

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДИФИЦИРОВАННОГО МЕТОДА НЬЮТОНА

На сегодняшний день Украина остается транспортером газа в Европу, кроме того сама добывает и потребляет большое количество газа, поэтому вопрос предоставления качественных транспортных услуг актуален. Для эффективного управления режимами транспорта газа, особенно в аварийных ситуациях, необходимо учитывать все особенности режимов течения газа (РТГ) и разрабатывать новые модели и численные методы, позволяющие рассчитывать РТГ с заданной точностью и быстродействием.

Режимы, возникающие в системах транспорта газа в аварийных ситуациях, являются нестационарными и неизотермическими (НН). Для расчета таких режимов применяются различные методы: метод конечных разностей, метод характеристик, метод конечных элементов и другие. Самым популярным среди таких методов на данный момент является метод конечных разностей с использованием неявных конечно-разностных схем. Повысить эффективность данного метода можно за счет применения эффективных численных методов на этапе решения нелинейной системы конечно-разностных уравнений.

Цель работы предусматривает выбор математической модели НН РТГ по участку трубопровода (УТ), применение метода конечных разностей с использованием равномерной конечно-разностной сетки (РКРС) для решения системы дифференциальных уравнений гиперболического типа с известными начальными и граничными условиями (ГУ), использование модифицированного метода Ньютона на этапе решения нелинейной системы конечно-разностных уравнений, анализ полученных результатов.

В общем случае НН РТГ, описывается квазилинейной системой дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа, полученной из общих уравнений газовой динамики:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + B(x, t, \phi) \frac{\partial \phi}{\partial x} = \Phi(x, t, \phi), \quad (1)$$

где B , Φ – матрицы, чьи элементы заданные непрерывно дифференцируемые в некоторой области изменения своих аргументов функции переменных x, t, W, P, T ; $\phi = (W(x, t), P(x, t), T(x, t))$ – некоторое непрерывно дифференцируемое в области G' решение уравнения (1) [1].

Применим метод конечных разностей для данной системы (1), которая дополнена начальными и ГУ. Численное решение ищется с использованием РКРС: разделяем отрезок $[0, L]$ на n отрезков, длиной Δx . Подставляем в данную систему (1) аппроксимацию производных и получаем систему нелинейных алгебраических уравнений [1]. Решением этой системы является вектор

$$\begin{aligned} \phi^k &= (\phi_0^k, \phi_1^k, \phi_2^k, \dots, \phi_i^k, \dots, \phi_n^k) = \\ &= (W_0^k, P_0^k, T_0^k, W_1^k, P_1^k, T_1^k, \dots, W_n^k, P_n^k, T_n^k). \end{aligned}$$

Данную нелинейную систему решаем модифицированным методом Ньютона. Получаем на s -й итерации k -го временного слоя линейные системы уравнений, которые в общем виде будут иметь вид:

$$A^{k,s} \delta \phi^{k,s+1} = \psi^{k,s}, \quad (2)$$

где $\left[\frac{\partial \psi^k}{\partial \phi^k} \right]_{\phi^{k,s}}$ – матрицы Якоби, $\delta \phi^{k,s+1}$ – вектор

поправок к неизвестным, $\psi^{k,s}$ – вектор невязок, $A^{k,s}$ – матрица, элементы которой находятся по формуле:

$$A^{k,s} = \left[\frac{\partial \psi^k}{\partial \phi^k} \right]_{\phi^{k,s}}, \quad \text{для } s = 0, 1, \dots, m,$$

$$A^{k,s} = A^{k,m}, \quad \text{для } s = m+1, m+2, \dots$$

Рассматривается алгоритм, согласно которого находим значения параметров на k -ом временном слое, зная параметры с предыдущего временного слоя и граничные условия. Для решения поставленной задачи расчета НН РТГ для УТ был создан программный продукт, написанный в пакете Mathematica 11.1. В результате проведения численных экспериментов по выбору количества точек разбиения n и числа m в системе (2), было получено, что достаточно рассчитывать матрицу Якоби только на нулевой итерации ($m=0$), а n выбирать исходя из необходимой точности решения. При этом параметры газового потока находятся с заданной точностью и хорошим быстродействием.

Список литературы

1. Гусарова И.Г., Мелиневский Д.В. Численное моделирование режимов течения газа методом конечных разностей/ И.Г. Гусарова, Д.В. Мелиневский // Системи Обробки Інформації: збірник наукових праць. – 2016. – №4(141). – С.23-27.