

Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет інформаційно-аналітичних технологій та менеджменту

Кафедра прикладної математики

Рівень вищої освіти другий (магістерський)

Спеціальність 113 Прикладна математика

(код і повна назва)

Тип програми освітньо-професійна

(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма Прикладна математика

(повна назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Зав. кафедри ПМ _____

(підпис)

“ _____ ” _____ 2020 р.

ЗАВДАННЯ
НА АТЕСТАЦІЙНУ РОБОТУ

студентові Максименку Андрію Сергійовичу
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Математичне моделювання та аналіз споживання природного газу з використанням самоподібних структур

затверджена наказом по університету від 23 жовтня 2020 р. № 1422 Ст

2. Термін подання студентом роботи до екзаменаційної комісії 10 грудня 2020 р.

3. Вихідні дані до роботи статистичні дані про споживання природного газу

4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі _____

1. Системний аналіз проблеми моделювання та аналізу самоподібного часового ряду споживання природного газу

2. Вибір і обґрунтування методу розв'язання

3. Програмна реалізація

4. Результати обчислювального експерименту

5. Аналіз можливих застосувань

5. Перелік графічного матеріалу із зазначенням креслеників, схем, плакатів, комп'ютерних ілюстрацій _____

1. Актуальність теми роботи _____

2. Постановка задачі _____

3. Системний аналіз проблеми _____

4. Метод чисельного аналізу _____

5. Результати обчислювального експерименту _____

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

| № | Назва етапів роботи | Терміни виконання етапів роботи | Примітка |
|---|---|---------------------------------|----------|
| 1 | Підбір та вивчення технічної літератури за темою роботи | вересень 2020 р. | виконано |
| 2 | Вибір та обґрунтування методу | жовтень – листопад 2020 р. | виконано |
| 3 | Розробка алгоритму і програми | листопад – грудень 2020 р. | виконано |
| 4 | Проведення аналітичних досліджень та розрахунків | листопад – грудень 2020 р. | виконано |
| 5 | Робота над текстом пояснювальної записки | грудень 2020 р. | виконано |
| 6 | Представлення роботи на рецензію в ЕК | грудень 2020 р. | виконано |

Дата видачі завдання 1 вересня 2020 р.

Студент _____
(підпис)

Керівник роботи _____ доц. Кобзєв В.Г.
(підпис) (посада, прізвище, ініціали)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка: 58 с., 10 табл., 33 рис., 1 дод., 20 джерел.

ПРИРОДНИЙ ГАЗ, ОБСЯГИ СПОЖИВАННЯ, ЧАСОВИЙ РЯД, САМОПОДІБНІСТЬ, ФРАКТАЛЬНИЙ АНАЛІЗ, ДЕТРЕНДОВАНИЙ ФЛУКТУАЦІЙНИЙ АНАЛІЗ, ПОКАЗНИК ХЕРСТА.

Об'єкт дослідження – послідовність обсягів споживання природного газу у вигляді часового ряду з властивостями самоподібності.

Мета роботи – моделювання та аналіз часового ряду, з метою встановлення властивостей самоподібності.

Методи дослідження – методи і моделювання і аналізу часових рядів та метод детренованого флуктуаційного аналізу.

Атестаційна робота присвячена аналізу та побудові моделі реального часового ряду споживання природного газу на газорозподільних станціях, в яких можуть бути присутні властивості самоподібності. На основі аналізу основних компонент та характеристик наявного часового ряду проведено його фрактальний аналіз, обчислені значення показника Херста на різних ділянках часового ряду, які підтвердили наявність властивостей самоподібності. Проведені із застосуванням середи MatLAB. Результати можуть бути застосовані для більш точного прогнозування обсягів споживання природного газу у майбутні періоди часу, з урахуванням встановлених властивостей.

ABSTRACT

Introductory note: 58 pages, 10 tables, 33 figures, 1 appendix, 20 sources.

NATURAL GAS, CONSUMPTION VOLUMES, TIME SERIES, SIMILARITY, FRACTAL ANALYSIS, DETRENDED FLUCTUAL ANALYSIS, HERST INDICATOR.

Object of research – sequence of natural gas consumption in the form of a time series with self-similarity properties.

Purpose of work – modeling and analysis of the time series, in order to establish the properties of self-similarity.

Methods of research – methods and modeling and analysis of time series and the method of detrend fluctuation analysis.

The attestation work is devoted to the analysis and construction of a model of the real time series of natural gas consumption at gas distribution stations, in which the properties of self-similarity may be present. Based on the analysis of the main components and characteristics of the existing time series, its fractal analysis was performed, the values of the Hirst index in different parts of the time series were calculated, which confirmed the presence of self-similarity properties. Conducted using MatLAB medium. The results can be used for more accurate forecasting of natural gas consumption in future periods, taking into account the established properties.

ЗМІСТ

| | С. |
|---|----|
| Вступ..... | 8 |
| 1 Системний аналіз проблеми моделювання та аналізу споживання природного газу з використанням самоподібних структур | 10 |
| 1.1 Системний аналіз проблеми моделювання та аналізу споживання природного газу з використанням самоподібних структур | 10 |
| 1.1.1 Вербальна модель системи..... | 10 |
| 1.1.2 Морфологічний опис системи | 10 |
| 1.1.3 Функціональна модель системи..... | 12 |
| 1.2 Аналіз сценаріїв вирішення проблеми вибору методу фрактального аналізу | 15 |
| 1.2.1 Модель аналізу проблеми..... | 15 |
| 1.2.2 Оцінювання вектора пріоритетів незадоволеностей методом аналізу ієрархій..... | 16 |
| 1.2.3 Модель вирішення проблеми..... | 18 |
| 1.3 Змістовна та формальна постановка задачі | 19 |
| 1.3.1 Змістовна постановка задачі | 19 |
| 1.3.2 Формальна постановка задачі | 19 |
| 1.4 Постановка задач дослідження | 21 |
| 2 Вибір та обґрунтування методу розв'язання | 22 |
| 2.1 Основні відомості про часові ряди..... | 22 |
| 2.1.1 Компоненти часових рядів | 22 |
| 2.1.2 Моделі часових рядів..... | 23 |
| 2.2 Поняття фрактала і фрактальної множини | 24 |
| 2.2.1 Показник Херста | 25 |
| 2.2.2 Мультифрактальні множини та часові ряди | 27 |
| 2.3 Флуктуаційний аналіз | 30 |
| 2.3.1 Загальні відомості про флуктуаційний аналіз..... | 30 |

| | |
|---|----|
| | 7 |
| 2.3.2 Звичайний флуктуаційний аналіз | 32 |
| 2.3.3 Аналіз флуктуацій відносно тренда | 33 |
| 2.3.4 Мультифрактальний флуктуаційний аналіз | 36 |
| 3 Програмна реалізація | 39 |
| 3.1 MatLAB як середовище для реалізації програми..... | 39 |
| 3.2 Програмна реалізація у середовищі MatLAB..... | 40 |
| 4 Результати обчислювального експерименту | 41 |
| 5 Аналіз можливих застосувань..... | 53 |
| Висновки | 54 |
| Перелік джерел посилання | 55 |
| Додаток А Код програми | 57 |

ВСТУП

Природний газ – найцінніший енергоносіє, який є екологічно чистим типом палива. Видобуток газу щорічно зростає, що пов'язано із зростанням промислового виробництва і збільшенням народонаселення планети.

Газотранспортна система України є одною із найбільших ГТС у світі, об'єднуючі в собі тисячі кілометрів магістральних газогонів та величезну кількість газоросподільних станцій [2].

Кожен день АТ «Укртрансгаз» перекачує через газогони величезну кількість газу і в зв'язку з цим є потреба забезпечення обліку витрат газу як на входах, так і на виходах системи. Залежності зафіксованих з встановленим періодом значень параметрів газу, найчастіше його об'єму, від часу утворюють часові ряди зі своїми закономірностями. На основі цих закономірностей можна робити математичний опис змін споживання природного газу, у якому буде враховано нестандартний характер поведінки та можливі довгострокові залежності [1, 4].

Часовий ряд по своїй природі являється стохастичним процесом [5]. Для вивчення та дослідження таких процесів існує спеціальний розділ прикладної математики – стохастичний аналіз. Стохастичний аналіз використовується для позначення сукупності методів виявлення непрямих зв'язків, в разі неможливості визначення послідовності прямого зв'язку [6].

Багато часових рядів мають фрактальну структуру, тобто володіють властивостями самоподібності. Самоподібність означає часткову або точну схожість частини об'єкта на весь об'єкт. Основним параметром самоподібного часового ряду є параметр Херста H , на основі якого можна казати про поведінку часового ряду в цілому. H являє собою ключову міру самоподібності і міру тривалості довгострокової залежності стохастичного процесу.

Атестаційна робота присвячена викладенню основних положень методів моделювання часових рядів, які володіють властивостями самоподібності, та їх аналізу. Для аналізу таких рядів широко використовують методи та алгоритми

фрактального аналізу, основна мета яких заснована на тому, щоб знайти параметри, які виражають довгострокову та короткострокову залежність майбутнього від минулого.

1 СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ ПРОБЛЕМИ МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗУ СПОЖИВАННЯ ПРИРОДНОГО ГАЗУ З ВИКОРИСТАННЯМ САМОПОДІБНИХ СТРУКТУР ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1 Системний аналіз проблеми моделювання та аналізу споживання природного газу з використанням самоподібних структур

1.1.1 Вербальна модель системи

В ході дослідження була розглянута складна система: «Моделювання та аналіз самоподібного часового ряду споживання природного газу».

Предметом аналізу цієї системи є: «Проблема моделювання та аналізу часового ряду, який володіє властивостями самоподібності».

Точка зору: дослідник.

Ціль: Дослідити існуючі моделі часових рядів та провести фрактальний аналіз часового ряду, на основі статистичних даних про споживання природного газу.

Головним входом для досліджуваної в атестаційній роботі системи є статистичні дані про споживання природного газу.

Використавши досліджену систему, дослідник на виході отримує параметри, які характеризують поведінку системи в цілому і на основі яких можна робити висновки, щодо подальших витрат газу.

1.1.2 Морфологічний опис системи

Морфологічний опис системи включає опис зовнішнього середовища та модель типу «чорний ящик».

Всі ресурси, необхідні для функціонування, організація отримує із зовні-

шнього середовища, з якою знаходиться в стані постійного обміну.

Морфологічний опис розглянемо на рисунку 1.1, на якому зображена структура зовнішнього середовища.

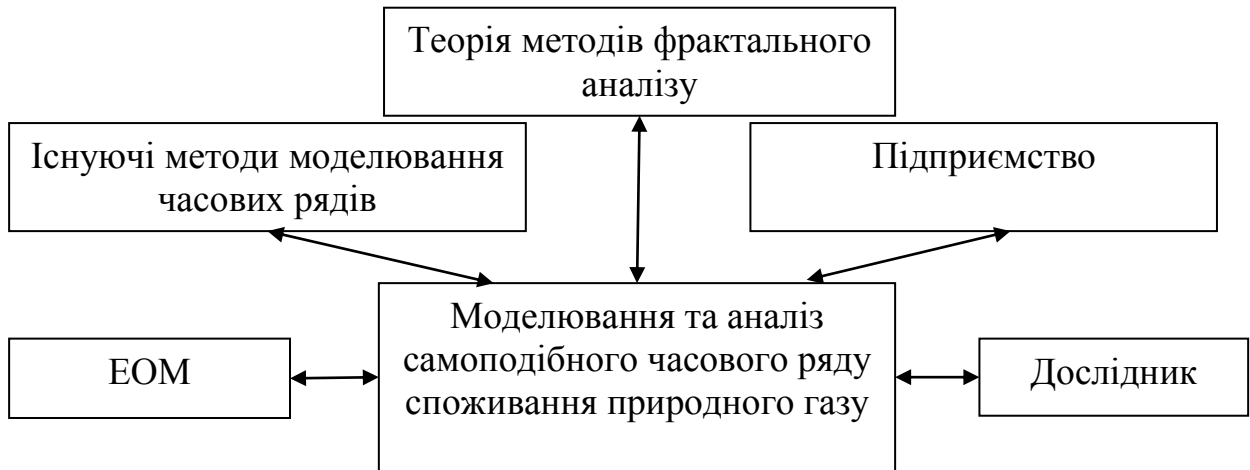


Рисунок 1.1 – Зовнішнє середовище системи

Зовнішнє середовище – це умови і фактори, які існують в навколишньому середовищі за межами системи. Вони можуть як впливати на функціонування системи, так і відчувати на собі її вплив.

Об'єкти зовнішнього середовища:

- а) за допомогою електронної обчислювальної машини (ЕОМ) здійснюється процес обчислення;
- б) існуючі методи моделювання безпосередньо впливають на процес моделювання у системі;
- в) теорія методів фрактального аналізу дає змогу провести процес обчислення важливих параметрів за допомогою існуючих методів;
- г) дослідник обрає методи для аналізу та за допомогою ЕОМ робить обчислення для досліджуваного процесу;
- д) від підприємства надходять статистичні дані, на основі яких проводять аналіз.

Для опису взаємодії системи з навколишнім середовищем використано модель типу «чорний ящик». На головний вхід системи подаються статистичні

дані про споживання природного газу. На виході отримуємо модель часового ряду та її компоненти і параметри часового ряду та їх характеристики. Модель системи типу «чорний ящик» наведена на рисунку 1.2.

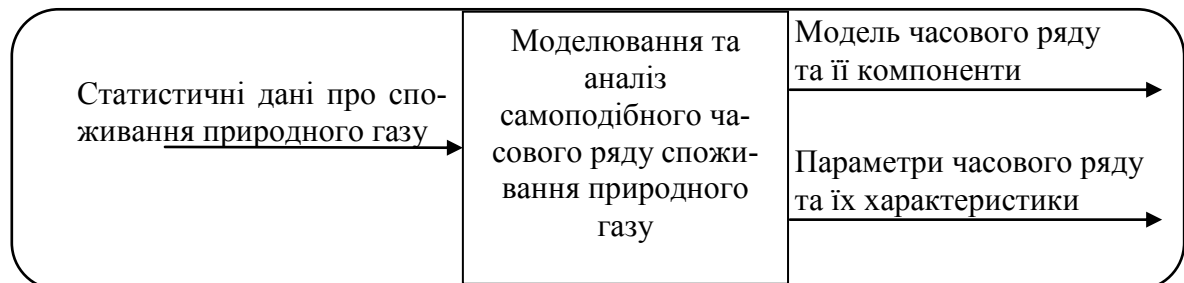


Рисунок 1.2 – Модель системи типу «чорний ящик».

1.1.3 Функціональна модель системи

Для моделювання різноманітних систем в якості стандарту введена методологія функціонального моделювання IDEF0, яка слугує для формалізації та опису бізнес-процесів [8].

