

УДК 51-7

В.В. Семенец¹, Ю.В. Наталуха², О.А. Тарануха³, В.В. Токарев⁴^{1,2}ХНУРЭ, г. Харьков, Украина³ХНМУ, г. Харьков, Украина⁴ХНУРЭ, г. Харьков, Украина, tvv.v@mail.ru

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ ПРИМЕНЕНИЯ АТОМАРНЫХ ФУНКЦИЙ ПРИ ОБРАБОТКЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ КРОВЕНОСНЫХ СОСУДОВ СЕТЧАТКИ ЗРИТЕЛЬНОГО АНАЛИЗАТОРА ЧЕЛОВЕКА

В статье рассматривается проблема распознавания кровеносных сосудов сетчатки зрительного анализатора человека. Для решения этой проблемы предлагается использовать специализированное программное обеспечение с применением математического аппарата на основе атомарных функций.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ, АТОМАРНЫЕ ФУНКЦИИ, СЛУЧАЙНЫЕ ОДНОРОДНЫЕ ПОЛЯ, ЗРИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗАТОР, СЕТЧАТКА

Введение

Особенностью болезней сетчатки зрительного анализатора человека является то, что они часто служат причиной стойкой утраты работоспособности.

Отмечено значительное увеличение инвалидности по зрению среди людей трудоспособного возраста, причиной которого являлись ишемические оптические нейропатии, глаукома и травмы зрительного анализатора.

Результатом стала необходимость в разработке специализированного программного обеспечения, которое позволит осуществлять автоматический режим работы и обработку видеoinформации, а также измерение интегральных информативных параметров изображений кровеносных сосудов сетчатки зрительного анализатора человека [1–6]. Это крайне важно для выявления заболеваний сосудистой системы сетчатки на самых ранних стадиях, с применением неинвазивных методов предиктивной диагностики.

Актуальность. При диагностике сетчатки зрительного анализатора человека с помощью Retina Tomograph (рис. 1) возникает необходимость мониторинга состояния изменения кровеносных сосудов сетчатки зрительного анализатора человека, до назначения курса лечения и после него.

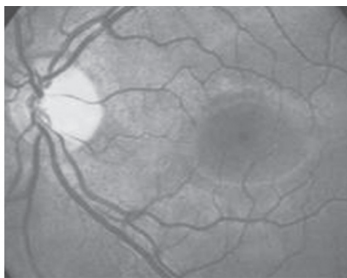


Рис. 1. Изображение сетчатки зрительного анализатора человека полученное с помощью Retina Tomograph

Изображение на рис. 1 можно охарактеризовать следующим образом. На красновато-розовом фоне глазного дна диск зрительного нерва (ДЗН)

выделяется своими чёткими границами и розовым цветом. Наружная (височная) половина диска выглядит более светлой, чем внутренняя (носовая). ДЗН обычно круглой формы или, реже в виде вертикального овала. Размер 1,5-1,7 мм. Из середины диска или несколько внутри выходит центральная артерия сетчатки, которую сопровождает центральная вена сетчатки, входящая в диск. Артерия и вена делятся на ветви — верхнюю и нижнюю, далее на височную и носовую и далее на всё более мелкие веточки, распространяясь по главному дну и окружая макулу. Артерии тоньше вен, светлее и менее извиты.

Калибры артерий по отношению к венам относятся как 3:4 или 2:3. В центре заднего полюса глаза находится жёлтое пятно (или макула). Жёлтое пятно имеет вид тёмно-красного овала, окаймлённого блестящей полоской — макулярным рефлексом.

Размеры жёлтого пятна у взрослого человека варьируют (до 2,5 мм). В центре жёлтого пятна находится более тёмное круглое пятнышко — центральная ямка (фовеа) с блестящей светлой точкой в середине (фовеолой). Диаметр фовеа около 0,4 мм.

Изначально при обработке видеoinформации, выполняется предварительная обработка изображения: цифровая фильтрация, уменьшение уровня шума, устранение блика от активной подсветки глаза и других помех. Во многих случаях искажение можно приближенно считать следствием линейного преобразования исходного сигнала. Это происходит, например, в результате турбулентности атмосферы, движения или аберраций оптической системы. Другая особенность наблюдаемого изображения — наличие в нем аддитивных случайных помех (шумов). Шумы возникают в трактах формирования, передачи и приема сигналов. В последнее время широкое распространение получили линейные методы восстановления изображений (ВИ), которые применяются в пространственной или частотной областях [1–5]. При этом для описания

двумерных сигналов (полей) используются как детерминистский, так и статистический подходы.

