

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МЕХАНІЗМІВ ПОЛІГРАФІЧНОГО ОБЛАДНАННЯ В CAD/CAE-СИСТЕМАХ

Трунова Т.О.

асистент, кафедра «Медіасистеми та технології»,
Харківський національний університет радіоелектроніки
ORCID ID: 0000-0003-2689-2679

Табакова І.С.

к.т.н. професор, кафедра «Медіасистеми та технології»,
Харківський національний університет радіоелектроніки
ORCID ID: 0000-0001-6629-4927

***Анотація.** У роботі розглянуто комп'ютерне моделювання механізмів поліграфічного обладнання на основі інтеграції CAD/CAE-технологій. Систематизовано теоретичні засади параметричного та асоціативного моделювання, а також методи інженерного аналізу. Запропоновано методологічний підхід до замкненого цифрового циклу проєктування, що поєднує моделювання, аналіз і оптимізацію конструкцій, підвищуючи ефективність інженерної розробки.*

***Ключові слова:** CAD-системи, CAE-аналіз, поліграфічне обладнання, параметричне моделювання, цифрове проєктування, інтегрований інженерний цикл.*

Вступ

Сучасний розвиток поліграфічного машинобудування визначається глибокою інтеграцією цифрових технологій у всі етапи життєвого циклу обладнання – від концептуального проєктування до експлуатації та модернізації. Зростання вимог до якості друкованої продукції, підвищення швидкодії поліграфічних машин, а також необхідність забезпечення стабільності технологічних процесів зумовлюють ускладнення кінематичних схем і конструктивних рішень механізмів.

У таких умовах традиційні методи інженерного проєктування, що базуються на спрощених аналітичних розрахунках та багатоетапному експериментальному доведенні, виявляються недостатньо ефективними. Вони не дозволяють у повному обсязі врахувати багатофакторний характер взаємодії елементів механічних систем, зокрема нелінійні ефекти, змінні навантаження, вібраційні процеси та контактні явища, які є характерними для високошвидкісного поліграфічного обладнання.

У зв'язку з цим особливого значення набуває застосування комп'ютерного моделювання механічних систем із використанням сучасних CAD/CAE-систем, які забезпечують можливість побудови точних цифрових моделей реальних механізмів та виконання їх комплексного інженерного аналізу. Такі системи дозволяють поєднувати геометричне моделювання, кінематичний і динамічний

аналіз, а також чисельне дослідження напружено-деформованого стану в межах єдиного інтегрованого середовища.

Важливою особливістю сучасного підходу є перехід до концепції цифрового двійника механізму, коли фізичний об'єкт відтворюється у вигляді параметричної моделі, що здатна імітувати його поведінку в різних режимах роботи. Це створює передумови для багатоваріантного аналізу конструктивних рішень, оптимізації параметрів механізмів та прогнозування їх довговічності ще на стадії проектування, без необхідності виготовлення дорогих експериментальних зразків.

Актуальність дослідження визначається необхідністю підвищення ефективності інженерної розробки поліграфічного обладнання шляхом скорочення часу проєктного циклу, зменшення матеріальних витрат на випробування та підвищення точності прийняття інженерних рішень. Використання CAD/CAE-технологій у цьому контексті виступає не лише як інструмент візуалізації конструкцій, але й як повноцінна аналітична платформа для дослідження складних механічних процесів.

Сучасний стан розвитку програмних комплексів CAD/CAE (таких як системи твердотілого моделювання, мультифізичного аналізу та інтегрованого інженерного моделювання) дозволяє здійснювати комплексне дослідження механізмів поліграфічного обладнання з урахуванням реальних умов їх експлуатації. Це включає врахування інерційних навантажень, змінних режимів роботи, зношування елементів та впливу технологічних факторів.

Мета та задачі дослідження

Метою даного розділу є систематизація науково-методичних підходів до комп'ютерного моделювання механізмів поліграфічного обладнання в CAD/CAE-середовищах, а також обґрунтування ефективності використання інтегрованих цифрових технологій у процесі інженерного проєктування.

Для досягнення поставленої мети вирішуються такі завдання:

- систематизація теоретичних основ комп'ютерного моделювання механічних систем поліграфічного обладнання з урахуванням сучасних тенденцій цифровізації інженерного проєктування;
- дослідження можливостей CAD-систем у формуванні параметричних та асоціативних тривимірних моделей механічних конструкцій як базового етапу цифрового проєктування;
- аналіз застосування CAE-інструментів для кінематичного, динамічного та міцнісного дослідження механічних систем у процесі чисельного моделювання;
- розробка та обґрунтування запропонованого методологічного підходу до інтеграції CAD- і CAE-середовищ у єдиний замкнений цифровий цикл проєктування.

Наукова новизна підходу полягає у системному розгляді механізмів поліграфічного обладнання як інтегрованих динамічних систем, що можуть бути адекватно описані лише в межах поєднання геометричного моделювання та чисельного інженерного аналізу. Це дозволяє перейти від локального аналізу окремих вузлів до комплексного дослідження функціонування всієї механічної системи.

Практичне значення роботи полягає у можливості використання запропонованих підходів для підвищення ефективності проєктування поліграфічного обладнання, скорочення термінів розробки нових машин, а також підвищення їх надійності та експлуатаційної довговічності.

Таким чином, комп'ютерне моделювання механізмів поліграфічного обладнання в CAD/CAE-системах розглядається як ключовий інструмент сучасного інженерного проєктування, що визначає якісно новий рівень розвитку поліграфічного машинобудування та відкриває перспективи подальшої цифровізації галузі.

Основна частина

1 Теоретичні основи комп'ютерного моделювання механізмів поліграфічного обладнання

Розвиток сучасного поліграфічного машинобудування супроводжується постійним ускладненням конструкцій механічних систем, підвищенням швидкості роботи обладнання та зростанням вимог до точності технологічних процесів. У таких умовах традиційні підходи до проєктування вже не забезпечують необхідного рівня ефективності, що обумовлює активне впровадження цифрових технологій у практику інженерного конструювання.

