

- О. С. Антропов, В. Ф. Борулько, С. М. Вовк // Радиоэлектроника, информатика, управление. – 2008. – № 1. – С. 9–12.
8. Antropov O. S. Edge-Preserving Piecewise-Constant Image Restoration via Method of Minimum of Extension / O. S. Antropov // Proceedings of IEEE Microwaves, Radar and Remote Sensing Symposium. – Kiev, 2008. – P. 151–154.
9. Alekseev V. V. Microwave introspecty using multifrequency measurements and transversal scan / V. V. Alekseev, O. O. Drobakhin, Ye. V. Kondrat'ev, D. Yu. Saltykov // IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine. – 2006. – № 2. – P. 24–26.

Надійшла 14.10.2008

Розглянута задача обробки радіофізичних зображень фінітних об'єктів на основі алгоритмів неквадратичної регуляризації з метою зменшення адитивного гауссовського шуму та відновлення розмитих зображень фінітних об'єктів. Сформульовані основні критерії розв'язку цих задач для випадку кусково-постійних зображень з

використанням методу мінімуму тривалості. Ефективність підходу перевіряється за допомогою чисельного моделювання та обробки експериментальних даних, що представлені супутниковими знімками земної поверхні та радіофізичними зображеннями фінітних об'єктів.

Problem of radiophysical images processing on the basis of nonquadratic regularization algorithms with the purpose of additive noise suppression and restoration of blurred images of finite objects is considered. Basic criteria for problem solution are formulated for the case of piecewise-constant images using method of minimum of duration. Effectiveness of proposed approach is verified by means of through numerical simulations and experimental processing of data represented by satellite images of Earth surface and radiophysical images of finite objects.

УДК 681.3.+681.5.007

В. М. Гусятин, Я. В. Чаговец, Д. Г. Кожушко

## МЕТОД ФИЛЬТРАЦИИ ТЕКСТУР ДЛЯ СИНТЕЗА ИЗОБРАЖЕНИЙ ОБРАТНЫМ ТРАССИРОВАНИЕМ ЛУЧЕЙ. ОДНОМЕРНЫЙ СЛУЧАЙ

Предложен метод фильтрации текстур для синтеза изображений методом обратного трассирования. Суть метода заключается в выполнении фильтрации в плоскости текстуры. Предложены функции аппроксимации реальной проекции фильтра на плоскость текстуры.

### ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрим одномерный случай фильтрации текстуры. На рис. 1 представлены геометрические элементы задачи. Аналогом плоскости текстуры в одномерном случае является прямая текстуры, а аналогом экрана – прямая экрана. Прямая текстуры задана в базовой системе координат  $XU$  ( $g$ -с/к) на оси  $X$ . Текстура представлена функцией  $T(X_T)$ , заданной на прямой текстуры. Здесь  $X_T$  – текстурная координата. Задан наблюдатель (центр проекции точка  $h$ ), с которым связана система координат  $UV$  ( $v$ -с/к), точка  $h$  совпадает с началом этой с/к.  $\vec{h} = \{x_h, y_h\}$  – радиус-вектор центра проекций  $h$  в  $g$ -с/к, задает положение центра проекций относительно  $g$ -с/к.

Экран задан в  $v$ -с/к вдоль оси координат  $Y_s$ , параллельной оси  $V$  на расстоянии от нее координатами  $\frac{1}{\rho}$ , где  $\rho$  – шаг пикселей на экране. Угол  $\alpha$  отсчитывается от положительного направления оси  $OX$   $g$ -с/к против часовой стрелки до положительного на-

правления оси  $OX$   $v$ -с/к. Из центра проекции  $h$  проведем луч через точку на прямой экрана с координатами  $\left\{\frac{1}{\rho}, Y_v\right\}$  в  $v$ -с/к, где  $Y_v$  – экранная координата, до пересечения с прямой текстуры в точке  $p_T$  с координатами  $\{X_T, 0\}$ . Определим две функции, ус-

