

на графа, вершины которого выявлялись по излому. Однако явное определение излома в [1,5] отсутствует.

Если точку излома представить как резкое скачкообразное изменение наблюдаемого параметра линии по сравнению с предыдущим, то эти точки можно выделять с помощью прослеживающих движений чувствительного элемента описанной выше модели. Такое определение излома дает возможность включать в описания плоских геометрических фигур не только точки излома, характеризующиеся разветвлением и пересечением нескольких линий, но и точки пересечения двух линий, которые несут значительное количество информации о графических изображениях. Достаточно сказать, что для машинописных цифровых знаков эти признаки составляют третью часть полного описания.

Таким образом, рассмотренная выше модель пространственного анализатора позволяет производить анализ плоских геометрических объектов, в результате которого исследуемое изображение преобразуется в набор временных сигналов. Особенностью работы модели является зависимость ее функциональных состояний от параметров исследуемого изображения. Это достигается включением цепей обратной связи между блоком анализа и измерения данных и блоком преобразования. Благодаря этому работа модели, как и ее живого прототипа, целиком определяется характером изображения исследуемого объекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Гармаш, В. С. Переверзев-Орлов, В. М. Цирлин. О квазитопологическом способе распознавания букв. Изв. АН СССР, ОТН, Энергетика и автоматика, 1960, № 3.
2. В. Д. Глезер. Механизмы опознания зрительных образов. Изд-во «Наука», 1966.
3. А. В. Запорожец, Л. А. Венгер, В. П. Зинченко, А. Г. Ружская. Восприятие и действие. Изд-во «Просвещение», 1967.
4. В. П. Зинченко, Б. Ф. Ломов. О функциях движения руки и глаз в процессе восприятия. «Вопросы психологии», 1960, № 1.
5. В. С. Переверзев-Орлов, В. Г. Поляков. Универсальный автомат для чтения печатного текста. Читающие устройства. Сборник докладов I Всесоюзной конференции по автоматической обработке научно-технической информации. ВИНТИ, 1962.
6. А. И. Петренко. Автоматический ввод графиков в электронные вычислительные машины. Изд-во «Энергия», 1968.
7. В. Г. Поляков, В. С. Переверзев-Орлов. Электронные системы следающей развертки. Изд-во «Энергия», 1968.
8. М. С. Шехтер. Психологические проблемы узнавания. Изд-во «Просвещение», 1967.

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕАКЦИЙ МОДЕЛИ ИНЕРЦИИ АЛЛАРА — ЛУИЗОВА НА ПЕРИОДИЧЕСКИЕ МЕЛЬКАНИЯ ЯРКОСТИ

Ю. П. Шабанов-Кушнарченко, Е. Г. Качко

Математическая модель инерции Аллара—Луизова, согласно [1, 2],

$$S(t) = \frac{k}{a} \int_{-\infty}^t B(\tau) e^{-\frac{t-\tau}{a}} d\tau, \quad (1)$$

где $B(t)$ и $S(t)$ — соответственно яркость зрительной картины и светлота зрительного ощущения;

a и k — постоянные коэффициенты.

Справедливость этой модели для одиночной прямоугольной вспышки

подтверждена исследованиями А. В. Луизова. Наша задача — сравнить реакцию модели инерции зрения с некоторыми фактами, связанными с критической частотой слияния периодических мельканий.

Реакция модели инерции на прямоугольные мелькания

Исследуем реакцию модели инерции на прямоугольные мелькания с произвольным соотношением длительности светлой и темной фаз (рис. 1, а, б).

Яркость зрительной картины принимает попеременно два сменяющих друг друга уровня B_1 и B_2 .

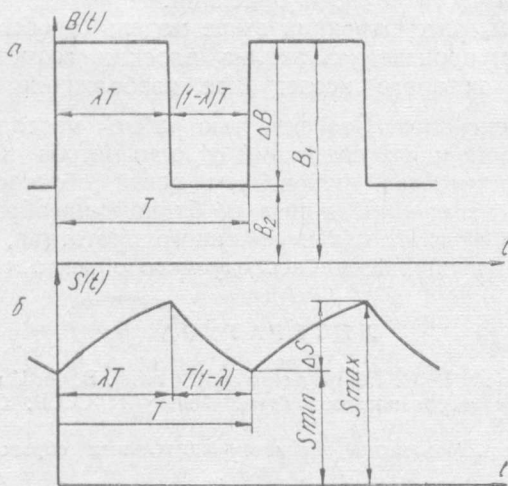


Рис. 1.

Математическая зависимость яркости B от времени представится в виде

$$B(t) = \begin{cases} B_1 & \text{при } nt < t \leq (n + \lambda) T, \\ B_2 & \text{при } (n + \lambda) T < t \leq (n + 1) T. \end{cases} \quad (2)$$

Для определенности будем полагать, что $B_1 > B_2$.