Якщо розглядати процес в рамках позиції методології IDEF0, процес підноситься у вигляді набору елементарних робіт, що взаємодіють між собою, а також показують ресурси, що надходять до кожної роботи [8, 9]. На вхід системи подаються статистичні дані про споживання природного газу; керуючими засобами є методи аналізу часових рядів та математичний апарат; до механізмів відноситься дослідник; а на виході ми отримуємо результати аналізу моделі.

Застосовуючи методологію моделювання IDEF0 для нових систем в якості цілі ставиться визначення функцій та вимог для подальшої розробки системи, що відповідає вимогам та реалізує виділені функції. Якщо IDEF0 використовується на існуючій системі, то є можливість аналізувати та описувати функції, які виконує система. Крім того, можна візуалізувати механізми, за допомогою яких ці функції виконуються.

В ієрархії діаграм IDEF0 перша діаграма відображає функціонування сис-

теми в цілому (рисунок 1.2). Такі діаграми називають контекстними. На вхід контекстних діаграм подаються вхідні дані, необхідні для виконання задачі системи; зверху – механізми керування (інструкції, теорії); знизу надходить те, що керує процесом, наприклад дослідник; виходом контекстної діаграми є її цільовий продукт. Описавши контекст, будуються наступні діаграми в ієрархії, які називаються декомпозиціями. Декомпозиція більш детально описує предмет аналізу [8, 9]. Результат декомпозиції контекстної діаграми системи наведено на рисунках 1.3 – 1.5.

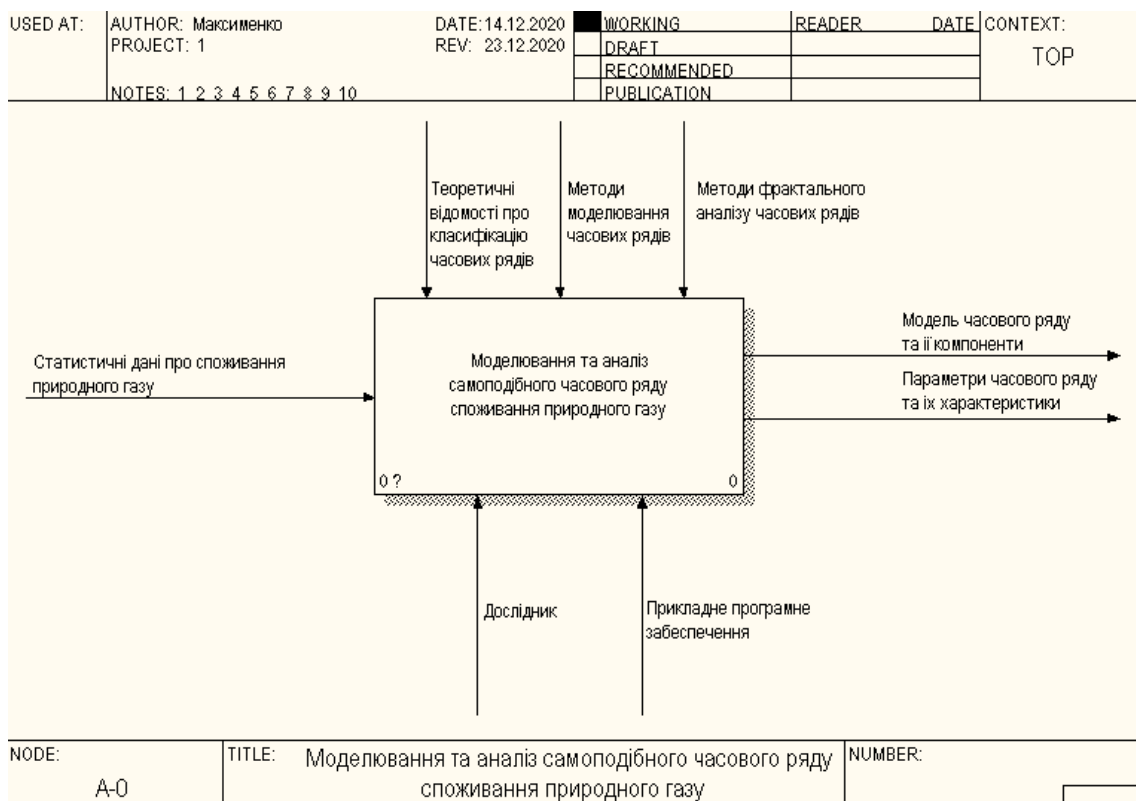


Рисунок 1.3 – Контекстна діаграма системи

З рисунку 1.3 можна робити висновки щодо внутрішньої будови розглянутої системи. Основну проблему можна розбити на дві великих задачі: отримання моделі та аналіз отриманих результатів. Результат такої декомпозиції представлений на рисунку 1.4.

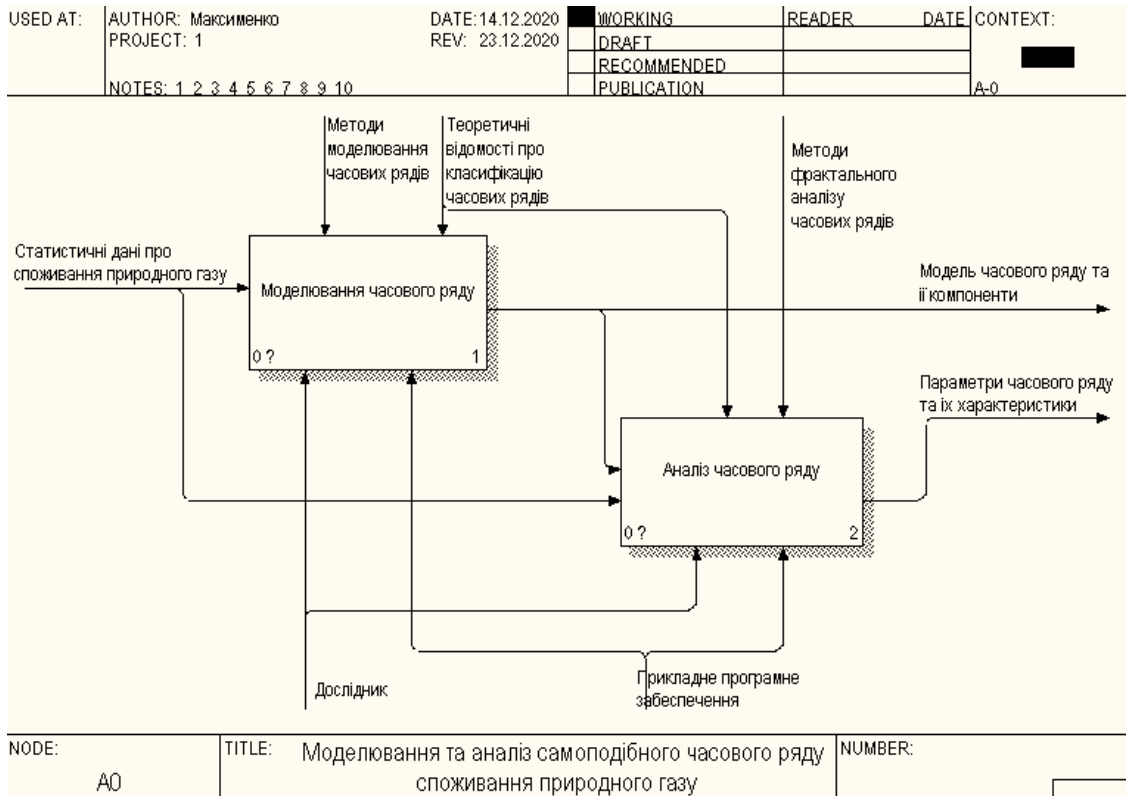


Рисунок 1.4 – Діаграма декомпозиції. Рівень А0

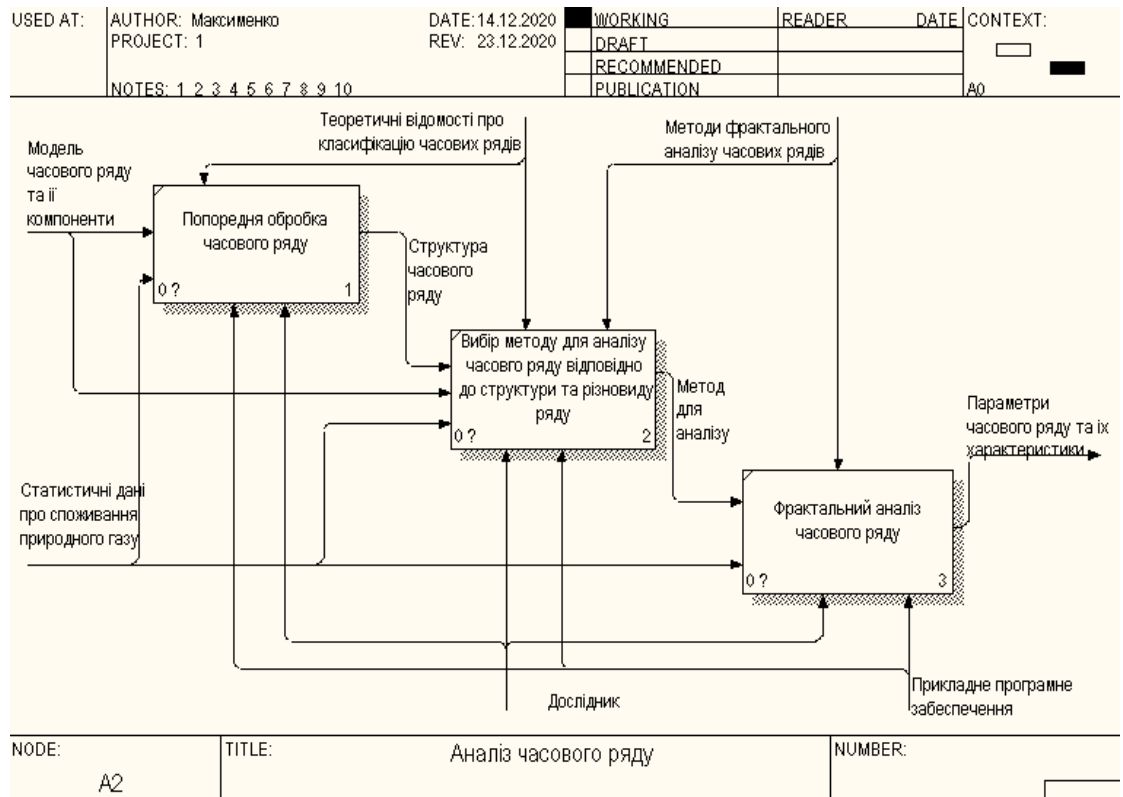


Рисунок 1.5 – Діаграма декомпозиції. Рівень А1

1.2 Аналіз сценаріїв вирішення проблеми вибору методу фрактального аналізу

1.2.1 Модель аналізу проблеми

Досліджуємо проблему вибору методу фрактального аналізу часових рядів. Для вибору кращої альтернативи, скористались методом аналізу ієрархій. Для початку треба визначити альтернативи, та критерії, за якими будемо їх відбирати [5].

Проблема буде вирішуватись за наступними критеріями:

- критерій 1: точність отриманих параметрів;
- критерій 2: складність;
- критерій 3: середня швидкість обчислення;
- критерій 4: оптимальність.

Обирати будемо з альтернатив:

- альтернатива 1: метод нормованого розмаху (R / S аналіз);
- альтернатива 2: Вейвлет-оцінювання;
- альтернатива 3: Метод детрендованого флуктуаційного аналізу.

Ієрархічна модель проблеми вибору у випадку багатокритеріальності має вигляд, зображений на рисунку 1.6.

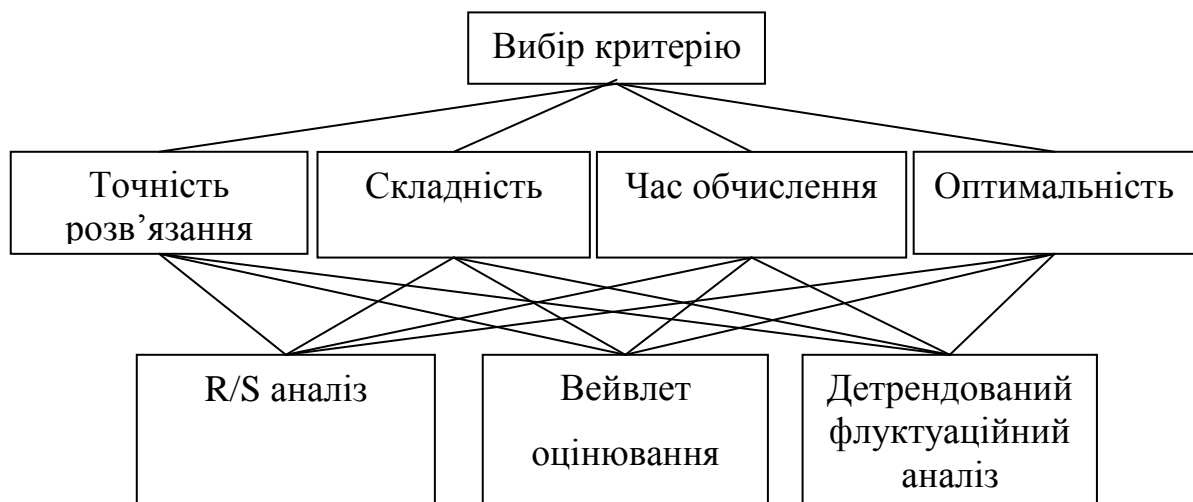


Рисунок 1.6 – Ієрархічна модель аналізу проблеми

1.2.2 Оцінювання вектора пріоритетів незадоволеностей методом аналізу ієрархій

На наступному етапі аналізу, за шкалою Т. Сааті, необхідно побудувати матриці парних порівнянь моделі та критеріїв системи [11]. Матриця попарних порівнянь наведена у таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 – Матриця попарних порівнянь критеріїв

| Критерії оцінювання | К 1 | К 2 | К 3 | К 4 | Оцінка компонентів | Вектор пріоритетів | Величина значущості |
|---------------------|-----|-----|-----|-----|--------------------|--------------------|---------------------|
| К 1 | 1,0 | 8,0 | 5,0 | 3,0 | 3,311 | 0,589 | 1,659 |
| К 2 | 1/8 | 1,0 | 1/4 | 1/2 | 0,355 | 0,062 | 15,000 |
| К 3 | 1/5 | 4,0 | 1,0 | 1/4 | 0,670 | 0,118 | 10,251 |
| К 4 | 1/3 | 2,0 | 4,0 | 1,0 | 1,279 | 0,227 | 4,751 |
| Всього | | | | | 5,611 | | 4,228 |

$$\text{Індекс узгодженості (ІУ)} = \frac{4,228 - 4}{4 - 1} = 0,076.$$

Випадкова узгодженість 0,9.

$$\text{Відносна узгодженість (ВУ)} = \frac{0,076}{0,9} = 0,084 = 8,4\%.$$

Для прийняття рішення щодо використання методу вирішення системи, необхідно провести порівняльний аналіз альтернатив. Оцінивши їх відносно кожної з альтернатив, отримаємо данні, що представлені у таблицях 1.2–1.5. Випадкова узгодженість для матриць є рівною 0,58.

