

621.396(06)  
P15

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ УКРАИНЫ

ХАРЬКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

# РАДИОТЕХНИКА

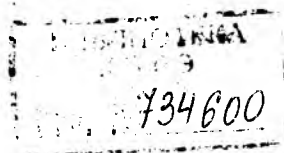
---

**Всеукраинский межведомственный  
научно-технический  
сборник**

Основан в 1965 г.

**Выпуск 100**

*100-летию изобретения радио посвящается*



Харьков 1996

УДК 621.396(06)

Р1-

Для викладачів, наукових працівників, спеціалістів.

**Редакційна колегія**

**Бондаренко М. Ф.**, д-р техн. наук, проф. (гол. редактор)

**Гордієнко Ю. Є.**, д-р техн. наук, проф.

**Гомозов В. І.**, д-р техн. наук, проф.

**Дохов О. І.**, канд. техн. наук

**Кащесв Б. Л.**, д-р техн. наук, проф.

**Литвиненко Л. М.**, д-р техн. наук, проф.

**Мойся Г. У.**, д-р техн. наук, проф.

**Соловійов Ю. О.**, зам. міністра зв'язку України

**Сундучков К. С.**, д-р техн. наук, проф.

**Терещенко О. І.**, д-р техн. наук, проф. (заст. гол. редактора)

**Третьяков О. О.**, д-р фіз.-мат. наук, проф.

**Хижняк М. А.**, д-р фіз.-мат. наук, проф.

**Ширман Я. Д.**, д-р техн. наук, проф.

**Шифрин Я. С.**, д-р техн. наук, проф. (заст. гол. редактора)

Адреса редакційної колегії: 310726 Харків, пр. Леніна, 14, ХТУРЕ

тел. (0572) 40-93-97

факс (0572) 40-91-13

Затверджено редколегією збірника, протокол № 5 від 09.04.96.

Предлагаемый вниманию читателей выпуск межведомственного научно-технического сборника “Радиотехника” является юбилейным. Он посвящен 100-летию события, сыгравшего огромную роль в техническом прогрессе, – изобретению радио. Это изобретение стало основой радиосвязи и телевидения, радиолокации и радионавигации, радиоастрономии, радиоспектроскопии и многих других направлений науки и техники. Столетие радио было отмечено решением ЮНЕСКО как выдающееся событие в истории человечества.

Данный выпуск можно считать юбилейным еще и потому, что основу его составляют статьи, подготовленные для 100-го выпуска “Радиотехники”. За годы своего существования журнал “Радиотехника” завоевал широкое признание и весомый авторитет как в СССР, так и за рубежом. Опубликованные в журнале теоретические и экспериментальные работы по разным вопросам радиотехники и ее многочисленным приложениям способствовали быстрому прогрессу радиоэлектроники в Украине и других странах СНГ, росту молодых научных кадров в этой важной области современной науки.

По нашему мнению, юбилейный выпуск журнала “Радиотехника”, содержащий оригинальные и обзорные работы ряда ведущих специалистов Украины, свидетельствует о крупном вкладе ученых Украины в развитие радиоэлектроники и будет с интересом встречен широким кругом читателей.

*Редколлегия*

С. Я. Брауде  
НИЗКОЧАСТОТНАЯ РАДИОАСТРОНОМИЯ

Одно из основных направлений исследований в радиоастрономическом институте НАН Украины — декаметровая радиоастрономия. Работы в этой области начали проводить с 1956 г., когда был создан отдел космической радиоастрономии (зав. отделом акад. НАН Украины С. Я. Брауде). До начала этих работ диапазон декаметровых волн в радиоастрономии по разным причинам практически не использовался. Вместе с тем, изучение космического радиоизлучения декаметрового диапазона представляет большой научный и практический интерес. Во многих астрономических объектах имеется плазма, которая оказывается непрозрачной для декаметровых волн. Проходя через такую плазму, декаметровые радиоволны взаимодействуют с ней, что дает возможность изучать свойства самой плазмы. С помощью измерений на декаметровых волнах удастся определять важные физические параметры различных космических объектов, таких как температура, плотность электронов и других частиц плазмы; получать распределения яркости радиоизлучения радиогалактик, квазаров, остатков сверхновых и других объектов. Для проведения радиоастрономических исследований в области декаметровых волн в начале 60-х годов был создан отдел радиотелескопов и интерферометров (зав. отделом чл.-кор. НАН Украины проф. А. В. Мень). Шестидесятые и начало семидесятых годов были посвящены разработке и построению декаметровых радиотелескопов. Их было создано четыре поколения (А. В. Мень, Л. Г. Содин, С. Я. Брауде, Ю. М. Брук, Н. К. Шарькин, Г. А. Инютин и др.). Примененные новые принципы построения таких инструментов (широкополосность, электрическое управление лучом, высокая помехоустойчивость) позволили не только начать эксплуатацию (1972 г.) наиболее крупного в мире декаметрового радиотелескопа УТР-2 (Украинский Т-образный радиотелескоп, вторая модель), но и проводить с его помощью различные научные программы (таких программ девять), которые охватывают практически все основные направления радиоастрономических исследований. Однако в ряде случаев необходимо иметь большее разрешение чем то, которое обеспечивает радиотелескоп УТР-2. Такое разрешение можно получить, используя радиоинтерферометры со сверхдлинной базой (РСДБ). С 1973 г. начата разработка декаметровой системы УРАН (Украинский радиоинтерферометр АН УССР), состоящей из северо-южной антенной решетки УТР-2 и четырех выносных антенных решеток УРАН-1 (г. Готвальд, Харьковская обл.; длина базы (Д) — 42,6 км), УРАН-2 (г. Полтава, Д = 153 км), УРАН-3 (г. Шацк, Волынская обл., Д = 950 км) и УРАН-4 (с. Маяк, Одесская обл., Д = 616 км). Все четыре базы с 1993 г. уже работают. С помощью системы УРАН удалось

получить на длине волны 12,5 м (частота 25 МГц) радиационного  
угловой дуги (А. В. Мень, С. Я. Брауде, С. П. Рашковский,  
Н. К. Шарыкин и др.).

Таким образом, на волнах декаметрового диапазона получено  
разрешение, как и на лучших оптических телескопах. Ниже приведе-  
новые научные результаты, полученные с помощью указанных инструме-  
тов.

*Программа первая* (составление каталога дискретных источников). Из-  
мерены на пяти частотах плотности потоков и координаты около 4000 ис-  
точников в полосе склонений от  $-13^\circ$  до  $20^\circ$  и от  $40^\circ$  до  $60^\circ$ . Обнаружено  
4 % ранее не известных источников. В диапазоне от 10 до 1400 МГц по  
результатам измерений и литературным данным построено около 1500 час-  
тотных спектров, спектральные индексы которых распределены в широком  
интервале (от 0,5 до 1,5), причем иногда эта величина достигает аномально  
больших значений (3—4), ранее не наблюдавшихся. Обнаружены два типа  
частотных спектров с положительной и знакопеременной кривизной  
(С. Я. Брауде, А. В. Мень, Н. К. Шарыкин, К. П. Соколов, С. М. Захар-  
ченко и др.). С использованием данных каталога был проведен счет источни-  
ков, который показал, что именно на декаметровых волнах можно надежно  
обнаружить эволюционные явления в развитии Вселенной (Соколов К. П.).  
Было отмечено, что наличие большого числа линейных (в логарифмическом  
масштабе) частотных спектров, в которых отсутствует явление реабсорб-  
ции, возможно связано с тем, что декаметровые волны излучают протяжен-  
ные детали космических источников. Эту гипотезу можно проверить, изучая  
угловую структуру источников. Такое изучение и было предпринято во *вто-*  
*рой программе*, которая проводилась с помощью РСДБ.

Было изучено около 20 источников: радиогалактики и квазары  
(на УРАН-1), остаток сверхновой в Крабовидной туманности, 3С196 и 3С47  
(на РСДБ УРАН-1 и УРАН-2, УРАН-4). Измерения проводились регулярно  
на частотах 25 и 16,7 МГц и выявили четкую интерферометрическую картину.

Анализ экспериментальных данных позволил получить важные астро-  
физические результаты. Приведем основные из них. В Крабовидной туман-  
ности был измерен угловой размер низкочастотной детали — пульсара. Он  
оказался равным двум секундам дуги. В сейфертовской Галактике, находя-  
щейся в созвездии Персея, была впервые обнаружена деталь с угловыми  
размерами, меньшими одной угловой минуты. Было показано, что далекий  
квазар 3С196 имеет одинаковую структуру, состоящую из двух деталей,  
в широком частотном диапазоне от 38 до 1400 МГц. На декаметровых волнах  
результат был иной. Одна из двух компактных деталей на частотах 25 и 20 МГц  
расплылась и стала протяженной. Такой эффект обнаружили впервые

А. В. Мень, С. Я. Брауде, С. Л. Рашковский, Н. К. Шарыкин, В. А. Шепелев, Г. А. Инютин, О. А. Литвиненко и др.

*Программа третья.* Радиоспектроскопические исследования проводятся обычно на миллиметровых, сантиметровых и дециметровых волнах. В связи с созданием крупных инструментов декаметрового диапазона была принята попытка обнаружения так называемых рекомбинационных линий водорода с большими главными квантовыми номерами  $n \geq 630$  (С. Я. Брауде). Были разработаны специальные спектроанализаторы, которые позволили обнаружить изменение температуры излучающих объектов с точностями до  $10^{-4}$  (член-кор. НАН Украины А. А. Коноваленко). Несмотря на то, что рекомбинационных линий водорода с  $n \approx 630$  обнаружить не удалось, в направлении на остаток сверхновой в Кассиопее А были впервые выявлены рекомбинационные линии углерода (А. А. Коноваленко, Л. Г. Содин). В настоящее время найдены линии, у которых  $n \approx 810$ . Такие линии излучают атомы размером около  $0,05$  мкм (!). Аналогичные линии были обнаружены и в других областях Галактики. В отличие от рекомбинационных линий на более высоких частотах, которые наблюдаются в излучении, декаметровые рекомбинационные линии обнаруживаются только в виде линий поглощения. Как показал анализ, такие линии могут возникать в очень холодных облаках Галактики (А. А. Коноваленко). Несмотря на то, что содержание водорода в космосе на три порядка выше, чем углерода, из-за того что потенциал ионизации углерода почти на 1 электрон-вольт ниже, чем у водорода, в холодных облаках углерод может оказаться ионизированным и способным излучать рекомбинационные линии, тогда как водород остается нейтральным и такие линии не излучает.

*Программа четвертая.* Были изучены и сопоставлены каталоги областей ионизированного водорода НII. Разработана специальная методика измерений с помощью радиотелескопа УТР-2 протяженных объектов **В. В. Крымкин**. Декаметровое излучение поглощается областями ионизированного НII. Наблюдение таких областей велось на пяти частотах в диапазоне  $12,6-25$  МГц с помощью пятилучевой диаграммы в плоскости склонений. При прохождении диаграммой радиотелескопа УТР-2 области НII четко наблюдалось поглощение излучения. С помощью полученных результатов была определена температура и электронная плотность всех областей НII северного полушария, угловые размеры которых составляют более одного градуса. С помощью полученных данных была найдена средняя плотность на луче зрения между Солнцем и областями НII **В. В. Крымкин** (Е. А. Абраменко, М. А. Сидорчук).

*Программа пятая.* Одно из актуальных направлений радиоастрономических исследований — изучение пульсаров. Зарубежные ученые полагали,

что из-за влияния межпланетной плазмы на декаметровых волнах импульсное излучение пульсаров обнаружить не удастся. Однако наблюдения, проведенные на радиотелескопе УТР-2, показали, что импульсное излучение пульсаров можно обнаружить на частотах до 10 МГц (Ю. М. Брук, Б. Ю. Устименко). Оказалось, что оно сильно отличается от излучения пульсаров на более высоких частотах. Отличие состоит в том, что кроме основного импульса, который наблюдается на высоких частотах, на низких частотах наблюдается еще и ряд интеримпульсов. Было установлено, что такая структура связана с наличием двух мод колебаний; определены статистические параметры у различных пульсаров (Ю. М. Брук, О. А. Ульянов). Наличие сложной специфической структуры позволило предположить, что существует аналогия между излучениями пульсаров и планеты Юпитер (С. Я. Брауде, Ю. М. Брук). Проведено измерение на радиотелескопе УТР-2 в диапазоне частот пульсара с самым коротким периодом в источнике 4C 2153W. Частотный спектр оказался с положительной кривизной и большим спектральным индексом — 2,1 (С. Я. Брауде, К. П. Соколов, С. М. Захарченко).

*Программа шестая.* Изучалась структура низкочастотного излучения остатков протяженных сверхновых. Были сняты распределения яркости ряда остатков. Сравнение этих данных с результатами измерений на более высоких частотах позволило построить частотные спектры. У этих спектров был обнаружен низкочастотный завал, связанный с поглощением синхронного излучения сверхновых в ионизированном водороде  $\text{HII}$ , определена мера эмиссии и другие параметры (В. В. Кбымкин, М. А. Сидорчук).

*Программа седьмая* (дифракционные методы определения структуры дискретных источников). Метод покрытия диском Луны был использован для изучения структуры ряда источников на частотах 16,7; 20 и 25 МГц. В Крабовидной туманности обнаружены две протяженные и одна точечная детали. Последняя совпадала с пульсаром 0532 (И. Н. Жук, В. П. Бовкун). Тремя методами (покрытие диском Луны, методом мерцаний и с помощью РСДБ УРАН-1) был независимо измерен низкочастотный спектр компактного источника в Крабовидной туманности, его спектральный индекс очень крутой — 2,1. Удалось построить и спектр аморфной массы туманности, он имеет отрицательную кривизну (В. П. Бовкун, С. Я. Брауде, И. Н. Жук, А. В. Мень). Методом мерцаний на частотах 20 и 25 МГц изучались около ста источников, определены их угловые размеры (И. Н. Жук). Методом мерцаний найдено расстояние до пульсара 4C 2153 (И. Н. Жук, В. П. Бовкун).

*Программа восьмая* (декаметровое радиоизлучение Солнца). Выполнен большой цикл исследований, связанных с наблюдением радиоизлучения

Солнца во время затмения и при просвечивании солнечной короны излучением дискретных источников. Оказалось, что наблюдаемое на более коротких волнах расширение затмеваемого короной дискретного источника, пропорциональное квадрату длины волны, на декаметровых волнах резко уменьшается. Как показали изучения этого эффекта, он связан с особенностями рассеяния декаметровых волн на неоднородностях солнечной короны вблизи каустики (Л. Л. Базелян, С. Я. Брауде, А. В. Мень, В. Г. Сеницын). Было изучено с помощью интерферометров системы УРАН поведение солнечного ветра на больших расстояниях  $R_0=100$  ( $R_0$ —радиус Солнца), полученные данные позволили определить параметры и структуры неоднородностей плазмы солнечной короны (С. Я. Брауде, А. В. Мень, С. Л. Рашковский, В. Г. Сеницын, В. А. Шепелев, Г. А. Инютин). Совместно с сотрудниками НИРФИ (г. Горький) проведено на радиотелескопе УТР-2 изучение спокойного и спорадического радиоизлучений Солнца. Обнаружены новые, свойственные только декаметровому диапазону волн, радиовсплески III типа, природа которых связана как с активностью Солнца, так и с плазменными волнами, которые возбуждаются электронными пучками, пронизывающими Солнечную корону (Л. Л. Базелян, Э. П. Абринин, В. В. Зайцев, Я. Г. Цибко и др.).