Параметр λ (назовем его параметром скважности мельканий) определяет длительность первой фазы колебания яркости, равную λT ; длительность второй фазы равна $(1 - \lambda) T$. Величина λ для мельканий различной формы может изменяться в пределах от 0 до 1.

Используя формулу (1) для условий (2), получим выражение для определения светлоты зрительного ощущения

$$S(t) = \begin{cases} kB_1 - k\Delta B e^{-\frac{t-nt}{a}} \frac{1 - e^{-\frac{(1-\lambda)T}{a}}}{1 - e^{-\frac{T}{a}}} & \text{при } nT < t \leq (n + \lambda) T \\ kB_2 - k\Delta B e^{-\frac{t-nt}{a}} e^{\frac{\lambda T}{a}} \frac{-1}{1 - e^{-\frac{T}{a}}} & \text{при } (n + \lambda) T < t \leq (n + 1) T \end{cases} \quad (3)$$

в котором величина ΔB обозначает амплитуду колебания яркости при мельканиях

$$\Delta B = B_1 - B_2. \quad (4)$$

на рис. 1, б представлена диаграмма изменения светлоты зрительного ощущения во времени, построенная по формулам (3). Из диаграммы мы видим, что светлота колеблется между минимальным S_{\min} и максимальным S_{\max} значениями, достигаемыми соответственно в моменты времени T и $(n + \lambda)T$.

По формуле (3) находим

$$S_{\min} = k \frac{B_1 \left(e^{-\frac{1-\lambda}{a}T} - e^{-\frac{T}{a}} \right) + B_2 \left(1 - e^{-\frac{1-\lambda}{a}T} \right)}{1 - e^{-\frac{T}{a}}}, \quad (5)$$

$$S_{\max} = k \frac{B_1 \left(1 - e^{-\frac{\lambda}{a}T} \right) + B_2 \left(e^{-\frac{\lambda}{a}T} - e^{-\frac{T}{a}} \right)}{1 - e^{-\frac{T}{a}}}$$

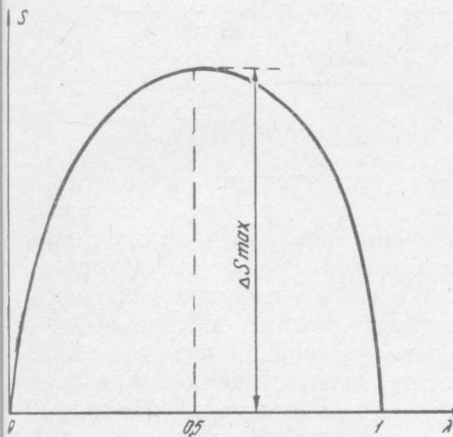


Рис. 2.

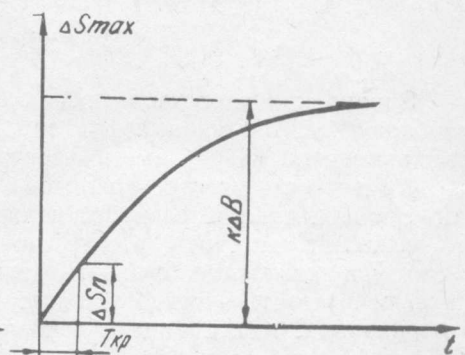


Рис. 3.

величина колебаний светлоты равна

$$\Delta S = S_{\max} - S_{\min} = 2k\Delta B \frac{\operatorname{sh} \frac{\lambda}{2a} \operatorname{sh} \frac{1-\lambda}{2a}}{\operatorname{sh} \frac{T}{2a}}. \quad (6)$$

формула (6) показывает, что величина колебания светлоты ΔS зависит от значения параметра λ . Как видно из диаграммы (рис. 2), колебание светлоты достигает максимального значения ΔS_{\max} при $\lambda = \frac{1}{2}$, т. е. при одинаковой длительности обеих фаз мельканий, равной половине периода. Согласно формуле (6),

$$\Delta S_{\max} = k\Delta B \operatorname{th} \frac{T}{4a}. \quad (7)$$

Как видно из формулы (7), величина колебания светлоты ΔS_{\max} зависит от времени периода T . На диаграмме (рис. 3) показан характер этой зависимости, когда при неограниченном росте периода мельканий T колебание видимой яркости стремится к значению $\Delta S = k\Delta B$. При уменьшении периода мельканий T до нуля величина ΔS_{\max} также стремится к нулю.

Из диаграммы (рис. 3) видно, что колебание светлоты зрительного ощущения при уменьшении периода мельканий уменьшается, но не прерывается даже при самом малом периоде мельканий. Может показаться,

что практический опыт наблюдателя мельканий противоречит этому заключению. Известно, что при некоторой конечной частоте, называемой критической, зависящей от многих факторов и обычно имеющей величину порядка 40—50 *гц*, мелькания совершенно исчезают. Однако этот факт еще не свидетельствует о ложности модели инерции зрения.