Таблиця 1.2 – Порівняння за першим критерієм

| Критерій 1 | A 1 | A 2 | A 3 | Вектор пріоритетів |
|------------|-----|-----|-----|--------------------|
| A 1 | 1,0 | 1/5 | 1/7 | 0,076 |
| A 2 | 5,0 | 1,0 | 1/2 | 0,334 |
| A 3 | 7,0 | 2,0 | 1,0 | 0,593 |

Для таблиці 1.2 знайдемо:

$$IY = 0,007;$$

$$BY = 0,0122 = 1,22\%.$$

Таблиця 1.3 – Порівняння за другим критерієм

| Критерій 2 | A 1 | A 2 | A 3 | Вектор пріоритетів |
|------------|-----|-----|-----|--------------------|
| A 1 | 1,0 | 1/7 | 1/6 | 0,067 |
| A 2 | 7,0 | 1,0 | 3,0 | 0,641 |
| A 3 | 6,0 | 1/3 | 1,0 | 0,292 |

Для таблиці 1.3:

$$IY = 0,050;$$

$$BY = 0,0861 = 8,61\%.$$

Таблиця 1.4 – Порівняння за третім критерієм

| Критерій 3 | A 1 | A 2 | A 3 | Вектор пріоритетів |
|------------|-----|-----|-----|--------------------|
| A 1 | 1,0 | 9,0 | 9,0 | 0,814 |
| A 2 | 1/9 | 1 | 2,0 | 0,114 |
| A 3 | 1/9 | 1/2 | 1,0 | 0,072 |

Для таблиці 1.4:

$$IU = 0,027;$$

$$VU = 0,0462 = 4,62\%.$$

Таблиця 1.5 – Порівняння за четвертим критерієм

| Критерій 3 | A 1 | A 2 | A 3 | Вектор пріоритетів |
|------------|-----|-----|-----|--------------------|
| A 1 | 1,0 | 1/6 | 1/8 | 0,060 |
| A 2 | 6,0 | 1,0 | 1/4 | 0,249 |
| A 3 | 8,0 | 4,0 | 1,0 | 0,691 |
| Всього | | | | |

Для таблиці 1.5:

$$IU = 0,068;$$

$$VU = 0,117 = 11,70\%$$

1.2.3 Модель вирішення проблеми

З усіх отриманих результатів ми, як особа, що приймає рішення, можемо зробити кінцеві підрахунки, і зробити висновки.

Таблиця 1.6 – Кінцеві дані

| Критерій Альтернатива | К 1 | К 2 | К 3 | К4 | Узагальнені пріоритети |
|--------------------------|-------|-------|-------|-------|------------------------|
| A 1 | 0,075 | 0,067 | 0,814 | 0,058 | 0,159 |
| A 2 | 0,666 | 0,641 | 0,114 | 0,223 | 0,301 |
| A 3 | 0,592 | 0,293 | 0,072 | 0,719 | 0,540 |

У таблиці 1.6 наведено результати, на підставі яких можна зробити висновок, що найкращою для нас буде третя альтернатива, а саме метод детрендованого флуктуаційного аналізу. Відносна узгодженість, при цьому, буде дорівнювати 6,34

1.3 Змістовна та формальна постановки задачі

1.3.1 Змістовна постановка задачі

У атестаційній роботі розглядається модель та реалізація часового ряду, отримана на основі статистичних даних про витрати природного газу з трьох різних газорозподільних станцій. Отримані, в ході реалізації процесу, часові ряди мають властивості самоподібності, тому для аналізу використовуються методи фрактального аналізу. Параметри, отримані за допомогою фрактального аналізу, характеризують поведінку системи в цілому і на основі яких можна робити висновки, щодо подальших витрат газу.

Основним параметром самоподібного часового ряду є параметр Херста H , на основі якого можна казати про поведінку часового ряду в цілому. H являє собою ключову міру самоподібності і міру тривалості довгострокової залежності стохастичного процесу. В разі значень параметра в інтервалі $0.5 < H < 1$ говорять про персистентну поведінку процесу. Якщо H знаходиться в інтервалі $0 < H < 0.5$ кажуть про антиперсистентну поведінку. Фрактальний аналіз часових рядів враховує поведінку системи на даний момент, його передісторію і майбутнє.

1.3.2 Формальна постановка задачі

Розглянемо часовий ряд, модель якого можна представити у вигляді суми:

$$x(t) = T(t) + S(t) + C(t) + \varepsilon(t),$$

де $T(t)$ – трендова компонента;

$S(t)$ – сезонна компонента;

$C(t)$ – циклічна компонента;

$\varepsilon(t)$ – випадкова компонента.

Наявність тренду у часовому ряді каже про його нестационарність. Для аналізу такого процесу найкраще підходить метод детрендованого флуктуаційного аналізу.

Для розрахунку треба перетворити вхідний ряд в кумулятивний за допомогою формули:

$$X^{cum}(k) = \sum_{t=1}^k X(t).$$

Для розрахунку мультифрактальних характеристик треба задати значення параметру q , в діапазоні цих значень треба знайти значення $h(q)$ – узагальнений параметр Херста.

Ряд $X^{cum}(t)$ потрібно розділити на N сегментів, які не перекриваються довжиною параметра τ . Для всіх $X^{cum}(t)$ сегментів знайти флуктуаційну функцію:

$$F_{DFA}^2(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left(X^{cum}(t) - Y_m(t) \right)^2, \quad (1.1)$$

де $Y_m(t)$ локальний m -поліноміальний тренд в рамках сегменту.

За всім рядом $X^{cum}(t)$ усереднити функцію $F(\tau)$:

$$F(\tau) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i^2(\tau)}.$$

Для значення q обчислити флуктуаційну функцію:

$$F_q(\tau) = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [F_i^2(\tau)]^{\frac{q}{2}} \right\}^{\frac{1}{q}}. \quad (1.2)$$

Побудувати лінійну регресію на $\log(\tau)$, як незалежної змінної, і $\log F_q(\tau)$ як залежної змінної. Тангенс кута нахилу прямої дає визначення величини $h(q)$ – узагальненого параметра Херста.

1.4 Постановка задач дослідження

Метою роботи є дослідження структури та фрактальний аналіз часового ряду, результати якого можна буде використати для покращення контролю за транспортуванням та споживанням природного газу.

Для досягнення цієї мети необхідно виконати наступні задачі:

- за допомогою математичного апарату, на основі статистичних даних споживання газу, за допомогою відповідного математичного апарату, побудувати часовий ряд та провести його попереднє дослідження;

- на основі характеристик та компонент часового ряду, отриманих в результаті попереднього дослідження, провести фрактальний аналіз для визначення параметрів самоподібності часового ряду, які характеризують його поведінку в цілому та на окремих ділянках;

- порівняти значення отриманих параметрів та зробити висновок.

2 ВИБІР ТА ОБГРУНТУВАННЯ МЕТОДУ РОЗВ'ЯЗАННЯ

2.1 Основні відомості про часові ряди

Часовий ряд представляє собою сукупність статистичних даних деякого параметру за якийсь проміжок часу [5]. Виділяють два види часових рядів: одномірні і багатомірні. Часовий ряд, що містить дані одного параметру, називається одномірним, якщо параметрів більше – багатомірним.

Часовий ряд може бути безперервним або дискретним. У безперервному часовому ряді спостереження вимірюються і оновлюються кожен раз, тоді як дискретний ряд містить спостереження тільки в певний момент часу.

Часові ряди бувають детермінованими і випадковими. Детерміновані отримують на основі значень деякої не випадковою функції (ряд послідовних даних про кількість днів у місяцях); випадкові отримують в результаті реалізації деякої випадкової величини.

В залежності від наявності основної тенденції виділяють два види часових рядів: стаціонарні ряди, в яких математичне очікування і дисперсія постійні та незмінні у часі і нестационарні, в яких виділяють основну тенденцію розвитку.

2.1.1 Компоненти часових рядів

В загальному випадку часовий ряд $x(t)$ складається з трьох компонент за якими можна побудувати математичну модель: тренд, сезонність та циклічність. Трендова компонента $T(t)$ відображає довгострокову систематичну тенденцію зміни значень параметру, що діє протягом тривалого проміжку часу. Наявність тренду в часовому ряді говорить про його нестационарність. Регулярні коливання елементів часового ряду характерні для сезонності $S(t)$. Нерегу-

лярні довгострокові коливання називають циклічними $C(t)$. Після виділення основних компонентів залишається випадкова складова $\varepsilon(t)$, яка формується під впливом інших, в тому числі випадкових, короткочасно діючих факторів. Вона є обов'язковою частиною будь-якого часового ряду, оскільки стохастичним процесам завжди властиві невеликі зміни, викликані слабким впливом короткочасно діючих випадкових факторів. Найчастіше випадкова складова має в собі елементи самоподібності, тому для аналізу такого ряду використовують методи фрактального аналізу [12, 15].

2.1.2 Моделі часових рядів

Якщо компоненти часових рядів об'єднуються у вигляді суми, отримуємо адитивну модель:

$$x(t) = T(t) + S(t) + C(t) + \varepsilon(t),$$

якщо у вигляді добутку – мультиплікативну:

$$x(t) = T(t) \times S(t) \times C(t) \times \varepsilon(t).$$

Мультиплікативна модель заснована на припущенні, що чотири компоненти часового ряду не обов'язково незалежні, і вони можуть впливати один на одного; тоді як в адитивній моделі припускається, що чотири компоненти не залежать одна від одної. Вибір між адитивною або мультиплікативною моделлю здійснюється на основі аналізу динаміки часового ряду. Якщо періодичні коливання значень часового ряду мають відносно постійну амплітуду, то краще використовувати адитивну модель. Якщо амплітуда коливань змінюється з плином часу, то застосовують мультиплікативну модель. У більшості випадках

мультиплікативну модель часового ряду зводять до адитивної шляхом логарифмування:

$$\ln X(t) = (T(t) \times \varepsilon(t)),$$

$$\ln(T(t) \times \varepsilon(t)) = \ln T(t) + \ln \varepsilon(t).$$

2.2 Поняття фрактала і фрактальної множини

Фракталами називають геометричні об'єкти: лінії, поверхні, просторові тіла, що мають сильно порізану форму і мають властивості самоподібності [6]. Самоподібність як основна характеристика фрактала означає, що він більш-менш одноманітно влаштований в широкому діапазоні масштабів. Так при збільшенні маленькі фрагменти фрактала виходять дуже схожими на великі. В ідеальному випадку така самоподібність призводить до того, що фрактальний об'єкт виявляється інваріантним щодо розтягувань, тобто йому, як кажуть, властива дилатаційна симетрія. Вона передбачає незмінність основних геометричних особливостей фрактала при зміні масштабу. Звичайно для реального природного фрактала існує мінімальний масштаб довжини l_{\min} , такий, що на відстанях $l \approx l_{\min}$ його основна властивість – самоподібність – зникає. Крім того, на досить великих масштабах довжин $l > l_{\max}$, де l_{\max} – характерний геометричний розмір об'єктів, ця властивість самоподібності також порушується. Тому властивості природних фракталів розглядаються лише на масштабах l , що задовольняють співвідношенню $l_{\min} \leq l \leq l_{\max}$.

Нехай d – звичайна Евклідова розмірність простору, в якому знаходиться наш фрактальний об'єкт. Покриємо тепер цей об'єкт цілком d -мірним «кулями» радіусу l . Припустимо, що нам було потрібно для цього не менше ніж $N(l)$ куль.

Тоді, якщо при досить малих l величина $N(l)$ змінюється з за степеневим

законом

$$N(l) \approx \frac{1}{l^D},$$

то D – називається фрактальною розмірністю цього об'єкта. Очевидно, що ця формула еквівалентна співвідношенню $N \approx (R/l)^D$.

2.2.1 Показник Херста

Показник Херста H був названий в честь Х.Е. Херста, який присвятив своє життя вивченню Нілу та інших річок, а також проблемами зберігання води. Серед інших питань Херст виявив, що рівень води в Нілі за 800-річний період проявляє ознаки самоподібності. Параметр Херста H , званий параметром самоподібності, знаходиться в діапазоні $0 < H \leq 1$ і являє собою ключову міру самоподібності, а точніше міру тривалості довгострокової залежності стохастичного процесу [16].

Розрахунок показник Херста є стійким, містить мінімальні припущення про досліджувану систему. Показник Херста дозволяє класифікувати випадкові тимчасові ряди. Так, якщо показник Херста відрізняється від 0.5, то це означає, що збільшення досліджуваного часового ряду не є корельованими, і досліджуваний часовий ряд є броунівським рухом. Якщо ж $0.5 < H \leq 1$, то це означає, що спостереження не є незалежними. Кожне спостереження несе пам'ять про всі попередні події, і це не короткочасна марковська пам'ять. Це довгострокова пам'ять, і теоретично вона зберігається завжди. Останні події мають більш сильний вплив, ніж події попередні. У довгостроковому масштабі система, яка дає статистику Херста $H > 0.5$, є результат взаємодії довгого потоку взаємопов'язаних подій. Те, що трапляється сьогодні, впливає на майбутнє. Те, де ми знахо-

димосся зараз, залежить від того, де ми були в минулому. Час тут виявляється дуже важливим фактором.

Якщо $H = 0.5$, то вчорашні події не впливають на сьогодні, а сьогоднішні події не впливають на майбутнє, тобто події некорельовані.

На противагу цьому при $0.5 < H \leq 1$ сьогоднішні події будуть мати значення завтра, тобто отримана інформація продовжує враховуватися через якийсь час. Це не просто автокореляція, коли вплив інформації швидко падає, а це довгострокова пам'ять, яка обумовлює інформаційний вплив протягом великих періодів часу. Зрозуміло, такий вплив все ж слабшає з часом, але все одно повільніше, ніж короткочасні залежності.

Відповідно до вищесказаного є три різних класифікації для показника Херста:

1) $H = 0.5$. Вказує на випадковий ряд, збільшення якого є випадковими і некорреліровані. Сьогодні не впливає на майбутнє. Функція щільності ймовірності може бути нормальною кривою, однак, це не обов'язкова умова. R/S аналіз може класифікувати довільний ряд, безвідносно до того, який вид розподілу йому відповідає;

2) $0 \leq H < 0.5$. Даний діапазон відповідає антиперсистентним, або ергодичним рядам. Такий тип системи часто називають «повернення до середнього». Якщо система демонструє «ріст» в попередній період, то, швидше за все, в наступному періоді почнеться спад. І навпаки, якщо йшло зниження, то ймовірний близький підйом. Стійкість такої антиперсистентного поведінки залежить від того, наскільки H близько до нуля. Такий ряд більш мінливий, ніж ряд випадковий, так як складається з частих реверсів спад-підйом;

3) $0.5 < H \leq 1$. Маємо персистентні, або трендостійкі ряди. Якщо ряд зростає (убуває) в попередній період, то з ймовірністю, тим більшою, чим показник H більше 0.5, він буде зберігати цю тенденцію якийсь час в майбутньому. Чим ближче H до 0.5, тим більше зашумлен ряд і тим менш виражений його тренд.