*Программа девятая.* На радиотелескопе УТР-2 изучались  $S$  - бури в радиоизлучении Юпитера, впервые были получены широкополосные динамические спектры, анализ которых показал, что  $S$  - компонента излучается в тонкие конические поверхности. Определены частотная и угловая структуры диаграммы направленности излучателей и показано, что  $S$  - бури генерируются почти исключительно в южной полярной области Юпитера. Анализ групповых частотных дрейфов  $S$  - бурь в зависимости от координат спутника Юпитера-Ио коррелирует с дрейфом мощности  $S$  - бурь с угловой скоростью южного основания трубки ИО (Б. П. Рябов).

*Программа десятая.* Теоретические исследования охватывают широкий круг вопросов — от изучения физических процессов, происходящих в дискретных источниках, до явлений в Солнечной короне (В. М. Конторович, А. Е. Качанов, А. В. Кац, В. А. Мельник и др.). Установлена общая причина, приводящая к образованию степенных спектров, характерных для турбулентности колмогоровского типа. Выяснен ряд свойств степенных спектров в слаботурбулентных системах волн и частиц, изучена связь между равновесными и степенными спектрами, получены распределения в сильном магнитном поле. Изучены нелинейные спектры, формируемые за счет синхронных или комптоновских потерь, при жесткой инжекции, когда источник релятивистских частиц локализован в области больших энергий. Рассмотрены задачи, связанные с физикой плазмы Солнечной короны, приводящие

к стабилизации электронных пучков, которые наблюдаются при всплесках III типа. Разработана теория излучения Юпитера, объясняющая ряд наблюдаемых эффектов (частотный спектр, структуру всплесков) (А. Г. Боев, Н. А. Цвык). Получены новые соотношения объясняющие ряд процессов пульсара (А. Г. Боев, Я. М. Соболев).

УДК 517.958.535.4

Д. Л. Литвиненко, Л. Н. Литвиненко, С. Л. Просвирнин, И. И. Резник

## РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ДИСКРЕТНЫХ ПОЛУБЕСКОНЕЧНЫХ СТРУКТУРАХ

Под дискретными полубесконечными структурами будем понимать последовательность одинаковых препятствий, например частично прозрачных экранов, отстоящих от соседних на равном расстоянии  $h$  вдоль отрицательной полуоси  $Oz$  декартовой системы координат. Если бы такая структура простиралась вдоль всей оси (от  $-\infty$  до  $+\infty$ ), она представляла бы собой периодическую систему с периодом  $h$ , и характер симметрии ее определялся инвариантностью относительно пространственного сдвига вдоль оси  $Oz$  на расстояние, кратное  $h$ . Рассматриваемая дискретная полубесконечная структура не является в строгом смысле периодической, однако она переходит в себя при пространственном сдвиге в положительном направлении оси  $Oz$  на расстояние  $h$  и отбрасывании одного крайнего элемента структуры. Такая специфическая симметрия может быть эффективно использована при построении решения задач дифракции волн на дискретных полубесконечных структурах [1, 2].

Рассмотрим задачу об отражении электромагнитных волн от полубесконечной последовательности равноотстоящих плоских экранов в виде периодических решеток из идеально проводящих лент, расположенных в диэлектрическом полупространстве. Ориентация лент и размеры структуры показаны на рис. 1.

Из полупространства  $z > 0$  падает плоская электромагнитная волна, вектор  $\vec{E}$  которой направлен вдоль оси  $Ox$ . Для краткости будем рассматривать случай нормального падения. Зависимость полей от времени предполагается в виде  $e^{-i\omega t}$ .

Поскольку структура периодическая в направлении оси  $Oy$ , поле представляет собой суперпозицию пространственных гармоник - однородных

и неоднородных плоских волн с постоянными распространения  $h_n = 2\pi n/l$  вдоль оси  $Oy$  и  $\tilde{\gamma}_n = \sqrt{k^2 \epsilon - h_n^2}$  в положительном и отрицательном направлении оси  $Oz$ , где  $k = \omega/c$ ,  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  и выбрана ветвь корня, у которой  $\text{Im} \tilde{\gamma}_n > 0$ .

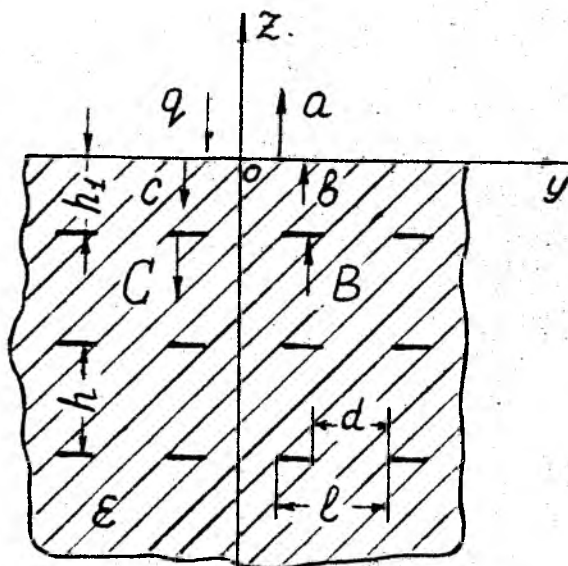


Рис 1. Дискретная полубесконечная структура

Для описания дифракционных свойств периодических структур удобны так называемые обобщенные матрицы прохождения и отражения [3, 4]. Обобщенная матрица рассеяния отличается от обычной матрицы рассеяния, широко используемой в теории цепей, тем, что наряду с распространяющимися (однородными) электромагнитными волнами в ней учитываются и не распространяющиеся от периодической структуры пространственные гармоники (неоднородные волны). Поэтому обобщенная матрица рассеяния представляет бесконечную матрицу.

Рассмотрим дифракцию волн на однородной ленточной решетке, расположенной в плоскости  $xOy$  декартовой системы координат. Ленты решетки параллельны оси  $Ox$ . Предположим, что на решетку падает плоская однородная или неоднородная электромагнитная волна с вектором  $\vec{E}_i$ , параллельным лентам

$$E_i(y, z) = e^{ih_m y - i\gamma_m z}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (1)$$

где  $\gamma_m = \sqrt{k^2 - h_m^2}$ . Прошедшее через решетку поле имеет вид

$$E_t(y, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} t_{nm} e^{ih_m y - i\gamma_m z}.$$

Каждой из плоских волн единичной амплитуды (1) (если это неоднородная плоская волна, то поле имеет единичную амплитуду при  $z = 0$ ) соответствует вектор-столбец амплитуд пространственных гармоник прошедшего поля. Составим бесконечную матрицу  $t = (t_{nm})_{n=-\infty}^{\infty}$  из амплитуд пространственных гармоник прошедшего поля и назовем ее спектральным оператором прохождения или обобщенной матрицей прохождения ленточной решетки. Индекс  $n$  соответствует номеру гармоники прошедшего поля,  $m$  - номеру падающей волны (1).

С помощью оператора  $t$  легко получить прошедшее поле, если на решетку падает суперпозиция волн вида (1). Пусть, например, амплитуды Фурье в этой суперпозиции образуют вектор-столбец  $\{q_m\}_{m=-\infty}^{\infty}$ . Тогда вектор амплитуд прошедшего поля можно найти по формуле

$$b = tq = \left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} t_{nm} q_m \right\}_{n=-\infty}^{\infty}$$

Аналогично оператору прохождения строится оператор отражения. Каждой из плоских волн (1) соответствует вектор  $\{r_{nm}\}_{n=-\infty}^{\infty}$  амплитуд пространственных гармоник отраженного поля

$$E_r = \sum_{n=-\infty}^{\infty} r_{nm} e^{ih_n y + i\gamma_n z}$$

Бесконечная матрица  $r = (r_{nm})_{n=-\infty}^{\infty}$  представляет собой спектральный оператор отражения.

Ясно, что аналогичным образом можно ввести операторы отражения и прохождения для любой периодической структуры. Вообще говоря, следует различать спектральные операторы отражения и прохождения при падении волн на периодическую структуру из полупространств  $z > 0$  и  $z < 0$ . Однако, если структура симметрична относительно плоскости  $z = 0$ , как, например ленточная решетка, ее спектральные операторы одинаковы при падении волн с обеих сторон.

Значения амплитуд  $t_{nm}$  и  $r_{nm}$  можно взять из строгого решения задач о дифракции электромагнитных волн на ленточной решетке [5] или [4] (один из алгоритмов описан в [6]) и в дальнейшем спектральные операторы  $t$  и  $r$  считаются известными, в том числе и в случае, если решетка находится в однородной диэлектрической среде. Заметим, что в случае  $E$ -поляризации выполняется равенство  $I + r = t$ , где  $I$  - единичный оператор.

Вернемся к задаче о полубесконечной структуре (рис. 1). На структуру из полупространства  $z > 0$  нормально падает плоская волна с амплитудой  $q$ . На границе  $z = 0$  волна частично отражается и частично проходит в область  $z < 0$ , где рассеивается на ленточных решетках.

Обозначим вектор амплитуд пространственных гармоник, распространяющихся или затухающих от верхней решетки к границе диэлектрика,  $b$ , причем будем считать, что вектор  $b$  соответствует амплитудам волн в плоскости  $z = 0$ .

На границе диэлектрика пространственные гармоники частично отражаются. Соответствующий оператор обозначим  $\rho^+$ . Элементы его матрицы можно найти по формуле Френеля [7]

$$\rho_{nm}^+ = \delta_{nm} \frac{\tilde{\gamma}_n - \gamma_n}{\tilde{\gamma}_n + \gamma_n}.$$

Индекс "+" указывает, что оператор описывает отражение спектра волн, распространяющихся (или затухающих) в положительном направлении оси  $z$ . Аналогично вводится оператор прохождения в верхнее полупространство  $\tau^+$ , матричные элементы которого можно вычислить по формуле

$$\tau_{nm}^+ = \delta_{nm} \frac{2\tilde{\gamma}_n}{\tilde{\gamma}_n + \gamma_n},$$

и операторы  $\tau^-$  и  $\rho^-$  - прохождения и отражения соответственно для спектра волн, падающих на границу диэлектрика из верхнего полупространства

$$\tau_{nm}^- = \delta_{nm} \frac{2\gamma_n}{\tilde{\gamma}_n + \gamma_n}, \quad \rho_{nm}^- = \delta_{nm} \frac{\gamma_n - \tilde{\gamma}_n}{\tilde{\gamma}_n + \gamma_n}.$$

Пусть  $a$  - вектор амплитуд пространственных гармоник отраженного поля,  $c$  - поля, распространяющегося в отрицательном направлении оси  $z$  в области  $-h_1 < z < 0$ ,  $c$  - прошедшего за первую (расположенную в плоскости  $z = -h_1$ ) решетку,  $b$  - падающего на эту решетку поля из нижнего полупространства (см. рис. 1).

Заметим, что обобщенные матрицы рассеяния записаны для неоднородностей, расположенных при  $z = 0$ . Поэтому для использования операторов при вычислении рассеянных полей в случае, когда неоднородность смещена из плоскости  $z = 0$ , необходимо соответствующие поля записать в другой системе координат, связанной с этой неоднородностью. Другими словами, необходимо учесть изменение поля при распространении спектра пространственных гармоник от плоскости, где заданы их комплексные амплитуды, до неоднородности. Легко проверить, что такое преобразование

из плоскости одной решетки к плоскости соседней в направлении распространения пространственных гармоник осуществляется оператором  $e$  с матричными элементами

$$e_{nm} = \delta_{nm} e^{i\tilde{\gamma}_n h}$$

Аналогичный оператор  $e_1$  преобразует поля при сдвиге вдоль оси  $Oz$  на расстояние  $h_1$ .

Наконец, обозначим  $R$  пока неизвестный спектральный оператор отражения полубесконечной системы эквидистантно расположенных в диэлектрике ленточных решеток.

Амплитуды пространственных гармоник поля в областях  $z > 0$  и  $-h_1 < z < 0$  (рис. 1) связаны между собой следующим образом

$$a = \rho^- q + \tau^+ b, \quad (2)$$

$$c = \tau^- q + \rho^+ b, \quad (3)$$

$$b = e_1 R e_1 c. \quad (4)$$

Эта система уравнений, если известны все входящие в нее операторы, дает возможность найти векторы амплитуд пространственных гармоник  $a, b, c$  и в итоге определить электромагнитное поле над полубесконечной структурой, представляющее основной интерес.

Для того чтобы найти входящий в уравнение (4) оператор  $R$ , рассмотрим поле в области  $-(h_1 + h) < z < -h_1$ . Предполагая теперь, что полубесконечную систему образуют ленточные решетки, начиная со второй сверху, запишем уравнения, связывающие амплитуды пространственных гармоник в областях  $-h_1 < z < 0$  и  $-(h_1 + h) < z < -h_1$ ,

$$b = e_1 r e_1 c + e_1 t B, \quad (5)$$

$$c = t e_1 c + r B, \quad (6)$$

$$B = e R e c. \quad (7)$$

Из уравнений (4)—(7) исключим неизвестный вектор  $B$ , затем  $c$  и  $b$ . В результате получим тождество

$$e_1 R e_1 c = e_1 r e_1 c + e_1 t (I - e R e r)^{-1} e R e t e_1 c,$$

из которого следует уравнение

$$R = r + t(I - eRe_r)^{-1} eRe_r \quad (8)$$

относительно спектрального оператора  $R$ . Здесь  $I$  - единичный оператор.

Уравнение (8) представляет собой нелинейное операторное уравнение. Запишем его в виде

$$f(R) = 0, \quad (9)$$

где  $f(R) = R - r - t(I - eRe_r)^{-1} eRe_r -$

функция, определенная на пространстве матричных операторов, со значениями в этом же пространстве. Метрика в пространстве матричных операторов предполагается введенной с использованием спектральной нормы матрицы.

Для решения уравнения (9) применим метод Ньютона [8]. В соответствии с этим методом строятся последовательные приближения к решению по формуле

$$R_{n+1} = R_n - [f'(R_n)]^{-1} f(R_n).$$

Если допустить несколько меньшую скорость сходимости последовательных приближений, можно использовать модифицированный метод Ньютона [8]

$$R_{n+1} = R_n - [f'(R_0)]^{-1} f(R_n),$$

где  $R_0$  — начальное приближение.

Модифицированный метод проще, так как для любого  $n$  фигурирует один и тот же обратный оператор.