Дело в том, что о колебаниях светлоты зрительного ощущения мы узнаем лишь потому, что оно обнаруживается сознанием наблюдателя, в данном случае выступающим в роли измерительного прибора, показания которого мы осознаем как колебание светлоты зрительного ощущения и записываем их в протоколы испытаний. Именно таким путем приходим к схеме, изображенной на рис. 4.

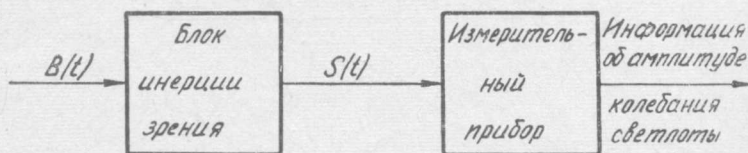


Рис. 4.

Однако при проведении параллели с техническими измерительными приборами неизбежен вывод о том, что никакой реальный измерительный прибор не может иметь неограниченно высокую чувствительность, ибо его точность всегда ограничена собственной зоной нечувствительности. Зоной нечувствительности должно обладать и сознание наблюдателя.

Следовательно, при достаточно высокой частоте мельканий, когда амплитуда колебания светлоты снизится настолько, что сравняется с зоной нечувствительности сознания, последнее перестанет сигнализировать о мельканиях, и восприятие мелькания светлоты станет невозможным. Таким образом, факт того, что мы не обнаруживаем мельканий светлоты зрительного ощущения, еще не свидетельствует об отсутствии этих мельканий. Просто они могут быть настолько малы, что не обнаруживаются сознанием-прибором, их анализирующим.

Наличие зоны нечувствительности сознания может учитываться при экспериментальной проверке теоретических выводов из модели инерции зрения.

Пороговому колебанию светлоты ΔS_n соответствует критическая длительность периода мельканий $T_{кр}$ (рис. 3), связанная с критической частотой слияния мельканий формулой $n_{кр} = \frac{1}{T_{кр}}$.

Величину ΔS_n будем считать постоянной. К вопросу о том, в какой мере это предположение соответствует фактическому положению дела, мы еще возвратимся.

Найдем выражение для определения критической частоты мельканий $n_{кр}$ в зависимости от величины колебания яркости мельканий, когда $\lambda = \frac{1}{2}$. С этой целью подставим в формулу (7) вместо ΔS_{max} величину

$\Delta S_n = k\Delta B_n$, а вместо T — величину $\frac{1}{n_{кр}}$. В результате получим

$$n_{кр} = \frac{1}{4a \operatorname{Arctg} \frac{\Delta B_n}{\Delta B}}$$

На рис. 5 показано изменение критической частоты мельканий в зависимости от колебания яркости ΔB . Как видим, с увеличением коле-

вания яркости критическая частота мельканий растет. Значению $n_{кр} = 0$ соответствует величина колебания яркости $\Delta B_{п}$. Таким образом, $\Delta B_{п}$ означает пороговое колебание яркости при очень медленных мельканиях. Формула (8) допускает экспериментальную проверку.

При достаточно больших по сравнению с $\Delta B_{п}$ значениях ΔB зависимость (8), как видно из диаграммы на рис. 5, приобретает практически линейный характер, т. е.

$$n_{кр} = \frac{1}{4a} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta B_{п}}. \quad (9)$$

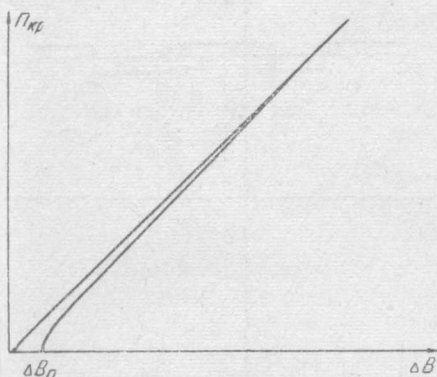


Рис. 5.

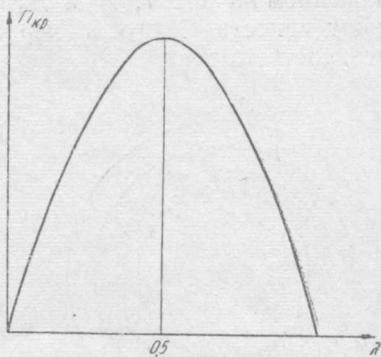


Рис. 6.

Рассмотрим теперь зависимость критической частоты мельканий $n_{кр}$ параметра λ , т. е. соотношения длительности отдельных фаз в периодическом мелькании. С этой целью из соотношения (6) определим величину λ , предварительно заменив в нем ΔS на $\Delta S_{п} = k\Delta B_{п}$ и T на $\frac{1}{n_{кр}}$. В результате получим

$$\lambda = \frac{1}{2} \pm an_{кр} \operatorname{Arccch} \left(\operatorname{ch} \frac{1}{2an_{кр}} - \frac{\Delta B_{п}}{\Delta B} \operatorname{sh} \frac{1}{2an_{кр}} \right). \quad (10)$$

На рис. 6 в виде диаграммы показан характер зависимости $n_{кр}$ от параметра λ , определяемый формулой (10), которая допускает экспериментальную проверку.