2.2.2 Мультифрактальні множини та часові ряди

Розглянемо фрактальний об'єкт, що займає певну обмежену область \mathfrak{Z} розміру L в Евклідовому просторі з розмірністю d . Нехай на якомусь етапі його побудови він визначається множиною з $N \geq 1$ точок, якимось розподілених в цій області. Будемо припускати, що $N \rightarrow \infty$. Далі нас будуть цікавити тільки зайняті комірки, в яких міститься хоча б одна точка. Нехай номер зайнятих комірок i змінюється в межах $i = 1, 2, \dots, N(\varepsilon)$, де $N(\varepsilon)$ – сумарна кількість зайнятих комірок, яка залежить від розміру комірки ε .

Нехай $n_i(\varepsilon)$ представляє собою кількість точок в комірці з номером i , тоді величина

$$p_i(\varepsilon) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n_i(\varepsilon)}{N}$$

представляє собою ймовірність того, що навмання взята точка з нашої множини знаходиться в комірці i .

З умови нормування ймовірності випливає, що:

$$\sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i(\varepsilon) = 1.$$

Ведемо тепер узагальнену статистичну суму $Z(q, \varepsilon)$, яка характеризується показником ступеня q , який може приймати будь-які значення в інтервалі $-\infty < q < +\infty$.

$$Z(q, \varepsilon) = \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i^q(\varepsilon).$$

Спектр узагальнених фрактальних розмірностей D_q , що характеризують даний розподіл точок в області \mathfrak{S} , визначається за допомогою співвідношення:

$$D_q = \frac{\tau(q)}{q-1},$$

де функція $\tau(q)$ має вигляд:

$$\tau(q) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln Z(q, \varepsilon)}{\ln \varepsilon}.$$

Якщо $D_q = D = \text{const}$, тобто не залежить від q , дана множина точок являє собою звичайний фрактал, який характеризується лише однією величиною – фрактальною розмірністю D . Якщо функція D_q якось змінюється з q , то множина є мультифракталом.

Таким чином мультифрактал в загальному випадку характеризується деякою нелінійною функцією $\tau(q)$, яка визначає поведінку статистичної суми $Z(q, \varepsilon)$ при $\varepsilon \rightarrow 0$:

$$Z(q, \varepsilon) = \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i^q(\varepsilon) \approx \varepsilon^{\tau(q)}. \quad (2.1)$$

У разі звичайного регулярного фрактала з фрактальною розмірністю D в усіх зайнятих комірках міститься однакова кількість точок

$$n_i(\varepsilon) = \frac{N}{N(\varepsilon)}.$$

Тоді очевидно, що $p_i(\varepsilon) = 1/N(\varepsilon)$, і узагальнена статистична сума має

ВИГЛЯД:

$$Z(q, \varepsilon) = N^{1-q}(\varepsilon). \quad (2.2)$$

Врахуємо тепер, що, згідно з визначенням фрактальної розмірності, число зайнятих комірок при досить малому ε поводить ся таким чином

$$N(\varepsilon) \approx \varepsilon^{-D}.$$

Підставляючи це в формулу (2.2) і порівнюючи з (2.1), ми приходимо до висновку, що в разі звичайного фрактала функція

$$\tau(q) = (q - 1)D.$$

тобто є лінійною. Тоді всі $D_q = D$ не залежать від q . Для фрактала, всі узагальнені фрактальні розмірності D_q якого збігаються, часто використовується термін монофрактал.

Якщо розподіл точок по комірках не однаковий, то фрактал є неоднорідним, тобто представляє із себе мультифрактал, і для його характеристики необхідний цілий спектр узагальнених фрактальних розмірностей D_q , число яких, в загальному випадку нескінченно.

Мультифрактальні стохастичні процеси представлені узагальненим показником Херста $h(q)$, величина якого визначається параметром q . Узагальнений показник Херста пов'язаний з функцією $\tau(q)$ співвідношенням:

$$\tau(q) = qh(q) - 1.$$

2.3 Флуктуаційний аналіз

У функціонуванні багатьох складних систем в природі дуже важливу роль відіграють як детерміновані, так і випадкові фактори, тому спостережувана складна динаміка може бути викликана поєднанням різних механізмів. Характерні часові масштаби цих систем часто варіюються в широкому діапазоні значень, що може призвести до такого явища як не експоненціальний закон спадання автокореляції функції. Для випадкових процесів досить характерним є ступінь залежності в поведінці автокореляційної або функції спектральної щільності. Точна характеристика моделей втрати кореляції важлива при аналізі різних систем, оскільки дозволяє робити висновки про наявність і особливості «довгострокової пам'яті» в їх динаміці.

Безпосередньо розрахунки автокореляційної функції для часових рядів обмежуються досить невеликими значеннями τ в порівнянні з сигналом, що вивчається. Крім того, для випадкових процесів функція автокореляції швидко спадає до нуля. Таким чином, починаючи з деяких τ , значення автокореляційної функції стають настільки малими, що їх можна порівняти з помилками розрахунку, які виникають при аналізі сигналів остаточної тривалості. В результаті у великих проміжках часу здатність відстежувати закономірності зниження кореляції просто недоступна (в рамках аналізу класичної кореляції).

2.3.1 Загальні відомості про флуктуаційний аналіз

За останні двадцять років було запропоновано декілька методів вирішення таких проблем і вивчення специфіки довгострокових кореляцій в структурі сигналу. Припустимо, що автоковаріаційна функція $K(\tau)$ демонструє стійку залежність значень часового аргументу $\tau > \tau_1$

$$K(\tau) \approx \tau^{-\gamma}.$$

Тоді для спектральної щільності потужності в частотному діапазоні $\omega < 2\pi/\tau_1$ будуть справедливі наступні вирази

$$S(\omega) \approx \omega^{-\beta}. \quad (2.3)$$

Значення γ и β прийнято називати скейлінговими показниками. Для процесів з обмеженою енергією

$$\int_0^{\infty} S(\omega) d\omega < \infty.$$

Значення β обмежено діапазоном $0 < \beta < 1$. Якщо скейлінговий показник γ на великих проміжках часу також приймає значення в діапазоні $0 < \gamma < 1$, то між β і γ існує просте співвідношення

$$\beta = 1 - \gamma.$$

Якщо автоковаріаційна функція спадає швидше ніж τ^{-1} , то в межах $\omega \rightarrow 0$ спектральна щільність потужності наблизиться до постійного значення $\beta = 0$. При цьому на високих частотах спектральна щільність може поводитися відповідно до залежності (2.3). Як вже зазначалось, з великими τ автокореляційна функція приймає невеликі значення (близько нуля), що призводить до збільшення статистичних помилок. Як наслідок, характеристика γ не може бути визначена, оскільки автокореляційна функція просто «розчиняється» в шумі. Основна ідея флуктуаційного аналізу полягає в перетворенні спадаючої автокореляційної функції, яка буде менш чутливою до статистичних помилок.

Цей аналіз використовується саме для виявлення наслідків довгострокових кореляцій в досліджуваному процесі. Існують різні варіанти флуктуаційного аналізу. У всіх варіантах на першому кроці алгоритму підсумовуються значення часового ряду $\tau x(i)$, $i = 1, 2, \dots, N$,

$$y(k) = \sum_{i=1}^k x(i), \quad (2.4)$$

де $k = 1, 2, \dots, N$.

2.3.2 Звичайний флуктуаційний аналіз

У цьому методі послідовність $y(k)$ ділиться на неперекриті часом сегменти довжиною s .

І розглядаються прирости значень y в кінцевих точках цих сегментів:

$$\Delta y_j(s) = y(js + 1) - y((j-1)s + 1),$$

які розраховані для $j = 1, \dots, J$, де $J = \left[\frac{N-1}{s} \right]$, а квадратні скобки означають цілу частину числа. Далі вводять наступну характеристику

$$F_{fa}^2(s) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \Delta y_j(s)^2 = \overline{\Delta y(s)^2},$$

де верхня лінія означає усереднення в усіх сегментах.

Для автоковаріаційної функції процесу $x(i)$, спадаючої по закону $K(\tau) \approx \tau^{-\gamma}$, $\tau > t_0$. Існує взаємозв'язок τ і скейлінговим показником, який опи-

сує степеневий характер функції $F_{fa}^2(s) \approx s^\alpha$, де $\alpha \approx H$ (показник Херста), для монофракталів. Зокрема $0 < \gamma < 1$ справедливі наступні вирази:

$$F_{fa}^2(s) \approx s^{2-\gamma}, \quad \alpha = 2 - \gamma.$$

Аналогічно, при наявності степенного характеру приватної залежності функції спектральної щільності потужності $S(\omega) \approx \omega^{-\beta}$ на низьких частотах, потім відповідно до співвідношення $\beta = 1 - \gamma$ можна записати його

$$F_{fa}^2(s) \approx s^{\beta+1}, \quad \alpha = \beta + 1.$$

Характеристика $F_{fa}^2(s)$ слабо чутлива до швидких флуктуацій і не дозволяє забезпечити гарне вирішення різних степеневих законів високочастотної області. З її допомогою також не вдається забезпечити гарний дозвіл проміжних скейлінгових характеристик, якщо аналізуються складні сигнали, для яких поведінку $K(\tau)$ не можна описати одним показником. γ .

2.3.3 Аналіз флуктуацій відносно тренда

В рамках даного методу тимчасової ряд спочатку приводитися до нульового середнього значення

$$x^*(i) = x(i) - \langle x(i) \rangle.$$

Подібно до попереднього підходу, розраховується сума

$$y(k) = \sum_{i=1}^k x(i),$$

потім послідовність $y(k)$ розділяється на ділянки (сегменти) однакової довжини n .

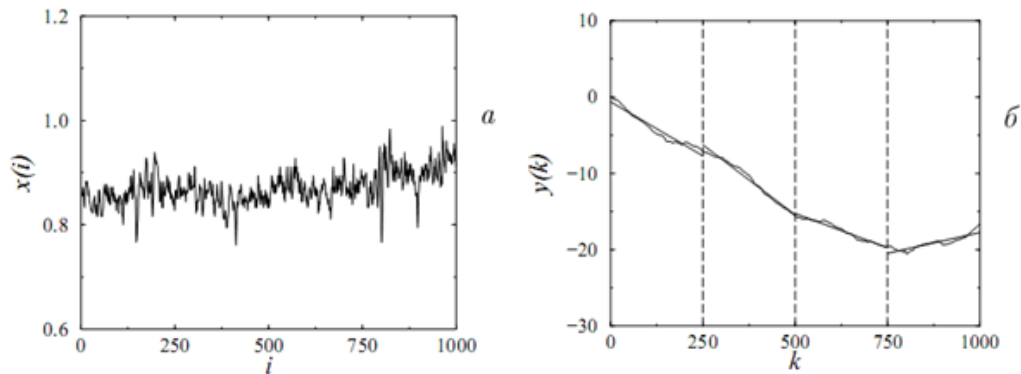


Рисунок 2.1 – Аналізований часовий ряд (а) та послідовність $y(k)$ (б)

Для кожної ділянки проводиться лінійна апроксимація даних, методом найменших квадратів визначається рівняння прямої $y_n(k)$, представляє локальний тренд в межах одного сегмента. Далі він усувається в кожному сегменті шляхом переходу до різниці $y(k) - y_n(k)$, і проводиться аналіз середньоквадратичного відхилення від локального тренду, тобто обчислюється функція

$$F_{dfa}(n) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y(k) - y_n(k)]^2}.$$

Такі обчислення повторюються для різних масштабів, щоб отримати залежність $F_{dfa}(n)$ в широкому діапазоні значень параметра n . Зазвичай з ростом n функція $F_{dfa}(n)$ також зростає, і лінійна залежність $\lg F_{dfa}(n)$ від $\lg n$ свідчить про наявність властивості масштабної інваріантності (скейлінгу), яка проявляється в ступеневій залежності:

$$F_{dfa}(n) \approx n^\alpha, \text{ де } \alpha = H. \quad (2.5)$$

У цьому випадку флуктуації можна охарактеризувати показником Херста H , що представляє собою нахил відповідної лінійної ділянки при поданні залежності (2.5) в подвійному логарифмічному масштабі.

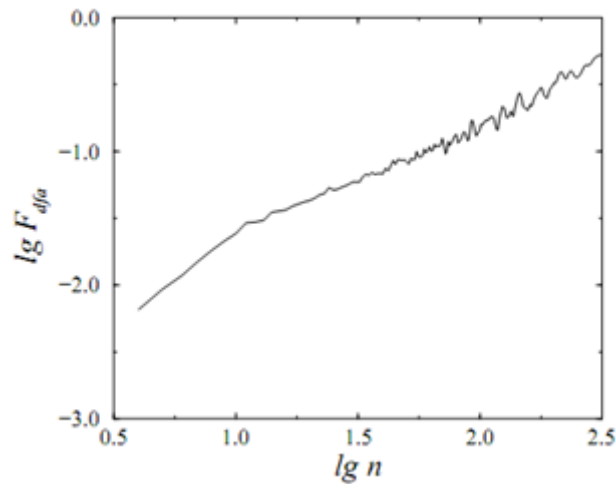


Рисунок 2.2 – Залежність $F_{dfa}(n)$ в подвійному логарифмічному масштабі демонструє наявність ділянки близької до лінійної $\lg n > 1$

Перевага даного методу в порівнянні з простим флуктуаційним аналізом полягає в тому, що з'являється можливість аналізувати нестационарні процеси. Хоча ми намагаємося апроксимувати тренд прямою лінією, можна розглядати й інші варіанти апроксимації (поліномами, сплайнами і т.п.), також розглядаючи флуктуації щодо локального тренда. Якщо ж при аналізі нестационарних процесів тренд зовсім не усунути, то можна зробити хибні висновки при розрахунку скейлінгових характеристик. Розглянутий варіант флуктуаційного аналізу в даний час є одним з найбільш широко використовуваних методів дослідження тривалих кореляцій в нестационарних процесах.

2.3.4 Мультифрактальний флуктуаційний аналіз

Алгоритм цього методу зводиться до наступних кроків. Спочатку з $x(k)$, $k = 0, 1, 2, \dots, N$ виділяємо флуктуаційний профіль

$$y(i) = \sum_{k=1}^i [x(k) - \bar{x}], \quad (2.6)$$

розрахований від середньої величини \bar{x} . Потім розділюємо отримані значення $y(i)$, які не перетинають довжину s , число яких дорівнює всьому значенню $N_s = \lfloor N/s \rfloor$. Так як довжина ряду N не завжди кратна обраній шкалі s , то в загальному випадку остання ділянка містить число точок, менше ніж s . Для обліку цього залишку слід повторити процедуру ділення на сегменти, починаючи з протилежного кінця ряду. В результаті повне число сегментів, що володіють довжиною s , складе $2N_s$.