Комп'ютерне моделювання механізмів у CAD/CAE-середовищах дозволяє реалізувати комплексний підхід до створення та аналізу поліграфічного обладнання, поєднуючи геометричне проєктування, кінематичні дослідження, динамічний аналіз та оцінку міцності конструкцій у межах єдиного цифрового простору. Це забезпечує можливість прогнозування роботи механізмів ще на стадії проєктування [1], своєчасного виявлення конструктивних недоліків та оптимізації параметрів систем без необхідності виготовлення значної кількості фізичних прототипів.

У даному розділі розглянуто теоретичні та методологічні основи цифрового моделювання механізмів поліграфічного обладнання, особливості застосування CAD/CAE-технологій у процесі проєктування, а також специфіку інженерного аналізу механічних систем поліграфічних машин [2]. Особливу увагу приділено питанням інтеграції цифрових інструментів у сучасний цикл інженерного проєктування та підвищення ефективності конструкторської підготовки виробництва.

1.1 Цифрові технології у сучасному проектуванні поліграфічних машин.

Сучасний розвиток поліграфічного машинобудування характеризується переходом від традиційних розрахунково-графічних методів до інтегрованих цифрових технологій проектування, у межах яких механічна система розглядається як єдина параметрично керована структура. Така трансформація змінює методологію інженерної діяльності, переходячи від дискретного аналізу окремих вузлів до системного опису виробу як багатовимірного об'єкта.

CAD/CAE-технології в цьому контексті слід трактувати як єдине інформаційно-обчислювальне середовище, що забезпечує формалізоване поєднання геометричного моделювання та інженерного аналізу. Геометрична модель виступає носієм параметричної інформації, тоді як CAE-інструменти забезпечують її фізичну інтерпретацію через кінематичний, динамічний і міцнісний аналіз. Поліграфічне обладнання як об'єкт проектування належить до класу складних багатовузлових механічних систем із суттєвою кінематичною та силовою взаємозалежністю елементів. Наявність високошвидкісних циклічних процесів, контактних взаємодій і нелінійних ефектів зумовлює необхідність застосування чисельних методів моделювання, здатних враховувати змінні експлуатаційні режими.

Інтеграція CAD і CAE формує замкнутий цикл цифрового проектування, у якому геометричні параметри, навантажувальні умови та результати аналізу взаємно узгоджуються в єдиній моделі [3]. Це забезпечує ітераційний характер уточнення конструкції та підвищує точність інженерних рішень. З позицій системного підходу цифрове проектування може бути представлене як процес багаторівневої трансформації інформації від функціональних вимог до параметричної, геометричної та фізичної моделей. Така структура забезпечує цілісність опису механічної системи та створює основу для її подальшої оптимізації. Отже, сучасні цифрові технології формують нову інженерну парадигму, в якій поліграфічне обладнання розглядається як адаптивна параметрична система, інтегрована в єдиний обчислювальний контур моделювання та аналізу.

1.2 Формування віртуальних моделей механізмів у CAD-середовищі.

Однією з ключових складових сучасного цифрового проектування є створення віртуальних моделей механічних систем у CAD-середовищі. Розвиток тривимірного моделювання суттєво змінив підходи до конструювання поліграфічного обладнання, забезпечивши можливість комплексного аналізу механізмів ще до виготовлення фізичних зразків. Сучасні CAD-системи виконують не лише функцію графічного представлення, а й виступають основою інтегрованого інженерного аналізу та оптимізації конструкцій [4].

Формування цифрової моделі передбачає просторове відтворення деталей, вузлів і їх взаємозв'язків із урахуванням геометричних та функціональних характеристик. Порівняно з двовимірним кресленням, тривимірне параметричне моделювання забезпечує більш точне відображення структури механізму та

створює основу для подальших інженерних розрахунків без перебудови геометрії. Ключовою особливістю CAD-систем є параметричний підхід, за якого геометрія формується через взаємопов'язані змінні. Це дозволяє автоматично оновлювати модель при зміні окремих параметрів і значно підвищує гнучкість проектування. Для поліграфічного обладнання це особливо важливо через велику кількість взаємозалежних елементів і необхідність швидкої модернізації конструкцій. Важливим етапом є створення складальних моделей, у яких визначаються кінематичні зв'язки та умови взаємодії між елементами. Це дозволяє моделювати реальну роботу механізму, перевіряти його рух та виявляти можливі конструктивні конфлікти ще на етапі проектування.

Особливе значення має формування цифрових прототипів, що дають змогу аналізувати працездатність системи, перевіряти траєкторії руху та оцінювати коректність конструктивних рішень. Це зменшує кількість помилок на етапі виробництва та скорочує витрати на доведення виробу. Сучасні CAD-системи інтегруються з CAE-інструментами, що забезпечує можливість безпосереднього використання геометричної моделі для інженерного аналізу. Це формує основу наскрізного цифрового проектування в єдиному інформаційному середовищі.

Для поліграфічного обладнання, що працює в умовах високошвидкісних циклічних навантажень, точність геометричного моделювання має критичне значення, оскільки навіть незначні відхилення можуть впливати на синхронізацію та якість роботи механізмів. Отже, CAD-моделювання є базовим етапом цифрового проектування поліграфічного обладнання, що забезпечує точність, гнучкість і ефективну інтеграцію з CAE-аналізом у межах єдиного інженерного циклу.

1.3 Інженерний аналіз механізмів у CAE-системах.

Рівень розвитку поліграфічного машинобудування вимагає не лише побудови геометрично коректних моделей механізмів, але й виконання комплексного інженерного аналізу їх функціонування в реальних умовах експлуатації. У цьому контексті CAE-системи виступають ключовим інструментом цифрового проектування, що забезпечує чисельне дослідження механічних процесів і прогнозування поведінки конструкцій на різних режимах роботи. CAE-технології дозволяють перейти від спрощених аналітичних підходів до багатофакторного моделювання складних механічних систем. Для поліграфічного обладнання це є особливо важливим через високі швидкості роботи, циклічний характер навантажень, наявність багатьох кінематичних зв'язків і вібраційних процесів, які суттєво впливають на точність і стабільність функціонування механізмів [5].