Над полубесконечной дискретной структурой электромагнитное поле представляет собой суперпозицию пространственных гармоник отраженного поля и падающей волны

$$E = q_0 e^{-ikz} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{ik_n y + i\gamma_n z}.$$

Комплексные амплитуды гармоник отраженного поля можно найти по формуле

$$a = [\rho^- + \tau^+ e_1 Re_1 (I - \rho^+ e_1 Re_1)^{-1} \tau^-] q.$$

В спектре пространственных гармоник распространяющимися (уносящими энергию от структуры) являются гармоники с номерами  $|n| < \mathcal{K}$ . Будем считать амплитуду падающей волны единичной  $q_0 = 1$ .

На рис. 2, 3 показаны зависимости амплитуд распространяющихся пространственных гармоник отраженного поля от параметра  $\mathcal{K} = l/\lambda$  при фиксированных значениях  $h_1/\lambda$ ,  $h/\lambda$  и  $d/l$ , где  $\lambda$  — длина волны в свободном пространстве. Если диссипативных потерь нет ( $\varepsilon'' = 0$ ), структура из частых решеток полностью отражает падающую волну. На границе зоны полного отражения коэффициент отражения  $|a_0|$  быстро уменьшается с увеличением  $\mathcal{K}$  (периода решеток).

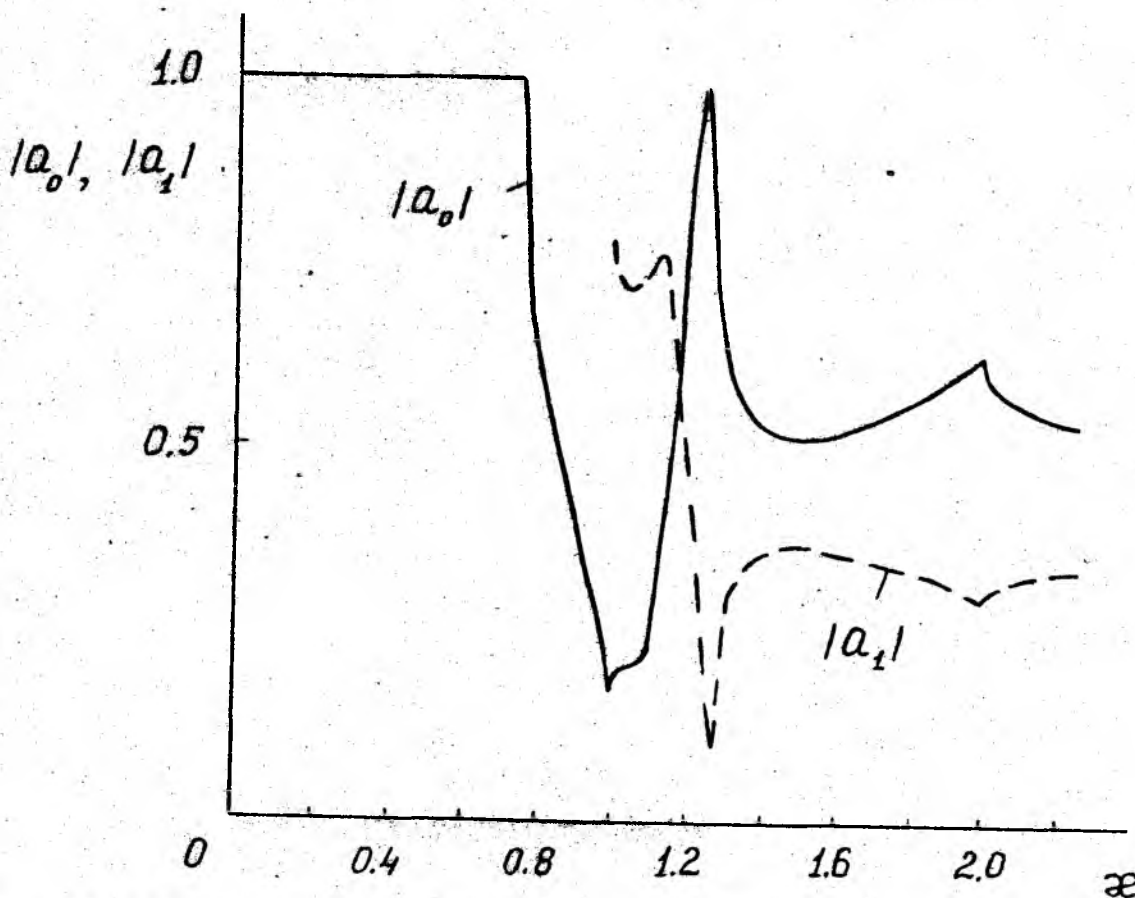


Рис. 2. Зависимость коэффициента отражения и амплитуды дифракционной гармоники от  $\mathcal{K}$ :  $d/l = 0.5$ ,  $h/\lambda = 0.8$ ,  $\varepsilon = 1.0$

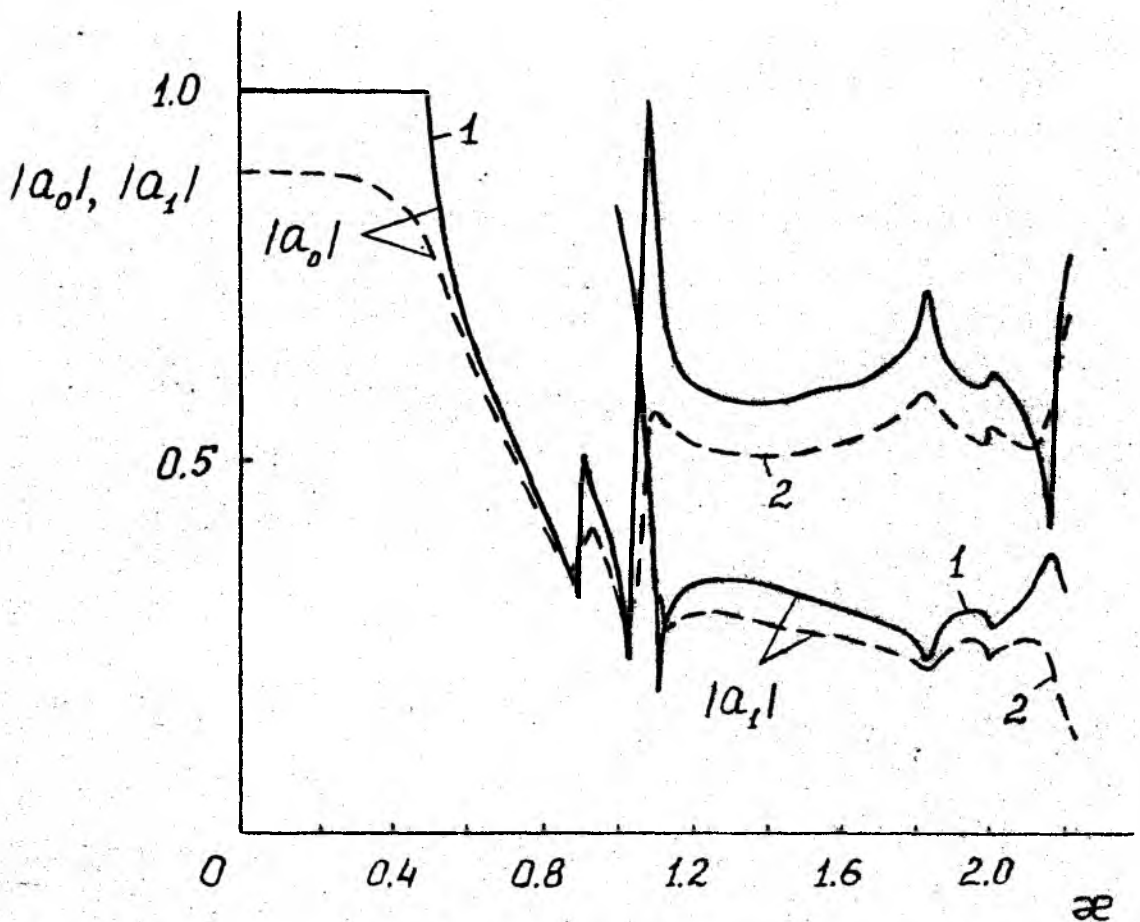


Рис. 3. Зависимость коэффициента отражения и амплитуды дифракционной гармоники от  $K$ :  $1-\varepsilon = 1,2 + i0,001$ ,  $2-\varepsilon = 1,2 + i0,05$ ;  $d/l = 0,5$ ,  $h_1/\lambda = 0,5$ ,  $h/\lambda = 0,8$ .

В точках  $K = 1, 2, \dots$  наблюдаются характерные для периодических структур аномалии в зависимости коэффициента отражения  $|a_0|$  и амплитуд дифракционных гармоник от  $K$ . Если полубесконечная система решеток находится в диэлектрическом полупространстве, аномалии возникают при целочисленных значениях  $K$  и при  $K = n/\sqrt{\varepsilon}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ), то есть при таких величинах периода решеток, при которых одна из гармоник скользит либо вдоль границы диэлектрического полупространства, либо вдоль решетки, расположенной в диэлектрике.

Резонансное отражение от структуры при  $K = 1,23$  ( $\varepsilon = 1$ ) и  $K \approx 1,1$  ( $\varepsilon' = 1,2$ ) возникает в результате интерференции волн в промежутках между отдельными решетками.

Потери в диэлектрике снижают общий уровень отражения и делают менее резкими зависимости коэффициента отражения вблизи значений  $K$ , соответствующих скольжению гармоник и резонансам (см. рис. 3).

На рис. 4, 5 показаны зависимости коэффициента отражения и амплитуды распространяющейся гармоники отраженного поля от расстояния между ленточными решетками. Если распространяющиеся дифракционные гар-

моники отсутствуют, наблюдаются зоны полного отражения в зависимости  $|a_0|$  от  $h$ , которые отстоят друг от друга на расстоянии, равном половине длины волны в диэлектрике. В условиях существования распространяющихся дифракционных гармоник зависимости коэффициента отражения от расстояния между решетками в структуре существенно сложнее и обусловлены резонансными переотражениями основной волны и дифракционных гармоник между решетками.

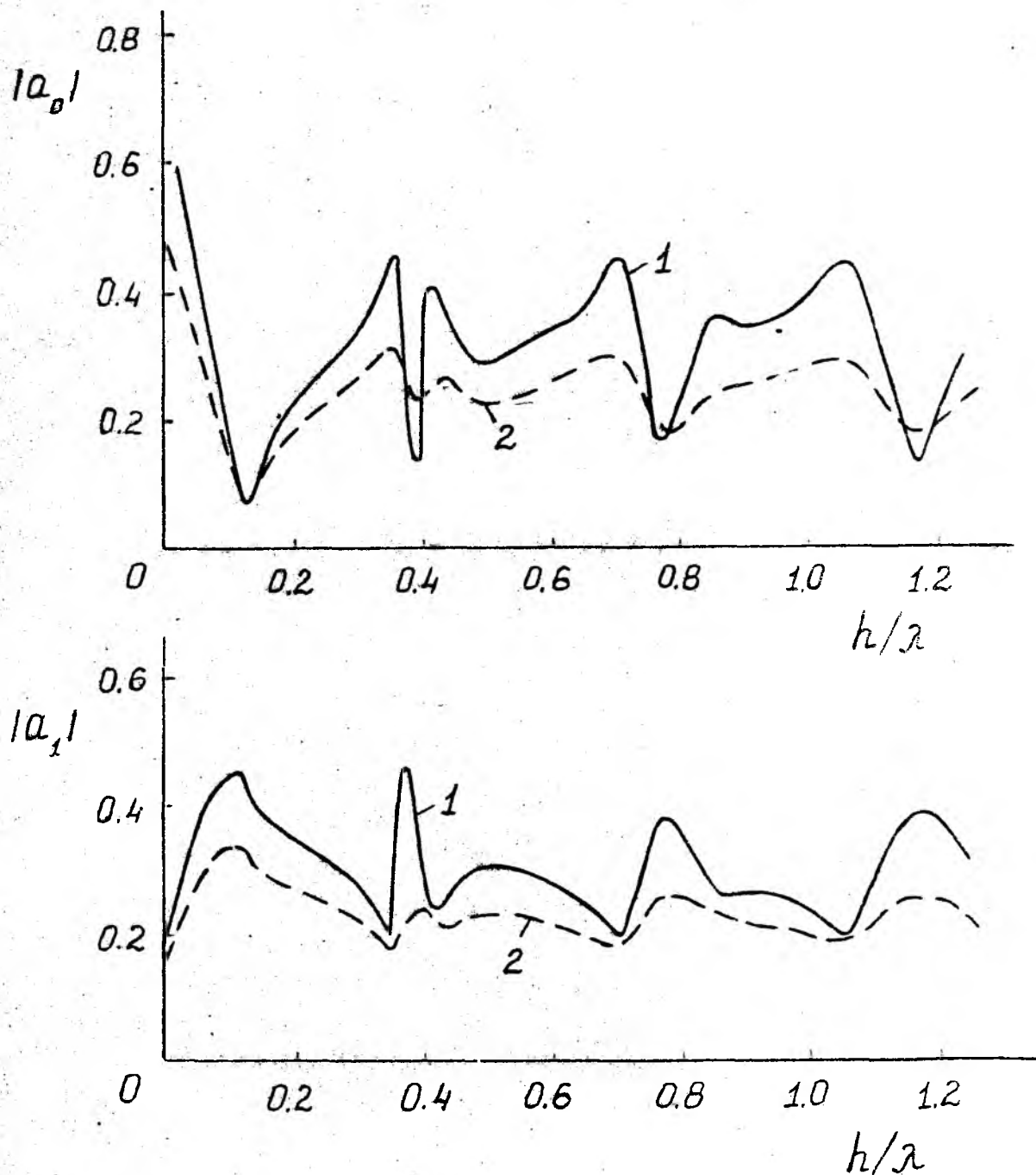


Рис. 4. Зависимость коэффициента отражения и амплитуды дифракционной гармоники от  $h/\lambda$ : 1- $\epsilon = 2,0 + i0,1$ , 2- $\epsilon = 2,0 + i0,2$ ;  $\kappa = 1,25$ ,  $d/l = 0,5$ ,  $h_1/\lambda = 0,5$ .