Оскільки зміна випадкової величини $y(i)$ відбувається поблизу значення $y_v(i) \neq 0$, обумовленого певною тенденцією (трендом) еволюції ряду, то далі треба знайти локальний тренд $y_v(i)$ для кожного з $2N_s$ сегментів. При цьому зручніше використовувати метод найменших квадратів, представляючи тренд $y_v(i)$ поліномом, ступінь якого вибирається таким чином, щоб забезпечити інтерполяцію з помилкою, що не перевищує задану межу. Потім визначаємо дисперсію

$$F^2(v, s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \left\{ y[(v-1)s + i] - y_v(i) \right\}^2 \quad (2.7)$$

для сегментів $v = 1, \dots, N_s$, наступних в прямому напрямленні.

І відповідне значення

$$F^2(\nu, s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \left\{ y[N - (\nu - 1)s + i] - y_\nu(i) \right\}^2, \quad (2.8)$$

для оберненої послідовності $\nu = N_s + 1, \dots, 2N_s$.

На наступному кроці вводимо деформовану дисперсію

$$F_q(s) = \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{\nu=1}^{2N} [F^2(\nu, s)]^{\frac{q}{2}} \right\}^{\frac{1}{q}}, \quad (2.9)$$

отриману зведенням виразів (2.7), (2.8) у ступінь q і подальшим усередненням по всім сегментам. Оскільки при $q = 0$ рівність (2.9) містить в собі невизначеність, то замість нього слід використовувати граничне вираження

$$F_q(s) = \exp \left\{ \frac{1}{4N} \sum_{\nu=1}^{2N} \ln [F^2(\nu, s)] \right\}. \quad (2.10)$$

Змінюючи часову шкалу s при фіксованому показнику q , находим залежність $F_q(s)$, представляючи її в подвійних логарифмічних координатах. Якщо досліджуваний ряд зводиться до самоподібної множини, яка виявляє довгострокові кореляції, то флуктуаційна функція $F_q(s)$ представляється ступеневою залежністю

$$F_q(s) \approx s^{h(q)}, \quad (2.11)$$

з узагальненим показником Херста $h(q)$, величина якого визначається параметром q . З визначень (2.9), (2.11) випливає, що при $q = 2$ цей показник зводиться до звичайного значення H . Для часових рядів, які відповідають монофракталь-

ній множині, флуктуаційна функція $F^2(v, s)$ однакова для всіх сегментів v , і узагальнений показник Херста $h(q) = H$ не залежить від формату деформації q . Для мультифрактальних рядів при позитивних q основний внесок в функцію $F_q(s)$ дають сегменти v , які проявляють великі відхилення $F^2(v, s)$, а при негативних q домінують сегменти з малими дисперсіями $F^2(v, s)$. В результаті можна зробити висновок, що при негативних значеннях q узагальнений показник Херста $h(q)$ описує сегменти, які виявляють малі флуктуації, а при позитивних – великі.

3 ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ

3.1 MatLAB як середовище для реалізації програми

Для того щоб реалізувати задачу за допомогою ЕОМ, використовують мови програмування та середовища для розробки, які включають в себе пакети прикладних програм. Для початку треба розробити алгоритм дій, а потім виконати його в одному із таких середовищ.

MATLAB – пакет прикладних програм для вирішення задач та технічних обчислень. MATLAB поєднує в собі робоче середовище, налаштоване для ітераційних процесів аналізу і проектування за допомогою мови програмування [14].

Серед основних областей застосування MatLAB – математичні розрахунки, розробка алгоритмів, моделювання, аналіз даних і візуалізація, наукова і інженерна графіка розробка додатків, включаючи графічний інтерфейс користувача. MatLAB вирішує безліч комп'ютерних завдань - від збору і аналізу даних до розробки готових додатків. Серед MatLAB об'єднує в собі математичні обчислення, візуалізацію і потужний технічний мову. вбудовані універсальні інтерфейси дозволяють легко працювати з зовнішніми інформаційними джерелами, а також здійснювати інтеграцію з процедурами, написаними на мовах високого рівня [14]. Мультиплатформенність MatLAB зробила його одним з найбільш поширених продуктів – він фактично став прийнятим в усьому світі стандартом технічних обчислень. MatLAB має широкий спектр застосувань, в тому числі, цифрову обробку сигналів і зображень, проектування систем управління, природничі науки, фінанси, економіку, приладобудування.

Головні переваги мови технічних обчислень MatLAB, які вигідно відрізняють її серед інших існуючих нині математичних систем і пакетів, полягають у наступному:

– система MatLAB спеціально створена для проведення саме інженерних розрахунків: математичний апарат, який використовується в ній, гранично на-

ближений до сучасного математичного апарату інженера і спирається на обчислення з матрицями, векторами і комплексними числами;

- мова програмування системи MatLAB дуже проста і близька до мови BASIC;

- на відміну від більшості математичних систем, MatLAB є відкритою системою, це означає, що практично всі процедури і функції MatLAB доступні не тільки для використання, але і для коригування та модифікування;

- можна складати власні окремі програми з метою багаторазового їх використання для досліджень. Це робить MatLAB незамінним засобом проведення наукових розрахункових досліджень.

Можливості системи величезні, а за швидкістю виконання завдань вона випереджає багато інших подібних систем. За цим міркування в якості робоче середовище моделювання була обрано середовище MatLAB для часового ряду та обчислення параметра Херста.

3.2 Програмна реалізація у середовищі MatLAB

Програмна реалізація виконувалася у середовищі розробки MatLab, яка дозволила створювати програмні продукти у вигляді електронних документів.

Реалізація алгоритму МФДФА була зроблена у математичному пакеті MatLab бо він має багато зручних інструментів для побудови графіків і більш зручний для написання програм математичного характеру.

Програма будує наступні графіки:

- графік часового ряду;
- графік відносного показника Херста.

Лістинг програми наведений у Додатку А.

4 РЕЗУЛЬТАТИ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

Метою написання програмного продукту є визначення основних компонент та характеристик часового ряду, на підставі яких можна казати про поведінку та особливості процесу.

В рамках поставленої задачі, в роботі представлені результати чисельного експерименту аналізу статистичних даних трьох газорозподільних станцій про споживання газу, були побудовані моделі часових рядів. Довжина реалізацій по 8000 значень. Кожен ряд був розбитий на ділянки, для яких характерні: спадання, стаціонарність та збільшення об'єму природного газу. Для побудованих рядів був розрахований узагальнений показник Херста методом МФДФА та висновок щодо результатів порівняння значень реалізацій. Далі газорозподільні станції будуть позначатись як станції: *A*, *B* і *C* а їх ділянки (1), (2), (3), для яких характерні: спад, стаціонарність та збільшення обсягів споживання газу.

Побудова часового ряду для станції *A* зображена на рисунку 4.1.

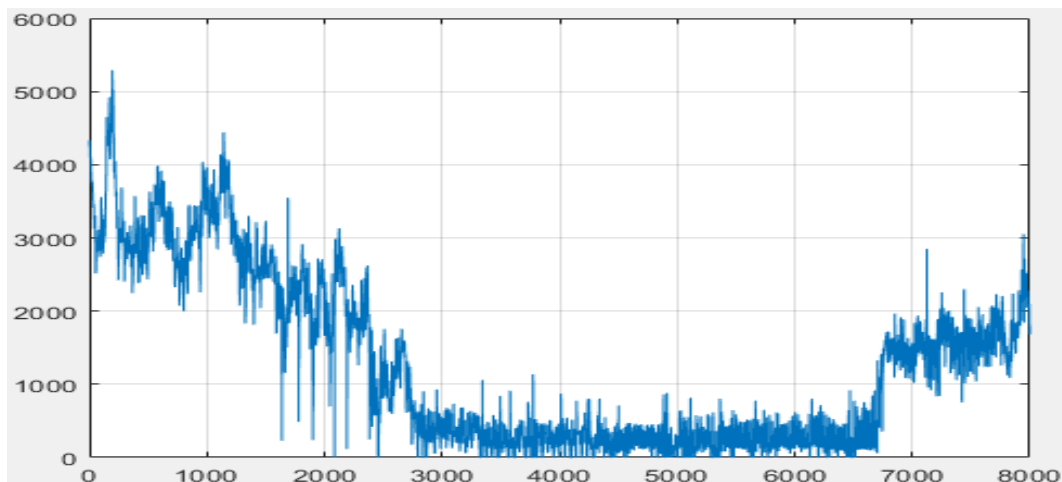


Рисунок 4.1 – Часовий ряд даних про споживання природного газу для станції *A*

Аналізуючи часовий ряд, зображений на рисунку 4.1 можна казати про його нестационарність, яка обумовлена трендом. Часовий ряд умовно можна поділити на три ділянки, для яких властиві спад, стаціонарність та підйом. На

основі цього, можна казати, що ряду характерна сезонність, яка викликана порами року. Взимку для підтримки експлуатаційного режиму та опалення об'єктів і приміщень є потреба в великій кількості газу, влітку ця потреба зникає.

На часовому ряді ми спостерігаємо плавне зменшення обсягів споживання газу під кінець зими, ця тенденція продовжується до початку літа. Впродовж літньої пори спостерігається стаціонарність, яка змінюється тенденцією збільшенням об'ємів споживання газу на середину осені і до кінця зими.

Для знаходження оцінки узагальненого параметра Херста $h(q)$, за формулою (1.2), обчислюється флуктуаційна функція $F_{dfa}(\tau)$ і будується лінійна регресія на $\log(\tau)$ та $\log F(\tau)$. Розглядається тільки ділянка, близька до лінійної $\lg \tau > 1$. Тангенс кута нахилу прямої, що апроксимує отримані точки, визначає значення величини $h(q)$. На рисунку 4.2 представлена флуктуаційна функція $F_q(\tau)$ для значення параметра $q = 2$.

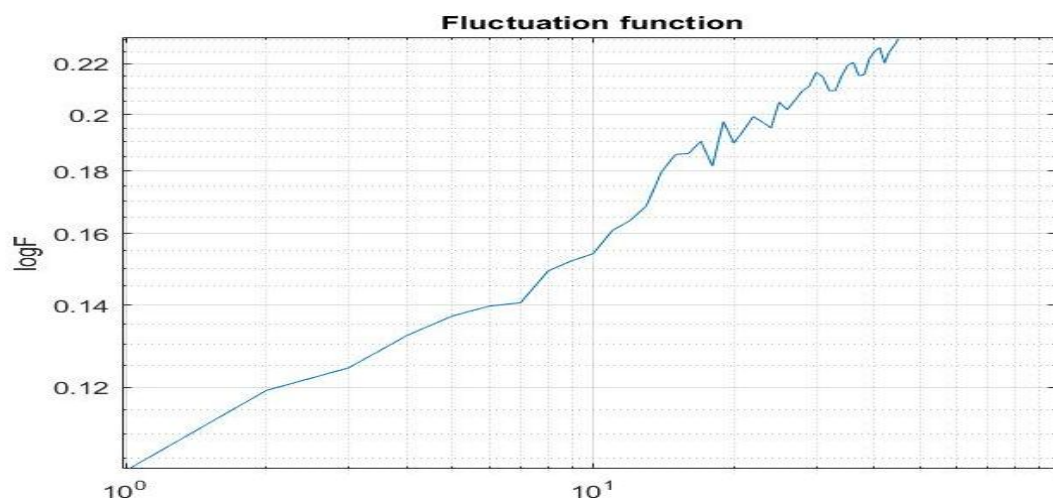
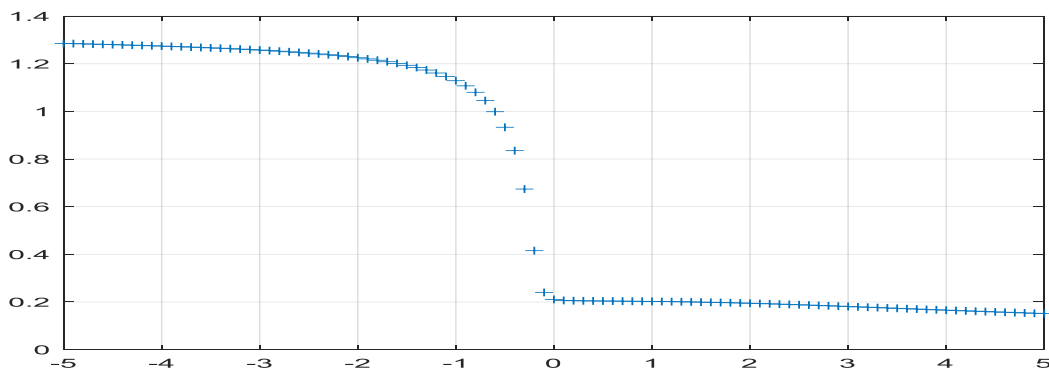
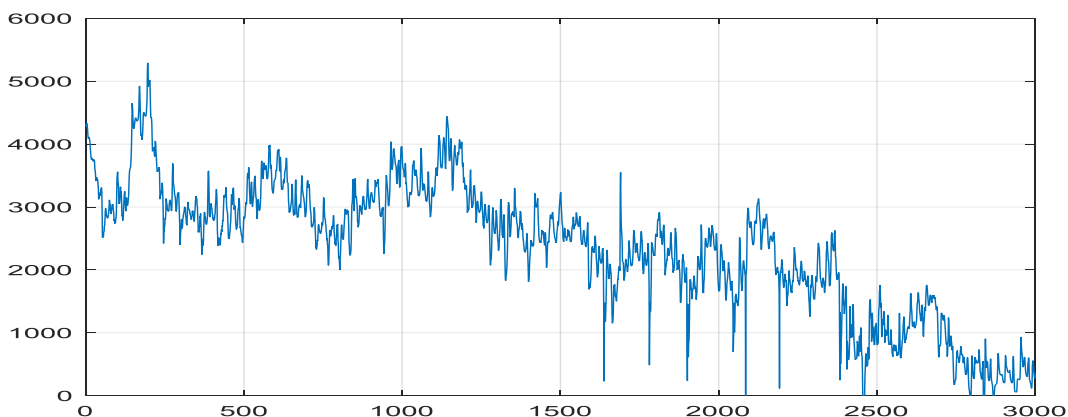
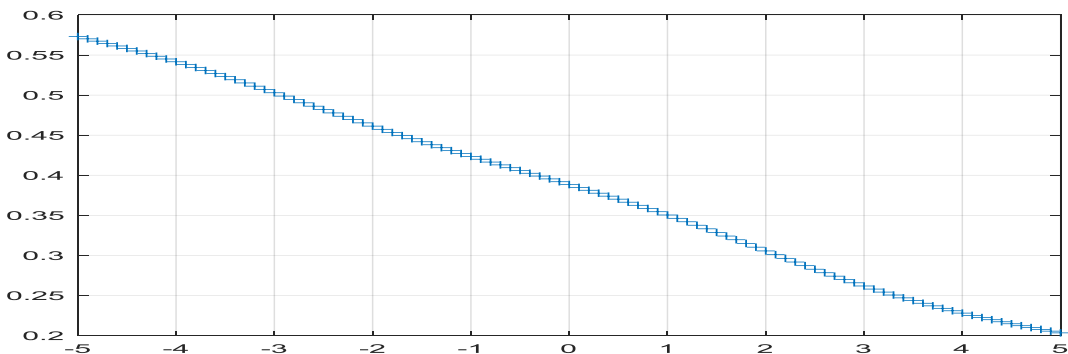


Рисунок 4.2 – Залежність $F_q(\tau)$ для $q = 2$

На рисунку 4.2 побудований графік узагальненого показника Херста $h(q)$, для значень параметра q в інтервалі $[-5;5]$.