Одним із базових напрямів CAE-аналізу є кінематичне моделювання, що дозволяє визначати траєкторії руху робочих органів, швидкості та прискорення елементів, а також оцінювати синхронізацію роботи механічних систем. Для поліграфічних машин це безпосередньо пов'язано зі стабільністю подавання матеріалу та точністю технологічних операцій.

Динамічний аналіз враховує інерційні сили, змінні навантаження, тертя та пружні деформації, що дозволяє наблизити модель до реальних умов експлуатації. Його застосування є критичним для високошвидкісних систем, де можливі коливання та резонансні явища, що впливають на якість друку і довговічність обладнання. Ключовим інструментом CAE-аналізу є метод скінченних елементів, який забезпечує дискретизацію конструкції та чисельне визначення напружено-деформованого стану. Це дозволяє оцінювати міцність, жорсткість і виявляти критичні зони концентрації напружень, а також прогнозувати можливі відмови елементів.

Сучасні CAE-системи підтримують мультифізичне моделювання, що враховує одночасно механічні, теплові, вібраційні та контактні процеси. Такий підхід є принципово важливим для поліграфічного обладнання, де всі фізичні фактори взаємопов'язані в процесі роботи. Інтеграція CAE з CAD-середовищем забезпечує єдиний цифровий цикл проектування, у якому геометрична модель безпосередньо використовується для інженерного аналізу. Це підвищує узгодженість між конструкцією та розрахунками і дозволяє оперативно враховувати зміни проєктних рішень. Отже CAE-системи є невід'ємною складовою сучасного цифрового проєктування поліграфічного обладнання, забезпечуючи підвищення точності розрахунків, зниження обсягів експериментальних досліджень та оптимізацію конструктивних рішень.

1.4 Специфіка механізмів поліграфічного обладнання як об'єкта цифрового моделювання.

Механізми поліграфічного обладнання належать до складних багатокомпонентних технічних систем, для яких характерні висока швидкість робочих процесів, велика кількість кінематичних зв'язків і підвищені вимоги до точності взаємодії елементів. Це визначає специфіку їх цифрового моделювання та обумовлює необхідність застосування комплексних CAD/CAE-технологій у процесі проєктування.

На відміну від більшості машинобудівних систем, поліграфічні механізми працюють у режимі безперервних циклічних навантажень, що супроводжується високочастотними рухами, змінними динамічними зусиллями та накопиченням втомних пошкоджень у елементах конструкції. Критично важливою є точність синхронізації робочих органів, оскільки навіть незначні відхилення можуть призводити до дефектів друку, порушення суміщення зображення або нестабільності подавання матеріалу. Це зумовлює необхідність врахування не лише геометричних, але й часових характеристик роботи системи. Додаткову складність створює наявність численних контактних взаємодій між елементами механізму, що супроводжуються силами тертя та локальними деформаціями. Такі процеси мають суттєво нелінійний характер і потребують застосування спеціалізованих чисельних методів аналізу.

Поліграфічне обладнання також характеризується поєднанням різнотипних механічних підсистем – транспортних, друкарських, приводних і допоміжних,

робота яких повинна бути взаємно узгодженою. Це обумовлює необхідність урахування передачі динамічних навантажень між вузлами та системного підходу до моделювання. Важливим є висока чутливість системи до пружних деформацій, оскільки навіть незначні переміщення елементів можуть впливати на точність технологічного процесу. Тому при цифровому моделюванні значна увага приділяється аналізу жорсткості та напружено-деформованого стану конструкцій. Окремо слід відзначити вплив технологічних параметрів друкарського процесу, зокрема властивостей матеріалів, швидкості подавання та умов взаємодії фарбових і друкарських систем. У сучасних підходах ці фактори інтегруються в загальну модель механічної системи.

1.5 Інтеграція CAD/CAE-технологій у цифровий цикл проєктування.

Сучасне проєктування поліграфічного обладнання характеризується переходом до інтегрованого цифрового середовища, у якому всі етапи інженерної підготовки є взаємопов'язаними. У цих умовах CAD/CAE-технології формують основу єдиного цифрового циклу, що забезпечує безперервність обробки даних і узгодженість інженерних рішень.

Традиційний послідовний підхід, за якого геометричне моделювання та інженерні розрахунки виконувалися незалежно, обмежував ефективність проєктування та ускладнював внесення змін. Інтеграція CAD і CAE дозволила перейти до використання єдиної цифрової моделі виробу, яка поєднує конструктивні та розрахункові дані. Основою такого підходу є параметрична тривимірна модель, що одночасно використовується для формування конструкторської документації та проведення інженерного аналізу. Будь-які зміни параметрів автоматично синхронізуються з усіма пов'язаними елементами, включаючи розрахункові моделі та складальні структури.

Інтеграція CAD/CAE суттєво підвищує ефективність проєктування, оскільки дозволяє оперативно оцінювати вплив конструктивних змін на кінематичні, динамічні та міцнісні характеристики без повторного формування моделей. Це скорочує тривалість проєктного циклу та забезпечує можливість багатоваріантного аналізу.

Для поліграфічного обладнання інтегрований підхід є особливо важливим через високу взаємозалежність механічних вузлів, де зміна параметрів одного елемента впливає на роботу всієї системи. Тому зв'язок між моделюванням і аналізом є критично необхідним для забезпечення стабільності функціонування. Перевагою цифрового середовища є також формування наскрізного інформаційного циклу, у межах якого результати CAD/CAE-аналізу використовуються на етапах технологічної підготовки виробництва, програмування обладнання та експлуатаційного моніторингу. Сучасні платформи підтримують автоматизовану оптимізацію конструкцій, що дозволяє зменшувати масу, підвищувати жорсткість і знижувати концентрації напружень на основі чисельного аналізу.

