

ОБ ОЦЕНКЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ СТОХАСТИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА ОПРЕДЕЛЕННОГО КЛАССА

А. А. Волков, А. Я. Олешко

Харьков

При построении аналитической самонастраивающейся системы оптимального управления проветриванием шахты [1] возникает задача оптимального управления состоянием рудничной атмосферы добычных участков (объектов проветривания).

В общем случае задача синтеза оптимального управления проветриванием добычных участков решается с учетом случайных возмущений, воздействующих на их вход и выход [2]. Для малых возмущений может решаться задача синтеза оптимального управления детерминированным объектом проветривания [3]. В обоих случаях оптимальное управление синтезируется для вектора параметров $\bar{\lambda}$, определяемого идентифицирующим устройством и предполагаемого (на основании стационарности объекта) постоянным. В реальных условиях параметры добычного участка как объекта управления медленно меняются во времени. В связи с этим необходимо изучать чувствительность оптимальной системы управления к вариациям параметров объекта проветривания.

Пусть оптимальное управление [2, 3], синтезированное для объекта проветривания с вектором параметров $\bar{\lambda}'$ вводится в управляющее устройство объекта с вектором параметров $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}' + \Delta\bar{\lambda}$, где $\Delta\bar{\lambda}$ — вариация вектора параметров. Коэффициентом относительной чувствительности оптимальной системы назовем нормированную разность между реальной величиной критерия качества и минимальной его величиной, соответствующей при данном $\bar{\lambda}$ оптимальному управлению $u^0(x)$:

$$S[\bar{\lambda}, u(x)] = \frac{I[\bar{\lambda}, u(x)] - I[\bar{\lambda}, u^0(x)]}{I[\bar{\lambda}, u^0(x)]}, \quad (1)$$

где $I[\bar{\lambda}, u(x)]$ — значение критерия качества при векторе параметров $\bar{\lambda}$ и управлении $u(x)$, рассчитанном для вектора $\bar{\lambda}'$;

$I[\bar{\lambda}, u^0(x)]$ — значение показателя качества при оптимальном для вектора $\bar{\lambda}$ управлении $u^0(x)$.

Коэффициент относительной чувствительности характеризует степень близости реального управления к оптимальному для данных параметров объекта проветривания. Он всегда неотрицателен и равен нулю только при оптимальном управлении.

Будем считать систему оптимального управления малочувствительной к вариациям параметров объекта, если выполняется условие

$$S[\lambda, u(x)] \leq 0,1N, \quad (2)$$

где $S[\lambda, u(x)]$ — коэффициент относительной чувствительности, определяемый выражением (1);

N — эвклидова норма вектора относительных вариаций параметров;

$$N = |\delta \bar{\lambda}| = \sqrt{\sum_i \delta \lambda_i}; \quad \delta \lambda_i = \frac{\Delta \lambda_i}{\lambda_i};$$

$\Delta \lambda_i$ — абсолютное приращение i -й компоненты вектора параметров;
 λ_i — ее расчетное значение.

При синтезе оптимального управления стохастическим объектом проветривания вычисление коэффициента относительной чувствительности (1) осуществляется путем моделирования движений в исходной и варьированной системах [4].

Для малых возмущений можно оценить максимальное (предельное) значение коэффициента относительной чувствительности более простыми приемами.

Рассмотрим объект проветривания, описываемый системой уравнений [3]:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (3)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & \beta' + \Delta\beta & b_1' + \Delta b_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ b_0' + \Delta b_0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

В данном случае

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}' &= (\beta', b_1', b_0') \\ \bar{\lambda} &= (\beta' + \Delta\beta, b_1' + \Delta b_1, b_0' + \Delta b_0). \end{aligned} \quad (4)$$

Оптимальное управление для объекта, характеризуемого уравнением (3) и вектором параметров $\bar{\lambda}$, имеет вид

$$u^0(x) = -\text{sign}(K_1^0 x_1 + K_2^0 x_2 + K_3^0 x_3), \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} K_1^0 &= K_1^0(\beta' + \Delta\beta, b_1' + \Delta b_1, b_0' + \Delta b_0), \\ K_2^0 &= K_2^0(\beta' + \Delta\beta, b_1' + \Delta b_1, b_0' + \Delta b_0), \\ K_3^0 &= K_3^0(\beta' + \Delta\beta, b_1' + \Delta b_1, b_0' + \Delta b_0). \end{aligned}$$