Рисунок 4.3 – Графік значень $h(q)$

Далі розбиваємо часовий ряд, який відображає споживання газу для станції A , на три ділянки, які, як зазначалось вище, позначаються як ділянки (1), (2), (3) і, за допомогою флуктаційної функції (1.2), обчислюємо для них узагальнений параметр Херста $h(q)$. Параметр q приймає значення в інтервалі $[-5;5]$. Процес відображений на рисунках 4.4 – 4.9.

Рисунок 4.4 – Часовий ряд для ділянки $A(1)$ Рисунок 4.5 – Графік значень $h(q)$ для ділянки $A(1)$

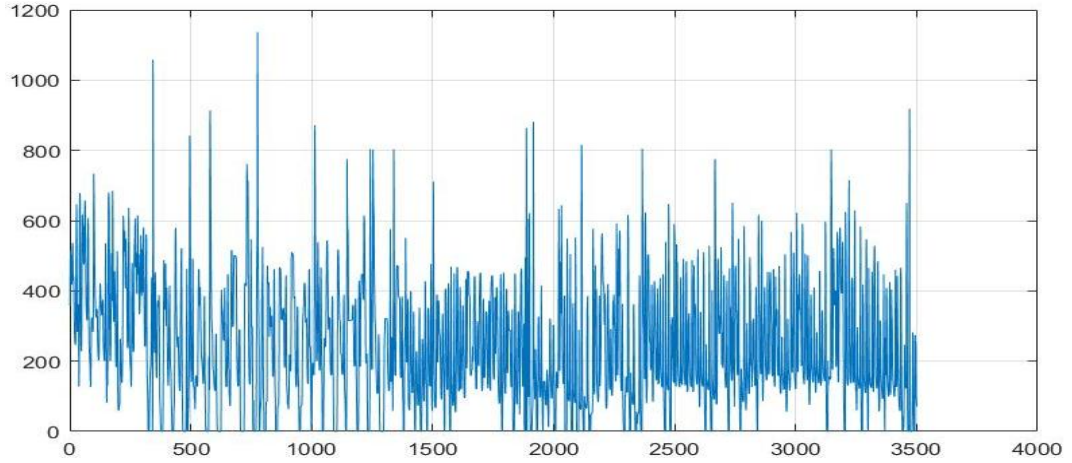


Рисунок 4.6 – Часовий ряд для ділянки А(2)

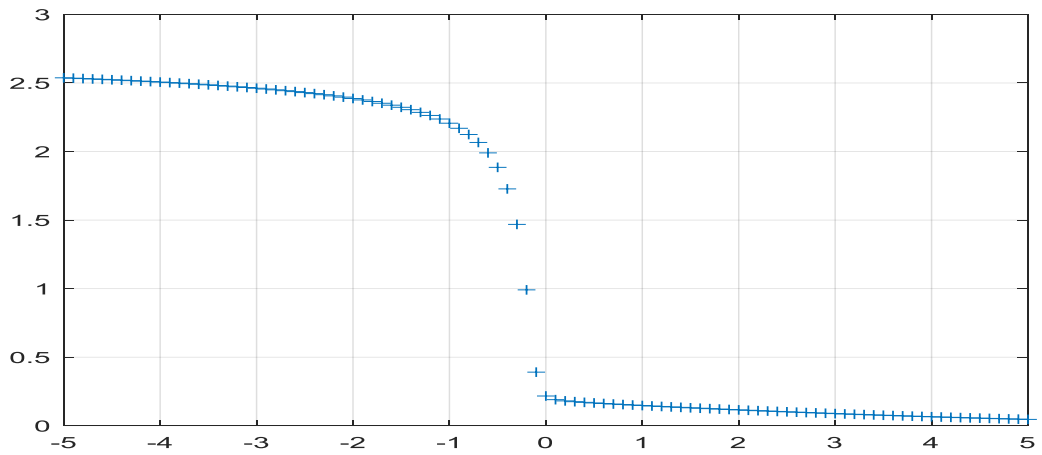
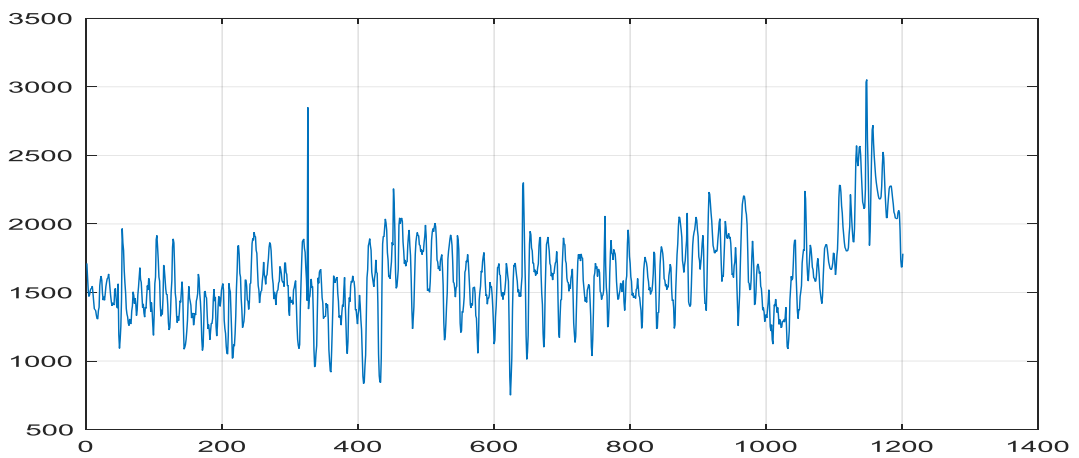
Рисунок 4.7 – Графік параметра $h(q)$ для ділянки А(2)

Рисунок 4.8 – Часовий ряд для ділянки А(3)

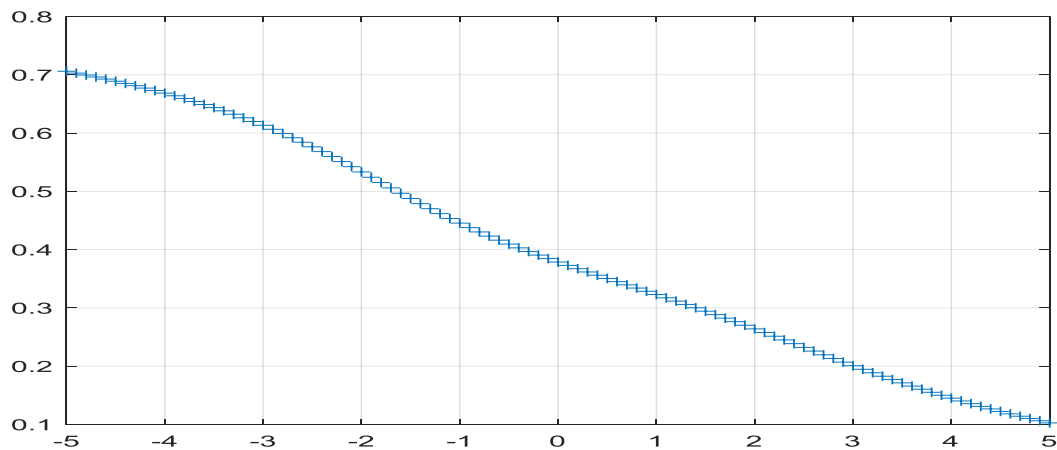


Рисунок 4.9 – Графік параметра $h(q)$ для ділянки A(3)

Тепер, аналогічно до обчислення флуктуацій та параметра $h(q)$ для станції A та її ділянок, обчислимо флуктуаційну функцію та узагальнений параметр $h(q)$ для станції B та її ділянок. Процес зображено на рисунках 4.10 – 4.17.