При достаточно больших по сравнению с $\Delta B_{п}$ значениях ΔB зависимость (10) упрощается и приобретает вид

$$n_{кр} \approx \frac{(1-\lambda)}{a} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta B_{п}}. \quad (11)$$

Сознание как прибор, анализирующий колебания светлоты

Из формул (8) — (11) вытекает, что критическая частота совершенно должна зависеть от общего уровня яркости мельканий. Критическая частота в то же время зависит от значения колебания яркости ΔB .

Однако опыты свидетельствуют обратное. Пусть, к примеру, яркость света периодически изменяется так, что мелькания заметны для испытуемого. При накладывании на эти мелькания света немигающей яркости постепенного повышения уровня яркости этого света в конце концов наступает момент, когда мелькания не будут обнаруживаться испытуемым, несмотря на прежнюю величину колебаний яркости.

Несовпадение критических частот мельканий при неодинаковой их средней яркости можно продемонстрировать также и с помощью вертушки. Для этого изобразим кружок на листе белой бумаги и раскрасим его черной тушью, как это показано на рис. 7. Дозировка яркости отдельных фаз мельканий осуществляется путем комбинации белых и черных коротких дуг, соотношение длин которых определяется на основе закона Талбота. Такие вспомогательные мелькания сольются значительно раньше нас интересующих и обеспечат необходимый уровень яркости отдельных фаз мельканий. На кружке, изображенном на рис. 7, $B_б$ и $B_ч$ обозначают яркости белого и черного полей соответственно.

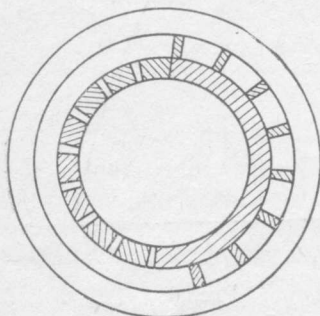


Рис. 7.

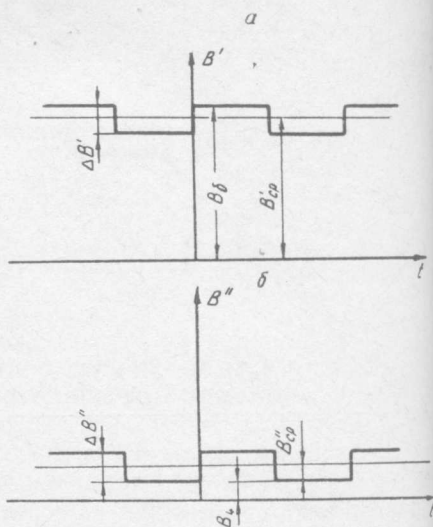


Рис. 8.

Как видно из диаграммы, мелькания отличаются лишь средним значением яркости. На диаграмме (рис. 8, а) $B'_{cp} = B_ч + 0,95(B_б - B_ч)$, на диаграмме (рис. 8, б) $B''_{cp} = B_ч + 0,05(B_б + B_ч)$. Амплитуда колебаний в обоих случаях одна и та же $\Delta B = 0,1(B_б - B_ч)$.

Опыт показывает, что, несмотря на свою близость, критические частоты таких мельканий в точности не совпадают, и мелькания на черном фоне сливаются при более высокой частоте, чем мелькания на белом фоне.

Совершенно очевидно, что такого рода отклонения в функционировании зрения человека от реакции модели носят целесообразный характер. При более низком уровне освещения и амплитуда мельканий, как правило, пропорционально меньше. Поэтому повышение чувствительности органа зрения к мельканиям при уменьшении средней яркости вполне оправданно и должно учитываться.

Нам представляется возможным согласовать такого рода факты с моделью Аллара — Луизова [1].

Напомним, что сознание наблюдателя, воспринимающее мелькание светлоты, по существу выполняет функции измерительного прибора.

Для определения этих функций проведем аналогию сознания, работающего в режиме анализа мельканий, с каким-либо техническим измерительным прибором, например, электронным осциллографом.

Представим, что создана действующая модель Аллара — Луизова, воспринимающая световые мелькания $B(t)$, на выходе которой возникают колебания напряжения $S(t)$, являющиеся аналогом колебания светлоты. Предположим далее, что исследователю, располагающему электронным осциллографом, нужно определить амплитуду колебания светлоты.

Прежде чем производить это определение, целесообразно отстроиться с помощью вертикального отклонения луча от постоянной составляющей мельканий. Если потом амплитуда колебания яркости окажется чрезмерно большой, уменьшим усиление, а если малой — увеличим.

