau - \tau_0 - \xi)^2 / 2s^2]$.

3. Описание программного комплекса

Для автоматизации процесса численного эксперимента разработан специализированный программный комплекс. Программа реализована с использованием среды программирования Borland C++ Builder для Windows. Данная среда совмещает в себе мощь языка C++ и простоту разработки интерфейса с применением технологии визуального проектирования. Структура программы спроектирована на основе объектно-ориентированного принципа. Работа ядра программы основана на функционировании абстрактных базовых классов, определяющих лишь интерфейс взаимодействия, а реализация вычислительных функций определяется уже в конкретных классах-наследниках. При этом законы изменения среды, тип входного электромаг-

нитного сигнала, используемые для расчета алгоритмы, а также модули анализа результатов реализуются в программе как библиотеки специальных классов, что позволяет легко расширять функциональность программы. Схема взаимодействия основных функциональных модулей программы представлена на рис. 1.

Визуальный интерфейс построен на концепции встраиваемых окон. Во время запуска программы функция инициализации подключает к системе реализованные функциональные модули. Преимущество такого подхода заключается в том, что разбиение различных логических подсистем на отдельные классы и модули позволяет провести более детальное структурирование программы и упрощает процесс ее отладки и дальнейшего развития. С другой стороны, объединение всех визуальных элементов в единое окно упрощает общий пользовательский интерфейс программы. Данный подход позволяет легко наращивать функциональность программы без внесения изменений в уже готовые модули.

Разработанный программный комплекс дает возможность производить следующие операции:

- ввод данных параметров эксперимента в диалоговом режиме. Входными параметрами программы являются закон изменения во времени параметров среды и тип первичного поля;
- решение задачи с использованием различных численных алгоритмов;
- оценка точности выполненных расчетов по тестовым задачам, имеющим аналитические решения. Если для данной задачи в программе заложено точное решение, то оно будет также сгенерировано,