Пусть $g(x, y)$ и $f(\tau, \eta)$ – распределения интенсивностей излучения в плоскости изображения и оригинала соответственно, $h(x, y, \tau, \eta)$ – функция рассеяния точки (ФРТ) в предположении, что система отображения линейна.

Общее уравнение для описания $g(x, y)$ имеет вид:

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau, \eta) h(x, y, \tau, \eta) d\tau d\eta + \varepsilon(x, y), \quad (1)$$

где $\varepsilon(x, y)$ – аддитивный случайный шум [1–4].

Для пространственно-инвариантной функции рассеяния точки $h(x, y, \tau, \eta) = h(x - \tau, y - \eta)$, и интеграл в правой части (1) приводит к двумерной свертке, т.е.:

$$g(x, y) = \iint_{R^2} f(\tau, \eta) h(x - \tau, y - \eta) d\tau d\eta + \varepsilon(x, y), \quad (2)$$

Принимая форму искажений, описываемую выражениями (1) или (2), задачу восстановления $f(\tau, \eta)$ можно сформулировать так: при известной $g(x, y)$ найти хорошую оценку f , обозначаемую $\hat{f}(x, y)$, имея в распоряжении априорную информацию о величинах f, h, ε . Применяемые методы реставрации изображений используют разное количество известной априорной информации и различные критерии качества оценки \hat{f} . Для получения оценки \hat{f} можно применять как непрерывную, так и дискретную модель восстановления. В первой модели весь процесс реставрации изображений согласно (1), (2) рассматривается как непрерывный. Функции $g(x, y)$, $f(\tau, \eta)$, $h(x, y)$, $\varepsilon(x, y)$ полагаются кусочно-непрерывными. Примерами такого подхода могут служить методы инверсной, винеровской фильтрации, управляемой линейной фильтрации. В этих методах восстановление изображений осуществляется путем применения соответствующих реставрирующих фильтров в частотной области.

Известны также и другие методы линейной фильтрации, действующие в частотной области [1, 3].

В дискретной модели предполагается, что все компоненты преобразований (1), (2) представлены в виде отсчетов функций f, h, g, ε . Для реставрации при этом используются численный анализ и аппарат линейной алгебры [3, 5]. Атомарные функции – это финитные решения функционально – дифференциальных уравнений вида:

$$Ly(x) = \lambda \sum_{k=1}^M C_k y(ax - b_k).$$

где $a > 0$, L – линейный обыкновенный дифференциальный оператор с постоянными коэффициентами. Одна из наиболее часто применяемых атомарных функций в теории приближений – это функция:

$$y(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} \prod_{j=1}^{\infty} \frac{\sin(t\alpha^{-j})}{t\alpha^{-j}} dt.$$

обозначаемая, через $h_\alpha(x)$, $a > 1$. Пусть $\tilde{h}_\alpha(t)$ – преобразование Фурье функции $h_\alpha(x)$. Тогда:

$$\tilde{h}_\alpha(t) = \prod_{j=1}^{\infty} \frac{\sin(t\alpha^{-j})}{t\alpha^{-j}} dt.$$

Носителем $h_\alpha(x)$ является отрезок $[-b, b]$, где $b = 1/(a-1)$.

Таким образом, целью статьи является применение атомарных функций для восстановления изображения кровеносных сосудов сетчатки зрительного анализатора человека [6].

При этом будет использоваться статистический подход для описания двумерных сигналов.

Применение атомарных функций позволит построить эффективные алгоритмы восстановления изображений, требующие небольшого количества арифметических операций по сравнению с алгоритмами, основанными на преобразовании Фурье.

1. Постановка задачи и метод решения

Пусть $T(x, y)$ – случайное однородное поле, определенное на R^2 . Рассмотрим интегральные преобразования случайных интегральных полей.

Пусть $K(x, y) \in L_1(R^2)$. Тогда функция:

$$J(x, y) = \iint_{R^2} K(x - \tau, y - \eta) T(\tau, \eta) d\tau d\eta.$$

будет также случайным однородным полем.

Отметим, что последнее соотношение можно рассматривать как зависимость между входным сигналом $T(x, y)$ и выходным сигналом $J(x, y)$ пространственно-инвариантной линейной системы, $K(x, y)$ – весовая функция системы [1]. Обозначим через $B_{TT}(\tau_1, \tau_2)$ и $B_{TJ}(\tau_1, \tau_2)$ автокорреляционную функцию поля $T(x, y)$ и взаимно корреляционную функцию полей $J(x, y)$, $T(x, y)$.