734600

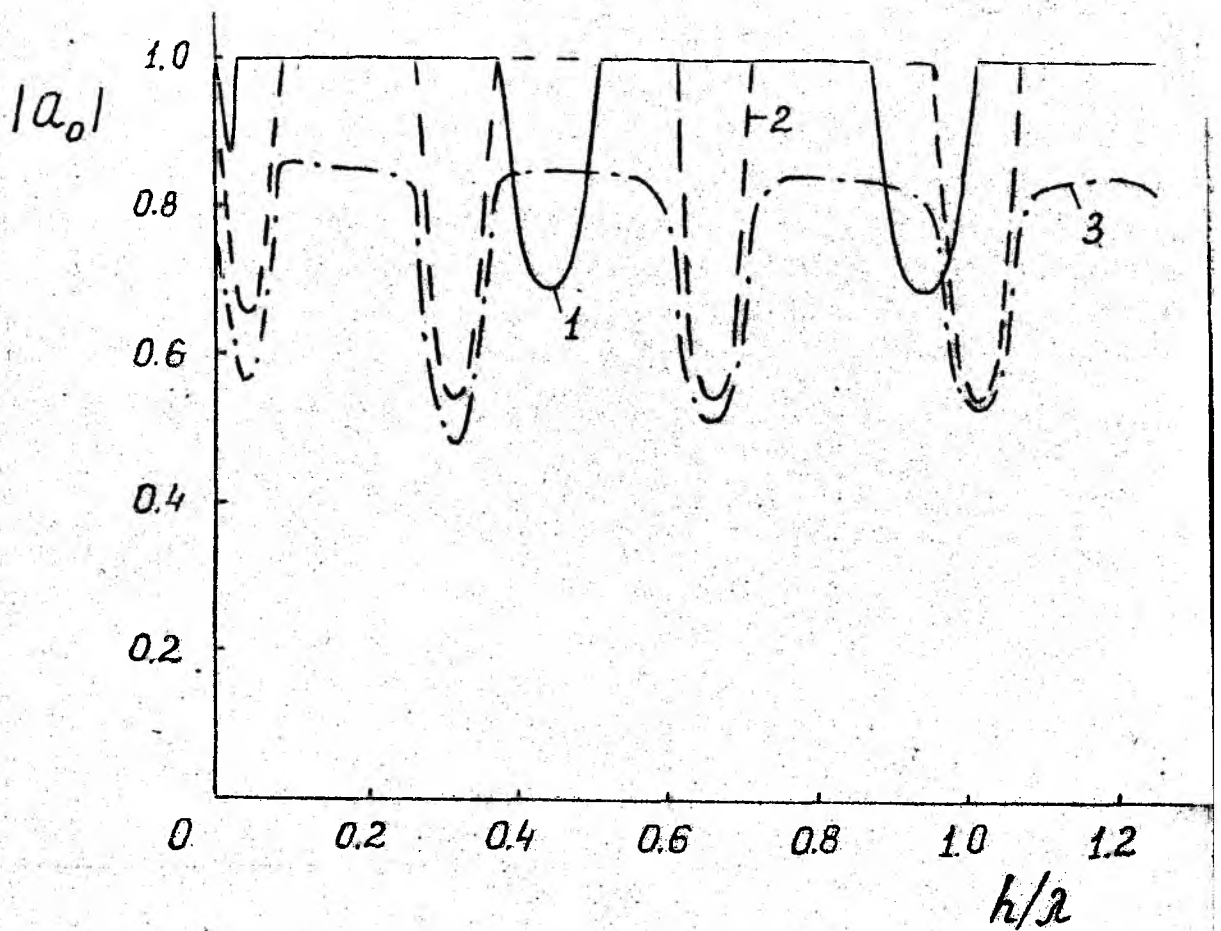


Рис. 5. Зависимость коэффициента отражения от  $h/\lambda$ : 1- $\varepsilon=1.0$ ,  
 2- $\varepsilon=2.0$ , 3- $\varepsilon=2.0+i0.05$ ;  $\kappa=0.5$ ,  $d/l=0.5$ ,  $h_1/\lambda=0.5$

**Л и т е р а т у р а.** 1. Литвиненко Л. Н., Резник И. И., Литвиненко Д. Л. Дифракция волн на полубесконечных периодических структурах // Докл. АН УССР. — 1991. — № 6. 2. Литвиненко Д. Л., Литвиненко Л. Н., Резник И. И. Дифракция волн на полубесконечной последовательности полупрозрачных экранов. Ч. 1. — Харьков, 1993. — 40 с. (Препринт / АН Украины. Радиоастрономический ин-т; № 65). 3. Миттра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. — М.: Мир, 1974. — 327 с. 4. Литвиненко Л. Н., Просвирина С. Л. Спектральные операторы рассеяния в задачах дифракции волн на плоских экранах. — К.: Наук. думка, 1984. — 240 с. 5. Шестопалов В. П. Метод задачи Римана-Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн. — Харьков: Изд-во Харьк. ун-та, 1971. — 400 с. 6. Литвиненко Л. Н., и др. Алгоритм решения задачи дифракции плоской электромагнитной волны на ленточной решетке. — Харьков, 1976. — 23 с. (Препринт / АН УССР. Ин-т радиофизики и электроники; № 55). 7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982. — 620 с. 8. Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ. — М.: Наука, 1984. — 752 с.

## АСИМПТОТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ ЗАДАЧ ДИФРАКЦИИ ВОЛН

*Дан обзор цикла исследований по асимптотическим методам в теории дифракции волн (электромагнитных, акустических), выполненных в 1956—1986 гг. при участии или под руководством автора статьи и нашедших ряд приложений к расчетам вторичного излучения объектов радиолокации и характеристик антенных систем с обтекателями.*

### Введение

Исследования, составляющие содержание данной статьи\*, следует отнести к двум основным направлениям:

нахождение асимптотических представлений нестационарных и монохроматических волновых полей в областях с идеально отражающей границей в условиях полной освещенности;

построение асимптотической процедуры для решения задач дифракции коротких монохроматических электромагнитных волн на радиопрозрачных изогнутых слоистых структурах.

Проблемы, составляющие первое из этих направлений, следует охарактеризовать детальнее.

1. Исследование структуры волновых фронтов и разрывов (скачков) на них функции точечного источника и ее производных по времени в классе областей с гладкой, идеально отражающей и притом нигде не затененной границей.

2. Построение, на основе результатов п. 1, конструктивной методики нахождения коротковолновой асимптотики в соответствующих монохроматических задачах.

В этом построении отправным пунктом служит известное интегральное уравнение второго рода относительно плотности колебательного потенциала, и основной результат исследования состоит в том, что отрезки порождаемого этим уравнением итерационного ряда играют роль производящих функций искомой асимптотики.

---

\* Исследования выполнялись, главным образом, в Военной инженерной радиотехнической академии противовоздушной обороны (г. Харьков) и в Харьковском госуниверситете.

Результаты исследований по пп. 1 и 2 опубликованы в [1] — [4] и нашли важные приложения в расчетах вторичного излучения объектов радиолокации.

3. В связи с вопросом о возможности применения аналогичной асимптотической методики в таком классе задач с негладкой и частично затененной границей как дифракция на бесконечно тонком идеально проводящем (и, вообще говоря, неплоском) экране возникала, прежде всего, задача описания таких дифракционных задач посредством интегральных уравнений второго рода \*. Эта (нетривиальная) задача была решена в 1959 г. [5] применением метода неполного обращения интегрального оператора в соответствующем интегро-дифференциальном уравнении. Позднее (1966—1969 гг.) в цикле работ [6] — [8] иным методом, аналитически более элементарным и допускающим естественные физические трактовки, были получены интегральные уравнения второго рода как аналогичные [5], так и имеющие ряд существенных отличий.

К сожалению, дальнейшего развития и непосредственных приложений к асимптотическому оцениванию решений задач дифракции на экранах результаты работ [5] — [8] не имели. Не вызывает сомнений, что изучение и осуществление такой возможности представляло бы научный и практический интерес.

Переходим к общей характеристике исследований, проведенных во втором из указанных выше направлений.

Речь идет о построении асимптотической процедуры, позволяющей решать широкий круг задач о дифракции коротких электромагнитных волн на тонких (в определенном смысле) изогнутых слоистых структурах. Эта процедура основана на сочетании лучевой методики с разложениями, свойственными “пограничным слоям”: коэффициенты лучевых рядов внутри радиопрозрачного слоя представляют собой функции точки в пространстве, “растянутом” в направлении нормали к одной из граничных поверхностей и притом “растянутом” тем сильнее, чем тоньше слой. При этом решаемые задачи содержат два одновременно малых безразмерных параметра, связанных с характерными значениями кривизны граничных поверхностей и волнового фронта падающей волны, толщины слоистой структуры и длиной волны; рассмотрение проводится при определенных соотношениях их порядков малости.

Предложенный метод приводит к альтернирующей последовательности эффективно решаемых граничных задач: в слое, вне его, снова в

---

\* Обычный метод потенциалов здесь дает лишь интегро-дифференциальное уравнение первого рода.

слое и т. д. Так могут быть получены главный и последующие члены асимптотики, причем, если главные члены асимптотических разложений имеют геометрический характер, то второй и следующие члены дают поправки на кривизну и непараллельность граничных поверхностей, на искривленность волнового фронта падающей волны и другие факторы, не учитываемые геометрической оптикой.

Этот метод апробирован во многих практических расчетах, в частности, в расчетах излучения антенных систем с обтекателями.

Результаты исследований во втором направлении опубликованы в [9]—[19].

В последующих разделах статьи дается изложение строгих постановок рассматриваемых дифракционных задач, основных методов их математического анализа и результатов исследования.

## 1. РАССЕЯНИЕ ВОЛН В ОБЛАСТЯХ С ИДЕАЛЬНО ОТРАЖАЮЩИМИ ГРАНИЧНЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ

### 1.1. Волновые фронты и разрывы функции точечного источника в начально-краевой задаче для волнового уравнения.

В трехмерной области  $D$ , ограниченной достаточно гладкой \* поверхностью  $S$  (замкнутой или же уходящей на бесконечность) требуется найти решение  $u(t, x, a)$  \*\* волнового уравнения

$$\Delta u = u_{tt}, \quad (1)$$

удовлетворяющее условиям

$$u(0, x, a) = u_t(0, x, a) = 0, \quad (2)$$

$$u \Big|_S = -\frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\delta(t - |s - a|)}{|s - a|}. \quad (3)$$

---

\* Поверхность  $S$  будем предполагать аналитической в окрестности каждой ее точки; это ограничение можно заменить требованием дифференцируемости до некоторого достаточно высокого порядка, если нужно будет находить лишь конечное число членов асимптотического ряда.

\*\* Здесь и далее  $x, y, \dots$  — точки (радиусы-векторы) точек в  $\bar{D}$ ,  $s \in S$ ;  $a$  — фиксированная в дальнейшем точка области  $D$ .

## Обобщенная функция

$$U(t, x, a) = \frac{\delta(t - |x - a|)}{4\pi|x - a|} + u(t, x, a) \quad (4)$$

есть функция Грина (функция точечного источника) для волнового уравнения (1). Ее операционное изображение

$$W(x, a, k) = \frac{e^{ik|x-a|}}{4\pi|x-a|} + w(x, a, k), \quad (5)$$

где

$$w(x, a, k) = \int_0^{\infty} e^{ikt} u(t, x, a) dt \quad (6)$$

является функцией Грина для уравнения Гельмгольца:

$$\begin{aligned} (\Delta + k^2) w(x, a, k) &= 0 \quad (x \in D), \\ w|_s &= -\frac{1}{4\pi} \cdot \frac{e^{ik|s-a|}}{|s-a|}. \end{aligned} \quad (7)$$

Соотношение (6) указывает на тесную формальную связь задачи о нахождении волновых фронтов и разрывов на них в волновом поле  $u(t, x, a)$  с задачей о построении коротковолновой асимптотики регулярной части  $w(x, a, k)$  функции Грина (5), соответствующей стационарной (мономатической) дифракционной задаче: интегрирование по частям в интеграле (6), представляющем функцию  $w(x, a, k)$ , выражает искомую асимптотику через разрывы функции  $u(t, x, a)$ .

Начнем с рассмотрения скалярной (акустической) задачи о нахождении разрывов функции  $u(t, x, a)$ ; затем, в подразд. 1.2 перенесем полученные результаты на случай уравнений Максвелла. Наконец, в подразд. 1.3 рассмотрим нахождение коротковолновой асимптотики регулярной части функции точечного источника мономатической задачи.

Изложение задачи о разрывах функции  $u(t, x, a)$  будет удобно вести в терминах операционного исчисления, на основе взаимно однозначного соответствия между функциями  $u(t, x, a)$  и ее интегральным преобразованием  $w(x, a, k)$ .

Если искать функцию  $w(x, a, k)$  в виде потенциала двойного слоя

$$\omega(x, a, \kappa) = \frac{1}{2\pi} \int_S g(s, \kappa) \frac{\partial}{\partial n_s} \left[ \frac{e^{i\kappa|x-s|}}{|x-s|} \right] ds, \quad * \quad (8)$$

то получаем для функции  $g(s, \kappa)$  интегральное уравнение второго рода:

$$g(s, \kappa) - \int_S h(x, s, \kappa) g(s, \kappa) ds = h_0(x, a, \kappa), \quad (9)$$

где  $h(x, s, \kappa) = e^{i\kappa|x-s|} \cdot H(x, s, \kappa),$

$$H(x, s, \kappa) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\partial \ln|x-s|}{\partial n_s} \left( i\kappa - \frac{1}{|x-s|} \right),$$

$$h_0(x, a, \kappa) = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{e^{i\kappa|x-a|}}{|x-a|}.$$

Положим

$$g_0(x, \kappa) = h_0(x, a, \kappa),$$

$$g_{m+1}(x, \kappa) = \int_S h(x, s, \kappa) g_m(s, \kappa) ds \quad (m=0, 1, 2, \dots),$$

$$\sum_{m=0}^n g_m(x, \kappa) = g_n^{(1)}(x, \kappa), \quad (10)$$

$$g_n^{(2)}(x, \kappa) = g(x, \kappa) - g_n^{(1)}(x, \kappa).$$

Тогда  $g_n^{(2)}$  удовлетворяет уравнению

$$g_n^{(2)}(x, \kappa) - \int_S h(x, s, \kappa) g_n^{(2)}(s, \kappa) ds = g_{n+1}(x, \kappa),$$

\*  $\frac{\partial}{\partial n_s}$  означает дифференцирование в направлении нормали, внешней к  $D$ .

а функция

$$\omega(x, a, \kappa) = \omega_n^{(1)}(x, a, \kappa) + \omega_n^{(2)}(x, a, \kappa),$$

где  $\omega_n^{(j)}(x, a, \kappa)$  — потенциал типа (8) с плотностью  $g_n^{(j)}(x, a, \kappa)$  ( $j=1,2$ ).

Если  $u_n^{(1)}(t, x, a)$ ,  $u_n^{(2)}(t, x, a)$  — операционные оригиналы, соответствующие изображениям  $\omega_n^{(1)}(x, a, \kappa)$ ,  $\omega_n^{(2)}(x, a, \kappa)$ , то получим

$$u(t, x, a) = u_n^{(1)}(t, x, a) + u_n^{(2)}(t, x, a). \quad (11)$$

Как установлено в [2], имеет место следующая основная теорема.

**Теорема 1.** Если точка  $a$  такова, что из нее нельзя провести ни одной касательной к  $S^*$  (поверхность  $S$  полностью “освещена” из точки  $a$ ), то при любых заданных  $T > 0$  и натуральном числе  $\ell$  найдется такое  $n$ , что функция  $u_n^{(2)}(t, x, a)$  будет непрерывна вместе со всеми смешанными производными по  $t$  и координатам вектора  $x$  до порядка  $\ell$  включительно в области

$$(0 \leq t \leq T; \quad x \in \bar{D}), \quad (12)$$

причем 
$$\frac{\partial^\rho u_n^{(2)}(0, x, a)}{\partial t^\rho} = 0 \quad (\rho = 0, 1, 2, \dots, \ell).$$

Строгое доказательство этой теоремы содержится в работе [2].