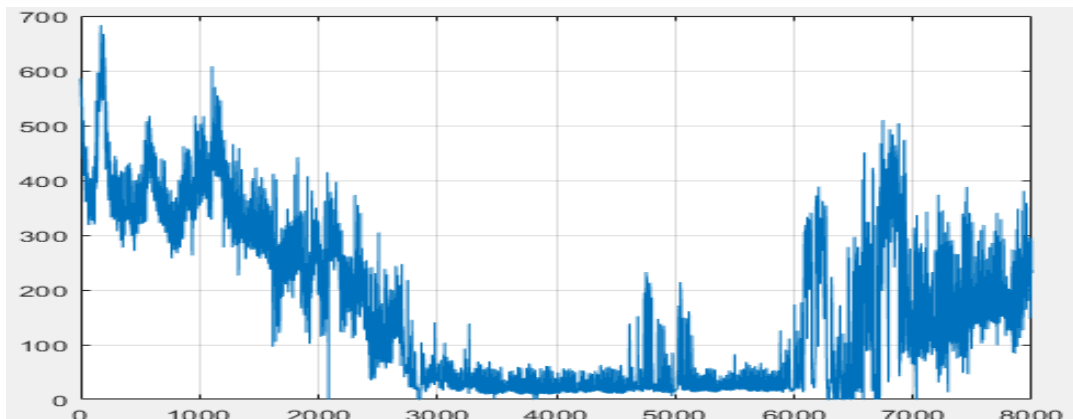


Рисунок 4.10 – Часовий ряд для станції B

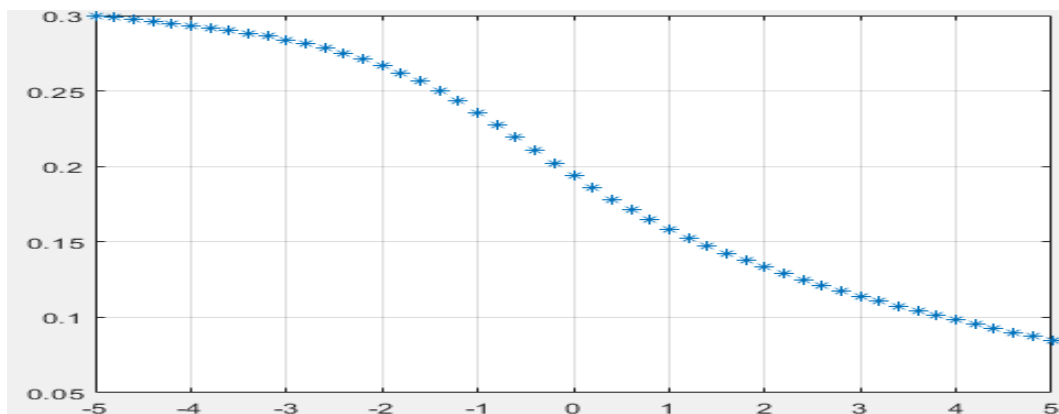


Рисунок 4.11 – Графік параметра $h(q)$ для станції B

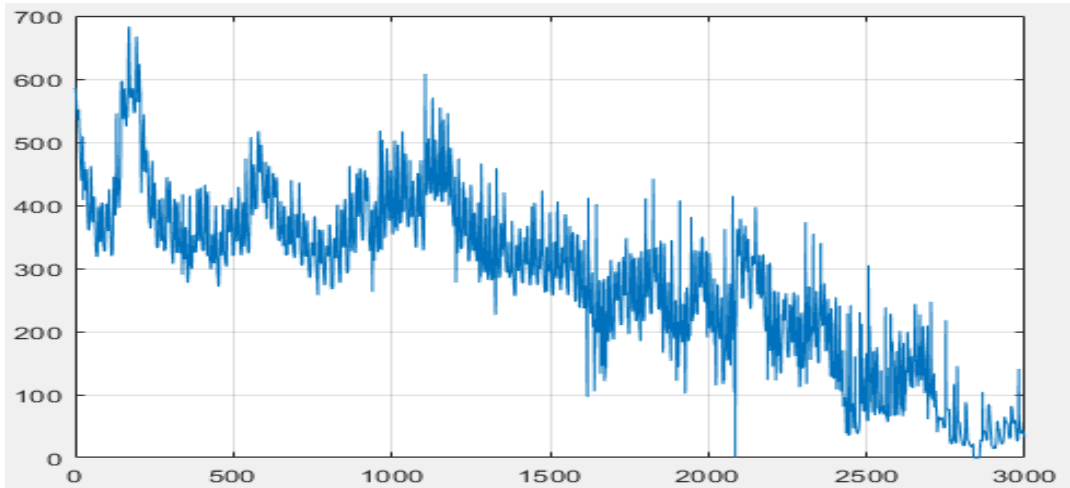


Рисунок 4.12 – Часовий ряд для ділянки $B(1)$

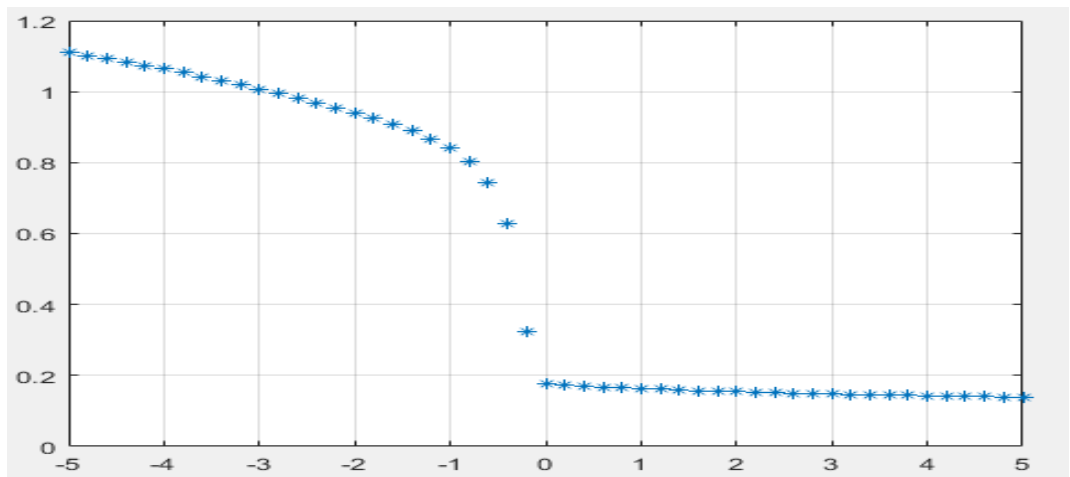


Рисунок 4.13 – Графік параметра $h(q)$ для ділянки $B(1)$

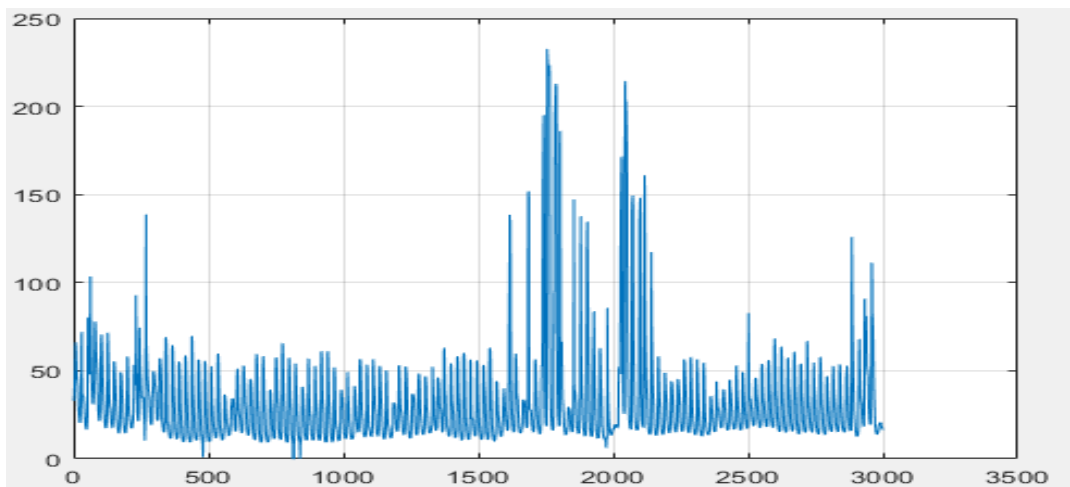


Рисунок 4.14 – Часовий ряд для ділянки $B(2)$

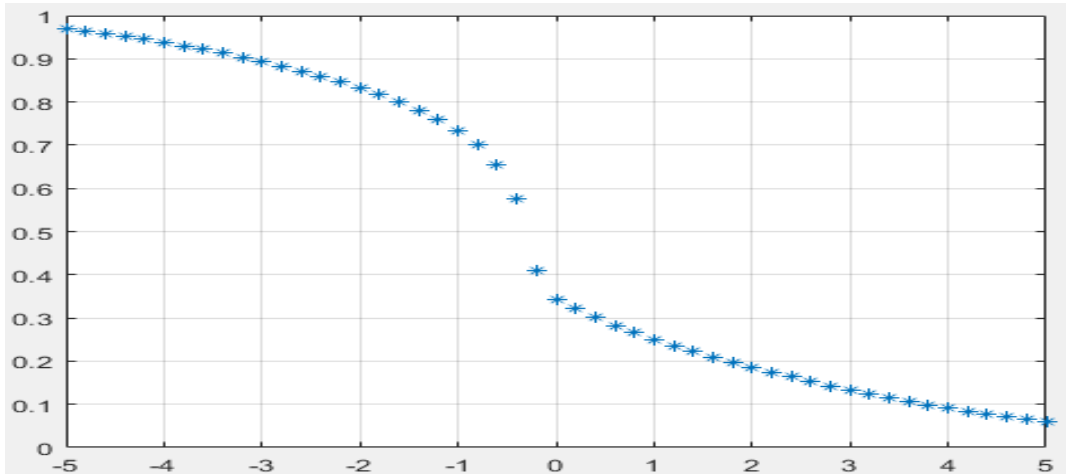


Рисунок 4.15 – Графік параметра $h(q)$ для ділянки $B(2)$

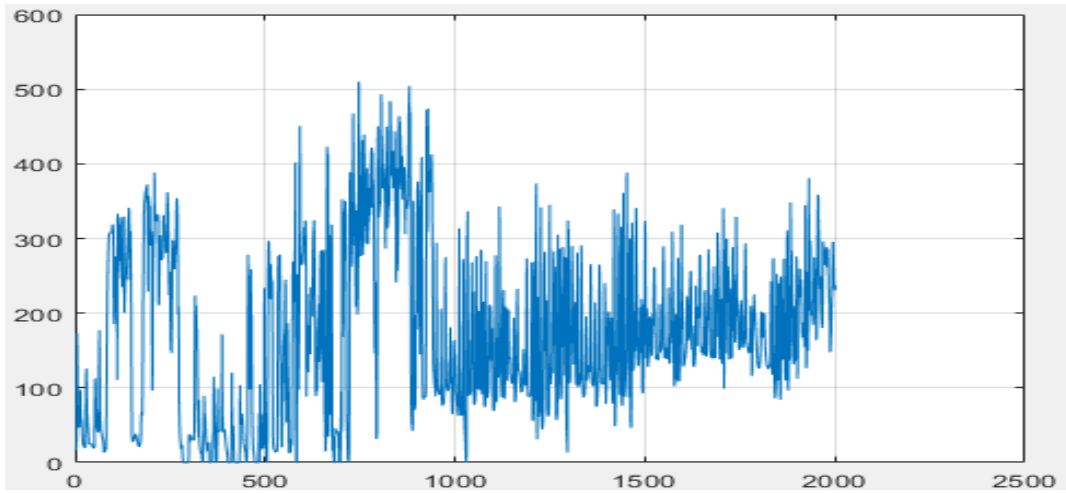


Рисунок 4.16 – Часовий ряд для ділянки $B(3)$

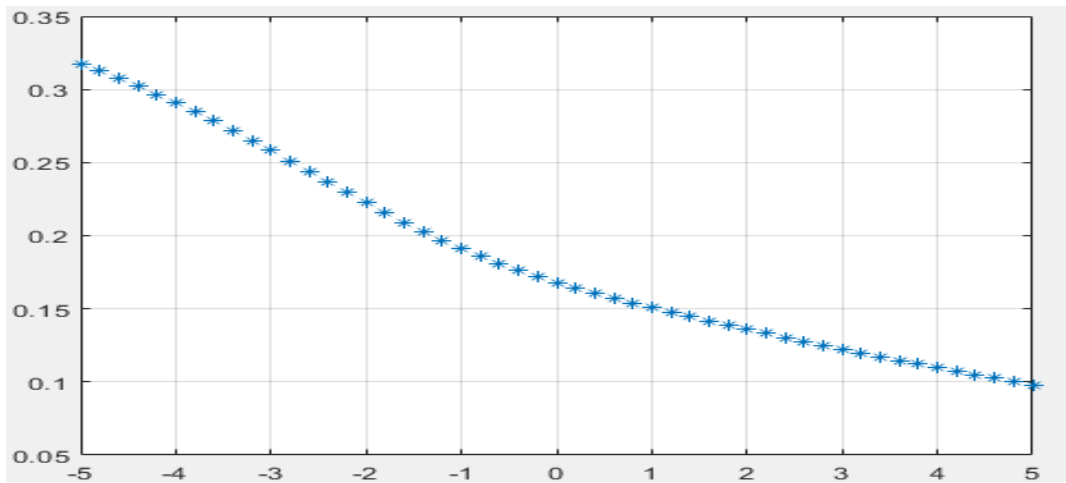


Рисунок 4.17 – Графік параметра $h(q)$ для ділянки $B(3)$

Результат обчислення флуктуаційної функції $F_{dfa}(\tau)$ та знаходження узагальненого параметра Херста $h(q)$ для станції C та її ділянок наведено на рисунках 4.18– 4.25.