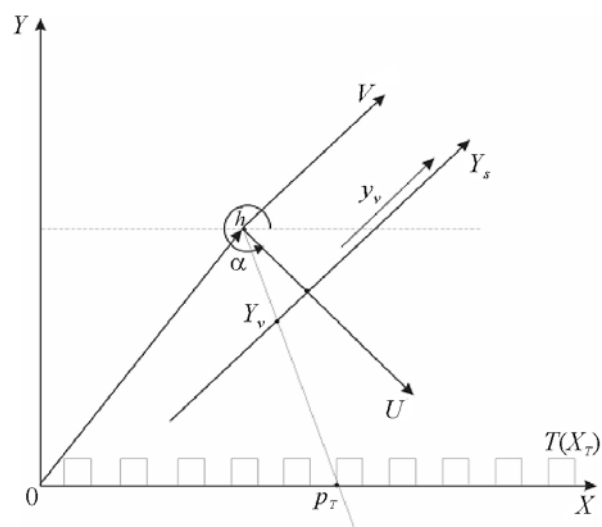


Рисунок 1 – Геометрические элементы задачи

танавливающие соответствие между двумя точками на этом луче:

$$X_T = f_T(Y_v) = \frac{A + Y_v B}{C + Y_v D}, \quad (1)$$

$$Y_v = f_v(X_T) = \frac{A - X_T C}{X_T D - B}, \quad (2)$$

где  $A = y_h \cos \alpha - x_h \sin \alpha$ ;  $B = -\rho(x_h \cos \alpha + y_h \sin \alpha)$ ;  $C = \sin \alpha$ ;  $D = \rho \cos \alpha$ .

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Требуется отобразить функцию  $T(X_T)$  на дискретно заданной прямой экрана. Полагаем, что имеется некоторая функция  $S(Y_v)$ , которая является проекцией функции текстуры  $T(X_T)$  на непрерывную прямую экрана. Для этой функции справедливы соотношения

$$\begin{aligned} S(Y_v) &= T(f_T(Y_v)), \\ T(X_T) &= S(f_v(X_T)). \end{aligned} \quad (3)$$

Пусть эта же функция  $S(Y_v)$  отображается на дискретно заданную прямую экрана с шагом дискретности  $\rho$ . В этом случае на экране сформируется ее некоторое дискретное соответствие в виде функции  $F(k \cdot \rho)$ , где  $k$  – номер отсчета.

Известно [1, 2], при дискретизации часть информации может быть потеряна, если в спектре функции содержатся частоты, превышающие половину частоты дискретизации  $\frac{1}{2\rho}$ . Потеря информации приводит к появлению на изображении артефактов (aliasing) [2]. Обычно [1, 2], с целью исключения из спектра функции  $S(Y_v)$  частот, превышающих половину частоты дискретизации ( $\frac{1}{2\rho}$ ), применяют к данному сигналу линейную фильтрацию (свертку  $S(Y_v)$  с ядром фильтра  $H$ ):

$$R(Y_v) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(y_v) H_n(y_v - Y_v) dy_v, \quad (4)$$

где  $R(Y_v)$  – функция, полученная в результате свертки;  $H_n$  – базисная функция однородного В-сплайна степени  $n$ , построенного в плоскости экрана;  $y_v$  – переменная интегрирования на прямой экрана.

В литературе [3, 4] известны два метода получения проекции функции  $T(X_T)$  на плоскость экрана: метод обратного и прямого трассирования лучей. При этом метод обратного трассирования лучей является наиболее перспективным методом получения проекций изображений сцены на плоскость экрана [3, 5].

Формула свертки (4) позволяет выполнять фильтрацию сигнала  $S(Y_v)$  на непрерывной прямой экрана и ее целесообразно применять в случае, когда получение функции  $S(Y_v)$  осуществляется прямым методом трассирования лучей.

Получение функции  $S(Y_v)$  на прямой экрана в случае применения метода обратного трассирования лучей представляет собой нетривиальную задачу. В данной статье решается задача определения операции свертки на прямой текстуры для метода обратного трассирования, аналогично (4).