Итак, еще до измерения величины колебания светлоты нужно выполнить следующие две операции: 1) отфильтровать постоянную составляющую мельканий; 2) установить подходящее усиление.

Такой совершенный прибор, как человеческое сознание, надо полагать, автоматически осуществляет эти операции, поскольку ручное выполнение здесь исключается.

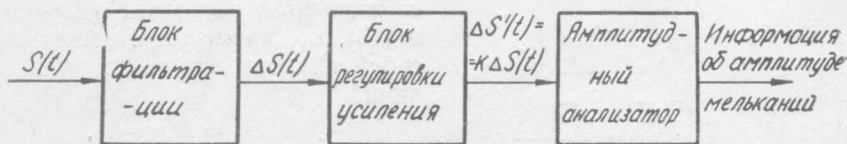


Рис. 9.

Так как амплитуда мельканий в естественных условиях наблюдения изменяется прямо пропорционально общему уровню освещенности, можно считать, что величина коэффициента усиления мельканий регулируется в зависимости от общего уровня зрительной картины.

Итак приходим к следующей модели сознания, работающего в режиме анализа мельканий (рис. 9).

Мелькания светлоты $S(t)$ поступают на блок, отфильтровывающий постоянную составляющую мельканий, оставшееся же колебание светлоты $\Delta S(t)$ — на блок регулировки усиления. На этот же блок поступает информация об общем уровне яркости зрительной картины $B_{\text{ср}}$. Коэффициент усиления блока выступает функцией $B_{\text{ср}}$, т. е. $k = k(B_{\text{ср}})$.

Такая модель работы сознания, анализирующего мелькания, приводит к заключению о том, что фактическая зависимость критической частоты от уровня яркости мельканий вполне может быть следствием работы блока регулировки усиления, но в то же время не связываться с вопросом об истинности или ложности модели инерции зрения.

Если эксперимент подтвердит справедливость такого взгляда на роль сознания в анализе мельканий, то модель инерции с учетом того, что коэффициент усиления k , фигурирующий в модели, может принимать различные значения в зависимости от общего уровня зрительной картины, останется без изменений.

Отсюда вытекает, что опыты с определением критических частот, выполненные при различном общем уровне яркости зрительной картины, нельзя сравнивать между собой без внесения при этом поправки в коэффициент усиления.

Модель инерции и закон Плато

Продолжим проверку зависимостей для описания критической частоты мельканий.

Пусть имеются два периодических прямоугольных сигнала $B'(t)$ и $B''(t)$, у которых амплитуды колебаний яркости одинаковы

$$\Delta B' = \Delta B'' = \Delta B, \quad (12)$$

параметры скважности λ' и λ'' связаны соотношением

$$\lambda' = 1 - \lambda'' = \lambda. \quad (13)$$

Как следует из формулы (6), колебания светлоты этих мельканий $\Delta S'$ и $\Delta S''$ должны быть равны между собой:

$$\Delta S' = \Delta S'' = \Delta S. \quad (14)$$

Отсюда вытекает, что для таких мельканий должны быть равными также и их критические частоты

$$n'_{кр} = n''_{кр}. \quad (15)$$

Формула (10) и диаграмма на рис. 6 иллюстрирует это положение. Близок к этому выводу экспериментальный факт, носящий название закона Плато [3]. Плато рассматривал пары мельканий, для которых соблюдаются не только условия (12) и (13), но, кроме того, равны между собой яркости отдельных фаз мельканий

$$\begin{aligned} B'_1 &= B''_1 = B_1, \\ B'_2 &= B''_2 = B_2. \end{aligned} \quad (16)$$

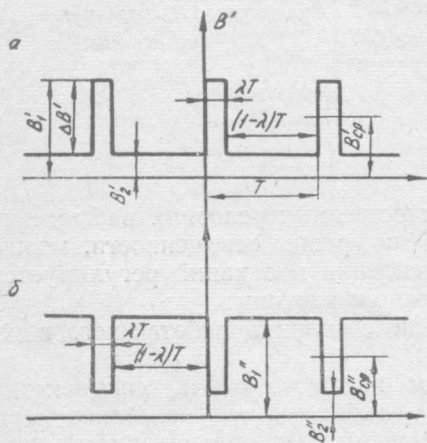


Рис. 10.

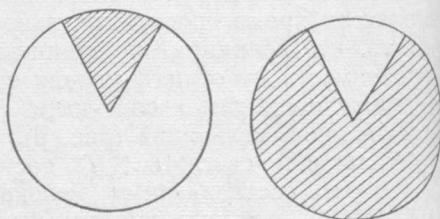


Рис. 11.

Пример такой пары мельканий приведен на рис. 10, а, б.