Таким образом, с учетом равенства (11), при достаточно большом  $n$  все имеющие место в области (12) разрывы функции  $u(t, x, a)$  и ее производных (по совокупности  $t$  и пространственных координат) вплоть до  $\ell$ -го порядка заключены в функции  $u_n^{(1)}(t, x, a)$ .

Но так как  $\omega_n^{(1)}(x, a, \kappa)$  (операционное изображение функции  $u_n^{(1)}(t, x, a)$ ) есть потенциал вида (8) с плотностью (10), равной сумме конечного количества итераций интегрального уравнения (9), то тем самым получаем конструктивный метод нахождения разрывов функции  $u(t, x, a)$ —

---

\* Этим свойством обладают, например, все внутренние точки выпуклых областей.

регулярной части функции точечного источника нестационарной задачи.

Из явного представления функции  $\omega_n^{(1)}$ , в частности, вытекает следующая теорема.

**Теорема 2.** Разрывы по переменной  $t$  функции  $u(t, x, a)$  и ее производных по  $t$  имеют место в точке  $t = |x - a|$  и в точках  $t = |x - \bar{s}_1| + |\bar{s}_1 - \bar{s}_2| + \dots + |\bar{s}_m - a|$  ( $m = 1, 2, \dots$ ), где  $\bar{s}_i$  — все точки поверхности  $S$ , обладающие тем свойством, что смежные стороны полигонов с концами  $x$  и  $a$  и с вершинами в  $\bar{s}_1, \dots, \bar{s}_m$  составляют равные углы с нормалью к  $S$  в общей вершине.\*

Доказательство теоремы 2 основано на ряде вспомогательных предложений и в полном виде содержится также в [2]. Именно эта теорема (вместе с интегральным представлением (6)) служит основанием методики расчета коротковолновой асимптотики регулярной части  $\omega(x, a, \kappa)$  функции Грина монохроматической задачи.

**1.2. Коротковолновая асимптотика функции точечного источника в скалярной краевой монохроматической задаче.**

Начнем с коротковолновой асимптотики функции (8). Интегральное уравнение (9) позволяет представить плотность  $g(x, \kappa)$  потенциала двойного слоя (8) (формально) итерационным рядом:

$$g(s, \kappa) = g_0(s, \kappa) + g_1(s, \kappa) + \dots + g_m(s, \kappa) + \dots \quad (s \in S), \quad (13)$$

откуда (при  $x \in D$ )

$$\omega(x, a, \kappa) = \sum_{m=1}^{+\infty} \int_S h(x, s, \kappa) g_{m-1}(s, \kappa) ds. \quad (14)$$

Общий член формального разложения (14)

$$\int_S h g_{m-1} ds = \int_S \dots \int_S h(x, s_1, \kappa) h(s_1, s_2, \kappa) \dots h(s_{m-1}, s_m, \kappa) h(s_m, a, \kappa) ds_1 ds_2 \dots$$

$$\dots ds_m = \int_S \dots \int_S e^{i\kappa(|x-s_1| + |s_1-s_2| + \dots + |s_{m-1}-s_m| + |s_m-a|)} \quad x$$

\* Такие полигоны будут называться в дальнейшем экстремальными.

$$\times H(x, s_1, \kappa) H(s_1, s_2, \kappa) \dots H(s_{m-1}, s_m, \kappa) \frac{ds_1 ds_2 \dots ds_m}{4\pi |s_m - a|} =$$

$$= \int \dots \int_S e^{i\kappa(|x-s_1| + |s_1-s_2| + \dots + |s_{m-1}-s_m| + |s_m-a|)} \times$$

$$\times \left( \sum_{\ell=0}^{m-1} \kappa^\ell G_{m\ell}(x, s_1, \dots, s_m, a) \right) ds_1 ds_2 \dots ds_m =$$

$$= \int_0^{+\infty} e^{i\kappa t} dt \int \dots \int_S \delta(t - |x-s_1| - \dots - |s_{m-1}-s_m| - |s_m-a|) \times$$

$$\times \left( \sum_{\ell=0}^{m-1} \kappa^\ell G_{m\ell} \right) ds_1 ds_2 \dots ds_m =$$

$$= \sum_{\ell=0}^{m-1} \kappa^\ell \int_0^{+\infty} e^{i\kappa t} dt \int \dots \int_{\Omega_t} \frac{G_{m\ell}}{|\nabla q|} d\Omega_t, \quad (15)$$

где  $q = |x-s_1| + \dots + |s_{m-1}-s_m| + |s_m-a|$ , а  $\nabla q, \Omega_t, d\Omega_t$  имеют следующий смысл.

Пусть  $(\xi, \eta)$  — криволинейные координаты на  $S$ , причем  $S_i = (\xi_i, \eta_i)$ . Тогда прямое произведение  $P = S \cdot S \cdot \dots \cdot S$

( $m$  сомножителей) представляет собой  $2m$  — мерное множество с координатами  $(\xi_1, \eta_1, \xi_2, \eta_2, \dots, \xi_m, \eta_m)$ , причем

$$q = q(\xi_1, \eta_1, \dots, \xi_m, \eta_m),$$

$$\nabla q = \left( \frac{\partial q}{\partial \xi_1}, \frac{\partial q}{\partial \eta_1}, \dots, \frac{\partial q}{\partial \xi_m}, \frac{\partial q}{\partial \eta_m} \right).$$

Пересечение же  $2m$ -мерного множества  $\mathcal{P}$  с поверхностью  $q(\xi_1, \eta_1, \dots, \xi_m, \eta_m)$  образует многообразие  $\mathcal{R}_t$ , элемент площади которого есть  $d\mathcal{R}_t$ .

Формула (15) показывает, что асимптотика интеграла  $\int_S h g_{m-1} dS$  состоит из вкладов, вносимых точками разрыва  $t = t_j(x, a)$  ( $j = 1, 2, \dots$ ) функций

$$\Gamma_{m\ell}(x, t, a) = \int_{\mathcal{R}_t} \dots \int \frac{G_{m\ell}}{|\nabla q|} d\mathcal{R}_t, \quad (16)$$

причем эти вклады имеют вид:

$$e^{ikt_j(x, a)} \left[ \frac{A_{j0}(x, a)}{K^{\ell_j}} + \frac{A_{j1}(x, a)}{K^{\ell_j+1}} + \frac{A_{j2}(x, a)}{K^{\ell_j+2}} + \dots \right]. \quad (17)$$

Точки же разрыва  $t_j(x, a)$  должны совпадать со значениями функции  $q = |x - s_1| + |s_1 - s_2| + \dots + |s_m - a|$  в тех точках  $(\bar{s}_1, \bar{s}_2, \dots, \bar{s}_m)$ , где градиент  $\nabla q$  равен нулю либо обладает какой-то особенностью. Можно установить строго, что (в полном согласии с теоремой 2) значения  $t_j(x, a)$ , соответствующие разрывам функции  $\Gamma_{m\ell}(x, t, a)$ , равны длинам всех экстремальных полигонов порядка  $\leq m$  (то есть с количеством вершин  $\bar{s}_i$ , не превосходящим  $m$ ).

Если порядок экстремального полигона равен  $m$ , то соответствующий вклад в асимптотическое разложение функции  $\int_S h g_{m-1} dS$  порождается таким распределением точек  $s_1, \dots, s_m$ , когда  $s_i$  принадлежит окрестности соответствующей вершины  $\bar{s}_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ). Полигоны же  $\{x, \bar{s}_1, \dots, \bar{s}_\rho, a\}$  при  $\rho < m$  можно представить себе как результат "слияний" некоторых соседних вершин полигонов  $\{x, \bar{s}_1, \dots, \bar{s}_m, a\}$  в точках  $\bar{s}_1, \bar{s}_2, \dots, \bar{s}_\rho$ . Например, при  $m=3$  полигон  $\{x, \bar{s}_1, \bar{s}_2, a\}$  может возникнуть из  $\{x, \bar{s}_1, \bar{s}_2, \bar{s}_3, a\}$  следующими способами:

$$1) s_1 \rightarrow \bar{s}_1, s_2 \rightarrow \bar{s}_1, s_3 \rightarrow \bar{s}_2; \quad 2) s_1 \rightarrow \bar{s}_1, s_2 \rightarrow \bar{s}_2, s_3 \rightarrow \bar{s}_2$$

Чтобы найти вклад в асимптотику функции  $\int_S h g_{m-1} dS$ , соответствующий экстремальному полигону порядка  $\rho < m$ , нужно рассмотреть все подобные распределения точек  $s_1, s_2, \dots, s_m$  по окрестностям вершин экстремального полигона. Полученный в результате "слияний" вклад в

асимптотику интеграла  $\int_S h g_{m-1} dS$  с фазой  $|x - \bar{s}_1| + \dots + |\bar{s}_p - a|$  ( $\rho < m$ ) имеет амплитудный множитель более высокого порядка малости (относительно  $1/k$ ), чем вклад с той же фазой, входящий в асимптотику интеграла  $\int_S h g_{m-2} dS$ .

Отсюда видно, что для вычисления, например, главного члена асимптотики с фазой  $|x - \bar{s}_1| + \dots + |\bar{s}_p - a|$ , достаточно найти главный же член соответствующего вклада в асимптотику от интеграла  $\int_S h g_{p-1} dS$ .

Сделаем выводы.

1. При каждом фиксированном  $x \in D$  коротковолновая асимптотика функции  $w(x, \alpha, k)$  состоит из слагаемых вида

$$e^{ik(|x - \bar{s}_1| + |\bar{s}_1 - \bar{s}_2| + \dots + |\bar{s}_m - a|)} \left( \frac{A_0}{k^{\ell_0}} + \frac{A_1}{k^{\ell_0+1}} + \frac{A_2}{k^{\ell_0+2}} + \dots \right), \quad (18)$$

где  $|x - \bar{s}_1| + |\bar{s}_1 - \bar{s}_2| + \dots + |\bar{s}_m - a|$  — длины описанных выше экстремальных полигонов, а  $A_p = A_p(x, \alpha)$  ( $p = 0, 1, 2, \dots$ ).

2. Первые  $z$  ( $z = 1, 2, 3, \dots$ ) членов в разложении (18) с фиксированной фазой возникают из суммы вкладов, вносимых итерациями

$$\int_S h g_{m-1} dS, \int_S h g_m dS, \dots, \int_S h g_{m+z-2} dS.$$

В частности, главный член асимптотики порождается интегралом

$$\int_S h g_{m-1} dS.$$

### 1.3. Коротковолновая асимптотика решений уравнений Максвелла

Сохранив все предположения о характере области  $D$ , свойствах ее граничной поверхности  $S$  и расположении источника, можно распространить результаты, изложенные в подразд. 1.2., на случай рассеяния электромагнитных волн.

С этой целью представим полное поле в виде

$$\vec{E}_{\text{полн}} = \vec{E}_0(x) + \vec{E}(x); \quad \vec{H}_{\text{полн}} = \vec{H}_0(x) + \vec{H}(x),$$

где  $x \in \bar{D}$ ,  $(\vec{E}_0, \vec{H}_0)$  — поле источника, локализованного в точке  $a \in D$  (например, поле точечного электрического или магнитного диполя), а  $(\vec{E}, \vec{H})$  — вторичное (рассеянное) поле, удовлетворяющее в  $D$  системе уравнений Максвелла

$$\text{rot } \vec{E} = i\omega\mu_0 \vec{H}; \quad \text{rot } \vec{H} = -i\omega\varepsilon_0 \vec{E} \quad (19)$$

( $\varepsilon_0, \mu_0$  — проницаемости свободного пространства), а на поверхности  $S$  — граничному условию

$$\vec{n} \times (\vec{E} + \vec{E}_0)^+ = 0. \quad *$$

Решение этой краевой задачи можно выразить через потенциал Герца  $\vec{\Pi}$ :

$$\vec{E} = \text{rot } \vec{\Pi}; \quad \vec{H} = \frac{1}{i\omega\mu_0} \cdot (\text{grad div } \vec{\Pi} + \kappa^2 \vec{\Pi}), \quad (21)$$

причем  $\vec{\Pi}$  будем отыскивать в виде

$$\vec{\Pi}(x) = \int_S f(x, s, \kappa) \vec{\omega}(s) ds, \quad (22)$$

где

$$f(x, s, \kappa) = \frac{1}{2\pi} \frac{e^{i\kappa|x-s|}}{|x-s|}$$

( $\kappa = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ , а  $\vec{\omega}(s)$  — касательный к  $S$  вектор, подлежащий определению из краевого условия (20),

$$-\vec{n} \cdot \left[ \text{rot} \int_S f(x, s, \kappa) \vec{\omega}(s) ds \right]^+ = \vec{n} \cdot \vec{E}_0(x) \quad (x \in S); \quad (23)$$

как нетрудно вывести, соотношение (23) равносильно интегральному уравнению

$$\vec{\omega}(x) + \int_S \frac{\partial f(x, s, \kappa)}{\partial n} \vec{\omega}(s) ds - \int_S (\vec{n} \vec{\omega}(s)) \vec{\nabla} f(x, s, \kappa) ds = (\vec{n} \cdot \vec{E}_0(x)), \quad (24)$$

\* Символ вида  $\vec{A}^+$  означает предельное значение некоторого вектора  $\vec{A}(x)$  при переходе на  $S$  из области  $D$ .

где  $\vec{n} = \vec{n}(x)$ ,  $x \in S$ . Представим уравнение (24) в матричной форме. Пусть  $\vec{n} \cdot \vec{E}_0(x) = \vec{\Gamma}_0(x, a, \kappa)$ , и  $\omega_i, \pi_i, \Pi_i, \Gamma_{0i}$  ( $i=1, 2, 3$ ) — проекции векторов  $\vec{\omega}, \vec{\pi}, \vec{\Pi}, \vec{\Gamma}_0$  на оси некоторой декартовой системы координат.

Введем в рассмотрение матрицы

$$\omega = \begin{vmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{vmatrix}, \quad \Gamma_0 = \begin{vmatrix} \Gamma_{01} \\ \Gamma_{02} \\ \Gamma_{03} \end{vmatrix}, \quad \Pi = \begin{vmatrix} \Pi_1 \\ \Pi_2 \\ \Pi_3 \end{vmatrix},$$

$$\mathcal{H} = \begin{vmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} \end{vmatrix} \cdot e^{i\kappa|x-s|},$$

где  $H_{\ell j} = H_{\ell j}(x, s, \kappa) = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{1}{|x-s|} - i\kappa \right) \times$   
 $\times \left[ \delta_{\ell j} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \ln|x-s|}{\partial x_i} \cdot n_i - \frac{\partial \ln|x-s|}{\partial x_\ell} \cdot n_j \right]$   
 ( $\ell, j = 1, 2, 3$ ;  $\delta_{\ell j} = 1$  при  $\ell = j$ ;  $\delta_{\ell j} = 0$  при  $\ell \neq j$ ).