### ФИЛЬТРАЦИЯ НА ПРЯМОЙ ТЕКСТУРЫ

Учитывая, что  $y_v$  в (4) определяется согласно (2) как  $y_v \equiv f_v(x_T)$ , произведем замену переменной интегрирования в формуле (4):

$$\begin{aligned} R(Y_v) &= \int_{-\infty}^{+\infty} S(y_v) H_n(y_v - Y_v) dy_v \Big|_{y_v = f_v(x_T)} = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} S(f_v(x_T)) H_n(f_v(x_T) - Y_v) d(f_v(x_T)). \end{aligned} \quad (5)$$

Окончательно:

$$R(Y_v) = \int_{-\infty}^{+\infty} T(x_T) H_n(f_v(x_T) - Y_v) f'_v(x_T) dx_T. \quad (6)$$

Выражение (6) представляет собой аналог свертки функции  $T(x_T)$  в плоскости экрана, вычисленную в плоскости текстуры, с ядром фильтра  $H_n$ , при этом весовая функция  $f'_v(x_T)$  учитывает положение системы отображения относительно  $g$ -с/к:

$$f'_v(x_T) = \frac{BC - AD}{(B - x_T D)^2}. \quad (7)$$

Предлагается исключить из подынтегрального выражения (6)  $f'_v(x_T)$ .

Для этого введем обозначение:

$$G_n(x_T, Y_v) = H_n(f_v(x_T) - Y_v) f'_v(x_T), \quad (8)$$

где  $G_n$  – проекция  $H_n$  на прямую текстуры.

Тогда (6) принимает вид

$$R(Y_v) = \int_{-\infty}^{+\infty} T(x_T) G_n(x_T, Y_v) dx_T. \quad (9)$$

Далее предлагается аппроксимировать функцию  $G_n(x_T, y_v)$  неоднородным В-сплайном  $H_n^*(x_T)$ , где  $H_n^*$  – базисная функция неоднородного В-сплайна степени

$n$ , построенная на прямой текстуры. Тогда  $R(y_v)$  предлагается вычислять приближенно по формуле

$$R(Y_v) \approx R^* = \int_{-\infty}^{+\infty} T(x_T) H_n^*(x_T) dx_T. \quad (10)$$

Рассмотрим случаи различных степеней В-сплайна  $H_n$ .

**Случай 0-й степени.**

$$H_0(t) = \begin{cases} 1, & \text{при } t \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]; \\ 0, & \text{при } t \notin \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right], \end{cases} \quad (11)$$

$$H_0^*(x_T) = K_0^* \begin{cases} 1, & \text{при } x_T \in [x_0, x_1]; \\ 0, & \text{при } x_T \notin [x_0, x_1], \end{cases} \quad (12)$$

где  $x_0 = f_T\left(Y_v - \frac{1}{2}\right)$ ,  $x_1 = f_T\left(Y_v + \frac{1}{2}\right)$  – проекции опорных точек базисной функции  $H_0$ , построенной на прямой экрана, на прямую текстуры (проекции границ пикселя).

Найдем такое значение  $K_0$ , при котором выполняется условие

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H_0^*(x_T) dx_T = \int_{-\infty}^{+\infty} G_0(x_T, Y_v) dx_T. \quad (13)$$

Вычислим правую часть (13):

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} G_0(x_T, Y_v) dx_T &= \int_{f_T(Y_v - \frac{1}{2})}^{f_T(Y_v + \frac{1}{2})} f_v'(x_T) dx_T = \\ &= f_v\left(f_T\left(Y_v + \frac{1}{2}\right)\right) - f_v\left(f_T\left(Y_v - \frac{1}{2}\right)\right) = \\ &= Y_v + \frac{1}{2} - \left(Y_v - \frac{1}{2}\right) = 1. \end{aligned}$$