Пары мельканий такого рода легко получаются на вертушке с помощью двух так называемых дополнительных дисков, представленных на рис. 11. Для перехода от одного диска к другому нужно всего лишь поменять местами яркости секторов.

Плато обнаружил, что критические частоты, измеренные по двум дополнительным дискам, равны между собой.

Закон Плато подтверждал бы только что полученный вывод из модели о равенстве критических частот, если бы не факт того, что средний уровень яркости на дополнительных дисках в момент слияния мельканий резко различен: $U'_{ср} \neq U''_{ср}$. Поэтому нет никаких оснований общий уровень яркости этих двух зрительных картин полагать одинаковым. Следовательно, результаты опытов на дополнительных дисках не могут быть сравнимы друг с другом без введения поправки в коэффициент усиления модели инерции k' и k'' , учитывающий различия в общем уровне яркости обеих зрительных картин. Зависимость коэффициента усиления от уровня яркости зрительной картины точно не установлена, однако наличие подобной связи несомненно. Только качественный учет этой связи определяет факт, вытекающий из модели инерции зрения: критические частоты, измеренные по дополнительным дискам, не должны быть равны между собой. Подобного рода соображения привели А. В. Луизова к выводу о том, что модель инерции (1) противоречит закону Плато [1].

Тем не менее мы не отказываемся от принятой модели инерции зрения при объяснении закономерностей, связанных с понятием критической частоты мельканий.

Прежде всего попытаемся выяснить, что произойдет, если выполнить условия (12) и (13), а условие (16) заменить равенством средних яркостей в момент слияния мельканий

$$B'_{\text{ср}} = B''_{\text{ср}}. \quad (17)$$

Теперь средние яркости зрительных картин одинаковы и, следовательно, согласно модели, коэффициенты усиления в обоих случаях, равно как и критические частоты, должны быть равными. Однако такой вывод представляется невероятным. Если критические частоты, согласно закону Плато, оказываются равными при различных средних уровнях яркости, то при одинаковых средних уровнях яркости мелькания с одинаковыми колебаниями яркости должны сливаться при заведомо различных скоростях.

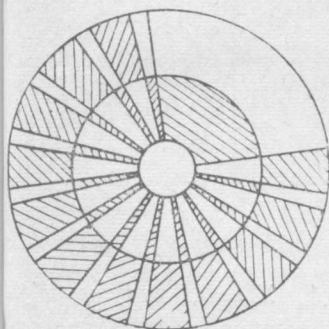


Рис. 12.

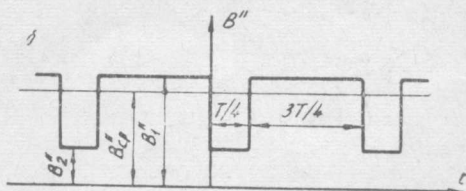
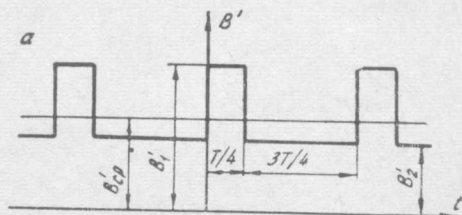


Рис. 13.

При всей неутешительности такого априорного заключения опыты по проверке этого следствия из модели все же выполнялись на вертушке, кружок которой имел два поля. Поля вертушки раскрашивались так, чтобы выполнялись условия (12), (13) и (17) (рис. 12). Параметр скажкости λ в опытах изменялся в широких пределах от $\frac{1}{32}$ до $\frac{31}{32}$. Заданный закон изменения яркости во времени на полях сравнения формировался на основе использования обобщенного закона Талбота с помощью быстрых мельканий, длительность которых выдерживалась в заданном соотношении.

Кружку, представленному на рис. 12, соответствуют диаграммы изменения яркости B' и B'' внешнего и внутреннего полей (рис. 13).

В рассмотренном примере принято $B'_1 = B_б$; $B'_2 = \frac{1}{3} B_б + \frac{2}{3} B_ч$; $B''_1 = \frac{2}{3} B_б + \frac{1}{3} B_ч$; $B''_2 = B_ч$; $B'_{\text{ср}} = B''_{\text{ср}} = \frac{1}{2} B_б + \frac{1}{2} B_ч$. $B_б$ и $B_ч$ обозначают яркости белого и черного полей.

Дискретность раскраски существенно не влияет на результаты опыта. При разбивке окружности на 16 частей, как это делалось при раскраске, вспомогательные быстрые мелькания будут сливаться уже при 2—3 оборотах вертушки в секунду. Слияние же основных мельканий наступает при скорости вращения диска порядка 20—50 *гц*.