Перспективним напрямом є впровадження концепції цифрового двійника, який відтворює не лише геометрію, але й поведінку механічної системи в експлуатації.

2 Застосування CAD-систем у побудові геометричних моделей поліграфічного обладнання

Перехід до практичної реалізації цифрового проєктування вимагає розгляду інструментальних можливостей CAD-систем, які забезпечують формування геометричної основи механічних конструкцій. Саме на цьому етапі абстрактні інженерні уявлення про структуру та функціонування поліграфічного обладнання набувають конкретного просторового вигляду у вигляді тривимірних моделей деталей, вузлів і складальних одиниць.

У контексті поліграфічного машинобудування CAD-технології виконують не лише функцію графічного моделювання, але й виступають як середовище параметричного опису конструкцій, у якому закладаються базові геометричні, кінематичні та функціональні залежності майбутньої системи. Це створює передумови для подальшого інженерного аналізу та інтеграції з CAE-інструментами. Розгляд застосування CAD-систем у побудові геометричних моделей дозволяє деталізувати методологічні підходи до створення цифрових прототипів поліграфічного обладнання, а також визначити ключові принципи формування параметричних і асоціативних моделей складних механічних систем.

2.1 Формування та параметризація тривимірних моделей механічних систем.

Сучасні CAD-системи є базовим інструментом цифрового конструювання поліграфічного обладнання, оскільки забезпечують перехід від геометричного опису до повноцінного просторового математичного представлення механічних систем. На відміну від традиційних креслярських підходів, тривимірне моделювання дозволяє розглядати конструкцію як параметрично керовану систему з формалізованими функціональними та геометричними зв'язками [6].

Формування цифрової моделі здійснюється через послідовне створення ескізів і подальші операції побудови об'ємної геометрії (витягування, обертання, вирізання, булеві перетворення). У поліграфічному обладнанні це охоплює друкарські циліндри, валові системи, механізми подавання та просторові кінематичні пари [7]. Ключовою особливістю сучасного CAD-підходу є параметричний опис, за якого кожен елемент визначається набором змінних геометричних і логічних залежностей. Це дозволяє розглядати механізм як математично керовану систему, у якій зміна одного параметра автоматично призводить до перебудови всієї конструкції. Для поліграфічних машин це має критичне значення через високу щільність кінематичних зв'язків, де зміна одного вузла впливає на всю систему. Параметризація дозволяє формалізувати ці взаємозв'язки та забезпечити їх автоматичне врахування під час проєктування.

З наукової точки зору параметричне моделювання є переходом до функціонального опису геометрії, де форма конструкції визначається системою

обмежень і математичних залежностей. Це наближає CAD-модель до інженерної абстракції вищого рівня.

2.2 Асоціативні моделі та керування змінами конструкцій у CAD-середовищі.

Асоціативність у CAD-системах є ключовим принципом цифрового проектування, що забезпечує структурну та логічну узгодженість геометричної моделі. Вона передбачає взаємозв'язок елементів, за якого зміна одного параметра автоматично оновлює всі залежні компоненти, включаючи складальні вузли та конструкторську документацію.

Для поліграфічного обладнання це має особливе значення через високу взаємозалежність механічних вузлів. Зміна положення або параметрів одного елемента може впливати на кінематику всієї системи, включаючи траєкторії подавання матеріалу, синхронізацію друкарських циліндрів і умови контакту робочих поверхонь. Без асоціативності такі зміни потребували б ручного коригування значної кількості елементів, що підвищує ризик помилок. З інженерної точки зору асоціативна модель є графо-параметричною системою, у якій геометрія визначається через набір обмежень (constraints). Вони можуть бути геометричними (співвісність, паралельність, перпендикулярність) або функціональними (кінематичні та контактні залежності), що формує керовану структуру моделі.

Такий підхід реалізує принцип наскрізного цифрового проектування, коли будь-яка зміна конструкції автоматично поширюється на всі рівні моделі, включаючи 3D-геометрію, складальні зв'язки, креслення та, за інтеграції, САЕ-розрахунки. Важливим аспектом є керування змінами конструкції через механізми версіонування та історії побудови, що дозволяє відстежувати еволюцію проєкту, порівнювати варіанти та обґрунтовано обирати оптимальні рішення. Для поліграфічного обладнання це критично, оскільки навіть незначні конструктивні зміни можуть впливати на динаміку системи та якість друку через зміну жорсткості або кінематичних параметрів. Асоціативні моделі підвищують надійність проєктування, зменшуючи обсяг ручних операцій і мінімізуючи вплив людського фактора, що особливо важливо для складних багатовузлових механічних систем.

3 Аналіз застосування САЕ-інструментів в поліграфії

Поглиблення цифровізації інженерного проєктування зумовило перехід від окремих розрахункових процедур до комплексного САЕ-аналізу механічних систем, у межах якого поліграфічне обладнання розглядається як єдина багатofізична динамічна структура. Такий підхід ґрунтується на системному описі взаємодії всіх елементів механізму в умовах реальної експлуатації.

Механічні системи поліграфічних машин функціонують під дією комбінованих навантажень – інерційних, контактних, пружних і вібраційних – що визначають їх складну нелінійну поведінку. Це обумовлює необхідність застосування САЕ-методів, здатних формалізувати багатовимірні фізичні

процеси та реалізувати їх чисельне моделювання. Особливістю САЕ-аналізу є одночасне врахування геометричних, матеріальних і експлуатаційних факторів, що впливають на роботу механізмів. У результаті використовується інтегрований підхід, у якому кінематичні, динамічні та міцнісні характеристики розглядаються як взаємопов'язані складові єдиної системи. Методологічна основа САЕ-аналізу базується на системному підході, що передбачає послідовне дослідження кінематики, динаміки та напружено-деформованого стану елементів конструкції з використанням чисельних методів, насамперед скінченно-елементного аналізу.