Тогда уравнение (24) принимает вид

$$\omega(x) - \int_S \mathcal{H}(x, s, \kappa) \omega(s) ds = \Gamma_0(x, a, \kappa). \quad (25)$$

Отсюда получаем формальное представление

$$\omega(x) = \omega_0(x, \kappa) + \omega_1(x, \kappa) + \omega_2(x, \kappa) + \dots, \quad (26)$$

где  $\omega_0(x, \kappa) = \Gamma_0(x, a, \kappa)$ ,

$$\omega_{m+1}(x, \kappa) = \int_S \mathcal{H}(x, s, \kappa) \omega_m(s, \kappa) ds \quad (m=0, 1, 2, \dots)$$

и соответствующее разложение потенциалов  $\Pi$

$$\Pi(x) = \Pi(x, a, \kappa) = \sum_{m=1}^{\infty} \int_S f(x, s, \kappa) \omega_{m-1}(s, \kappa) ds. \quad (27)$$

Ряды (26), (27) совершенно аналогичны разложениям (13) и (14) в скалярной задаче, и все сказанное там относительно методики нахождения асимптотики без каких-либо изменений можно перенести на рассматриваемый случай уравнений Максвелла.

#### 1.4. Асимптотика итераций

Из предыдущих рассмотрений следует, что нахождение асимптотики функции  $\omega(x, a, \kappa)$ , равно как и  $\Pi(x, a, \kappa)$ , сводится к асимптотическим разложениям интегралов вида

$$I_n = \int_S \dots \int_S e^{i\kappa(|x-s_1| + |s_1-s_2| + \dots + |s_n-a|)} G ds_1, ds_2, \dots, ds_n, \quad (28)$$

где  $G$  допускает представление:

$$G = \frac{G_0(x, s_1, \dots, s_n, a)}{\prod_{l=1}^m |s_{d_l} - s_{d_l+1}|}, \quad m \leq n-1, \quad (29)$$

причем функцию  $G_0$  можно считать сколь угодно гладкой; точки  $x$  и  $a$  зафиксированы строго внутри  $D$ .

Нахождение асимптотики интегралов (28) требует применения многомерного метода стационарной фазы в варианте, адаптированном к особенностям структуры подынтегральной функции и позволяющем рассчитывать члены асимптотики, порождаемые "слиянными" вершинами фазового полигона  $\varphi(s_1, s_2, \dots, s_n)$ , вклады, вносимые однопараметрическими семействами экстремальных полигонов и др.

В работе [4] такой метод развит со всеми вычислительными и аналитическими подробностями, с явными выражениями для главных членов асимптотики.

## 2. ПРОХОЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ЧЕРЕЗ СЛОИСТЫЕ СТРУКТУРЫ

### 2.1. Постановка задачи

В свободном пространстве (проницаемости  $\epsilon_0, \mu_0$ ) помещен слой  $G$ , ограниченный гладкими поверхностями  $S_1, S_2$  (замкнутыми или же уходящими на бесконечность) и характеризуемый относительными проницаемостями  $\epsilon', \mu'$  \*. Поверхность  $S_1$  отделяет  $G$  от области  $G_1$ , где расположены заданные источники, порождающие первичное поле источников с периодической зависимостью от времени ( $e^{-i\omega t}$ ). Поверхность  $S_2$  отделяет  $G$  от области  $G_2$ .

Подлежит нахождению возмущенное поле  $(\vec{E}, \vec{H})$  в областях  $G, G_1, G_2$ . Введем в слое  $G$  и некоторой его окрестности криволинейные координаты  $(\sigma_1, \sigma_2, \rho)$ , где  $(\sigma_1, \sigma_2)$  — какие-либо координаты на поверхности  $S_1$ , а  $|\rho|$  — расстояние от  $S_1$ , отсчитываемое от нормали к  $S_1$  так, что в слое  $\rho > 0$ . Представим уравнение  $S_2$ , в этих координатах в виде

$$\rho = \delta h(\sigma_1, \sigma_2), \quad (30)$$

где  $0 < h_0 \leq h(\sigma_1, \sigma_2) \leq 1$  \*\*. Введем  $\kappa_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$  — волновое число в  $G_1, G_2$  и  $\kappa_1 = \kappa_0 \sqrt{\epsilon' \mu'}$  — волновое число в  $G$ , а также параметр  $\mathcal{H}_0$  — наибольшее из значений главной кривизны на  $S_1$  и на волновом фронте первичного излучения. Будем предполагать, что

$$\mathcal{F} \equiv \mathcal{H}_0 \delta \ll 1, \quad \eta \equiv \frac{\mathcal{H}_0}{\kappa_0} \ll 1; \quad (31)$$

$$\sqrt{\epsilon' \mu'} \sim 1, \quad \frac{1}{\mathcal{H}_0} \left| \frac{\partial h}{\partial \sigma_j} \right| \sim 1 \quad (j = 1; 2).$$

В такой задаче, содержащей два одновременно малых параметра  $\mathcal{F}$  и  $\eta$ , корректный подход к асимптотическим оценкам решения требует введения априорных соотношений, связывающих порядок малости параметров (так же, например, как в теории цилиндрических функций при одновременно больших аргументе и индексе). Таким образом, существенную роль должен играть параметр

\* Чтобы упростить изложение, будем считать слой однородным (так что  $\epsilon', \mu'$  — постоянные); однако это предположение не необходимо.

\*\* В последующем вместо  $(\sigma_1, \sigma_2)$  пишем сокращенно  $(\sigma)$ , например  $h(\sigma_1, \sigma_2) = h(\sigma)$ ;

$$\zeta = \frac{\xi}{\eta} = \kappa_0 \delta. \quad (32)$$

Наибольший прикладной интерес (прежде всего в связи с электродинамикой антенных обтекателей) представляет случай  $\zeta \sim 1$ . Вместе с тем, асимптотические процедуры, развитые применительно к случаю  $\zeta \sim 1$ , содержат ряд откровенных моментов, используемых при  $\zeta \ll 1$  и при  $\zeta \gg 1$ . В связи с этим основное внимание ниже будет уделено дифракции на слое при условии  $\zeta \sim 1^*$ .

## 2.2. Представления полей в $G_1, G, G_2$

По предположению, первичное поле  $(\vec{E}^0, \vec{H}^0)$  допускает в  $G_1 \cup S_1$  асимптотическое (при  $\frac{\alpha_0}{\kappa_0} \rightarrow +\infty$ ) представление

$$\vec{E}^0(\vec{x}, \kappa) \sim e^{-i\kappa_0 \phi(\vec{x})} \vec{E}^0(\vec{x}, \kappa_0), \quad ** \quad (33)$$

где

$$\vec{E}^0(\vec{x}, \kappa_0) \sim \sum_{m=0}^{+\infty} \vec{E}_m^0(\vec{x}) \left(\frac{\alpha_0}{\kappa_0}\right)^m, \quad *** \quad (34)$$

причем  $\phi(\vec{x})$  удовлетворяет уравнению эйконала  $|\vec{\nabla} \phi(\vec{x})| = 1$  и единичный вектор  $\vec{e}^0 = \vec{\nabla} \phi(\vec{x})$  (нормальный орт фронта первичной волны) во всех точках  $\vec{x} \in S_1$ , образует с ортом нормали  $\vec{N}$  острые углы: существует постоянная  $c_0 \in (0, 1)$  такая, что везде на  $S_1$  выполняется

$$1 \geq \vec{e}^0 \cdot \vec{N} \geq c_0. \quad (35)$$

\* Краткий обзор других результатов приводится в подразд. 2.4.

\*\* Везде в разд. 2 точки (радиусы-векторы точек) обозначаются  $\vec{x}, \vec{y}, \dots$

\*\*\* Здесь, как и везде в подразд 2.2, явно выписаны лишь формулы, выражающие векторы электрической напряженности; выражения для векторов магнитной напряженности аналогичные.

Неравенство (35) выражает условие освещенности поверхности первичной волны.

Поле в области  $G$ , предлагается отыскать в следующем виде:

$$\vec{E} = \vec{E}^0 + \vec{E}^I, \quad (36)$$

где  $\vec{E}^I$  — поле, рассеянное слоем.

Ради краткости проведем изложение, допустив, что любой луч, представляющий собой геометрическое отражение от  $S_1$  первичного луча, направленного по  $\vec{l}^0$ , не встречается  $S_1$  еще раз (это ограничение на изогнутость  $S_1$  не имеет принципиального характера).

В таком случае можно положить

$$\vec{E}^I \sim e^{i\kappa_0 \psi(\vec{x})} \cdot \vec{E}^I(\vec{x}, \kappa_0), \quad (37)$$

$$\vec{E}^I(\vec{x}, \kappa_0) \sim \sum_{m=0}^{+\infty} \vec{E}_m^I(\vec{x}) \left(\frac{\kappa_0}{\kappa_0}\right)^m,$$

где

$$\psi(\vec{x}) = \phi(\vec{x}_0) + |\vec{x} - \vec{x}_0|, \quad (38)$$

$$\vec{x}_0 \in S_1; \left( \frac{\vec{x} - \vec{x}_0}{|\vec{x} - \vec{x}_0|} - \vec{\nabla} \phi(\vec{x}_0) \right) \times \vec{N}(\vec{x}_0) = 0.$$

Таким образом, фаза  $\psi(\vec{x})$  соответствует геометрической оптике, а формулы (37, 38) — лучевым представлениям.

Переходим к асимптотическим представлениям, описывающим поле в слое.

Рассмотрение точных решений в “эталонных” задачах (например, точная найденная коротковолновая асимптотика функции Грина задачи дифракции на плоском слое, [18]) и оценки качественного характера приводят к представлению вектора  $\vec{E}$  в области  $G$  формулой вида

$$\vec{E} \sim \vec{E}(\sigma, \nu, \xi) e^{i\kappa_0 \phi_0(\sigma)}, \quad (39)$$

где

$$\vec{E}(\sigma, \nu, \xi) \sim \sum_{m=0}^{+\infty} \vec{E}_m(\sigma, \nu) \xi^m,$$

$$\nu = \frac{\pi}{\delta h(\sigma)} \in [0; 1], \quad \phi_0(\sigma) = \phi(\sigma, \rho) \Big|_{\rho=0} \quad (40)$$

Разложение (40) имеет своими коэффициентами “плавные” (с производными  $\sim 1$ ) функции не от реальной координаты  $\rho \in [0; \delta h(\sigma)]$ , а от безразмерной  $\nu \in [0; 1]$ . Именно такой ряд (разложение типа

“пограничных слоев”) описывает конечное изменение вектора  $\vec{E}$  на малом ( $\sim \delta$ ) расстоянии вдоль нормали (что имеет место в действительности).

Для представления поля в области  $G_2$  вводится координата  $\hat{n} = n - \delta h(\sigma)$ , принимающая нулевое значение на  $S_2$ .

Поле в  $G_2$  вблизи поверхности  $S_2$  представляется формулами

$$\vec{E}^{\text{II}}(\vec{x}, k_0) \sim \vec{E}^{\text{II}}(\sigma, \hat{n}, \eta) e^{i k_0 \phi(\sigma, n)}, \quad (41)$$

$$\vec{E}^{\text{II}}(\sigma, \hat{n}, \eta) \sim \sum_{m=0}^{+\infty} \epsilon_m^{\text{II}}(\sigma, \hat{n}) \eta^m, \quad (42)$$

которые нетрудно обосновать на физическом уровне строгости.

### 2.3. Асимптотическое решение двумерной задачи

Описание асимптотической процедуры, позволяющей найти решение рассматриваемой электродинамической задачи в главном и в последующих асимптотических приближениях, проводится на примере двумерной задачи при  $E$ -поляризации, когда  $S_1$  и  $S_2$  - цилиндрические поверхности с образующими, параллельными оси  $Oz$ , все векторы-функции  $\vec{E}^0, \vec{E}^I, \vec{E}, \vec{E}^{\text{II}}$  параллельны этой оси и, равно как и фаза падающей волны  $\phi(\vec{x})$ , от координаты  $Z$  не зависят. В этом случае  $\sigma$  будет обозначать дуговую координату на линии  $S_1$  (направляющей линии соответствующей цилиндрической поверхности); переменные же  $n$  и  $\nu$  имеют прежний смысл, но, ради простоты преобразований, примем  $h \equiv 1$ .

Пусть  $u^0, u^I, u, u^{\text{II}}$  - проекции соответствующих векторов на ось  $Oz$ . Введем несколько обозначений:  $\mathcal{R} = \mathcal{R}(\sigma)$  - кривизна линии  $S_1$ ,  $\bar{\mathcal{R}} = \mathcal{R}/\mathcal{R}_0$ ,  $\vec{\tau}(\sigma)$  - орт касательной к  $S_1$ ,  $(\vec{e}^0(\sigma, 0) \cdot \vec{\tau}(\sigma)) = \cos \nu$  ( $\nu = \nu(\sigma)$  - “угол скольжения”),

$$\mathcal{L} = \frac{1}{1 + \bar{\mathcal{R}} \epsilon \nu} \left( \cos \nu + \frac{1}{i k_0} \cdot \frac{\partial}{\partial \sigma} \right).$$

Тогда из уравнений Максвелла и граничных условий электродинамики на  $S_1, S_2$  можно вывести следующую систему соотношений:

$$\mathcal{L}u \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial \nu^2} + \epsilon^2 (\epsilon \mu + \frac{\mathcal{R}^2}{k^2}) u + \frac{\bar{\mathcal{R}} \mathcal{F}}{1 + \bar{\mathcal{R}} h \mathcal{F} \nu} \cdot \frac{\partial u}{\partial \nu} = 0, \quad (0 < \nu < 1), \quad (43)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \nu} + i \epsilon \frac{\partial \phi}{\partial n} u = 2 i \epsilon h u^0 + \delta \frac{\partial (u^0 + u^I)}{\partial n}, \quad (\nu = 0) \quad (44)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \nu} - i\zeta \frac{\partial \phi}{\partial n} u = \delta \frac{\partial u^{\bar{H}}}{\partial n} \cdot e^{i\kappa_0(\phi - \phi_0)}, \quad (\nu=1), \quad (45)$$

$$u = u^0 + u^I, \quad (\nu=0), \quad (46)$$

$$u = u^{\bar{H}}, \quad (\nu=1). \quad (47)$$

В соответствии с разложениями (34), (38), (40), (42), примем, что в  $G$

$$\left. \begin{aligned} u^0 &\sim u_0^0(\sigma, n) + u_1^0(\sigma, n)\eta + \dots \\ u^I &\sim u_0^I(\sigma, n) + u_1^I(\sigma, n)\eta + \dots \\ u &\sim u_0(\sigma, \nu) + u_1(\sigma, \nu)\xi + \dots \\ u^{\bar{H}} &\sim u_0^{\bar{H}}(\sigma, \hat{n}) + u_1^{\bar{H}}(\sigma, \hat{n})\eta + \dots \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

