УДК 621.391

И. Д. ГОРБЕНКО, И. В. ЗОТОВ, В. П. МЕЛЬНИЧУК

СИНТЕЗ АНСАМБЛЕЙ СИГНАЛОВ С ЗАДАННЫМИ СВОЙСТВАМИ МЕТОДОМ ДЕЦИМАЦИИ

К настоящему времени разработаны различные по эффективности алгоритмы синтеза систем сигналов с «хорошими» свойствами, использующие в своей основе как регулярные [1], так и нерегулярные методы [2]. Так, в работе [1] предлагается в целях расширения ансамбля систем бинарных фазоманипулированных (ФМ) сигналов использовать свойства изоморфизма разностных множеств, которые сохраняют основные свойства исходных сигналов при измененной «тонкой» структуре сигналов, т. е. когда порядок следования элементов последовательности изменен. Более эффективный, с точки зрения сложности и быстродействия, метод децимации, заключающийся в синтезе сигналов путем последовательного отбора q-их элементов исходнойМ-последовательности, где q — взаимопростое с длиной N число, описан в работе [3]. Однако приведенные там алгоритмы и их теоретическое обоснование позволяют применить данный метод лишь к вполне определенному классу сигналов — М-последовательностей.

Возможности по разработке новых систем сигналов большого объема и их формирователей, на наш взгляд, связаны с использованием метода децимации, что подтверждается приводимыми рассуждениями.

По аналогии с [1] последовательности ФМ сигналов опишем кодом $W = \{w_1, w_2, w_3, \dots, w_N\}$, где

$$w_i = \{1, 0\},\ i = \overline{1, N}. \qquad (1)$$

У т в е р ж д е н и е 1.

Любому произвольному коду можно поставить в однозначное соответствие разностное множество вида $D = \{d_1, d_2, d_3, \dots, d_k\}$ (2), где d_j, $j = \overline{1, k}$ — номера позиций (локаторы), на которых в последовательности W расположены единичные символы;

K — общее число единичных символов в W.

Действительно, по определению разностного множества имеем [1], что таковым является любое подмножество K целых чисел по модулю N, когда разность $d_i - d_u \pmod N$, $i \neq u$; $i, u = \overline{1, k}$ принимает каждое из множества чисел 1, 2, ... $N - 1$ точно λ_1 раз, n_2 других различных значений из этого же множества чисел λ_2, n_3— λ_3 раз, ... , n_n— λ_n раз.

Видно, что разностные множества отличаются друг от друга параметрами $(N, K, \lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n)$, т. е. инвариантны закону формирования (коду) последовательности, а также, что изменение величины λ_i, n_i носит замкнутый характер.

Для разностных множеств характерно свойство изоморфных преобразований, заключающееся в следующем [1]. Исходному коду W ставится в однозначное соответствие множество D, элементы которого затем умножаются на один из так называемых изоморфных коэффициентов t_i, являющийся взаимопростым с N, т. е. $(t, N) = 1$, что приводит к образованию нового разностного множества D^t вида

$$D^t \equiv tD \pmod N = \{td_1,\ td_2,\ \ldots\ td_k\}. \qquad (3$$

Показано [1], что хотя «тонкая» структура множеств D, D^t, а также кодов W и W^t, соответствующих им, не совпадает, тем не менее остаются неизменными параметры $(N, K, \lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n)$, а значит и структурные, корреляционные свойства ФМ сигналов.

Таким образом, свойства изоморфизма разностного множества инвариантны методу кодирования, а с другой стороны, позволяют расширить ансамбль синтезируемых сигналов.

Метод децимации, как известно [3], также позволяет сохранить свойства исходной последовательности. Суть его заключается в следующем. Последовательность W^q образуется посредством считывания q-х элементов исходной последовательности, где q — коэффициент децимации, $(q, N) = 1$, т. е.

$$W^q = \{w_q,\ w_{2q},\ w_{3q},\ \ldots\ w_{Nq}\},\ \pmod N. \qquad (4)$$

В известной литературе данный метод обоснован и применяется для синтеза ансамблей М-последовательностей. Однако, как показали исследования, его применение можно значительно расширить.

Утверждение 2.