Проведенные опыты дали поразительный результат: критические частоты на обоих полях вертушки во всех опытах оказались строго одинаковыми, и теоретический вывод из модели полностью подтвердился на опыте, что логически предположило невозможность строгого соблю-

дения закона Плато в его первоначальной формулировке. Критические частоты двух дополнительных дисков $\lambda \neq \frac{1}{2}$, строго говоря, должны отличаться между собой. Действительно, в [4] находим вывод о том, что критические частоты для дополнительных дисков чрезвычайно близки друг к другу. Не точно равны, а лишь чрезвычайно близки между собой! Различия критических частот для дополнительных дисков легко обнаруживаются экспериментами Айвса, и они тем больше, чем больше параметр скважности отличается от значения $\frac{1}{2}$.

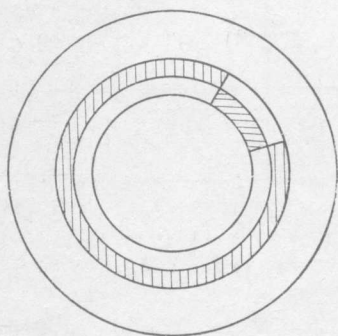


Рис. 14.

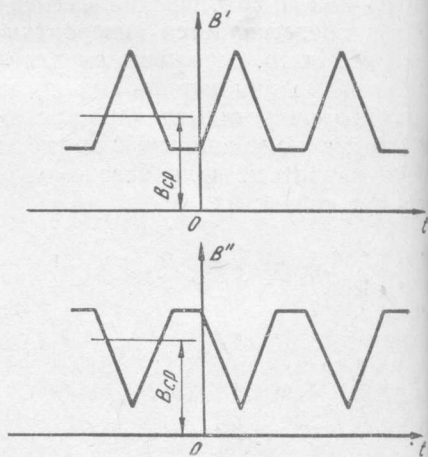


Рис. 15.

Так, в одном из опытов Айвса при $\lambda' = 0,1$, $\lambda'' = 0,9$ имеем $n'_{кр} = 43$ об/сек, $n''_{кр} = 42$ об/сек. Как видим, критические частоты чрезвычайно близки, но, строго говоря, они различны, и это различие доказано экспериментом.

Различие критических частот дополнительных дисков легко продемонстрировать на специальном опыте. Рассмотрим кружок с двумя соприкасающимися кольцами, раскраска которых соответствует дополнительным дискам при $\lambda' = \frac{1}{8}$ (внешнее кольцо), $\lambda'' = \frac{7}{8}$ (внутреннее кольцо) (рис. 14).

Плавно меняя скорость вращения диска, ее можно легко довести до такой величины, когда на внешнем кольце мелькания уже не замечаются, а на внутреннем кольце они еще отчетливо видны.

Итак, первоначальная формулировка закона Плато неверна, так как, строго говоря, критические частоты дополнительных дисков не совпадают. В то же время критические частоты прямоугольных мельканий точно совпадают при формулировке закона Плато в виде условий (12), (13) и (17).

Попытаемся теперь обобщить закон Плато. Рассмотрим две периодические функции яркости $B'(t)$ и $B''(t)$, средние значения которых совпадают, и выполняется условие

$$B'(t) - V_{cp} = V_{cp} - B''(t). \quad (18)$$

Пары функций $B'(t)$ и $B''(t)$, удовлетворяющие этим условиям, назовем взаимно-симметричными (рис. 15). Прямоугольные мелькания, удовлетворяющие условиям (12), (13) и (17), являются частными случаями взаимно-симметричных функций.

Исходя из модели инерции зрения (1), нетрудно показать, что мелькания яркости в виде взаимно-симметричных функций должны иметь одинаковые критические частоты.

Это проверялось нами в опытах с вертушкой, на полях которой помощью соответствующей раскраски формировались взаимно-симметричные функции яркости произвольной формы. Во всех без исключения случаях критические частоты мельканий полей вертушки совпадали совершенно точно.

Найденную зависимость можно рассматривать как обобщение закона плато.

Условие равенства критических частот для мельканий произвольной формы

Как было установлено, у мельканий яркости в виде взаимно-симметричных функций одинаковые критические частоты. Теперь, исходя из модели инерции зрения, несколько обобщим условие равенства критических частот.

Рассмотрим пару периодических мельканий произвольной формы $B'(t)$ и $B''(t)$, средние значения яркости которых одинаковы. Сначала пределим условие, обеспечивающее равенство критических частот этих мельканий, на примере пары прямоугольных мельканий, имеющих одинаковую среднюю яркость. Пусть величины колебания яркости и параметры скважности для этих мельканий соответственно равны $\Delta B'$, $\Delta B''$, λ' , λ'' . Согласно формуле (11), условие равенства критических частот для этих мельканий следующее:

$$\lambda' (1 - \lambda') \Delta B' = \lambda'' (1 - \lambda'') \Delta B''. \quad (19)$$

Формула (11) допускает экспериментальную проверку.