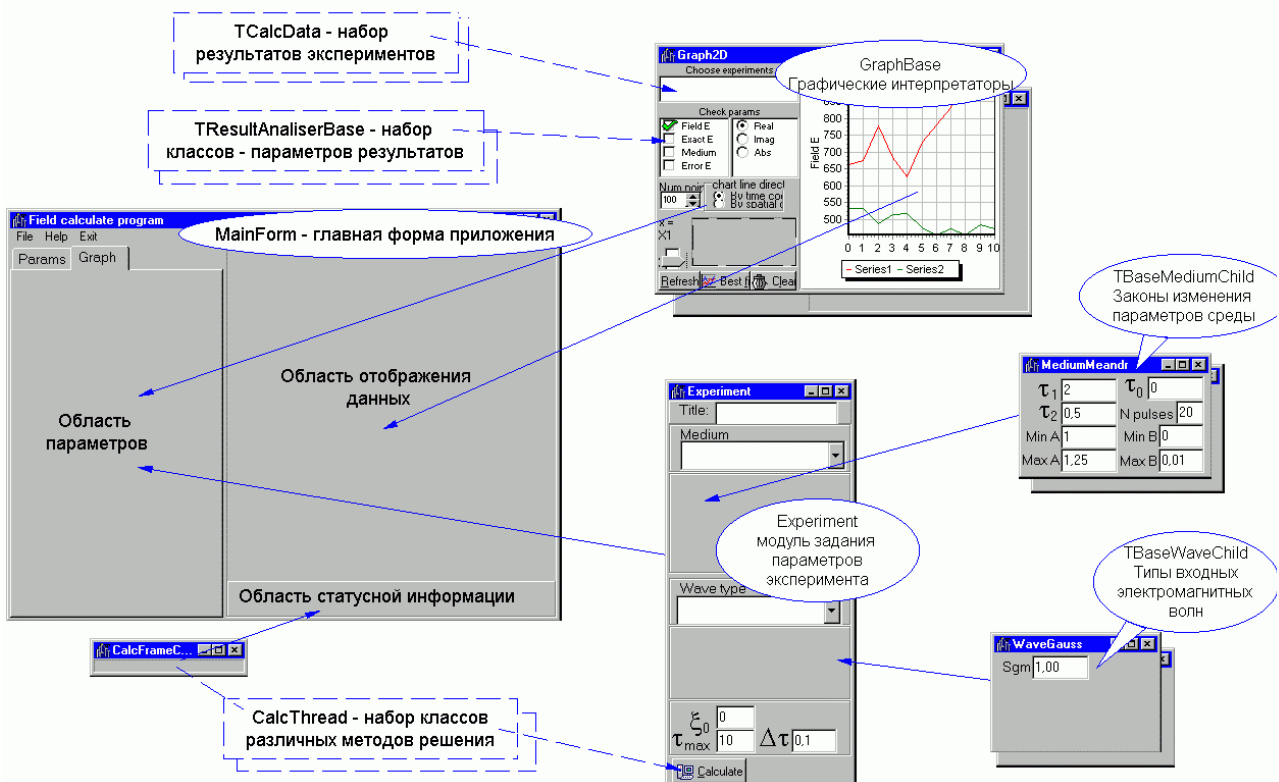


Рис. 1. Схема взаимодействия основных модулей программы

что позволяет производить оценку точности и устойчивости реализованных численных алгоритмов;

- накопление результатов численных экспериментов и их обработка, в том числе совмещение результатов нескольких численных экспериментов на одном графике;
- экспорт данных или выборки из них в текстовый файл для использования в других специализированных пакетах;
- экспорт рисунков с использованием наиболее распространенных графических форматов.

Интерфейс программы спроектирован для создания максимально удобной и эффективной работы исследователя. Результаты нового эксперимента сразу после завершения процесса численного расчета можно просмотреть на графиках в сочетании с уже полученными ранее данными. Таким образом, процесс исследования производится итеративно — новые численные эксперименты планируются с учетом предыдущих результатов.

4. Численные результаты

Исследование проведено для нескольких видов временной зависимости плазменной частоты. Все приведенные ниже результаты соответствуют $\xi = 0$. Параметры сигналов выбраны следующим образом: $\omega = 1$, $\tau_0 = 5$, $s = 1$.

4.1. Импульсное изменение

Вначале рассмотрим изменение плазменной частоты по импульсному закону:

$$\omega_e^2(\tau) = \omega_{e0}^2 (e^{-\alpha\tau} - e^{-\beta\tau}),$$

где α, β — произвольные положительные константы.

Такой характер изменения плазменной частоты является типичным для различных видов нестационарной плазмы и часто используется для моделирования физических процессов. Форма профиля плазменной частоты изображена на рис. 2. Кривые изменения во времени трансформированного поля для первичных гармонической волны и гауссового пучка представлены на рис. 3. Гармоническая волна сохраняет свой характер, но изменяет частоту.

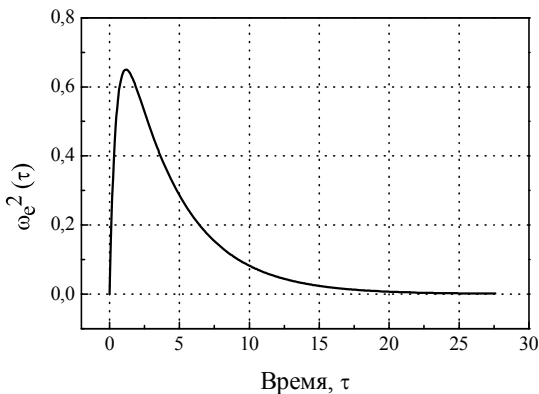


Рис. 2. Импульсный закон изменения плазменной частоты при $\alpha = 0.25$, $\beta = 2$, $\omega_{e0}^2 = 1$

Разновидностью импульсного закона изменения плазменной частоты является *hump* профиль [7], который соответствует тому, что концентрация электронов в плазме вначале резко изменяется, а затем постепенно устанавливается на новом уровне.

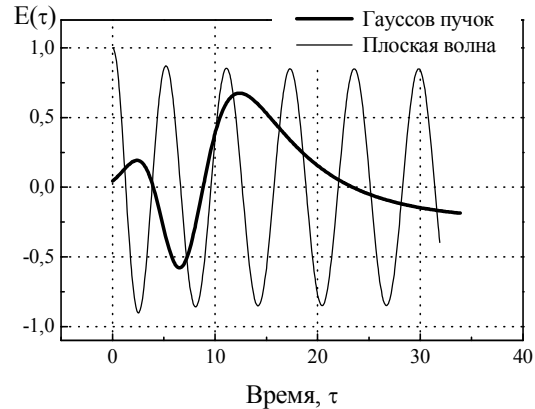


Рис. 3. Изменение поля во времени при импульсном изменении плазменной частоты

Форма профиля задается соотношениями:

$$\omega_e^2(t) = \omega_{e1}^2, \quad -\infty < t < -T_{r1}$$

$$\omega_e^2(t) = \omega_{e1}^2 e^{-a(t+T_{r1})} + \omega_{e2}^2 \left[1 - e^{-b(t+T_{r1})} \right], \quad -T_{r1} < t < \infty$$