Предположим, что спектральная плотность $f_{TT}(\lambda_1, \lambda_2)$ имеет непрерывные частные производные до второго порядка включительно, принадлежащие $L_1(R^2)$. При этих условиях $B_{TT}(\tau_1, \tau_2) \in L_1(R^2)$. Тогда:

$$B_{TJ}(\tau_1, \tau_2) = K(\tau_1, \tau_2) * B_{TT}(\tau_1, \tau_2), \quad (3)$$

здесь символ “*” означает операцию свертки.

Аналогично:

$$B_{JJ}(\tau_1, \tau_2) = K(\tau_1, \tau_2) * B_{JT}(\tau_1, \tau_2), \quad (4)$$

Поскольку $B_{JT} \in L_1(R^2)$ и $K(x, y) \in L_1(R^2)$, то из соотношений (3), (4) следует, что функции $B_{TJ}(\tau_1, \tau_2)$, $B_{JJ}(\tau_1, \tau_2)$ принадлежит $L_1(R^2)$.

Предположим, что функция $K(x, y)$ является четной по x и y . Обозначим через $K_1(\lambda_1, \lambda_2)$ ее преобразование Фурье. Отметим, что $K_1(\lambda_1, \lambda_2)$ вещественна и четна по λ_1 и λ_2 . Используя свойства преобразования Фурье для свертки двух функций, получим:

$$f_{TT}(\lambda_1, \lambda_2) = 2\pi K_1(\lambda_1, \lambda_2) f_{TT}(\lambda_1, \lambda_2),$$

$$f_{JJ}(\lambda_1, \lambda_2) = 4\pi^2 K_1^2(\lambda_1, \lambda_2) f_{TT}(\lambda_1, \lambda_2).$$

Задачу восстановления изображений можно представить в следующей форме. Пусть $J(x, y)$, $\varepsilon_1(x, y)$, $\varepsilon_2(x, y)$ – независимые случайные однородные поля (СОП) с нулевым средним значением, у которых спектральные плотности $S(\lambda_1, \lambda_2)$, $S_1(\lambda_1, \lambda_2)$, $S_2(\lambda_1, \lambda_2)$ соответственно предполагаются известными.

Истинное изображение $J_{\text{и}}(x, y)$ имеет вид:

$$J_{\text{и}}(x, y) = J(x, y) + A, \quad A > 0.$$

Наблюдаемое изображение $J_{\text{н}}(x, y)$ представим в форме:

$$J_{\text{н}}(x, y) = \iint_{R^2} K(x - \tau, y - \eta) [J_{\text{и}}(\tau, \eta) + \varepsilon_1(\tau, \eta)] d\tau d\eta + \varepsilon_2(x, y), \quad (5)$$

где $K(x, y)$ – функция рассеяния точки, $K(x, y) \in L_1(R^2)$, $\varepsilon_1(x, y)$ и $\varepsilon_2(x, y)$ – шумы на входе и выходе приемника изображений соответственно.

Равенство (5) представим в виде:

$$J_{\text{н}}(x, y) = K(x, y) * [J(x, y) + \varepsilon_1(x, y)] + \varepsilon_2(x, y) + D_1.$$

где $D_1 = K(x, y) * A = M[J_{\text{н}}(x, y)]$, $M\delta$ – математическое ожидание случайной величины δ . Рассмотрим случайное однородное поле $J_{\text{но}}(x, y) = J_{\text{н}}(x, y) - D_1$, для которого $M[J_{\text{но}}(x, y)] = 0$. Оценку $J_{\text{в}}(x, y)$ изображения $J_{\text{и}}(x, y)$ получим таким образом.

Первоначально найдем оценку $J_{\text{во}}(x, y)$ сигнала $J(x, y)$ в виде:

$$J_{\text{во}}(x, y) = W(x, y) * J_{\text{но}}(x, y),$$

где $W(x, y)$ – финитное деконволюционное окно.

Далее, положим $J_{\text{в}}(x, y) = J_{\text{во}}(x, y) + A$. Функция $W(x, y)$ определяется так:

$$W(x, y) = \sum_{k=1}^m C_k h_{\alpha_1}[\beta_1(x - d_{k_1})] h_{\alpha_2}[\beta_2(y - d_{k_2})], \quad (6)$$

d_{k_1} , d_{k_2} – параметры сдвига, β_1 , β_2 – коэффициенты растяжения-сжатия.