Подставив разложения (48) в равенства (43)—(47) и приравняв коэффициенты при одинаковых степенях параметра  $\xi$ , получаем последовательность одномерных (по переменной  $\nu \in [0, 1]$ ) краевых задач. Их запись потребует введения нескольких операторов:

$$Z_0 F = \cos \nu \cdot F; \quad Z_1 F = -\bar{\alpha} \nu \cos \nu F - \frac{i}{\zeta \alpha_0} \cdot \frac{\partial F}{\partial \sigma};$$

$$L_0 F = \frac{\partial^2 F}{\partial \nu^2} + \zeta^2 (\epsilon \mu - \cos^2 \nu) F;$$

$$L_1 F = \alpha \frac{\partial F}{\partial \nu} - \zeta^2 [Z_0(Z_1 F) - Z_1(Z_0 F)].$$

Краевая задача для  $u_0(\sigma, \nu)$

$$L_0 u_0 = 0, \quad (0 < \nu < 1);$$

$$\frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial u_0}{\partial \nu} + i\zeta \sin \nu \cdot u_0 = 2i\zeta \sin \nu \cdot u_0^0, \quad (\nu=0); \quad (49)$$

$$\frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial u_0}{\partial \nu} - i\zeta \sin \nu \cdot u_0 = 0, \quad (\nu=1).$$

Краевая задача для  $u_1$  ( $\nu, v$ )

$$L_0 u_1 = -L_1 u_0, \quad (0 < v < 1);$$

$$\mathcal{L}_0 \left[ \frac{1}{\mu} \frac{\partial u_1}{\partial v} + i\epsilon \sin \nu \cdot u_1 \right] = 2i \sin \nu \cdot u_1^0 + \frac{\partial(u_0^0 + u_0^I)}{\partial n}, \quad (v=0); \quad (50)$$

$$\mathcal{L}_0 \left[ \frac{1}{\mu} \frac{\partial u_1}{\partial v} - i\epsilon \sin \nu u_1 \right] = i\epsilon \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial n^2} \right)_{n=0} u_0 + \frac{\partial u_0^{\bar{n}}}{\partial \hat{n}} e^{i\epsilon \sin \nu}, \quad (v=1).$$

Кроме (40), (50) имеют место граничные равенства

$$\text{при } v=0: u_0 = u_0^0 + u_0^I; \quad u_1 = u_1^0 + u_1^I; \quad \dots \quad (51)$$

$$\text{при } v=1: u_0 = u_0^{\bar{n}} e^{i\rho}; \quad u_1 = u_1^{\bar{n}} e^{i\rho} \quad (52)$$

$$(\rho = \epsilon \sin \nu).$$

Краевая (двухточечная) задача (49) не содержит "мешающих параметров", все входящие в нее величины (кроме искомой функции  $u_0$ ) известны. Задача однозначно разрешима, ее решение (при рассматриваемых упрощениях в постановке) элементарно вычисляемо.

Задача же (50) содержит неизвестные величины  $\left( \frac{\partial u_0^I}{\partial n} \right)_{n=0}$  и  $\left( \frac{\partial u_0^{\bar{n}}}{\partial \hat{n}} \right)_{\hat{n}=0}$ . Определение этих "внешних производных" должно предшествовать решению задачи (50).

Исходим из того, что отраженное поле  $u^I e^{iK_0 \psi}$  удовлетворяет в  $G_1$  уравнению

$$(\nabla^2 + K_0^2) \left( e^{iK_0 \psi} u^I \right) = 0,$$

откуда

$$\frac{1}{iK_0} \nabla^2 u^I + 2(\vec{\nabla} \psi \cdot \vec{\nabla} u^I) + \nabla^2 \psi \cdot u^I = 0$$

и, следовательно,

$$2(\vec{\nabla} \psi \cdot \vec{\nabla} u_0^I) + \nabla^2 \psi \cdot u_0^I = 0,$$

откуда, с учетом (51), выводим: при  $n=0$

$$\frac{\partial u_0^I}{\partial n} = \text{ctg} \nu \cdot \frac{\partial(u_0 - u_0^0)}{\partial \nu} + \text{сх} \nu \frac{\nabla^2 \psi}{2} (u_0 - u_0^0). \quad (53)$$

Аналогично получаем при  $\hat{n} = 0$

$$\frac{\partial u_0^{\text{II}}}{\partial \hat{n}} = -ctgv \cdot \frac{1}{\mathcal{H}_0} e^{ip} \frac{\partial(u_0 e^{-ip})}{\partial \sigma} - cscv \left( \frac{\nabla^2 \phi}{2} \right)_{n=0} \cdot u_0 \quad (54)$$

Теперь задача (50) может получить (единственное) решение. Описанный процесс может быть (в принципе) продолжен для нахождения последующих членов асимптотики.

Сделаем следующее замечание: получив в итоге примененной процедуры везде на  $S_1$  распределения значений  $u_0^{\text{I}}, \frac{\partial u_0^{\text{I}}}{\partial n}$ , а на  $S_2 - u_0^{\text{II}}, \frac{\partial u_0^{\text{II}}}{\partial \hat{n}}$ , можно явно выразить посредством интегральной формулы Грина  $u_0^{\text{I}}$  в любой точке области  $G_1$ , а  $u_0^{\text{II}}$  в  $G_2$  и, что практически весьма важно, поле в дальней зоне (поле волны, прошедшей через слой  $G$ ).

Еще один важный круг приложений связан с обобщенным принципом зеркальных изображений [20], в силу которого излучение апертуры  $S_0$ , дополненной до плоскости ( $z=0$ ) идеально черным экраном и закрытой расположенным в полупространстве  $z > 0$  диэлектрическим обтекателем  $G$ , имеет строгое интегральное представление:

$$\vec{p} \vec{E}(\vec{R}^0) = \int_{S_0} \left( [\vec{E}^A(\vec{x}) \cdot \vec{\mathcal{H}}_0(\vec{x}, \vec{R}^0, \vec{p})] - [\vec{E}_0(\vec{x}, \vec{R}^0, \vec{p}) \cdot \vec{H}^B(\vec{x})] \right) \cdot d\vec{S},$$

где  $\vec{R}^0$  - орт направления (в полупространство  $z > 0$ ),  $\vec{E}^A, \vec{H}^B$  - известные поля, возбуждаемые при определенных условиях в  $S_0$  сторонними источниками, действующими из нижнего полупространства, а  $\vec{E}_0, \vec{\mathcal{H}}_0$  - дифрагированное поле от плоской волны\*, прошедшей в направлении орта  $(-\vec{R}^0)$  через "симметризованный" слой, образованный обтекателем  $G$  и его зеркальным отражением в плоскости  $z=0$  (при отсутствии какого-либо материального экрана внутри). Наличие метода, позволяющего эффективно находить такое поле, представляет собой важный момент.

#### 2.4. Обзор некоторых результатов

В работах [15, 16, 19] рассмотрены задачи дифракции на слоях предельно большой (с точки зрения применимости лучевой методики) толщины, характеризующихся соотношением  $\xi \sim \xi^{-1} (\xi \gg 1)$ , и "промежуточной" толщины ( $\xi \sim \xi^{-1}; 0 < \gamma < 1; \xi \gg 1$ ). Таким соотношениям соответствуют

\* Вектор поляризации которой есть  $\vec{p}$ .

различные практически важные реальные ситуации и вместе с тем их анализ сопряжен с определенными математическими трудностями.

Так, при  $\xi \gg 1$  уже главный член асимптотики связан с эталонным параболическим уравнением, а дифрагированное поле обладает сложной лучевой структурой.

Несколько в стороне от работ по дифракции на радиопрозрачных слоистых структурах находятся исследования задачи коротковолновой дифракции на гладком теле с большой (конечной) проводимостью в освещенной зоне [14, 17]. Хорошо известно, что импедансное граничное условие М. А. Леонтовича является асимптотически верным лишь при условии

$$\frac{\mu' \sigma}{\omega} \gg 1, \quad (\sigma - \text{проводимость}). \quad (55)$$

Следовательно, выбрав в постановке задачи дифракции импедансное условие, мы, очевидно, не вправе при последующем решении дифракционной задачи считать параметр

$$\frac{1}{\eta} = \frac{K_0}{\mathcal{K}_0} = \frac{\omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}{\mathcal{K}_0}$$

неограниченно большим, и переход к коротковолновой асимптотике  $\left(\frac{K_0}{\mathcal{K}_0} \rightarrow +\infty\right)$  требует уточненной, корректной постановки. Именно это соображение послужило отправным моментом в [14, 17], где применен двухпараметрический подход: вводятся два малых параметра  $\left(\frac{\omega}{\mu' \sigma} \text{ и } \frac{\mathcal{K}_0}{K_0}\right)$  и принимается то или иное соотношение порядков их малости (диктуемое конкретно рассматриваемым классом задач) и далее применяется процедура, основанная на сочетании лучевых представлений с “погранслойными” разложениями в скин-слое.

Следует отметить, что сходный подход оказался полезным и в других рассматриваниях, в частности, в асимптотическом решении задач дифракции на поглощающих структурах.

**Л и т е р а т у р а.** 1. Повзнер А. Я., Сухаревский И. В. О разрывах функции Грина смешанной задачи для волнового уравнения и о некоторых дифракционных задачах // ДАН СССР. — 1958. — Т. 122. — № 6. С. 986—989. 2. Повзнер А. Я., Сухаревский И. В. О разрывах функции Грина для волнового уравнения // Математический сборник: новая серия. — 1960. —

Т. 51(93). — Вып. 1.—С. 3—26. 3. *Повзнер А. Я., Сухаревский И. В.* Об асимптотических разложениях в некоторых задачах теории дифракции коротких волн: I Симпозиум по дифракции волн. — Одесса, 1960: С. 18—19. 4. *Повзнер А. Я., Сухаревский И. В.* О нахождении асимптотики решений задач дифракции коротких волн // Журнал вычислительной математики и математической физики.—1961.—Т. 1. — № 2. — С. 224—245. 5. *Повзнер А. Я., Сухаревский И. В.* Интегральные уравнения второго рода для задач дифракций на бесконечно тонком экране // Докл. АН СССР. — 1959. — Т. 127. — № 2.— С. 291—294. 6. *Фельд Я. Н., Сухаревский И. В.* О сведении задач дифракции на незамкнутых поверхностях к интегральным уравнениям второго рода // Радиотехника и электроника. — 1966. — Т. XI. — № 7. — С. 1159—1168. 7. *Фельд Я. Н., Сухаревский И. В.* Об интегральных уравнениях задач дифракции на незамкнутых экранах // Радиотехника и электроника. — 1967. — Т. XII. — № 10. — С. 1713—1720. 8. *Фельд Я. Н.; Сухаревский И. В.* Применение нерезонансных функций Грина к построению интегральных уравнений задач дифракции на незамкнутых экранах // Радиотехника и электроника. — 1969. — Т. XIV. — № 8. — С. 1962—1968. 9. *Сухаревский И. В., Гринберг С. И.* Возбуждение электромагнитного поля в бесконечном цилиндре с тонким диэлектрическим покрытием // Тр. АРТА им. Говорова. — 1962. — № 63. — С. 103—113. 10. *Гукасов Ю. Г., Сухаревский И. В.* Асимптотика коротковолнового излучения зеркальной антенны с диэлектрическим покрытием // Радиотехника и электроника. — 1963. — Т. VIII. — С. 755—771. 11. *Сухаревский И. В.* Асимптотическое решение задачи о прохождении коротких волн через тонкие диэлектрические слои // Вопр. радиоэлектроники: Сер. общетехническая. — 1966. — № 5. — С. 119—133. 12. *Сухаревский И. В.* О прохождении электромагнитных волн через радиопрозрачный слой // Радиотехника и электроника. — 1967. — Т. XII. — № 2. — С. 208—215. 13. *Сухаревский И. В.* О влиянии кривизны и неэквидистантности на прохождение волн через тонкий слой — асимптотические оценки // Тез. докл. IV Всесоюзного симпозиума по дифракции и распространению волн.—Харьков, 1967. 14. *Кравченко А. Г., Сухаревский И. В.* Асимптотическое решение одного класса задач дифракции на телах с большой (конечной) проводимостью // Тр. V Всесоюзного симпозиума по дифракции и распространению волн.— Ленинград: Наука.— 1971.— С. 118—124. 15. *Семеняка Е. Н., Сухаревский И. В.* Дифракция на слабо изогнутых слоистых структурах большой толщины // Тр. V Всесоюзного симпозиума по дифракции и распространению волн.— Ленинград: Наука.— 1971.— С. 208—215. 16. *Семеняка Е. Н.* Асимптотическое решение задачи дифракции электромагнитных волн на слабо изогнутом диэлектрическом слое с толщиной, много большей длины волны

- // Радиотехника и электроника.— 1973.— Т. XVIII.— № 1.— С. 58—67.
17. Кравченко А. Г. О высокочастотной дифракции на хорошо проводящих экранах // Радиотехника и электроника.— 1973.— Т. XVIII.— № 1.— С. 49—57.
18. Гринберг С. И., Семеняка Е. Н., Сухаревский И. В. Коротковолновая асимптотика функции Грина задачи дифракции на плоском слое // Журн. вычисл. математ. и математ. физики.— 1973.— Т. 13.— № 3.— С. 670—682.
19. Замятин В. И. О дифракции электромагнитных волн на радиопрозрачных слоях конечной толщины // Радиотехника и электроника.— 1974.— Т. XIX.— № 11.— С. 2232—2240.
20. Сухаревский И. В., Сухаревский О. И. Расчет поля, возбуждаемого излучающей апертурой в присутствии произвольной системы рассеивателей // Радиотехника и электроника.— 1986.— Т. XXXI.— № 1.— С. 8—13.

УДК 621.315.592

Н. А. Хижняк

## К ТЕОРИИ ДИФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩИХ БЕСКОНЕЧНО ТОНКИХ ЭКРАНАХ (АНАЛИТИЧЕСКОЕ РАССМОТРЕНИЕ)

Дифракция электромагнитных волн на идеально проводящих бесконечно тонких экранах конечных размеров или же дифракция этих волн на отверстиях в идеально проводящих и бесконечно тонких экранах относятся к классическим задачам теории дифракции, им посвящены многочисленные оригинальные работы и обзоры [1—4]. Тем не менее пока не существует целостной теории дифракции электромагнитных волн на идеально проводящих экранах и отверстиях в них. Скорее всего можно говорить о наличии крупных фрагментов этой теории, не всегда гармонично связанных. Это особенно очевидно при попытках построения последовательной теории излучения волн из щелей в волноводах и в случае других задач со сложной геометрией излучающих поверхностей. Возникает необходимость в такой формулировке соответствующих краевых задачах, при которой все известные фрагменты теорий входили бы как частные случаи.

Рассмотрим некоторые наиболее важные фрагменты известных теорий. Первый и наиболее традиционный подход восходит к Кирхгофу. Его формулировка для электромагнитного поля с гармонической зависимостью от времени изложена в работе Стреттона и Чу [5]. По Кирхгофу поле в раскрытом излучающем отверстии представляет собой невозмущенное поле волны, падающей на него с противоположной стороны экрана. Но при этом не выполняются условия равенства нулю тангенциальной составляющей элект-

рического поля на поверхности идеально проводящего экрана со стороны падающего поля. Для компенсации этого недостатка Стреттон и Чу вводят некоторую дополнительную плотность заряда на ободке отверстия, что лишь частично улучшает результат. Недостаток теории Кирхгофа — невозможность точно воспроизвести граничные условия на проводящем экране, а значит, и невозможность корректного рассмотрения ближнего поля. Отсутствие самосогласованного решения приводит к тому, что предсказания теории Кирхгофа качественно верны лишь в случае больших отверстий  $ka \gg 1$  (где  $k$  — волновое число,  $a$  — радиус отверстия), так как в этом случае поле на теневой стороне экрана сравнительно мало.