где

$$T_{r1} = \frac{\frac{\omega_{e2}^2}{\omega_{e2}^2 - \omega_{e1}^2} - \frac{\omega_{e1}^2}{\omega_{e2}^2 - \omega_{e1}^2}}{a}$$

Параметры a и b определяются неравенством

$$1 < \frac{b}{a} < \frac{\omega_{e2}^2}{\omega_{e1}^2}.$$

Такой выбор параметров обеспечивает положительные значения T_{r1} . Форма профиля изображена на рис. 4.

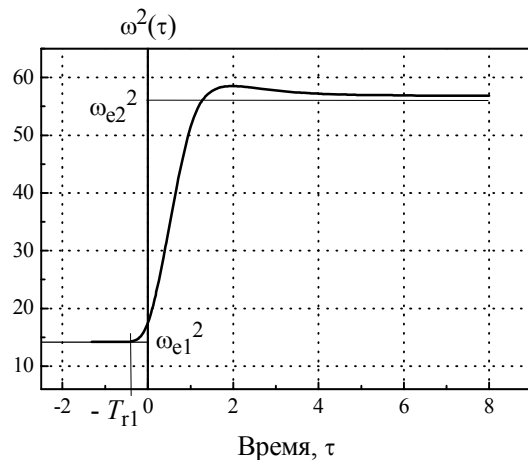


Рис. 4. *Hump* профиль изменения плазменной частоты

Рассмотрим преобразование поля при таком изменении параметров среды. Численные значения

параметров выберем следующим образом [7]: $\omega = 3\pi$, $\omega_{p1} = 3.77$, $\omega_{p2} = 7.54$, $b/a = 2.5$. Графики временной зависимости вторичных волн представлены на рис. 5. Для гауссового пучка на рис. 5 выбрано $\tau_0 = 0$.

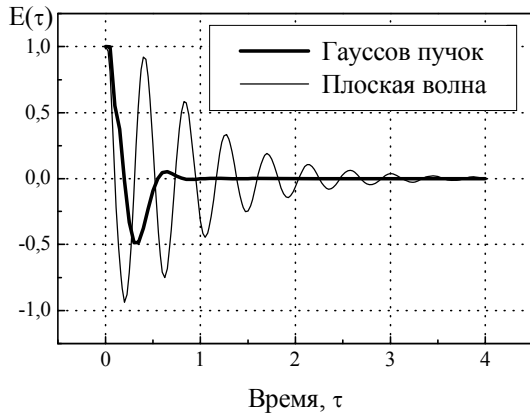


Рис 5. Трансформация сигнала на *hump* профиле

4.2. Периодическое изменение параметров среды

При решении задачи управления электромагнитным сигналом в оптоэлектронных системах связи представляет интерес преобразование сигнала при временной модуляции среды конечным пакетом повторяющихся импульсов [8]. Поэтому для исследования такого преобразования рассмотрим изменение плазменной частоты по закону конечного пакета прямоугольных импульсов [9, 10].

Будем полагать, что, начиная с нулевого момента времени, плазменная частота среды изменяется во времени по закону конечного пакета из N прямоугольных периодических импульсов. Таким образом, на интервалах возмущения $(n-1)(\tau_1 + \tau_2) < \tau < \tau_1 + (n-1)(\tau_1 + \tau_2)$ плазменная частота принимает значение $\omega_e^2(\tau) = \omega_{e2}^2$, а на интервалах покоя $\tau_1 + (n-1)(\tau_1 + \tau_2) < \tau < n(\tau_1 + \tau_2)$, $\omega_e^2(\tau) = \omega_{e1}^2$, где $n = 1, \dots, N$:

$$\omega_e^2(\tau) = \omega_{e1}^2 + (\omega_{e2}^2 - \omega_{e1}^2) \sum_{k=1}^N \{ \theta[t - (k-1)(\tau_1 + \tau_2)] - \theta[t - \tau_1 - (k-1)(\tau_1 + \tau_2)] \} \quad (3)$$

Здесь τ_1 — длительность интервала возмущения; τ_2 — длительность интервала покоя.