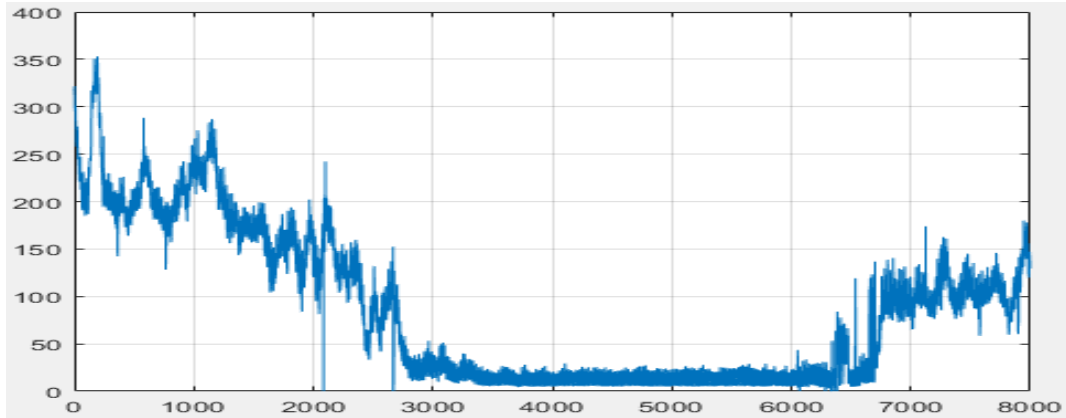


Рисунок 4.18 – Часовий ряд для станції C

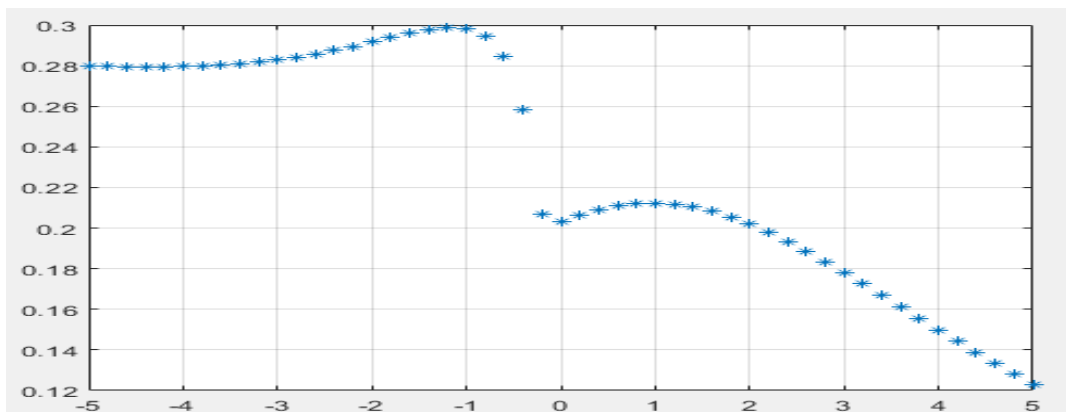


Рисунок 4.19 – Графік параметра $h(q)$ для станції C

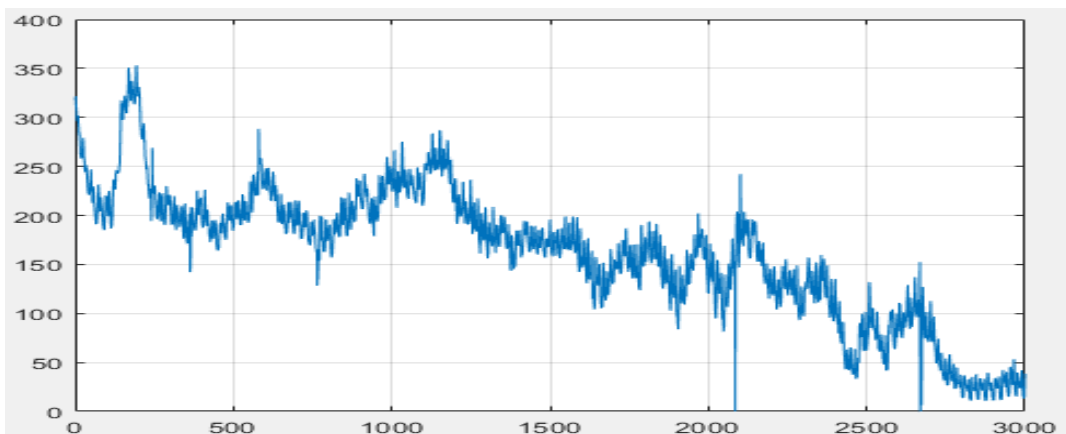
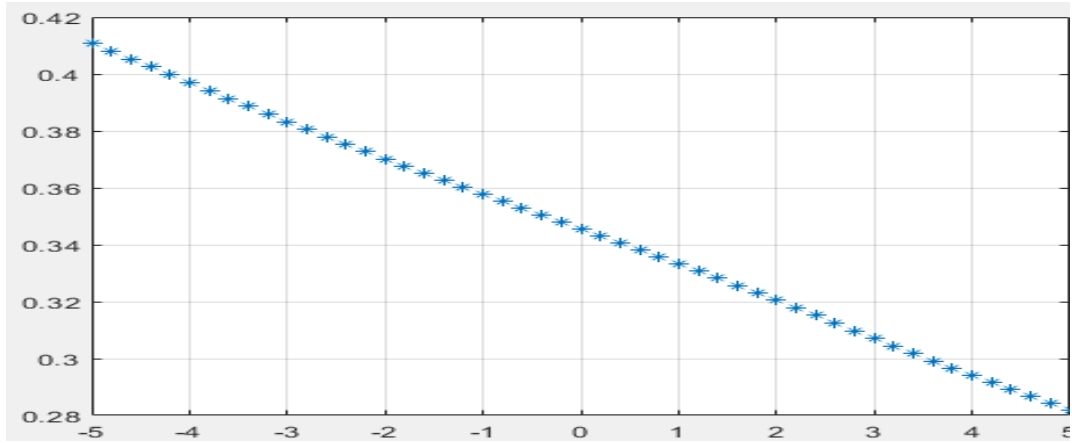
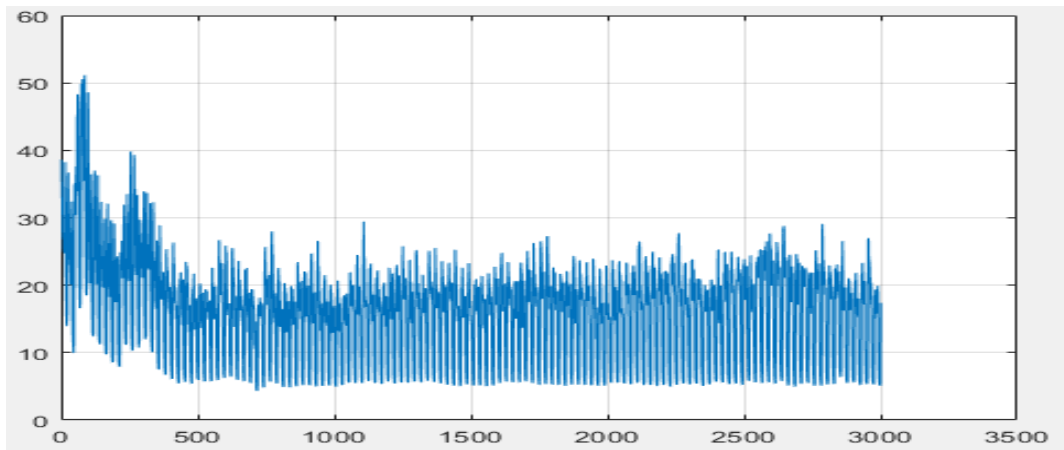
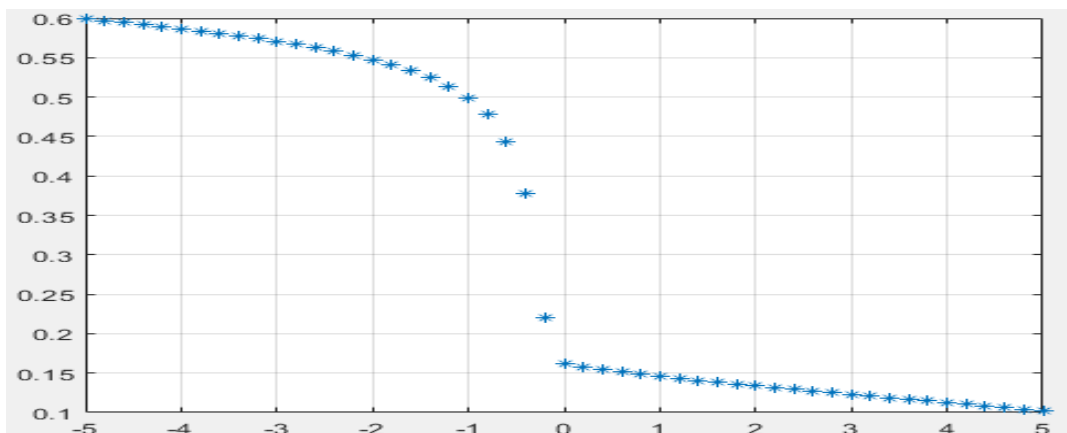
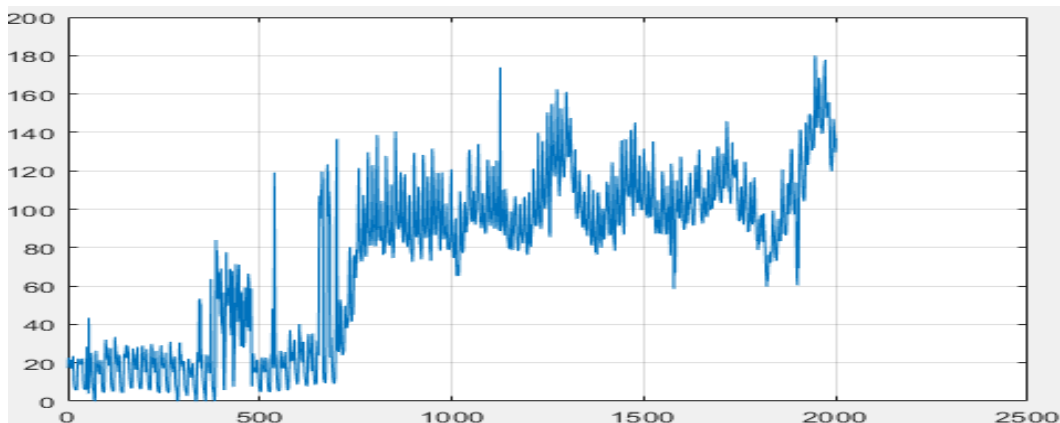
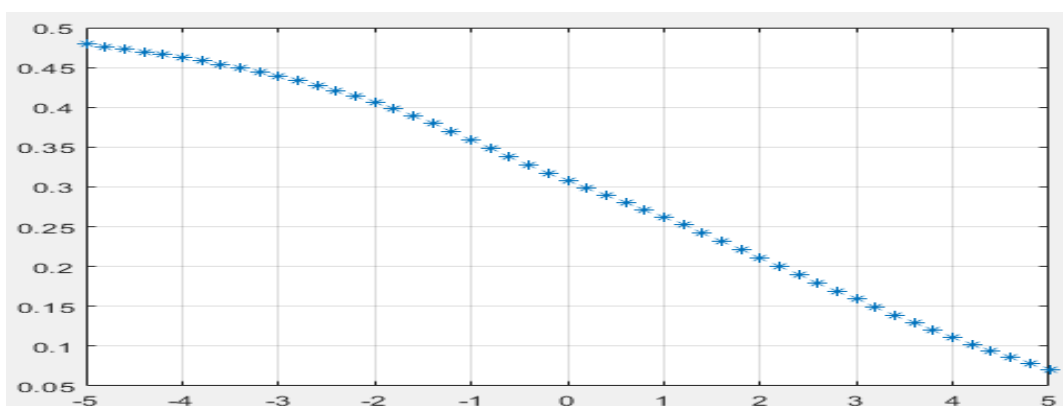


Рисунок 4.20 – Часовий ряд для ділянки $C(1)$

Рисунок 4.21 – Графік параметра $h(q)$ для ділянки $C(1)$ Рисунок 4.22 – Часовий ряд для ділянки $C(2)$ Рисунок 4.23 – Графік параметра $h(q)$ для ділянки $C(2)$

Рисунок 4.24 – Часовий ряд для ділянки $C(3)$ Рисунок 4.25 – Графік параметра $h(q)$ для ділянки $C(3)$

Результати обчислень для зручності занесемо до таблиць 4.1 – 4.4. До таблиць занесені результати обчислень узагальненого показника Херста $h(q)$, та оцінка параметра мультфрактальності Δh . В таблиці 4.1 результати обчислень повних рядів трьох станцій. В таблицях 4.2 – 4.4 результати обчислень окремих ділянок трьох станцій.

Таблиця 4.1 – Значення $h(q)$ для газорозподільних станцій A , B і C

| | H | Δh | $h(-5)$ | $h(5)$ |
|-----|------|------------|---------|--------|
| A | 0,2 | 1,11 | 1,29 | 0,18 |
| B | 0,13 | 0,22 | 0,3 | 0,08 |
| C | 0,2 | 0,16 | 0,28 | 0,12 |

Таблиця 4.2 – Значення $h(q)$ для ділянки (1) станцій A , B і C

| | H | Δh | $h(-5)$ | $h(5)$ |
|-----|------|------------|---------|--------|
| A | 0,32 | 0,36 | 0,57 | 0,21 |
| B | 0,19 | 0,95 | 1,12 | 0,17 |
| C | 0,32 | 0,13 | 0,41 | 0,28 |

Таблиця 4.3 – Значення $h(q)$ для ділянки (2) станцій A , B і C

| | H | Δh | $h(-5)$ | $h(5)$ |
|-----|------|------------|---------|--------|
| A | 0,12 | 2,4 | 2,5 | 0,1 |
| B | 0,18 | 0,92 | 0,98 | 0,06 |
| C | 0,13 | 0,5 | 0,6 | 0,1 |

Таблиця 4.4 – Значення $h(q)$ для ділянки (3) станцій A , B і C

| | H | Δh | $h(-5)$ | $h(5)$ |
|-----|------|------------|---------|--------|
| A | 0,27 | 0,5 | 0,6 | 0,1 |
| B | 0,14 | 0,21 | 0,22 | 0,1 |
| C | 0,21 | 0,34 | 0,41 | 0,07 |

В результаті дослідження процесу транспорту газу було виявлено, що статистичні дані про споживання газу володіють властивостями мультифрактальності, на що вказують великі значення параметра Δh .

Поведінка графіків споживання природного газу для всіх газорозподільних станцій ідентична, що може вказувати на сезонну поведінку. Напочатку графіків ми спостерігаємо тренд, який обумовлений поступовим зменшенням об'єму споживаного газу, значення параметра H на цій ділянці (0-3000) показує найбільші значення в порівнянні з іншими ділянками на одній станції.

На наступній ділянці (3000-6000), якій характерна стаціонарна поведінка, значення H , у більшості, найнижчі, при цьому значення Δh вищі ніж на інших

ділянках, це вказує на те, що ступінь мультифрактальності на цій ділянці найвища.

Третя ділянка (6000-8000) демонструє збільшення об'єму споживаного газу, разом із цим показник Херста також зростає.

Характерною особливістю вище приведених розрахунків, а саме розрахунку узагальненого показника Херста, є наявність антиперсистентної поведінки, на що вказує параметр Херста, який у всіх випадках $H < 0.5$. Тому процес не дотримується тенденції, тобто за ростом йде спад і навпаки.

5 АНАЛІЗ МОЖЛИВИХ ЗАСТОСУВАНЬ

Результати атестаційної роботи можуть знайти застосування в багатьох галузях науки й техніки сучасного світу.

В атестаційній роботі досліджена загальна структура та методи виявлення компонент часового ряду, ознаки наявності в нього властивостей самоподібності. Наведений опис послідовності дій, виконуваних для розрахунку узагальненого показника Херста, що обумовило необхідність використання методів мультифрактального флуктуаційного аналізу, в ході якого були, отримані параметри, які характеризують поведінку системи в цілому і на основі яких можна робити висновки, щодо подальших витрат газу.

Виявлені закономірності зміни поведінки оцінки параметра Херста в моменти збільшення або зменшення обсягів споживання газу дозволили зробити висновок, що зміна мультифрактальної структури часового ряду служить попереджувальним сигналом про майбутні зміни в обсягах споживання природного газу.

Отримані результати можуть бути використані для аналізу та виявлення закономірностей у рядах споживання природного газу більшої тривалості та обробки часових рядів інших предметних областей.

ВИСНОВКИ

В результаті виконання магістерської роботи проведений системний аналіз проблеми складної системи «Моделювання та аналіз самоподібного часового ряду споживання природного газу», а саме аналіз проблеми моделювання та аналізу часового ряду, який може володіти властивостями самоподібності.

Розглянуті загальна структура та методи виявлення компонент часового ряду, ознаки наявності в нього властивостей самоподібності. Наведений опис послідовності дій, виконуваних для розрахунку узагальненого показника Херста, що обумовило необхідність використання методів мультифрактального флуктуаційного аналізу.

Досліджені мультифрактальні характеристики часових рядів споживання природного газу за певний відрізок часу на трьох газорозподільчих станціях. Встановлена наявність трьох характерних ділянок у кожному з оброблюваних рядів зі своїми значеннями показника Херста.

Виявлені закономірності зміни поведінки оцінки параметра Херста в моменти збільшення або зменшення обсягів споживання газу дозволили зробити висновок, що зміна мультифрактальної структури часового ряду служить попереджувальним сигналом про майбутні зміни в обсягах споживання природного газу.

В якості інструментарію для вирішення обчислювальних завдань використовувався математичний програмний пакет Matlab 7.0.1.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Особливості аналізу споживання природного газу з використанням самоподібних структур / Пономарьов Ю., Кобзєв В., Луценко В., Бондарев С. // 8-ма Міжнародна науково-технічна конференція «Інформаційні системи та технології» : Коблеве - Харків, 09-14 вересня 2019 р. / наук. ред. А.Д. Тевяшев, Л.Б. Петришин, В.Г. Кобзєв. Харків : ХНУРЕ, 2019. С 286 – 287.

2. Луценко В., Бондарев С., Пономарев Ю. Особливості Архітектури Централізованого Інформаційного Сервісу для Обліку Природного Газу в Газо-транспортній Системі // 7-ма Міжнародна науково-технічна конференція «Інформаційні системи та технології» : Коблеве - Харків, 10-15 вересня 2018 р. / наук. ред. А.Д. Тевяшев, Л.Б. Петришин, В.Г. Кобзєв. Харків : ХНУРЕ, 2018. С 39 – 41.

3. Бондарев С.А., Луценко В.О., Пономарьов Ю.В. Підвищення точності обчислення обсягів природного газу за рахунок оперативного занесення складу природного газу до автоматичних обчислювачів витрати газу // 6-та Міжнародна науково-технічна конференція «Інформаційні системи та технології», присвячена 80-чю В.В. Свиридова : Коблеве - Харків, 11-16 вересня 2017 р. / наук. ред. А.Д. Тевяшев, Л.Б. Петришин, В.Г. Кобзєв. Харків : ХНУРЕ, 2017. С 84 – 85.

4. Локальний аналіз споживання природного газу гістограмним методом / Луценко В.О., Кобзєв В.Г., Пономарьов Ю.В., Бондарев С.А.// 7-ма Міжнародна науково-технічна конференція «Метрологія, інформаційно-вимірювальні технології та системи» (МІВТС-2020). - УКРАЇНСЬКИЙ МЕТРОЛОГІЧНИЙ ЖУРНАЛ, № 1А (2020). - С. 75-76.

5. Бендат Дж., Пирсон А. Измерение и анализ случайных процессов, Москва: Наука, 1974. 587 с.

6. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов: прогноз и управление / Под ред. В.Ф. Писаренко. Москва: Мир, 1974. Кн. 1 — 406 с. Кн. 2 — 406 с

7. Божокин С.В., Паршин Д.А. Фракталы и мультифракталы. Ижевск:

НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 128 с.

8. INTEGRATION DEFINITION FOR FUNCTION MODELING (IDEF0).
Draft Federal Information Processing Standards Publication 183, 1993. 325 p.

9. John Azzolini. Introduction to Systems Engineering Practices, 2001. 250 p.

10. Калашян А. Н., Калянов Г. Н. Структурные модели бизнеса: DFD-технологии. Москва : Финансы и статистика, 2003. 363 с.

11. Т. Саати. Принятие решений: Метод анализа иерархий / пер. с англ. Вачнадзе Р. Г. Москва: «Радио и связь», 1993. 278 с.

12. Кіріченко Л. О., Радівілова Т. А. Фрактальний аналіз самоподібних і мультифрактальних часових рядів. Монографія. Харків: ХНУРЕ, 2019. 105 с.

13. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков. Применение теории хаоса в инвестициях и экономике. Москва : Интернет-трейдинг, 2004. 304 с.

14. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. Москва: Институт компьютерных исследований, 2002. 656 с.

15. Компоненты временного ряда. URL : <https://studfile.net> (дата звернення: 11.10.2020).

16. Амосов О. С., Муллер Н. В. Исследование временных рядов с применением методов фрактального и вейвлет анализа // Интернет-журнал «Науковедение». 2014. № 3 (62). С. 31–43.

17. Антонова И. В., Чикина Н. А. Применение методов фрактального анализа к исследованию временных рядов // Вестник НТУ «ХПИ». 2015, №32(1141). С 16–23.

18. Кириченко Л. О., Дейнеко Ж. В. Оценивание самоподобия стохастического временного ряда методом вейвлет-анализа. Радіоелектронні і комп'ютерні системи, № 4 (38), 2009. С. 99–105.

19. Поршнева С. В. MATLAB 7. Основы работы и программирования. Москва : Бином-Пресс, 2011. 320 с.

20. Алексеев Е. Р., Чеснокова О. В. MATLAB 7. Самоучитель. Москва : Пресс, 2005. 464 с.