УДК 007.5

А. В. ТОВАРНИЦКИЙ, канд. техн. наук,
Ю. Н. АЛЕКСАНДРОВ, канд. техн. наук,
В. Н. ГАПОНЕНКО, Ю. Ю. МИЛОНОВ

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ НУМЕРАЦИОННОГО КОДИРОВАНИЯ В СИСТЕМАХ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

В статье рассмотрены способы кодирования нуль-единичных последовательностей $x=(x_{ij}/x_{ij}\in 0,1;i=\overline{1,m};j=1)$ содержащих серии нулей, разделенных одиночными единицами. Под серией нулей в последовательности понимают непродолжаемую в оба конца последовательность нулей *. Такие последовательности применяются при передаче данных по каналам связи, а также при записи их на магнитные носители.

При передаче двоичных сообщений по каналам связи возникает задача синхронизации принимаемых колебаний по фазе несущего колебания, такту и циклу передаваемой двоичной последовательности, которая решается с учетом соответствующих методов кодирования, модуляции и обработки сигналов. В качестве метода кодирования рассмотрим методы нумерации двоичных последовательностей с применением к элементам кода относительной модуляции.

Известно, что скорость кода определяется соотношением

$$R_n=\frac{1}{n}\cdot\log_2 G_n, \tag{1}$$

где n — длина двоичной последовательности; G_n — объем кода (количество последовательностей длины n).

Если $C(n, m, l, v)$ — множество двоичных последовательностей длины n с количеством серий нулей, равным v, которые имеют длины, лежащие в интервале $[l, m]$, то объем и скорость кода соответственно вычисляются с помощью следующих соотношений:

$$P(n,\ m,\ l,\ v)=C_{n+1}^{2v}; \tag{2}$$

$$R_n=\frac{1}{n}\log_2 P(n,\ m,\ l,\ v)=\frac{1}{2}\log_2 C_{n+1}^{2v}. \tag{3}$$

В табл. 1 в качестве примера приведены кодовые комбинации кода $C(i,\ 4,\ 2,\ 1)$, $i=\overline{1,\ G}$.

Как показывает анализ табл. 1, данные коды имеют ограничения на длину серий нулей или единиц, что может быть использовано в качестве синхропризнака (маркера) кодового блока. Так, в кодовом блоке $x=(00001100011 1001111)$ первые четыре нуля це-

---

* *Вычислительные сети* (адаптивность, помехоустойчивость, надежность)/ С. И. Самойленко, А. А. Давыдов, В. В. Золотарев, Е. И. Третьякова. М., 1981. 277 с.

лесообразно использовать в качестве синхропризнака. Очевидно также, что данный метод кодирования обладает большой избыточностью, так, в частности, (l—1)-элемент кодовой последовательности можно исключить, используя признак серий. Дальнейшее

Таблица 1

Код	i					
	1	2	3	4	5	6
$C(i, 4, 2, 1)$	—	00 11	000 111	0000 0011 1100 1111	00011 00111 11000 11100	000011 000111 001111 110000 111000 111100

уменьшение избыточности можно осуществить, если воспользоваться следующим известным преобразованием φ_1, согласно которому всякому массиву $x=(x_{ij})$, $i=\overline{1,\ m}$; $j=\overline{1,\ n}$ ставят в соответствие массив номеров $N=(N_j)$, $j=\overline{1,\ n}$:

$$\varphi_1 : N_j = \sum_{l=1}^{m} x_{lj}\,(r_{l-1} - r_l), \tag{4}$$

где

$$\begin{cases} r_l = C^{s_l}_{m-l+1}; \\ s_l = s_{l-1} - |x_{l-1,j} - x_{lj}|; \\ x_{0,j} = 0; \quad s_0 = 2v. \end{cases} \tag{5}$$

При этом существует обратное преобразование, позволяющее по номеру $N_j \in N$ однозначно восстановить все элементы массива $x=$ $=(x_{ij})$, $i=\overline{1,\ m}$; $j=\overline{1,\ n}$:

$$\varphi_1^{-1} : x = (x_{lj}) = \operatorname{sign}(1 + \operatorname{sgn}(\tau_{l-1} - f_l)); \tag{6}$$

$$f_l = C^{t_l-1}_{m-l+1}; \quad s_l = s_{l-1} - |x_{l-1,j} - x_{lj}|; \quad s_0 = 2v = t_0; \quad x_{0j} = 0;$$

$$t_l = s_l - x_{lj}; \quad \tau_l = \tau_{l-1} - x_{lj} f_l; \quad \tau_0 = N_j. \tag{7}$$

Таблица 2

N_j	x_{lj}	N_j	x_{lj}
2	0 0 0 1 1 0 0	37	1 0 0 0 0 1 1
3	0 0 0 1 1 1 0	51	1 1 0 0 0 0 1
10	0 0 1 0 0 0 0	52	1 1 0 0 0 1 1
11	0 0 1 1 0 0 0	53	1 1 0 0 1 1 1
12	0 0 1 1 1 0 0	61	1 1 1 0 0 0 1
13	0 0 1 1 1 1 0	62	1 1 1 0 0 1 1