Расчеты трансформированного поля проведены для случая временного изменения плазменной частоты по закону (3) с параметрами $\omega_{e1}^2 = 1$, $\omega_{e2}^2 = 2$. Характер трансформации первичного гармонического сигнала представлен на рис. 6, а гауссового пучка — на рис. 7. И в том и в другом случае трансформированное поле имеет осциллирующий характер. Так как в интервалах возмущения плазменная частота имеет критическое значение по отношению к первичной волне, происходит затухание сигнала.

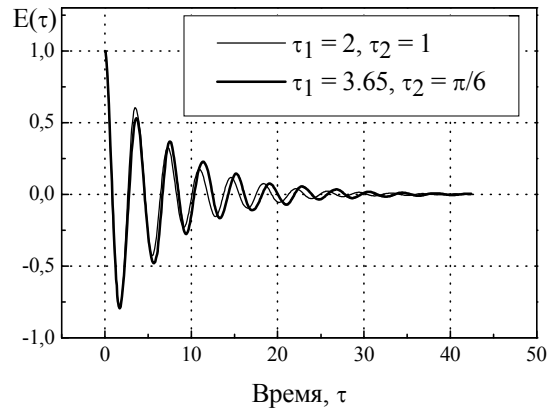


Рис. 6. Изменение во времени трансформированного поля плоской волны при изменении плазменной частоты по закону конечного пакета прямоугольных импульсов

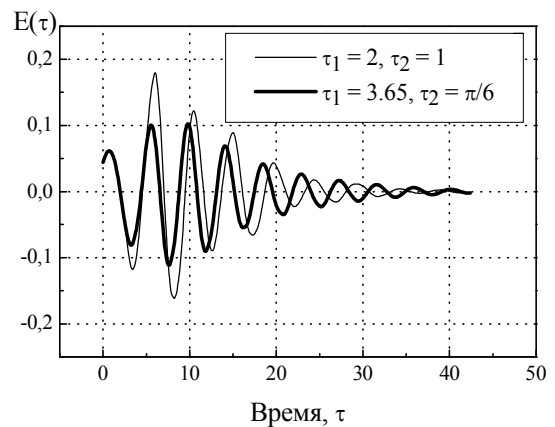


Рис. 7. Изменение во времени трансформированного поля гауссова пучка при изменении плазменной частоты по закону конечного пакета прямоугольных импульсов

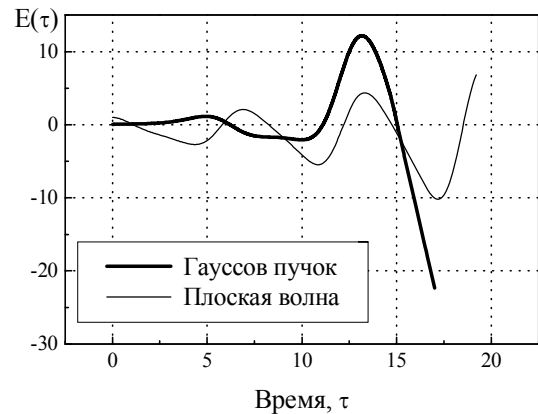


Рис. 8. Временное изменение преобразованного поля при гармоническом законе изменения плазменной частоты

4.3. Гармоническое изменение параметров среды

Рассмотрим в качестве функции возмущения среды гармоническую функцию $\omega_e^2 = \cos \eta \tau$. Результаты расчетов для двух типов первичного поля представлены на рис. 8, на котором видно параметрическое нарастание амплитуды колебаний трансформированного поля.

Усиление параметрического резонанса при удвоении частоты изменения плотности плазмы по отношению к частоте первичной волны показано на рис. 9.