Неизвестные коэффициенты C_k в (6) найдем из условия минимума функционала:

$$\Phi(W) = M[J_{\text{во}}(x, y) - J(x, y)]^2.$$

Набор чисел d_{k_1} , d_{k_2} , β_1 , β_2 позволяет задать форму носителя $W(x, y)$. Предполагая функцию (x, y) четной по x и y , естественно считать, что и $W(x, y)$ является четной по x и y . Обозначим через $K_1(\lambda_1, \lambda_2)$, $W_1(\lambda_1, \lambda_2)$ преобразования Фурье функций (x, y) и $W(x, y)$. Пусть:

$$F(\lambda_1, \lambda_2) = S(\lambda_1, \lambda_2) [1 - 4\pi^2 K_1(\lambda_1, \lambda_2) \cdot W_1(\lambda_1, \lambda_2)]^2 + 4\pi^2 W_1^2(\lambda_1, \lambda_2) [S_2(\lambda_1, \lambda_2) + 4\pi^2 K_1^2(\lambda_1, \lambda_2) S_1(\lambda_1, \lambda_2)].$$

Тогда:

$$\Phi(W) = \iint_{R^2} F(\lambda_1, \lambda_2) d\lambda_1 d\lambda_2, \quad (7)$$

Отметим, что:

$$W_1(\lambda_1, \lambda_2) = \frac{1}{2\pi\beta_1\beta_2} \tilde{h}_{\alpha_1}\left(\frac{\lambda_1}{\beta_1}\right) \tilde{h}_{\alpha_2}\left(\frac{\lambda_2}{\beta_2}\right) \cdot$$

$$\cdot \sum_{k=1}^m C_k \cos(d_{k_1} \lambda_1 + d_{k_2} \lambda_2),$$

$$\text{где } \tilde{h}_{\alpha}(\lambda) = \prod_{j=1}^{\infty} \frac{\sin(\alpha^{-j} \lambda)}{\alpha^{-j} \lambda}.$$

Введем вспомогательные функции:

$$\Psi_k(\lambda_1, \lambda_2) = \cos(d_{k_1} \lambda_1 + d_{k_2} \lambda_2),$$

$$g(\lambda_1, \lambda_2) = \frac{1}{\beta_1\beta_2} \tilde{h}_{\alpha_1}\left(\frac{\lambda_1}{\beta_1}\right) \tilde{h}_{\alpha_2}\left(\frac{\lambda_2}{\beta_2}\right),$$

$$\varphi(\lambda_1, \lambda_2) = 2\pi g(\lambda_1, \lambda_2) K_1(\lambda_1, \lambda_2).$$

Из условия минимума $\Phi(W)$ следует, что $\partial\Phi/\partial C_e = 0$. Отсюда получаем систему линейных алгебраических уравнений относительно C_k :

$$\sum_{k=1}^m A_{ek} C_k = B_e; \quad e=1, 2, \dots, m,$$

где:

$$A_{ek} = \iint_{R^2} \langle \{ [S(\lambda_1, \lambda_2) + S_1(\lambda_1, \lambda_2)] \varphi^2(\lambda_1, \lambda_2) + S_2(\lambda_1, \lambda_2) g^2(\lambda_1, \lambda_2) \} \times \Psi_e(\lambda_1, \lambda_2) \Psi_k(\lambda_1, \lambda_2) d\lambda_1 d\lambda_2 \rangle,$$

$$B_e = \iint_{R^2} S(\lambda_1, \lambda_2) \varphi(\lambda_1, \lambda_2) \Psi_e(\lambda_1, \lambda_2) d\lambda_1 d\lambda_2.$$

Заметим, что приближенное вычисление атомарной функции $h_{\alpha}(x)$, используемой в равенстве (6), в произвольной точке ее носителя можно осуществить с помощью применения теории рядов Фурье. Поскольку функция $h_{\alpha}(x)$ бесконечно дифференцируема, четна и $SUPP h_{\alpha}(x) = [-b, b]$, $b = 1/(a-1)$, то на отрезке $[-b, b]$ она представима в виде ряда Фурье по косинусам, т.е.:

$$h_{\alpha}(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos\left(\frac{m\pi x}{b}\right), \quad (8)$$

здесь

$$a_m = \frac{1}{b} \int_{-b}^b h_{\alpha}(x) \cos\left(\frac{m\pi x}{b}\right) dx. \quad (9)$$

Далее

$$h_{\alpha}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-itx} h_{\alpha}(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \cos(tx) h_{\alpha}(x) dx = \int_{-b}^b \cos(tx) h_{\alpha}(x) dx. \quad (10)$$

Сравнивая соотношение (10) и (9), получим, что $a_m = \tilde{h}_{\alpha}(m\pi/b)/b$. Поскольку функция $\tilde{h}_{\alpha}(t)$ на действительной оси при $t \rightarrow \infty$ убывает быстрее любой степени t^{-n} , $n > 0$, то коэффициенты ряда (8) быстро убывают при $m \rightarrow \infty$.