Преобразуем левую часть (13):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H_0^*(x_T) dx_T = \int_{x_0}^{x_1} K_0 dx_T = K_0(x_1 - x_0).$$

С учетом преобразований имеем  $K_0(x_1 - x_0) = 1$ , следовательно

$$K_0 = \frac{1}{x_1 - x_0}, \quad (14)$$

$$R_0^* = K_0 \int_{x_0}^{x_1} T(x_T) dx_T. \quad (15)$$

**Случай 1-й степени.**

$$H_1(t) = \begin{cases} 1 + t, & \text{при } t \in (-1, 0); \\ 1 - t, & \text{при } t \in [0, 1); \\ 0, & t \notin (-1, 1), \end{cases} \quad (16)$$

$$H_1^*(x_T) = K_1^* \begin{cases} \frac{x_T - x_0}{x_1 - x_0}, & \text{при } x_T \in (x_0, x_1); \\ \frac{x_T - x_2}{x_1 - x_2}, & \text{при } x_T \in [x_1, x_2); \\ 0, & x_T \notin (x_0, x_2), \end{cases} \quad (17)$$

где  $x_0 = f_T(Y_v - 1)$ ,  $x_1 = f_T(Y_v)$ ,  $x_2 = f_T(Y_v + 1)$  – проекции опорных точек базисной функции  $H_1$ , построенной на прямой экрана, на прямую текстуры (проекции центров трех соседних пикселей).

Найдем такое значение  $K_1$ , при котором выполняется условие

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H_1^*(x_T) dx_T = \int_{-\infty}^{+\infty} G_1(x_T, Y_v) dx_T. \quad (18)$$

Вычислим правую часть (18):

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} G_1(x_T, Y_v) dx_T &= \\ &= \int_{f_T(Y_v - 1)}^{f_T(Y_v)} (1 + (f_v(x_T) - Y_v)) f_v'(x_T) dx_T + \\ &+ \int_{f_T(Y_v)}^{f_T(Y_v + 1)} (1 - (f_v(x_T) - Y_v)) f_v'(x_T) dx_T = 1. \end{aligned}$$

Преобразуем левую часть (18):

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} H_1^*(x_T) dx_T &= \\ &= \int_{x_0}^{x_1} K_1 \frac{x_T - x_0}{x_1 - x_0} dx_T + \int_{x_1}^{x_2} K_1 \frac{x_T - x_2}{x_1 - x_2} dx_T = \\ &= K_1 \left( \int_{x_0}^{x_1} \frac{x_T - x_0}{x_1 - x_0} dx_T + \int_{x_1}^{x_2} \frac{x_T - x_2}{x_1 - x_2} dx_T \right) = \\ &= \frac{K_1(x_2 - x_0)}{2}. \end{aligned}$$

С учетом преобразований имеем:

$$\frac{K_1(x_2 - x_0)}{2} = 1,$$

следовательно

$$K_1 = \frac{2}{x_2 - x_0}, \quad (19)$$

$$R_1^* = K_1 \left( \int_{x_0}^{x_1} T(x_T) \frac{x_T - x_0}{x_1 - x_0} dx_T + \int_{x_1}^{x_2} T(x_T) \frac{x_T - x_2}{x_1 - x_2} dx_T \right). \quad (20)$$

Случай 2-й степени.

$$H_2(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} + t \right)^2, & \text{при } t \in \left( -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right); \\ \frac{3}{4} - t^2, & \text{при } t \in \left[ -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right]; \\ \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} - t \right)^2, & \text{при } t \in \left[ \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right]; \\ 0, & \text{при } t \notin \left( -\frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right), \end{cases} \quad (21)$$

$$H_2^*(x_T) = K_2 \begin{cases} \frac{(x_T - x_0)^2}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)}, & \text{при } x_T \in (x_0, x_1); \\ \frac{(x_T - x_0)(x_2 - x_T)}{(x_1 - x_2)(x_0 - x_2)} + \frac{(x_T - x_1)(x_3 - x_T)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)}, & \text{при } x_T \in [x_1, x_2]; \\ \frac{(x_T - x_3)^2}{(x_1 - x_3)(x_2 - x_3)}, & \text{при } x_T \in [x_2, x_3]; \\ 0, & \text{при } x_T \notin (x_0, x_3), \end{cases} \quad (22)$$