Такий підхід дозволяє отримати цілісне уявлення про поведінку механічних систем у реальних умовах роботи та формує науково обґрунтовану основу для оптимізації конструкцій поліграфічного обладнання на етапі цифрового проектування.

3.1 Системний підхід до чисельного моделювання механічних процесів.

Системний підхід у САЕ-аналізі механізмів поліграфічного обладнання ґрунтується на представленні машини як багатовимірної динамічної системи з розподіленими параметрами, у якій усі елементи знаходяться у взаємозв'язку через кінематичні, силові та енергетичні взаємодії. Така постановка принципово відрізняється від класичних інженерних методів, де окремі вузли розглядаються ізольовано.

У межах сучасної інженерної практики системне моделювання розглядається як перехід від детермінованого опису окремих елементів до імовірно-структурного уявлення про механічну систему. Це означає, що поліграфічне обладнання інтерпретується не як сукупність жорстко заданих вузлів, а як взаємодіючий комплекс підсистем, поведінка яких визначається як внутрішніми зв'язками, так і зовнішніми експлуатаційними умовами. Такий підхід дозволяє враховувати варіативність робочих режимів, що є характерним для високошвидкісних друкарських процесів. Механічна система поліграфічного обладнання в загальному випадку описується нелінійною системою диференціальних рівнянь другого порядку:

$$M(q)q'' + C(q, q')q' + K(q)q = F(t), \quad (1)$$

де q – вектор узагальнених координат механізму;

$M(q)$ – матриця інерційних характеристик;

$C(q, q')$ – матриця демпфування;

$K(q)$ – матриця жорсткості;

$F(t)$ – вектор зовнішніх навантажень, що включає технологічні сили, інерційні компоненти та контактні взаємодії.

Важливо підкреслити, що математична модель у САЕ-системах не є статичною конструкцією, а представляє собою адаптивну структуру, яка уточнюється в процесі чисельного розрахунку. Зокрема, матриці інерції, жорсткості та демпфування можуть змінювати свої значення залежно від

конфігурації механізму та режиму його роботи. Це особливо суттєво для поліграфічного обладнання, де контактні взаємодії та змінні навантаження призводять до суттєвої нелінійності системи.

У поліграфічних машинах ця система є суттєво нелінійною, що зумовлено наявністю змінних кінематичних пар, контактів ковзання та кочення, а також періодичним характером навантаження. Це виключає можливість отримання аналітичного розв'язку і обґрунтовує застосування чисельних методів САЕ-моделювання. Енергетична постановка задачі дозволяє перейти до варіаційного формулювання.

Загальна потенційна енергія системи визначається як:

$$\Pi = U - W, \quad (2)$$

де U – енергія пружної деформації;
 W – робота зовнішніх сил.

Умова рівноваги системи формулюється як принцип стаціонарності потенційної енергії:

$$\delta \Pi = 0, \quad (3)$$

Це співвідношення є базовим для побудови чисельних методів, зокрема методу скінченних елементів, який використовується для дискретизації безперервної механічної системи. З інженерної точки зору варіаційний підхід дозволяє інтерпретувати механічну систему як енергетично узгоджену структуру, у якій рівновага досягається через мінімізацію потенційної енергії. Це є фундаментальним положенням для побудови чисельних алгоритмів, оскільки забезпечує стійкість розв'язку та фізичну коректність отриманих результатів. У поліграфічних механізмах це дозволяє адекватно моделювати роботу систем у режимах динамічної рівноваги, характерних для безперервного друкарського процесу.

Процес дискретизації передбачає заміну безперервного континууму набором скінченних елементів, для яких система рівнянь набуває вигляду:

$$[K]\{u\} = \{F\}, \quad (4)$$

де $[K]$ – глобальна матриця жорсткості;
 $\{u\}$ – вектор переміщень вузлів;
 $\{F\}$ – вектор зовнішніх навантажень.

У системному САЕ-аналізі важливим є також урахування часової залежності процесів. Механічна система поліграфічного обладнання розглядається як динамічна система:

$$x = x(t), \quad x' = \dot{x}, \quad x'' = \ddot{x}, \quad (5)$$

що дозволяє моделювати нестационарні режими роботи, включаючи пуск, зупинку та перехідні процеси.

Практична цінність системного підходу полягає у можливості інтеграції різнорівневих моделей – від локального аналізу окремих вузлів до глобального опису всієї механічної системи. Це створює основу для багатоступеневого САЕ-аналізу, у якому результати одного рівня моделювання використовуються як вхідні дані для наступного. Така ієрархічна структура дозволяє підвищити точність прогнозування поведінки поліграфічного обладнання без істотного збільшення обчислювальної складності. Такий системний підхід забезпечує цілісне математичне описання механічної системи, у якому геометричні, кінематичні та силові параметри розглядаються як взаємопов'язані елементи єдиної моделі.

3.2 Кінематико-динамічний аналіз як основа дослідження функціонування механізмів.

Кінематико-динамічний аналіз у САЕ-середовищі є базовим рівнем дослідження механічних систем поліграфічного обладнання, оскільки саме він визначає часову структуру руху всіх елементів та формує вихідні умови для подальшого міцнісного й контактного аналізу [8]. У науковому розумінні цей етап є формалізованим переходом від геометричного опису механізму до його фізико-математичної моделі руху.

Кінематична частина аналізу базується на описі просторового положення механічної системи через вектор узагальнених координат $q(t)$, який визначає конфігурацію всіх ланок механізму в кожен момент часу. Рух системи задається кінематичними зв'язками:

$$\Phi(q, t) = 0, \quad (6)$$

де Φ – вектор нелінійних обмежень, що визначає геометричну та кінематичну узгодженість елементів.