Последовательность W^q, сформированная методом децимации по коэффициенту q $(q, N) = 1$, исходной последовательности W, эквивалентн последовательности W^t, образованной путем умножения разностног множества D, соответствующего W_1, на изоморфный коэффициент t $(t, N) = 1$, если выполняется равенство $(qt) = 1$, (mod$N$). (5). Действительно, с одной стороны, из (3) имеем $d_j^t = td_j$, (mod N), (6), откуда можно выразить d_j как $d_j = d_j^t/t$. (7). С другой стороны, из (4) следует, что элементы множества D^t можно определить, решив систему уравнений

$$i \cdot q = d_j;$$

$$d_i^q = j,\ \pmod N,\ i = \overline{1,\ k} \qquad (8)$$

и упорядочив элементы d_j^q по их возрастанию. Это справедливо, поскольку элементы разностного множества, как уже указывалось,— локаторы единичных символов ФМ сигнала и их появление в децимированной последовательности будет определяться скважностью q и периодом N.

Тогда справедливо равенство $d_j^q q = d_j$ (9). Подставляя (6) в (9), получаем

$$d_j^q q = d_j^t / t, \ (\operatorname{mod} N); \ d_j^q = d_j^t \gamma; \tag{10}$$

$$\gamma = (qt)^{-1}. \tag{11}$$

Выражение (10) позволяет сделать вывод, что метод децимации по коэффициенту q эквивалентен методу синтеза изоморфного разностного множества по коэффициенту t, если выполняется условие (11), так как приводит к одинаковым разностным множествам, а соответствие $D \rightleftharpoons W$ носит взаимооднозначный характер.

Следствие 1.

Децимация последовательности W по коэффициенту $q = t^{-1}(\operatorname{mod} N)$, где t-изоморфный коэффициент, сохраняет структурные, корреляционные свойства исходной последовательности.

Следствие 2.

Метод децимации как алгоритм синтеза ансамбля ФМ сигналов инвариантен закону формирования (коду).

Доказательства следствий 1, 2 вытекают из определения разностного множества, а также утверждений 1, 2.

Следует отметить, что поскольку $(q, N) = 1$ и $(t, N) = 1$, то множества коэффициентов децимации q_i и изоморфных коэффициентов t_i эквивалентны в этом случае и количественно определяются функцией Эйлера от длины N [1].

Пример. Пусть исходная последовательность имеет код вида $W = \{100110001110\}$, $N = 12$, $K = 6$. Нетрудно проверить, что W обладает трехуровневой функцией автокорреляции (ПФАК) с $|R^{\text{пфак}}_{\text{б.макс}}| = 4$. Тогда, с одной стороны, множество D, соответствующее W, будет $D = \{1, 4, 5, 9, 10, 11\}$, и выбрав в качестве изоморфного коэффициента число $t = 5$, $(5, 12) = 1$, получим $D^t = \{5, 8, 1, 9, 2, 7\} = \{1, 2, 5, 7, 8, 9\}$, (mod 12), а синтезированный ФМ сигнал записывается следующим образом: $W^q = \{1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0\}$, $N = 12$, $K = 6$. С другой стороны, последовательность, образованная в результате децимации по коэффициенту, $q = 5^{-1} = 5$ (mod 12), представляется как $W^q = \{1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0\}$, $N = 12$, $K = 6$. Нетрудно убедиться, что последовательности $W^t = W^q$ обладают трехуровневой ПФАК с $|R^{\text{пфак}}_{\text{б.макс}}| = 4$.

Таким образом, в результате проведенных исследований установлено, что метод децимации можно использовать при синтезе ансамблей сигналов независимо от закона их формирования. Это позволяет также значительно упростить программно-аппаратную реализацию устройств синтеза сигналов, сократить время формирования всего ансамбля. Причем последнее можно утверждать на основе следующих расчетов.

Предложенные в работе [1] алгоритмы расчета коэффициентов t_i и получения изоморфизмов требуют в арифметике полей Галуа $n_y = N$-операций умножения; $n_g = k'$- операций деления; $n_в =$ [illegible] операций возведения в степень.

В то же время методика определения коэффициента децимации требует $n_g = n_1$-операций деления, где n_1— количество итераций до нахождения первого взаимообратного с N числа, $n_{1\,макс} = N/2$, а алгоритм децимации $n_y = (N - N/q)$-операций умножения.

Выигрыш в эффективности метода децимации очевиден, при этом он возрастает с увеличением N, что способствует значительному снижению сложности устройств формирования сигналов.

Список литературы: 1. *Свердлик М. Б.* Оптимальные дискретные сигналы. М., 1975. 192 с. 2. *Варакин Л. Е.* Теория сложных сигналов. М., 1970. 290 с. 3. *Сарвате Д. В., Персли М. Б.* Взаимокорреляционные свойства псевдослучайных и родственных последовательностей // Тр. Ин-та инж. по электрон. и радиотехнике. 1980. Т. 68, № 5. С. 59—60.

Поступила в редколлегию 05.04.88