где  $x_0 = f_T \left( Y_v - \frac{3}{2} \right)$ ,  $x_1 = f_T \left( Y_v - \frac{1}{2} \right)$ ,  $x_2 = f_T \left( Y_v + \frac{1}{2} \right)$ ,  
 $x_3 = f_T \left( Y_v + \frac{3}{2} \right)$  – проекции опорных точек базисной функции  $H_2$ , построенной на прямой экрана, на прямую текстуры (проекции границ трех соседних пикселей).

Найдем такое значение  $K_2$ , при котором выполняется условие

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H_2^*(x_T) dx_T = \int_{-\infty}^{+\infty} G_2(x_T, Y_v) dx_T. \quad (23)$$

По аналогии с преобразованиями для случая нулевой и первой степени преобразуем правую часть выражения (23):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} G_2(x_T, y_v) dx_T = 1.$$

По аналогии с преобразованиями для случая нулевой и первой степени преобразуем левую часть выражения (23):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H_2^*(x_T) dx_T = \frac{K_2(x_3 - x_0)}{3}.$$

С учетом преобразований имеем  $\frac{K_2(x_3 - x_0)}{3} = 1$ , следовательно:

$$K_2 = \frac{3}{x_3 - x_0}, \quad (24)$$

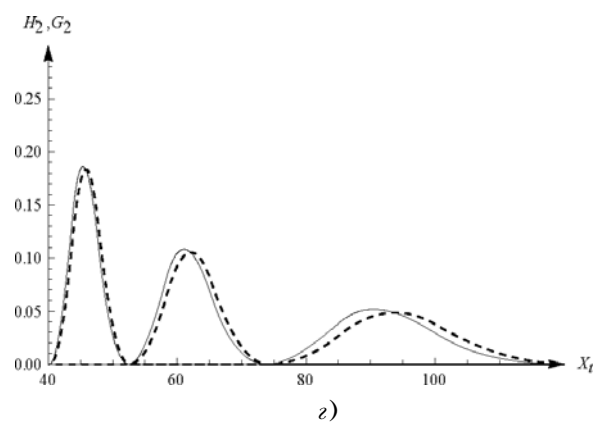
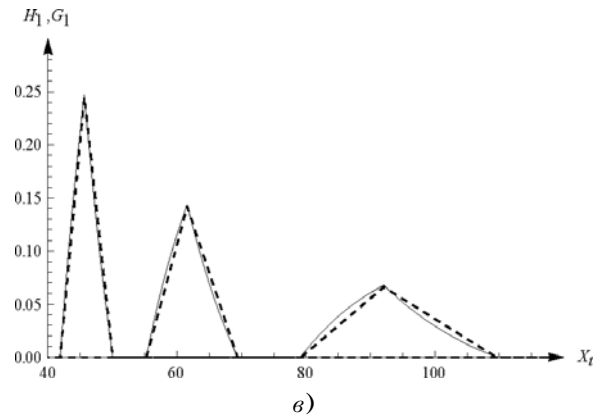
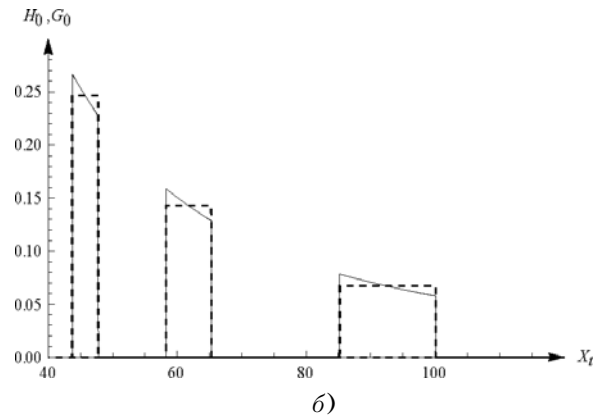
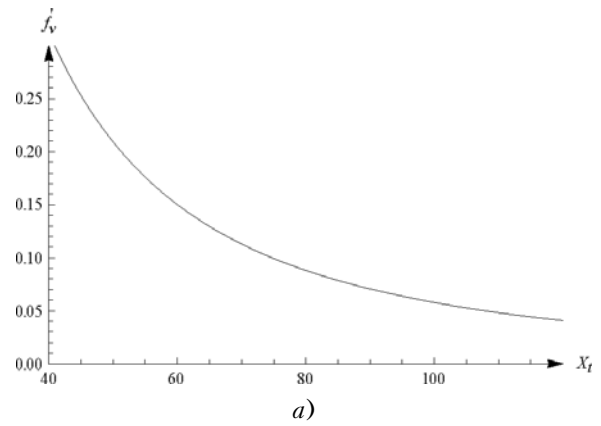