В табл. 2 в качестве примера приведены номера $N=(N_j)$, $j=\overline{1, n}$ и соответствующие им кодовые комбинации $(x_{ij})\in(x_j \in x,\ j=\overline{1, n},\ i=\overline{1, 7};$

Недостатком данного метода является невозможность учета взаимосвязи между кодовыми комбинациями. Этот недостаток устраняет метод, в основе которого лежит преобразование φ_2, представляющее собой по сути нумерацию блока комбинаций кода $C(n, l, m, v)$, записанных в виде двумерной матрицы

$$x=(x_{ij});\ i=1,\ m;\ j=1,\ n:\quad \varphi_2: N=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{ij}\cdot\tau_{ij};$$

$$\lambda=\{\lambda_i/\lambda_i=1+\max_j(x_{ij})\};\tag{8}$$

$$k=\{k_j/k_j=1+\max_i(x_{ij})\};\quad \sigma_{ij}=\min(\lambda_i,\ k_j);$$

$$\tau_{ij}=\prod_{l=j+1}^{n}\sigma_{il}\prod_{k=i+1}^{m}\prod_{l=1}^{n}\sigma_{kl}.\tag{9}$$

При этом для преобразования φ_2 существует обратное преобразование φ_2^{-1}

$$\varphi_2^{-1}: x=(x_{ij})=\lceil N/\tau_{ij}\rceil-\lceil N/\tau_{ij}\sigma_{ij}\rceil\sigma_{ij},\tag{10}$$

позволяющее восстановить любой элемент $x_{ij}\in x$ с погрешностью $\varepsilon=0$.

В табл. 3 показаны кодовые блоки $x=(x_{ij})$, $i=\overline{1, m}$, $j=\overline{1, n}$ и соответствующие им номера N.

Таблица 3

n	x	N
2	0 0 1 1	3
3	0 0 0 1 1 1	7
4	0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1	51
5	0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0 1 1 1 0 0	128

В табл. 4 приведены значения абсолютных избыточностей $R_0^1=s(x_j)-s(N_j)$ кодовых комбинаций и их номеров $N=(N_j)$, $j=\overline{1, n}$; $R_0^2=s(x)-s(N)$ блоков кода и их номеров N, где $s(x_j)$ — длина кодовой комбинации $x_j\in x$; $s(N_j)$ — длина ее номера $N_j\in N$;

$s(x)$ — количество разрядов, занимаемых блоком кодовых комбинаций $x=(x_{ij})$, $i=\overline{1, m}$, $j=\overline{1, n}$; $s(N)$ — количество разрядов, занимаемых номером блока N. Анализ результатов, приведенных в табл. 4, показывает, что *с помощью преобразований* φ_1 *и* φ_2

Таблица 4

$s(x_j)$, бит	$s(N_j)$, бит	R_0^1	$s(x)$, бит	$s(N)$, бит	R_0^2
7	3	4	4	2	2
7	4	3	6	3	3
7	5	2	16	6	10
7	6	1	25	7	18

можно обеспечить учет взаимосвязи между кодовыми комбинациями $x_j \in x$ и на этой основе добиться сокращения избыточности кода; повысить достоверность передаваемых сообщений за счет формирования на месте исключенных преобразованием φ_2 разрядов проверочных символов корректирующего кода.

Поступила в редколлегию 27.06.89

УДК 621.391.23.019.3(04)

М. Ю. ЛОСЕВ, канд. техн. наук, *А. Н. РЫСОВАНЫЙ*

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ РАСПОЗНАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ЦИКЛИЧЕСКИХ КОДОВ НА ПРИМЕРЕ КОДОВ ХЭММИНГА

В современных ЭВМ для контроля информации широкое распространение получили коды Хэмминга с кодовым расстоянием $d=3$ или $d=4$. Двоичный код Хэмминга, имеющий минимальное кодовое расстояние, равное 3, обеспечивает исправление одиночных ошибок, а код с $d=4$ исправляет одиночные ошибки и обнаруживает двойные.

Обнаружение ошибок более высокой кратности осуществляется с некоторой вероятностью $P(j)$*. Рассмотрим методику определения вероятности распознавания ошибок.

Для оценки обнаруживающей способности корректирующих кодов важное значение имеет понятие веса Хэмминга $W(V)$.

Весом Хэмминга $W(V)$ вектора V называется число ненулевых компонентов этого вектора. Кодовое расстояние между векторами V_i и $V_j (i \neq j)$ равно числу компонент, которыми они отличаются друг от друга. При искажении информации данный вектор V_j может перейти в подмножество разрешенных векторов $\bigcup_{j=i} V_i$, и ошибка не будет обнаружена. В этом случае кратность необнаруживаемой ошибки будет равна кодовому расстоянию между

* Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. М., 1976. 596 с.