У поліграфічних механізмах ці обмеження мають складний характер через наявність багатоланкових кінематичних ланцюгів, змінних передавальних відношень та циклічних режимів роботи. У результаті кінематична модель набуває часової залежності, що дозволяє визначати не лише положення, але й швидкості та прискорення робочих органів:

$$v(t) = q'(t), \quad a(t) = q''(t), \quad (7)$$

Динамічний аналіз ґрунтується на застосуванні узагальненого рівняння руху Лагранжа другого роду [9], яке для багатоступневих механічних систем записується у матричній формі:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial q'_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i, \quad (8)$$

де $L = T - \Pi$ – функція Лагранжа, що визначається різницею між кінетичною та потенціальною енергіями системи

Q_i – узагальнені сили, які враховують дію зовнішніх навантажень і сил опору.

Інерційні, демпфуючі та пружні властивості системи формують динамічні характеристики механізму та змінюються залежно від конфігурації кінематичного ланцюга. Для поліграфічного обладнання характерною особливістю є часовий характер зміни навантажень, обумовлений контактною взаємодією робочих елементів і циклічністю технологічного процесу. Фізично це означає, що механічна система не є лінійною стаціонарною структурою. Навпаки, її динаміка визначається нелінійними ефектами, включаючи геометричну нелінійність, зміну жорсткості контактів та варіацію інерційних характеристик при русі.

З інженерної точки зору особливу цінність становить можливість поєднання кінематичного та динамічного аналізу в єдину модель, що дозволяє враховувати взаємний вплив геометрії руху та силових факторів. У поліграфічному обладнанні це забезпечує прогнозування реальної поведінки механізмів у робочих умовах, включаючи нерівномірність навантаження, мікроколивання та динамічні похибки.

3.3 Моделювання напружено-деформованого стану в умовах змінних навантажень.

Моделювання напружено-деформованого стану елементів поліграфічного обладнання є завершальним і найбільш відповідальним етапом САЕ-аналізу, оскільки саме на цьому рівні визначається реальна міцність, жорсткість і довговічність конструкцій у робочих умовах. Якщо кінематико-динамічний аналіз описує характер руху механізму, то дослідження НДС дозволяє встановити, як цей рух трансформується у внутрішні напруження матеріалу та які наслідки це має для експлуатаційної надійності системи.

Особливістю поліграфічного обладнання є робота в умовах складного багатокомпонентного навантаження, яке має змінний у часі характер. Навантаження формуються не лише прикладеними технологічними зусиллями, але й інерційними ефектами, що виникають при високошвидкісному русі вузлів, а також контактними взаємодіями між елементами механізму. У результаті напружено-деформований стан конструкції набуває суттєво нестационарного та просторово нерівномірного характеру.

У сучасних САЕ-системах аналіз НДС базується на чисельному представленні континуальної механіки твердого тіла, де реальна конструкція дискретизується на скінченні елементи з подальшим розв'язанням системи рівнянь рівноваги. Такий підхід дозволяє отримати детальний розподіл переміщень, деформацій і напружень у кожній точці моделі, що є критично важливим для складних просторових механізмів поліграфічних машин.

З наукової точки зору важливим є те, що матеріальна поведінка конструкції розглядається як функція не лише прикладених сил, але й історії навантаження. Це означає, що реакція системи залежить від попередніх станів, що особливо проявляється при циклічній роботі обладнання. Такий підхід дозволяє враховувати накопичення пошкоджень, зародження мікротріщин та поступову деградацію матеріалу [10]. Окрему увагу приділяють зонам концентрації

напружень, які виникають у місцях геометричних переходів, отворах, різбових з'єднаннях, опорних поверхнях та контактних парах. Саме ці області є критичними з точки зору ініціації втомного руйнування, оскільки в них локальні напруження суттєво перевищують середні значення по конструкції.

Для поліграфічного обладнання це має принципове значення, оскільки тривала робота в умовах високої циклічності навантажень призводить до накопичення структурних пошкоджень навіть при відсутності явного перевищення допустимих напружень. Тому сучасний САЕ-аналіз обов'язково включає оцінювання втомної довговічності та прогноз ресурсу елементів конструкції [11]. Методологічно важливо, що моделювання НДС у сучасних інженерних системах розглядається як ітераційний процес уточнення моделі. На кожному етапі враховуються уточнені граничні умови, контактні взаємодії та реальні характеристики матеріалів, що дозволяє поступово наближати чисельний результат до фізично достовірного стану конструкції.

Окремим напрямом є аналіз контактних взаємодій, які відіграють ключову роль у роботі поліграфічного обладнання. Контакт між циліндрами, валами та транспортними елементами супроводжується складним розподілом локальних напружень, що суттєво впливає на знос, стабільність руху та точність технологічного процесу. Такі задачі мають нелінійний характер і вимагають спеціальних чисельних алгоритмів, що враховують зміну площі контакту в процесі навантаження. У підсумку моделювання напружено-деформованого стану в умовах змінних навантажень дозволяє сформувати цілісне уявлення про міцнісну поведінку поліграфічного обладнання. Це забезпечує можливість не лише перевірки конструкції на міцність, але й її оптимізації з урахуванням реальних умов експлуатації, що є ключовим завданням сучасного цифрового інженерного проєктування.

Метод скінченних елементів у цьому контексті виступає базовим чисельним інструментом реалізації всього комплексу розглянутих підходів до аналізу механічних систем поліграфічного обладнання. Саме він забезпечує практичну реалізацію переходу від безперервної математичної моделі до дискретної обчислювальної постановки, придатної для інженерного розрахунку складних просторових конструкцій [12]. Завдяки FEM стає можливим узгоджене розв'язання задач кінематики, динаміки та міцності в єдиному обчислювальному середовищі, де геометрична модель, матеріальні властивості та навантажувальні режими інтегруються в єдину чисельну систему. Це забезпечує не лише високу точність отримуваних результатів, але й їх фізичну коректність у межах прийнятих припущень механіки деформівного твердого тіла.