В силу линейности объекта оптимальное управление для $\bar{\lambda}'$ по форме не отличается от (5):

$$u(x) = -\text{sign}(K_1 x_1 + K_2 x_2 + K_3 x_3). \quad (6)$$

Здесь

$$\begin{aligned} K_1 &= K_1(\beta', b_1', b_0'), \\ K_2 &= K_2(\beta', b_1', b_0'), \\ K_3 &= K_3(\beta', b_1', b_0'). \end{aligned}$$

Итак, управление объектом проветривания (3) с вектором параметров $\bar{\lambda}$ (4) осуществляется по алгоритму (6), причем управление (6) отличается от оптимального (5) только моментами переключения. Рассматри-

вая управление как явную функцию времени, представляем его в виде

$$u(t) = u^0(t) + \Delta u(t),$$

где $\Delta u(t)$ — отклонение управления от оптимального.

Запишем уравнения исходной системы

$$\dot{x}^0 = Ax^0 + Bu^0, \quad (7)$$

варьированной системы

$$\dot{x} = Ax + B(u^0 + \Delta u) \quad (8)$$

и дополнительного движения, получаемого вычитанием (7) из (8),

$$\frac{d}{dt}(\Delta x) = A\Delta x + B\Delta u.$$

Здесь $\Delta x(t) = x(t) - x^0(t)$ — мгновенное значение вектора смещения изображающей точки относительно оптимальной траектории или вектор ошибки траектории, который можно интерпретировать как движение изображающей точки в фазовом пространстве E ($\Delta x(t) \in E$), причем $\Delta x(0) = 0$.

Пусть $\tau_1^0, \tau_2^0, \dots, \tau_s^0$ — точки переключения управления $u^0(t)$. Для управления $u(t)$ со смещенными относительно τ_k^0 точками переключения τ_k

$$\Delta \tau_k = \tau_k^0 - \tau_k, \quad k = 1, 2, \dots, s.$$

В дальнейшем будем считать, что

$$\Delta = |\Delta \tau_k| = \max_{1 \leq i \leq s} |\Delta \tau_i|, \quad k = 1, 2, \dots, s,$$

не делая никаких предположений относительно знака $\Delta \tau_k$. В этом случае отыскиваются максимально возможные значения вектора ошибки $\Delta x(t)$, $[\Delta x(t) \in E]$ и относительного коэффициента чувствительности:

$$S_{\max} = \max S[u(t)].$$

Определим отклонение управления от оптимального в виде

$$\Delta u(t) = \sum_{k=1}^s h_k(t - \tau_k^0),$$

где

$$h_k(t) = \begin{cases} M \operatorname{sign} [u^0(\tau_k^0 - 0) \Delta \tau_k], & t \in (0, \alpha_k), \\ 0, & t \in (0, \alpha_k), \end{cases}$$

$$\alpha_k = -\Delta \operatorname{sign} [u^0(\tau_k^0 - 0) \Delta \tau_k], \quad k = 1, 2, \dots, s,$$

$$u^0(\tau_k^0 - 0) = \lim_{\mu \rightarrow 0} u^0(\tau_k^0 - \mu),$$

$$M = \begin{cases} 2 & \text{в режиме переключений,} \\ 1 & \text{при переходе к скользящему режиму.} \end{cases}$$

Производя несложные вычисления, аналогичные [5], можно показать, что

$$\max \Delta x_k = M \Delta B \operatorname{sign} h_k(t)$$

и соответственно

$$\begin{aligned} |\max \Delta x_k| &= M \Delta B, \\ \max \Delta I &= \max \{I[u^0(t) + \Delta u(t)] - I[u^0(t)]\} = \\ &= M^2 \Delta^2 s \sum_{i=1}^3 B_i^2 = M^2 \Delta^2 s [(b'_0 + \Delta b_0)^2 + 1]. \end{aligned} \quad (9)$$

Отсюда можем записать:

$$S[u(t)] = \frac{M^2 \Delta^2 s [(b'_0 + \Delta b_0)^2 + 1]}{I[u^0(t)]}.$$

Проверим выполнение условия малой чувствительности оптимальной системы (2) к вариациям параметров объекта для следующих численных значений параметров:

$$\begin{aligned} \bar{\lambda} (b'_0 + \Delta b_0 = 5,77; \quad b'_1 + \Delta b_1 = -1,3; \\ \beta' + \Delta \beta = 2,36), \end{aligned}$$

$$\bar{\lambda}' (b'_0 = 3,86; \quad b'_1 = -0,8; \quad \beta' = 3,2)$$

и начальных условий $x_{10} = -0,2$; $x_{20} = 0$; $x_{30} = 0,15$.