Перейдем теперь к выводу условия равенства критических частот мельканий произвольной формы $B'(t)$ и $B''(t)$. Можно показать, что светлота зрительных ощущений этих мельканий выразится в форме

$$S'(t) = \frac{k}{a} \cdot \frac{e^{-\frac{t}{a}}}{1 - e^{-\frac{T}{a}}} \int_{t-T}^t B'(\tau) e^{\frac{\tau}{a}} d\tau, \quad (20)$$

$$S''(t) = \frac{k}{a} \cdot \frac{e^{-\frac{t}{a}}}{1 - e^{-\frac{T}{a}}} \int_{t-T}^t B''(\tau) e^{\frac{\tau}{a}} d\tau.$$

Амплитуда колебаний светлоты $\Delta S'$ и $\Delta S''$ определяется формулами

$$\Delta S' = \frac{k}{a} \cdot \frac{e^{-\frac{t}{a}}}{1 - e^{-\frac{T}{a}}} \left[\max \int_{t-T}^t B'(\tau) e^{\frac{\tau}{a}} d\tau - \min \int_{t-T}^t B'(\tau) e^{\frac{\tau}{a}} d\tau \right], \quad (21)$$

$$\Delta S'' = \frac{k}{a} \cdot \frac{e^{-\frac{t}{a}}}{1 - e^{-\frac{T}{a}}} \left[\max \int_{t-T}^t B''(\tau) e^{\frac{\tau}{a}} d\tau - \min \int_{t-T}^t B''(\tau) e^{\frac{\tau}{a}} d\tau \right].$$

Приравнивая колебания светлоты $\Delta S'$ и $\Delta S''$, получаем условие, обеспечивающее равенство критических частот мельканий,

$$\begin{aligned} & \max \int_{t-T}^t B'(\tau) e^{\frac{\tau}{a}} d\tau - \min \int_{t-T}^t B'(\tau) e^{\frac{\tau}{a}} d\tau = \\ & = \max \int_{t-T}^t B''(\tau) e^{\frac{\tau}{a}} d\tau - \min \int_{t-T}^t B''(\tau) e^{\frac{\tau}{a}} d\tau. \end{aligned} \quad (22)$$

Использование этой формулы в случае пары прямоугольных ($\lambda = \frac{1}{2}$) и синусоидальных мельканий приводит к условию, обеспечивающему равенство критических частот

$$\Delta B_{\text{пр}} = \frac{2}{\pi} \Delta B_{\text{син}}, \quad (23)$$

где $\Delta B_{\text{син}}$ и $\Delta B_{\text{пр}}$ — амплитуда соответственно синусоидальных и прямоугольных мельканий яркости. При выводе формулы (23) принято допущение, что амплитуда мельканий во много раз превосходит ее пороговое значение. Справедливость этой формулы может быть проверена экспериментально.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Луизов. Инерция зрения. Оборонгиз, 1961.
2. M. E. Allard. Memoire sur l'intensité et laportée des phares. Paris, 1876.
3. M. Plateau. Sur une loi de la persistance des impressions dans l'oeil. Bull. d. Acad. d. Belg., 2, N 46, 1878.
4. H. E. Ives. A Theory of intermittent vision. J. Opt. Soc. Amer., 1922, N 6.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЗВУКОВОЙ ИНФОРМАЦИИ В СЛУХОВОМ АНАЛИЗАТОРЕ ЧЕЛОВЕКА

Г. Ф. Дюбко, Г. С. Еремин

Слуховой анализатор человека довольно глубоко изучен с физиологической точки зрения. Однако еще нет четких представлений о математических закономерностях, согласно которым происходит обработка входной информации.

Существует несколько теорий слуха: теория места, теория перекладывания и т. д., однако все они предположительны, не являются безукоризненными и недостаточно исследованы. Кроме того, ни одна из этих теорий не доведена до степени четкой математической модели.

Поскольку под математической моделью понимаются математические соотношения (алгоритмы), описывающие правила преобразования информации, то исследованием математических моделей можно считать реализацию этих алгоритмов на электронных вычислительных машинах с последующим получением реакций моделей на различные типы входных сигналов. Такое исследование предполагает большое количество экспериментов, которые помогут выявить неполноту или внутреннюю противоречивость модели с целью ее усовершенствования. Однако для исследования модели сначала необходимо ее получить.

Математическая модель, описывающая работу слухового анализатора человека, может быть получена методом кибернетического «черного ящика». Предполагается, что на «черный ящик» подаются входные сигналы, которыми управляют и которые измеряют физическими приборами. Можно также измерять выходные сигналы. Поскольку выходными сигналами слухового анализатора являются ощущения, их можно регистрировать с помощью сознания испытуемого, т. е. для регистрации и измерения выходных сигналов используются методы психофизики.

Входным сигналом слухового анализатора считается звуковое давление, т. е. закон изменения акустического давления во времени. Выходным сигналом служит слуховое ощущение. При построении модели преобразования звуковой информации в слуховое ощущение последнее можно характеризовать основным тоном, громкостью и тембром.