У межах виконаного САЕ-аналізу механічних систем поліграфічного обладнання встановлено, що сучасне цифрове проєктування повинно базуватися на інтеграції кінематичних, динамічних і міцнісних підходів у межах єдиної математично узгодженої моделі. Такий підхід забезпечує не лише опис окремих фізичних процесів, але й їх системну взаємодію в умовах реальної експлуатації обладнання. Показано, що кінематико-динамічний аналіз є вихідним рівнем

дослідження, який визначає часову структуру руху механізмів та формує основу для подальшого оцінювання навантажень. Встановлено, що для поліграфічного обладнання характерними є суттєві нелінійності, зумовлені змінними режимами роботи, інерційними ефектами та складними кінематичними зв'язками між вузлами системи.

Моделювання напружено-деформованого стану є ключовим етапом оцінювання працездатності конструкцій, оскільки дозволяє виявити критичні зони концентрації напружень, оцінити вплив змінних навантажень та визначити потенційні області втомного руйнування. Особливе значення при цьому мають контактні взаємодії та циклічний характер навантаження, властивий поліграфічним машинам. Також метод скінченних елементів є базовою чисельною основою реалізації всіх розглянутих підходів САЕ-аналізу. Він забезпечує дискретизацію безперервних механічних систем та дозволяє отримувати узгоджені рішення задач кінематики, динаміки та міцності в єдиному обчислювальному середовищі.

Таким чином, проведене дослідження підтверджує, що ефективне проектування поліграфічного обладнання можливе лише за умови використання комплексного САЕ-підходу, який поєднує системне моделювання, динамічний аналіз та чисельні методи механіки деформівного твердого тіла. Це створює науково обґрунтовану основу для підвищення точності розрахунків, оптимізації конструкцій та прогнозування експлуатаційної надійності сучасних поліграфічних машин.

Результати досліджень

4 Інтеграція CAD/CAE у єдиний цикл проектування

Інтеграція CAD- та CAE-технологій у сучасному інженерному проектуванні відображає перехід до єдиного цифрового середовища, у межах якого геометричне моделювання, чисельний аналіз та параметрична оптимізація функціонують як взаємопов'язані компоненти єдиного інформаційно-обчислювального циклу. У такій постановці проектування розглядається не як послідовність окремих етапів, а як безперервний ітераційний процес трансформації інженерних даних.

У межах дослідження сформульовано методологічний підхід до інтегрованого цифрового CAD/CAE-циклу проектування поліграфічного обладнання, що ґрунтується на принципі контурної організації інженерного процесу та реалізації замкненого інформаційно-обчислювального циклу між синтезом, аналізом і параметричною оптимізацією конструкції. Запропонований підхід розглядає цифрове проектування як багатокomпонентну систему, у якій функції генерації геометрії, чисельного аналізу та інженерної корекції параметрів є взаємопов'язаними та реалізуються у безперервному ітераційному режимі.

1. Формалізація інженерно-технологічних вимог. На початковому етапі здійснюється систематизація та структуризація функціональних,

конструктивних, технологічних і експлуатаційних вимог до поліграфічного обладнання. Сукупність вихідних характеристик трансформується у параметризований простір обмежень, який визначає допустимі межі зміни конструктивних параметрів механічної системи. При цьому враховуються кінематичні схеми механізмів, вимоги до точності переміщення робочих органів, допустимі навантаження, режими функціонування та умови технологічної експлуатації. Формалізація вимог створює основу для подальшого математичного опису конструкції та забезпечує узгодження між геометричними й функціональними характеристиками виробу.

2. Параметричне CAD-моделювання геометричної структури. На етапі цифрового синтезу конструкції формується асоціативна тривимірна модель механічної системи, у якій геометричні елементи описуються через систему взаємопов'язаних параметрів, топологічних залежностей та логічних зв'язків між компонентами конструкції. Такий підхід забезпечує високий рівень структурної керованості цифрової моделі та дозволяє автоматично перебудовувати геометрію виробу при зміні вихідних параметрів або конструктивних обмежень. Параметричне моделювання створює передумови для реалізації адаптивного проектування, у межах якого конструкція може оперативно модифікуватися відповідно до результатів інженерного аналізу та критеріїв оптимізації.

3. Інтегрований CAE-аналіз механічної поведінки. Після формування цифрової геометричної моделі виконується комплексний чисельний аналіз механічної поведінки системи із застосуванням методів комп'ютерної інженерії. Аналіз охоплює дослідження кінематичних, динамічних, вібраційних та міцнісних характеристик конструкції з урахуванням геометричних нелінійностей, контактної взаємодії елементів, змінних інерційних навантажень та нестационарних режимів роботи, характерних для поліграфічного обладнання. Особлива увага приділяється оцінюванню напружено-деформованого стану деталей, динамічної стійкості механізмів, впливу вібраційних процесів на точність функціонування системи та прогнозуванню ресурсу експлуатаційної надійності конструкції.

4. Інженерна інтерпретація та критеріальна оцінка результатів. Результати чисельного моделювання трансформуються у систему узагальнених інженерних критеріїв, що характеризують ефективність функціонування механічної системи. До основних критеріїв належать точність реалізації кінематичних процесів, жорсткісні параметри конструкції, рівень динамічних навантажень, показники вібраційної стабільності, довговічність елементів та експлуатаційна надійність обладнання. Інженерна інтерпретація результатів дозволяє визначати критичні зони конструкції, оцінювати ступінь відповідності проектного рішення заданим технічним вимогам та формувати обґрунтовані рекомендації щодо подальшого вдосконалення конструкції.

5. Параметричний зворотний зв'язок та структурна оптимізація. Заключним етапом інтегрованого CAD/CAE-циклу є реалізація механізму

параметричного зворотного зв'язку між результатами чисельного аналізу та геометричною моделлю конструкції. Отримані результати CAE-моделювання автоматично інтегруються у CAD-середовище через систему параметричної корекції, що забезпечує формування замкненого ітераційного циклу оптимізації. У межах цього процесу здійснюється уточнення геометричних параметрів, перерозподіл масово-інерційних характеристик, оптимізація жорсткісних властивостей і корекція структурної конфігурації механізму з метою досягнення раціонального співвідношення між міцністю, точністю, динамічною стабільністю та технологічною ефективністю конструкції. Реалізація такого підходу забезпечує підвищення якості проєктних рішень, скорочення тривалості інженерного циклу та підвищення ефективності цифрового проєктування поліграфічного обладнання.