Рисунок 2 – Проекции фильтров на прямую текстуры и их аппроксимация:

$a - f'_v$ ;  $b - G_0, H_0^*$ ;  $c - G_1, H_1^*$ ;  $d - G_2, H_2^*$

$$R_2^* = K_2 \left( \int_{x_0}^{x_1} T(x_T) \frac{(x_T - x_0)}{(x_0 - x_1)(x_0 - p_2)} dx_T + \int_{x_1}^{x_2} T(x_T) \frac{(x_T - x_0)(x_2 - x_T)}{(x_1 - x_2)(x_0 - x_2)} dx_T + \int_{x_1}^{x_2} T(x_T) \frac{(x_T - x_1)(x_3 - x_T)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} dx_T + \int_{x_2}^{x_3} T(x_T) \frac{(x_T - x_3)^2}{(x_1 - x_3)(x_2 - x_3)} dx_T \right). \quad (25)$$

В качестве примера на рис. 2 представлены функции  $f'_0$ ,  $G_n$ ,  $H_n^*$  при  $\alpha = 332^\circ$ ,  $x_h = 0$ ,  $y_h = 10$ ,  $\rho = 0,02$ .

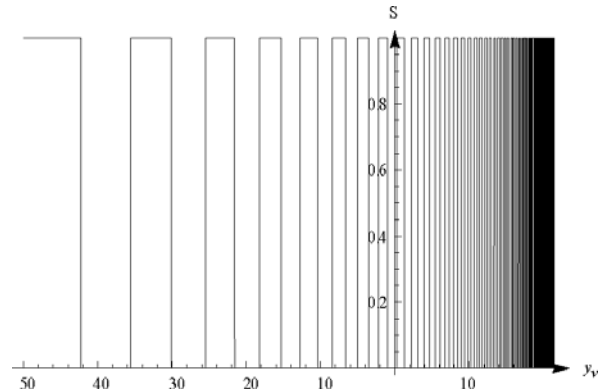


Рисунок 3 – Проекция  $S(Y_v)$  функции  $T(X_T)$  на прямую экрана

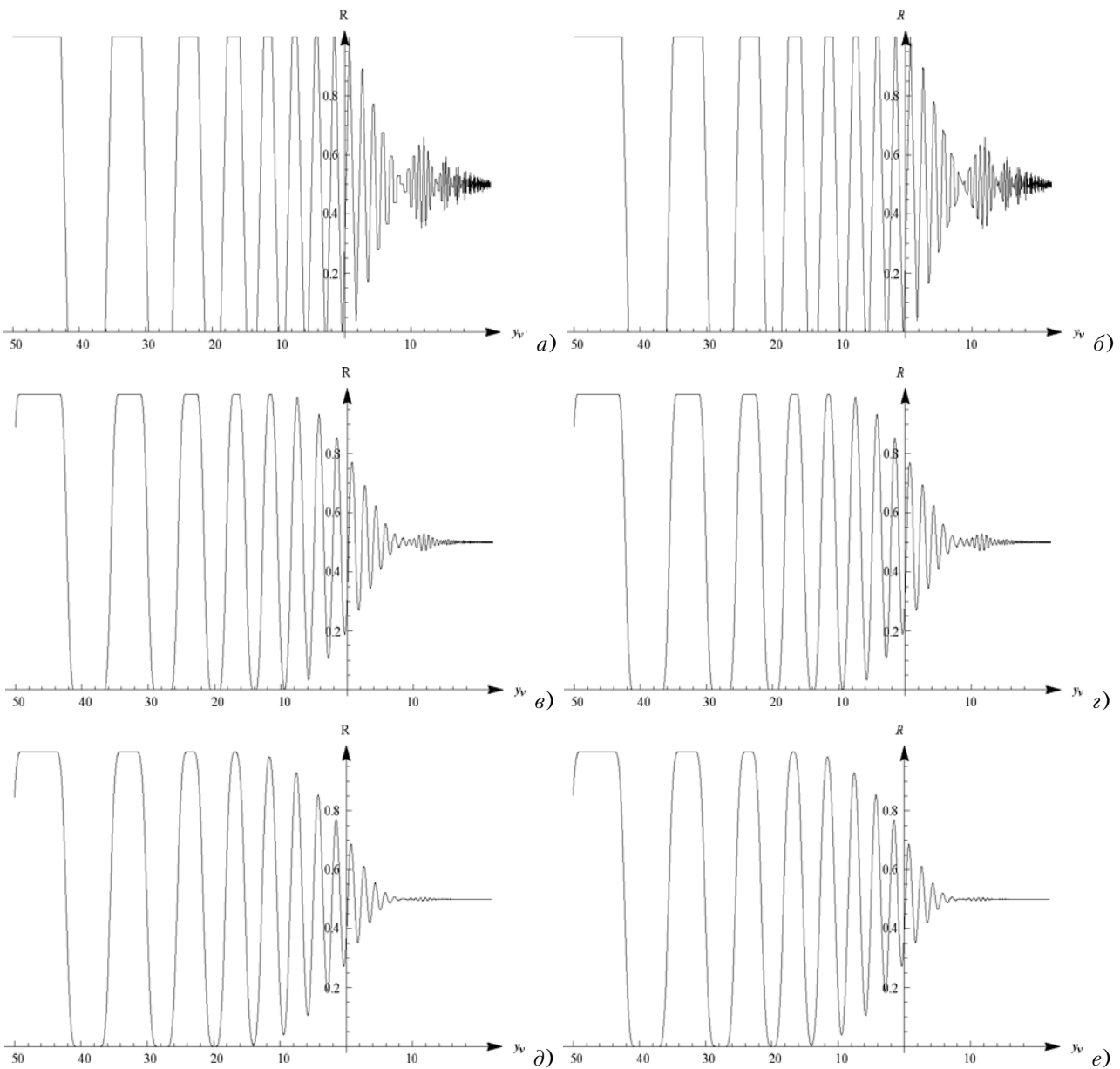


Рисунок 4 – Сигнал, отфильтрованный на прямой экрана (а, в, д) и на прямой текстуры (б, г, е)

**Моделирование.** Для проверки корректности предложенного подхода к фильтрации выполнено моделирование.

В качестве тестовой функции (текстуры) для оценки качества фильтрации общепринято [2] выбирать меандр  $T(X_T) = (\lfloor X_T \rfloor \bmod 2)$ . На рис. 3 показана проекция  $S(Y_v)$  на прямую экрана функции  $T(X_T)$ , согласно (3). Алиасинг в данном случае проявляется в виде интерференционных полос и выбросов белого и черного цвета в области, где частота сигнала  $S(Y_v)$  превышает половину частоты дискретизации. На рис. 4, а, в, д приведены результаты фильтрации  $S(Y_v)$ , согласно (4), фильтрами нулевой, первой и второй степени, построенными на прямой экрана. На рис. 4, б, з, е приведены результаты фильтрации  $T(X_T)$ , согласно (10), фильтрами нулевой, первой и второй степени, построенными на прямой текстуры.

