

УДК 519.21:519.87]:004.738.5

МАРКІВСЬКА ГАУСІВСЬКА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ЗМІНИ ДОВЖИНИ ЧЕРГИ МАРШРУТИЗАТОРА

Романишин Б., Чернухін О., Мельнікова Л.

e-mail: bohdan.romanyshyn@nure.ua, oleksandr.chernukhin@nure.ua,

liubov.melnikova@nure.ua

Харківський національний університет радіоелектроніки, каф. ІКІ
м. Харків, Україна

This work presents a statistical analysis of experimental data aimed at confirming the Markov properties of the modeled process based on its correlation characteristics. A Markov Gaussian model describing the dynamics of router queue length is proposed, and its parameters are justified using the least squares method. Simulation experiments were conducted, demonstrating the adequacy of the chosen mathematical model. This is supported by the small error variances of the correlation function and spectral density, as well as the close agreement between the mean values of the real process and the model ($m = 39.2926$ and $m_x = 39.2876$). The practical significance of the results lies in their applicability to congestion control problems, particularly for estimating the queue length in router buffer management.

Сучасні інфокомунікаційні мережі працюють у режимі постійного збільшення трафіку: відеострімінг, хмарні сервіси, IoT-пристрої, мобільні мережі 5G/6G. Це робить поведінку черг у маршрутизаторах більш складною та стохастичною. Тому моделі, що точно описують динаміку довжини черги, стають критично важливими для забезпечення стабільності мереж [1,2]. Використання динамічної моделі маршрутизації в рамках розв'язку задачі управління мережними ресурсами потребує наявності динамічної моделі процесу зміни довжини черги маршрутизатора, що і є метою даної роботи.

У роботі запропоновано гаусівсько-марківська модель процесу зміни довжини черги маршрутизатора і за допомогою імітаційного моделювання доведено її адекватність.

За своїми фізичними характеристиками процес зміни довжини черги є дискретним процесом, однак з огляду на той факт, що швидкість проведення вимірювань довжини черги на кілька порядків менше швидкості зміни довжини черги, можна процес зміни довжини черги вважати безперервним. Класичні моделі черг (M/M/1, M/G/1) часто надто спрощують реальні процеси [3]. Марківська гаусівська модель дозволяє враховувати корельованість трафіку, описувати плавні, але випадкові зміни довжини черги, моделювати системи з квазінеперервною динамікою. Це робить її ближчою до реальної поведінки мережевих буферів [4].

Як відомо, гауссовський марковський процес із заданими кореляційними властивостями може бути отриманий з наступного рівняння стану:

$$\frac{dx(t)}{dt} = F(t)x(t) + G(t)\xi(t), \quad (1)$$

де $\xi(t)$ – віртуальний білий гаусівський шум з нульовим середнім, який є породжуючим для процесу $x(t)$, $F(t), G(t)$ – коефіцієнти (для векторного випадку – матриці) відповідно стану і породження.

Дискретне представлення процесу $x(k)$ який виражається відповідним (1) рівнянням стану, має вигляд:

$$x(k+1) = \Phi(k+1, k)x(k) + G(k+1, k)\xi(k), \quad (2)$$

де $\Phi(k+1, k) = \exp\{-\alpha\Delta t_k\}$ – коефіцієнт (для багатомірного випадку – матриця) стану, $\alpha = 1/\tau_{кор}$, $\Delta t_k = k - (k-1)$ – крок квантування; $G(k+1, k) = \sqrt{\sigma_x^2(1 - \exp\{-\alpha\Delta t_k\})}$ – коефіцієнт (матриця) породження.

Обрана модель є спрощеним представленням реальної системи. При такому виборі існують помилки, які пов'язані з тим, що параметри моделі та реальної системи можуть відрізнятися. В задачі оцінки використовується модель стану, в яку входять параметри α і σ_x^2 . Ці параметри моделі можуть не співпадати з реальними параметрами оцінюваних процесів, а їх відхилення призводить до появи похибок.