Выводы

В результате исследований получен новый класс финитных деконволюционных окон в виде линейной комбинации произведений сдвигов

атомарных функций для восстановления изображений кровеносных сосудов сетчатки зрительного анализатора человека [6], имеющих структуру случайных однородных полей непрерывного аргумента. Практическая значимость результатов исследования заключается в том, что применение финитных деконволюционных окон позволяет создать алгоритмы восстановления изображений, которые требуют небольшого количества арифметических операций по сравнению с алгоритмами, основанными на преобразовании Фурье. Эти алгоритмы могут применяться с целью создания эффективных аппаратно-программных средств обработки изображений, которые имеют простоту в реализации и являются быстродействующими. Использование атомарных функций в представлении (4) оправдано их хорошими аппроксимационными свойствами, тем, что они являются финитными, а также тем, что их преобразования Фурье достаточно быстро убывают на бесконечности.

Список литературы. 1. Василенко Г.И. Восстановление изображений / Г.И. Василенко, А.М. Тараторин. — М.: Радио и связь, 1986. — 302 с. **2.** Даджион Д. Цифровая обработка многомерных сигналов: пер. с англ. / Д. Даджион., Р. Мерсеро. — М.: Мир, 1988. — 486 с. **3.** Обработка изображений и цифровая фильтрация / Под ред. Т. Хуанга. Перев. с англ. — М.: Мир, 1979. — 318 с. **4.** Прэтт У. Цифровая обработка изображений Т. 2: пер. с англ. / У. Прэтт. — М.: Мир, 1982. — 742 с. **5.** Ярославский Л.П. Введение в цифровую обработку изображений / Л.П. Ярославский. — М.: Сов. радио, 1979. — 312 с. **6.** Токарев В.В. Реставрация изображений на основе финитных деконволюционных окон. / В.А. Афанасьев, М.А. Ильин, Ю.В. Наталуха, В.В. Токарев // Бионика интеллекта. — 2012. — № 2 (79). — С. 80–83. **7.** Токарев В.В. Об одном методе неинвазивной

диагностики макулярной области сетчатки зрительного анализатора человека / В.В. Семенец, Ю.В. Наталуха, О.А. Тарануха, В.В. Токарев // APLIKOVANÉ VĚDECKÉ NOVINKY — 2014: materiály X — mezinárodní vědecko — praktická konference 27 červenců — 05 srpna 2014 roku, Praha, 2014. — С. 67–69. **8.** Токарев В.В. Модель зрительного анализатора в компьютерной системе диагностики / В.В. Семенец, Ю.В. Наталуха, О.А. Тарануха, В.В. Токарев // Информационные системы и технологии: материалы III межд. науч.-техн. конф., 15-21 сентября 2014 г., г. Харьков. — 2014. — С. 81–82.

Поступила в редколлегию 18.03.2015

УДК 51-7

Про один підхід застосування атомарних функцій при обробці зображень кровеносних судин сітківки зорового аналізатора людини / В.В. Семенец, Ю.В. Наталуха, О.А. Тарануха, В.В. Токарев // Біоніка інтелекту: наук.-техн. журнал. — 2015. — № 1 (84). — С. 39–42.

У роботі розглядається можливість застосування атомарних функцій для відновлення зображення кровеносних судин сітківки зорового аналізатора людини, що дозволить побудувати ефективні алгоритми відновлення зображень.

Бібліогр.: 8 найм.

UDC 51-7

An approach use of atomic functions for image processing of the blood vessels of the retina of the visual analyzer human / V.V. Semenets, Yu.V. Nataluha, O.A. Taranuha, V.V. Tokarev // Bionics of Intelligence: Sci. Mag. — 2015. — №1 (84). — P. 39–42.

In this paper we consider the possibility of using atomic functions for image reconstruction of blood vessels in the retina of human visual analyzer, which will build efficient algorithms for image reconstruction.

Ref.: 8 items.