Оптимальное управление для вектора параметров $\bar{\lambda}$ имеет вид [3]:

$$u^0(x) = -\text{sign}(10,2x_1 + 8,73x_2 + 169,4x_3).$$

При данных начальных условиях на первом интервале $u(t) = -1$, а при $t = 0,15$ в системе наступает скользящий режим.

Оптимальное управление для $\bar{\lambda}'$

$$u(x) = -\text{sign}(9,5x_1 + 9,13x_2 + 169,4x_3).$$

В этом случае знак управления на первом интервале не изменяется, но скользящий режим наступает при $t = 0,14$.

Итак, $M = 1$; $\Delta = 0,01$; $s = 1$ и согласно (9) $\max \Delta I = 0,0033$.

На рисунке приведены кривые x_1 , x_2 , x_3 , x_1^2 , x_2^2 , x_3^2 при оптимальном управлении $u^0(x)$. Значение критерия качества $I[u^0(t)] = \int_0^1 (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) dt$ вычислено графически:

$$I[u^0(t)] = 0,08.$$

Максимальное значение коэффициента относительной чувствительности

$$\max S[u(t)] = \frac{\max \Delta I}{I[u^0(t)]} = 0,041.$$

Компоненты вектора вариаций параметров

$$\delta \lambda_1 = \frac{\Delta \beta}{\beta'} = 0,264,$$

$$\delta \lambda_2 = \frac{\Delta b_0}{b'_0} = 0,495,$$

$$\delta \lambda_3 = \frac{\Delta b_1}{b'_1} = 0,383.$$

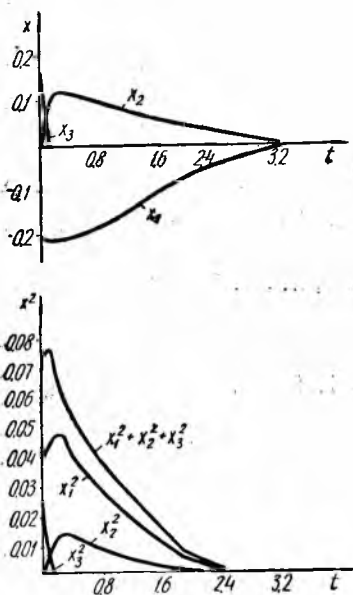


Рис. 1.

Норма вектора вариации параметров

$$N = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \delta \lambda_i^0} = |\delta \bar{\lambda}| = 0,67.$$

Таким образом, при данных изменениях параметров объекта проветривания условие малой чувствительности (2) выполняется. Это позволяет сделать важный вывод относительно частоты перестройки алгоритмов оптимального управления объектов проветривания.

Известно, что среднее изменение параметров добычного участка за 10 дней составляет 50—60% их начальных значений. Вследствие этого перестройка алгоритмов оптимального управления объектов проветривания может производиться не чаще, чем раз в неделю.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Волков. О построении аналитической самонастраивающейся системы оптимального управления проветриванием шахт. «Изв. вузов, Горный журнал», № 5, 1967.
2. А. А. Волков, И. П. Лыткин, А. Я. Олешко, Ю. Н. Соколов. К вопросу построения субоптимальной системы управления проветриванием добычных участков шахт. Сб. «Приборы и системы автоматики». Изд-во ХГУ, Харьков, вып. 8, 1968.
3. А. А. Волков, И. П. Лыткин, Ю. Н. Соколов. Построение приближенных алгоритмов оптимального управления проветриванием добычных участков шахт. «Горные машины и автоматика», 1967, № 2.
4. П. В. Кокотович, Р. С. Рутман. Чувствительность систем автоматического управления. «Автоматика и телемеханика», т. XXVI, № 4, 1965.
5. М. А. Бабиков, Ю. М. Костюковский. К вопросу точности систем управления, оптимальных по быстродействию. «Изв. АН СССР, техническая кибернетика», № 2, 1966.