Висновки

У результаті виконаного дослідження розглянуто комплекс теоретичних і прикладних аспектів комп'ютерного моделювання механізмів поліграфічного обладнання в CAD/CAE-середовищах, що дозволило сформулювати цілісне уявлення про сучасну цифрову методологію інженерного проєктування.

Показано, що CAD-системи є базовим інструментом формування параметричних і асоціативних геометричних моделей, які забезпечують формалізований опис конструкцій у вигляді керованих систем взаємопов'язаних параметрів. Такий підхід створює основу для швидкої адаптації конструктивних рішень до змін технічних вимог без втрати структурної цілісності моделі. Встановлено, що CAE-методи відіграють ключову роль у переході від геометричного опису до фізичного аналізу поведінки механічних систем. Кінематико-динамічне моделювання дозволяє досліджувати закономірності руху елементів поліграфічного обладнання, тоді як аналіз напружено-деформованого стану забезпечує оцінювання міцності та експлуатаційної надійності конструкцій в умовах змінних навантажень.

Особливу роль у структурі цифрового інженерного аналізу відіграє метод скінченних елементів, який забезпечує дискретизацію безперервних механічних систем і є універсальним інструментом реалізації задач кінематики, динаміки та міцності в єдиному обчислювальному середовищі. Окремо підкреслено значення інтеграції CAD/CAE у єдиний цикл проєктування, що забезпечує безперервність цифрового інженерного процесу. Така інтеграція дозволяє зменшити кількість ітерацій проєктування, підвищити узгодженість між геометричною та розрахунковою моделлю, а також забезпечити оперативний аналіз альтернативних конструктивних рішень.

Проведений аналіз підтвердив, що цифрове моделювання створює передумови для переходу до концепції віртуального прототипування, у межах якої основні експлуатаційні характеристики обладнання можуть бути оцінені ще до етапу фізичного виготовлення дослідного зразка. Це сприяє зниженню

матеріальних витрат на розроблення конструкції, підвищенню точності інженерних рішень та забезпеченню більш високого рівня технічної надійності поліграфічних механізмів.

Як результат дослідження запропоновано методологічний підхід до інтегрованого CAD/CAE-циклу проєктування поліграфічного обладнання, який забезпечує узгоджену взаємодію етапів геометричного моделювання та інженерного аналізу. Реалізація даного підходу формує основу сучасної цифрової інженерії, у межах якої механічна система розглядається як параметрично керована динамічна структура, що дозволяє підвищити ефективність проєктування та забезпечити оптимізацію техніко-експлуатаційних характеристик ще на етапі віртуального моделювання.

Список літератури.

1. Кучеренко, Д., & Табакова, І. (2026). Кінематичний аналіз важільних механізмів засобами геометричних залежностей autocad. Інформаційні технології в сучасному світі: дослідження молодих вчених. (с. 179).
2. Liu, X., Dodds, G., McCartney, J., & Hinds, B. (2005). Manipulation of CAD surface models and haptics based on shape control functions. *Computer-Aided Design*, 37(14), 1447-1458. <https://doi.org/10.1016/j.cad.2005.02.015>.
3. Deng, Y.-M., Britton, G.A., Lam, Y.C., Tor, S.B., & Ma, Y.S. (2010). Feature-based CAD-CAE integration model for injection-moulded product design. *International Journal of Production Research*, 40(15), 3737-3750. <https://doi.org/10.1080/00207540210141643>.
4. Табакова, І.С., & Кучеренко, Д.В. (2025). Використання САПР в технічній механіці. Поліграфічні, мультимедійні та web-технології. Т. 2. (с. 239-240).
5. Yoo, S., Lee, S., Kim, S., Hwang, K.H., Park, J.H., & Kang, N. (2020). Integrating deep learning into CAD/CAE system: Generative design and evaluation of 3D conceptual wheel. *arXiv*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2006.02138>.
6. Табакова, І.С., & Кучеренко, Д.В. (2024). Особливості побудови 3D моделей. Поліграфічні, мультимедійні та web-технології. Т. 2. (с. 34-36).
7. Лихобаба, М., & Табакова, І. (2026). Автоматизація розрахунку та побудови зубчастих передач на прикладі поліграфічного обладнання. Інформаційні технології в сучасному світі: дослідження молодих вчених. (с. 180).
8. Табакова, І.С., Трунова, Т.О., & Хламов, С.В. (2025). Застосування 3d-моделювання у створенні прототипів та оптимізації виробничих процесів на поліграфічних підприємствах. Поліграфічні, мультимедійні та web-технології. Т. 1. (с. 214-215).
9. Байда, Є. (2025). Особливості розв'язання електромеханічних задач за допомогою рівнянь Лагранжа. Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Проблеми удосконалювання електричних машин і апаратів. Теорія і практика, 2 (14), 3-8.
10. Antonov, S., & Hristov, H. (2020). Increasing productivity with the combined use of CAD/CAM/CAE software platforms for collective work during design. *Knowledge-Based Organization*, 26(3), 1-7. <https://doi.org/10.2478/kbo-2020-0106>.
11. Kuipers, T., Doubrovski, E.L., Wu, J., & Wang, C.K.M. (2020). A framework for adaptive width control of dense contour-parallel toolpaths in fused deposition modeling. *Computer-Aided Design*, 128, 102907. <https://doi.org/10.1016/j.cad.2020.102907>.
12. Іванченко, Г., Максим'юк, Ю., Козак, А., & Мартинюк, І. (2021). Побудова розв'язувальних рівнянь напіваналітичного методу скінченних елементів для призматичних тіл складної форми. Управління розвитком складних систем, (46), 55-62.