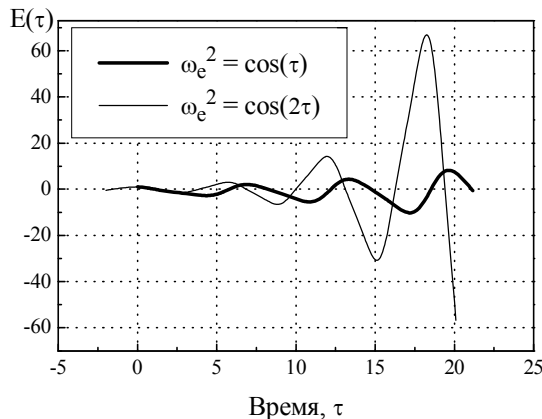


Рис. 9. Параметрический резонанс в плазменной среде

5. Заключение

Получено решение задачи о распространении электромагнитного сигнала произвольной формы в безграничной плазменной среде, плазменная частота которой изменяется во времени по произвольному закону. Рассмотрены различные законы изменения плазменной частоты.

Для автоматизации проведения численных экспериментов создан автоматизированный программный комплекс, позволяющий максимально повышать эффективность моделирования нестационарных процессов. Структура программы позволяет легко расширять её функциональные возможности.

Литература: 1. *Bakunov M.I., Maslov A.V.* Frequency Upshifting of Electromagnetic Radiation via Oblique Incidence on an Ionization Front. 1999. IEEE Transactions on Plasma Science, Vol. 27. №. 3. P. 655-663. 2. *Kuo S. Ren A.* Experimental Study of Wave propagation Through a Rapidly Created Plasma // IEEE Transactions of Plasma Science. 1993. Vol. 21, № 1. P. 53-56. 3. *Нерух А.Г., Хиженяк Н.А.* Современные проблемы нестационарной макроскопической электродинамики, Тест-Радио: Харьков, 1991. 4. *Nerukh A.G., Scherbatko I.V., Rybin O.N.* The Direct Numerical Calculation of an Integral Volterra Equation for an Electromagnetic Signal in a Time -

Varying Dissipative Medium // Journal of Electromagnetic Waves and Applications. 1998. Vol. 12, № 1. P. 167-176. 5. *Nerukh A.G., Yemelyanov K.M.* An Investigation of Signal Propagation in a Time-Varying Medium by Numerical Methods. AP 2000 Int. Conference on Antennas and Propagation, CD-ROM, April 9-14, 2000, Davos, Switzerland. 6. *Taflove A.* Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method. Boston: Artech House. 1995. 7. *Kalluri D.K.* Electromagnetics of Complex Media (Frequency Shifting by a Transient Magnetoplasma Medium). CRC Press: Boca Raton, Boston, New York, 1998. 8. *Wiesenfeld J.*, Wavelength conversion technology. Proc. of "COST 240 Management Committee Meeting" (Warsaw Poland) 1998. 9. *Nerukh A.G.*, Intermittency of Electromagnetic Waves in a Regular Time-Varying Medium // Journal of Physics D: Applied Physics. 1999. Vol. 32. P. 2006-2013. 10. *Емельянов К.М., Нерух А.Г.* Нерегулярное рассеяние электромагнитного сигнала в регулярной нестационарной среде // Вестник ХНУ. Радиофизика и электроника. 2000. №467. С. 148-151.

Поступила в редколлегию 20.10.2000

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. Колчигин Н.Н.

Емельянов Константин Марианович, аспирант кафедры теоретической радиофизики ХНУ. Научные интересы: нестационарная электродинамика сред с меняющимися во времени свойствами, новые аналитические и численные методы решения электродинамических задач. Адрес: Украина, 61077, Харьков, пл. Свободы, 4, тел.: +380(572)45-72-57.

E-mail: K.Yemelyanov@univer.kharkov.ua

Нерух Александр Георгиевич, д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики ХТУРЭ. Научные интересы: математическая физика, теория динамических систем, нестационарная электродинамика сред с меняющимися во времени свойствами и движущимися границами, новые аналитические и численные методы решения электродинамических задач. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, Харьков, тел.: +380 (572) 40-93-72.

E-mail: Nerukh@ddan.kharkov.ua

Федотов Фёдор Владимирович, аспирант кафедры высшей математики ХТУРЭ. Научные интересы: разработка численных алгоритмов и специализированных программ для моделирования задач нестационарной электродинамики. Адрес: Украина, 61166, пр. Ленина, 14, тел.: +380 (572) 40-93-72.

E-mail: ffedotov@yahoo.com, ffedor@email.itl.net.ua.