Результаты моделирования, представленные на рис. 4, показали, что выполнение фильтрации предложенным методом на прямой текстуры позволяет устранять эффект алиасинга так же эффективно, как в случае фильтрации на прямой экрана.

## ВЫВОДЫ

В статье предложен метод фильтрации текстур для синтеза изображения методом обратного трассирования лучей (одномерный случай). Данный метод фильтрации позволяет устранить алиасинг при нанесении текстур и при этом не требует дополнительно трассируемых лучей, за счет того, что фильтрация выпол-

няется в плоскости текстуры. Результаты моделирования в одномерном случае доказали эффективность предложенного подхода к устранению алиасинга. В качестве направления дальнейших исследований следует выделить разработку метода фильтрации в плоскости текстуры (двумерный случай).

## ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Гольденберг Л. М. Цифровая обработка сигналов / Гольденберг Л. М., Матюшкин Б. Д., Поляк М. Н. – М.: Радио и связь, 1990. – 256 с.
2. Foley J. D. Computer Graphics (principles and practice) / Foley J. D., van Dam A., Fisher S. K., Hughes J. F. – Addison-Wesley Publishing Company, 1996. – 1175 p.
3. Гусятин В. М. Математическая модель геометрических преобразований для спецпроцессоров растровой графики / Гусятин В. М. // Радиоэлектроника и информатика. – 1997. – № 1. – С. 86–87.
4. Никулин Е. А. Компьютерная геометрия и алгоритмы машинной графики / Никулин Е. А. – СПб.: БВХ-Петербург, 2003. – 560 с.
5. Гусятин В. М. Устранение алиасинга при нанесении текстуры на 3D объекты в методе обратного трассирования / Гусятин В. М., Чаговец Я. В., Кожушко Д. Г. // Вісник НТУ «ХПІ» «Інформатика і моделювання». – 2007. – С. 36–43.

Надійшла 9.07.2008

*Запропоновано метод фільтрації текстур для синтезу зображень методом зворотного трасування. Суть методу полягає у виконанні фільтрації в площині текстури. Запропоновано функції апроксимації реальної проекції фільтра на площину текстури.*

*The method of texture filtering for the image synthesis by reverse ray tracing method is offered. The essence of the method is to implement filtering in the texture plane. Approximation of the actual projection of the filter in the texture plane is suggested.*

УДК 681.7.068.4

И. Ш. Невлюдов, Ю. В. Наталуха, Р. Ю. Аллахверанов, И. С. Хатнюк

## АНАЛИЗ ФИЗИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ ПРИ СТЫКОВКЕ ОДНОМОДОВЫХ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛОКОН

*Предлагается метод анализа возбуждения мод при наличии локальной неоднородности в приемном стыковом волокне с учетом характеристического уравнения. Определяются основные компоненты потерь энергии при стыковке одномодовых волокон HE моды и рассчитываются вносимые потери, обусловленные геометрическими факторами и нарушениями модовой структуры.*

## ВВЕДЕНИЕ

При соединении одномодовых оптических волокон (ОВ) возникают локальные неоднородности, обусловленные неточностью параметров ОВ и изломом осей.

Эти неоднородности, кроме искажений, обусловленных чисто геометрическими факторами (как это имеет место для многомодовых волокон), приносят еще нарушения модовой структуры, которые (как показано ниже) являются наиболее существенным фактором вносимых потерь в одномодовых ОВ.

Поэтому в статье рассматриваются нарушения модовой структуры и потери, обусловленные ею.

Если волокна состыкованы «идеально», т. е. оси их совпадают и параллельны, и если в излучающем и приемном волокнах волны и моды имеют аналогичное распределение поля, то это обеспечивает эффективность