Інтервал кореляції визначається методом найменших квадратів на основі припущення про те, що модельований процес є гаусівським експоненційно-корельованим випадковим процесом. Експоненційний характер кореляційної функції впливає з результатів обробки експериментальних даних. Припущення про гаусівське розподілення висувається на основі побудованої гістограми вибірки. Знайдений інтервал кореляції дорівнює 3,35.

Моделювання було проведено в пакеті MatLab. На рис. 1 показано графіки процесу зміни довжини черги маршрутизатора та моделі, на рис. 2 показано їх кореляційні функції.

На основі результатів моделювання проведений аналіз адекватності. Інтервал кореляції знаходимо за графіком кореляційної функції. З рисунку видно, що кореляційна функція процесу і моделі досить схожі, інтервал кореляції дорівнює 3,3. Доказом цього служить і значення дисперсії похибки, яке дорівнює $Dr = 8,7367 \cdot 10^{-4}$. В результаті проведеного моделювання були отримані оцінки математичного очікування вибірки і моделі, які дорівнюють відповідно $m = 39,2926$ та $m_x = 39,2876$.

Марківські моделі з гаусівськими збуреннями використовуються у адаптивних алгоритмах контролю заторов, системах активного керування

чергами, які потребують прогнозування стану мережі, мережах з машинним навчанням, де модель черги виступає джерелом тренувальних даних. У промислових мережах, транспортних системах, телемедицині та енергетиці затримки та втрати пакетів можуть мати критичні наслідки. Марківська гаусівська модель дозволяє оцінювати ризики та гарантувати стабільність таких систем [5].

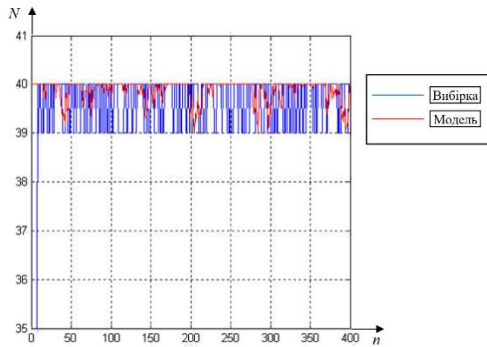


Рис.1 Графік процесу зміни довжини черги маршрутизатора та моделі

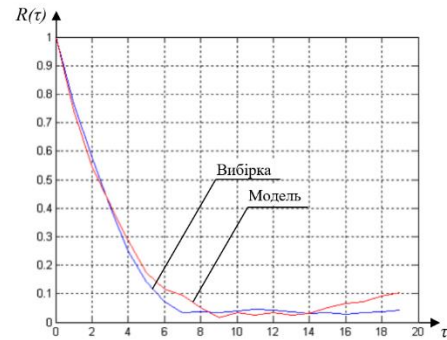


Рис. 2. Кореляційна функція процесу та моделі

Список використаних джерел:

1. Shtangey, S., Melnikova, L., Marchuk, A., Linnyk, O., & Sokolov, O (2025). Modeling and analysis of graph neural networks for optimizing routing in infocommunication networks. *Management Information System and Devises*, 1(186), 40–54. <https://doi.org/10.30837/0135-1710.2025.186.040> (ДПУ)
2. Choi D. I., Lim D. E. Analysis of a Markovian Queueing Model with an Alternating Server and Queue-Length-Based Threshold Control. *Mathematics*. 2023. Vol. 13, No. 21. Article 4201.
3. Kattepur A., David S., Mohalik S. K. Model-based reinforcement learning for router port queue configurations. *Intelligent and Converged Networks*. 2021. Vol. 2, No. 3. P. 177–197.
4. Fendick K., Whitt W. Queueing Networks with Path-Dependent Arrival Processes. *Johns Hopkins University & Columbia University Technical Report*. 2023. 42 p.
5. Gountia D., Mishra P., Dash R. K., Pradhan N. R., Mohanty S. N. An AI-based approach for dynamic routing in IoT networks. *Peer-to-Peer Networking and Applications*. 2025.