Второй подход, развитый Рэлеем [4], относится к случаю  $ka \ll 1$ , когда поле на отверстии близко к статическому  $k \rightarrow 0$ . В этом случае локальное поле на отверстии можно заменить полем эквивалентного диполя, характеристики излучения которого в волновой зоне хорошо известны. Тангенциальная составляющая электрического поля на экране исчезает в решении, как того требуют граничные условия на идеально проводящей плотности. Сечение рассеяния (отношение энергии, проходящей через отверстие за 1 с к плотности потока мощности (на  $1 \text{ см}^2$ ) падающей электромагнитной волны), полученное в этом приближении, является точным только лишь для первого члена разложения величины сечения в ряд по  $ka$ . Рэлей рассматривал лишь нормальное падение волны на плоскость с отверстием. Более общее изучение при произвольных углах падения плоской волны на экран было выполнено в работах Бете [2]. Здесь поле на отверстии рассматривается как поле магнитных зарядов и токов, распределенных по апертуре отверстия. Низкочастотное распределение этих токов получено с учетом всех граничных условий. Сечение рассеяния получено в том же приближении, что и у Рэрея и совпадает с ним для нормального падения волны.

При более последовательном рассмотрении проблемы основываются на дифракционных формулах Рэрея-Зоммерфельда, что особенно эффективно при исследовании поля в волновой зоне. В этом случае из дифракционных формул Рэрея-Зоммерфельда можно выделить слагаемые, соответствующие приближению Кирхгофа, которые так хорошо описывают процесс рассеяния при больших апертурах, и исследовать влияние граничных условий на экране, на структуру поля в волновой зоне. Вольф и Мархенд [4] провели сравнение теорий Кирхгофа и Рэрея-Зоммерфельда [1] и объяснили, почему приближение Кирхгофа в большинстве практических случаев предсказывает результаты, хорошо согласующиеся с экспериментом (феномен Кирхгофа). Они показали, что формулы Кирхгофа описывают поле в волновой зоне, отличающееся от поля, предсказанного дифракционными формулами Рэрея-Зоммерфельда полем некоторой системы зарядов, сконцентрированных на

кромке рассеивающей апертуры. И в областях пространства, где поле этой системы зарядов мало, наблюдается хорошее согласие теории Кирхгофа с экспериментом.

Более полное объяснение этого явления находим в теории Мейкснера [6]. Выполнен анализ пары уравнений для скалярных электромагнитных потенциалов, родственных потенциалам Дебая в теории дифракции волн на шаре. Кроме требований, налагаемых волновым уравнением, граничными условиями и условиями на бесконечности, Мейкснер приписывает дополнительные условия для потенциалов на краю экрана. Цель этих условий — гарантировать квадратичную интегрируемость компонент электромагнитного поля в области, сколь угодно близкой к краю экрана. Физический смысл этого требования состоит в том, что хотя на краю экрана происходит скачкообразное изменение тангенциальной составляющей электрического поля от нуля до некоторого конечного значения, плотность электромагнитной энергии в каждой точке пространства должна оставаться конечной. Мейкснер первый показал, что требование конечности энергии электромагнитного поля в любой, произвольно малой области пространства у края экрана, необходимо рассматривать как существенную черту единственного и физически приемлемого решения уравнений Максвелла. Это новое дополнительное условие, налагаемое на решения уравнений Максвелла, обусловлено тем, что сами решения применяются к описанию дифракции волн на сильно идеализированных объектах, отсутствующих в природе, — идеально проводящих телах с острой кромкой.

За последние десятилетия наблюдаются большие успехи в теории благодаря работам В. П. Шестопалова [7] и его школы. Разработанные ими эффективные численные методы решения задач по дифракции электромагнитных волн на идеально проводящих рассеивателях различной геометрии широко используются в практике. И каждый раз, когда рассеиватель имеет острую кромку, на электромагнитные поля у кромки налагаются условия Мейкснера, позволяющие построить единственное физически приемлемое решение.

Существенным шагом в развитии аналитических методов решения краевых задач на идеально проводящих экранах явились работы Гринберга Г. А. [8] и его школы, сформулировавших исходные интегральные уравнения, содержащие, как частный случай, дифракционные формулы Рэлея-Зоммерфельда. Эти уравнения позволили получить аналитические решения ряда важных задач. Сочетание аналитических и численных методов существенно расширило возможности современной теории дифракции. Однако при этом остаются открытыми ряд вопросов, в том числе и следующий. Интегральные уравнения электродинамики эквивалентны уравнениям Максвелла в диффе-

ренциальной форме и одновременно содержат граничные условия на поверхности рассеивающего тела. При предельном переходе к идеально проводящему бесконечно тонкому экрану должны сохраняться все свойства единственного физически приемлемого решения. Тем не менее, ряд авторов дополняет искусственно интегральные уравнения двумерной дифракции условиями Мейкснера на ребре, что казалось бы излишним. Решения задачи дифракции волн на идеально проводящем малом диске, полученные этими авторами, не согласуются с ранее полученными решениями Бете и др. При этом важно понять является ли условие Мейкснера необходимым в принципе, тогда это значит, что переход к такому идеализированному объекту рассеяния как идеально проводящий экран с острыми краями требует дополнения уже известных граничных условий новыми, или же условие Мейкснера обеспечивает более быструю сходимость решения, тогда это условие действительно необходимо для повышения эффективности численных методов решения задач дифракции. Возникают и другие методические расхождения.

В настоящей статье интегральные уравнения Гринберга выводятся из интегральных уравнений макроскопической электродинамики, эквивалентность которых уравнениям Максвелла и соответствующим граничным условиям на поверхности тела и условиям на бесконечности доказаны. Физическая модель идеально проводящего бесконечно тонкого экрана строится как предельный случай реального материального тела, проводимость которого стремится к бесконечности, а размеры в одном из измерений (толщина тела) стремятся к нулю, причем удвоенная глубина скин-слоя всегда остается меньше его толщины. Поэтому в электродинамическом отношении идеально проводящий бесконечно тонкий экран эквивалентен двум поверхностным токам, не взаимодействующим между собой через объем тела. Величина поверхностного тока определяется только лишь скачком тангенциальной составляющей магнитного поля на соответствующей поверхности экрана. Исследуются общие свойства аналитического решения задачи о дифракции электромагнитных волн на экранах конечных и бесконечных размеров, обсуждается рассеяние волн на малых экранах или отверстиях в них. В дальнейшем предполагается исследование решений рассеяния волн на экранах и щелях более сложной геометрии.

*Дифракция плоской электромагнитной волны на отверстии в идеально проводящем плоском экране.*

Рассмотрим классическую задачу теории дифракции плоской электромагнитной волны на отверстии в идеально проводящем экране, расположенном при  $Z=0$ . Плоская волна падает из полупространства  $Z < 0$ , поэтому плоскость экрана  $Z=0$  будем называть освещенной. В область  $Z > 0$  электромагнитное поле излучается через отверстие в экране, плоскость

$Z = 0_+$  будем называть в дальнейшем теневой. Требуется определить прошедшее ( $Z > 0$ ), отраженное ( $Z < 0$ ) электромагнитные поля и поле в отверстии ( $Z = 0$ ), наведенное падающей волной.

Пусть  $S$  — идеально проводящая плоскость, расположенная при  $Z = 0$ , а  $\mathcal{G}$  — площадь отверстия в нем.

Исходные интегральные уравнения макроскопической электродинамики [9] представим в виде интегральных уравнений, содержащих лишь поверхностные интегралы, так называемые уравнения Кирхгофа — Котлера:

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{z}) &= \vec{E}_0(\vec{z}) + \frac{1}{4\pi i k \epsilon_1} (\nabla \nabla + k_1^2) \oint_S [\vec{n} \vec{H}] f(|\vec{z} - \vec{z}'|) ds + \\ &+ \frac{1}{4\pi} \Delta \oint_S [\vec{n} \vec{E}] f(|\vec{z} - \vec{z}'|) ds, \\ \vec{H}(\vec{z}) &= \vec{H}_0(\vec{z}) - \frac{1}{4\pi i k \mu_1} (\nabla \nabla + k_1^2) \oint_S [\vec{n} \vec{E}] f(|\vec{z} - \vec{z}'|) ds + \\ &+ \frac{1}{4\pi} \nabla \cdot \oint_S [\vec{n} \vec{H}] f(|\vec{z} - \vec{z}'|) ds, \end{aligned} \quad (1)$$

а входящие в них интегральные слагаемые преобразуем в соответствии с физической моделью экрана.

Идеально проводящую бесконечно тонкую плоскость представляем как предельный случай материальной плоскости конечной толщины, поэтому интеграл  $\oint_S \dots$  по замкнутой поверхности, ограничивающей эту плоскость, можно рассматривать как интеграл по площади поверхности  $S$  при  $Z = 0_+$  и площади этой же поверхности при  $Z = 0_-$ . Вектор  $\vec{n}$  в области  $Z > 0$  (поверхность  $Z = 0_+$ ) имеет компоненты  $(0, 0, 1)$ , а в области  $Z < 0$  (поверхность  $Z = 0_-$ ) компоненты  $(0, 0, -1)$ , поэтому векторное произведение  $[\vec{n} \vec{H}]$  может иметь лишь компоненты  $[\vec{n} \vec{H}]_x = -H_y$ ;  $[\vec{n} \vec{H}]_y = H_x$ . Таким образом, величины  $j_x = -\frac{c}{4\pi} (H_y^I - H_y^{II})$ ,  $j_y = \frac{c}{4\pi} (H_x^I - H_x^{II})$  определяются скачком магнитного поля на идеально проводящей поверхности, обусловленным поверхностными токами, протекающими как по освещенной  $Z = 0_-$ , так и по затененной  $Z = 0_+$  поверхностям. На поверхности  $\mathcal{G}$  этот ток отсутствует и скачок магнитного поля равен нулю.

Следовательно, во всем пространстве  $Z \leq 0$  и на поверхности отверстия  $\mathcal{G}$  электрическое и магнитное поля определяются соотношениями

$$\vec{E}(\vec{z}) = \vec{E}_0(\vec{z}) + \frac{1}{i\omega \epsilon_1} (\text{grad div} + k_1^2) \int_{S-\mathcal{G}} \vec{j}(\vec{z}') f(|\vec{z} - \vec{z}'|) ds, \quad (2)$$

$$\vec{H}(\vec{z}) = \vec{H}_0(\vec{z}) + \frac{1}{c} \text{rot} \int_{S-\mathcal{G}} \vec{j}(\vec{z}') f(|\vec{z} - \vec{z}'|) ds.$$

Полагая  $z = 0$  вне  $\zeta$ , где тангенциальная составляющая полного электрического поля равна нулю, находим интегральное уравнение первого рода, определяющее плотность поверхностного тока на идеально проводящей поверхности

$$0 = \vec{E}_{ot} + \frac{1}{i\omega\epsilon_1} \left\{ (\text{grad div} + \kappa_1^2) \int_{S-\delta} \vec{j}(\vec{\tau}) + (|\vec{z} - \vec{\tau}|) ds \right\}_t \quad (3)$$

Второе из соотношений (2) при  $z = 0$  сводится к тождеству. Это обусловлено тем, что функционал

$$\phi(\vec{z}) = \int_S \mu(\vec{\tau}) \frac{ds}{|\vec{z} - \vec{\tau}|} \quad (4)$$

является несобственным интегралом с вполне определенными свойствами (потенциал простого слоя) [10]. При  $\mu$  конечном интеграл (4) во всех точках  $z \neq 0$  определяет непрерывную дифференцируемую функцию, а на поверхности  $S$  нормальная производная от  $\phi$  претерпевает скачок, равный [10]

$$\frac{\partial \phi^I}{\partial n} - \frac{\partial \phi^{II}}{\partial n} = -4\pi\mu \quad (5)$$

Так как на экране  $z \in S'$  нормальные составляющие функционалов (4) претерпевают скачок, то если область  $z > 0$  рассматривать теперь как внешнюю, а  $z < 0$  как внутреннюю, окончательно будем иметь

$$\left. \begin{aligned} H_x^I - H_x^{II} &= \frac{4\pi}{c} j_y \\ H_y^I - H_y^{II} &= -\frac{4\pi}{c} j_x \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} z = 0 \\ \text{на } S-\delta \end{array} \quad (6)$$

Таким образом, второе из уравнений (2) устанавливает скачок тангенциальной составляющей магнитного поля на идеально проводящей поверхности, обусловленный протекающими по ней поверхностными токами.

Уравнение (3) является основным уравнением теории дифракции электромагнитных волн на бесконечно тонких идеально проводящих экранах, и это обстоятельство впервые было четко сформулировано в работах Гринберга Г. А. [8]. Для линейных антенн аналогичное соотношение еще ранее получено Поклингтоном.

Решив уравнение (3), находим распределение поверхностных токов на

идеально проводящей поверхности, зависящее как от геометрии экрана, так и от структуры падающей волны.

По известному распределению токов с помощью тех же соотношений (2), но при  $\bar{z}$  вне  $S$ - $\sigma$ , находим полные электрические и магнитные поля на отверстии  $\sigma$  и полупространствах  $z \geq 0$ .

Рассмотрим предельный случай  $\sigma \rightarrow 0$ . Тогда при  $z < 0$  устанавливается известное электромагнитное поле над идеально проводящей плоскостью, а при  $z > 0$  поле полностью отсутствует.

Формальное решение уравнения (3) в этом случае может быть получено следующим образом. В координатах уравнение (3) расписывается так:

$$0 = E_{0x} e^{-i(k_x x + k_y y)} + \frac{1}{i\omega\epsilon_1} \left\{ \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \kappa_1^2 \right) \int_S dx(\bar{z}') f(|\bar{z} - \bar{z}'|) ds + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \int_S dy(\bar{z}') f(|\bar{z} - \bar{z}'|) ds \right\}, \quad (7)$$

$$0 = E_{0y} e^{-i(k_x x + k_y y)} + \frac{1}{i\omega\epsilon_1} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \int_S dx(\bar{z}') f(|\bar{z} - \bar{z}'|) ds + \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \kappa_1^2 \right) \int_S dy(\bar{z}') f(|\bar{z} - \bar{z}'|) ds \right\},$$

где интегрирование по  $\bar{z}'$  ведется в пределах  $-\infty < \tau_{x,y} < +\infty$

Функция Грина для свободного пространства имеет вид:

$$f(|\bar{z} - \bar{z}'|) = \frac{e^{-i\kappa_1 \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}}}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}}, \quad \kappa_1 = \sqrt{\epsilon_1 \mu_1} \frac{\omega}{c}. \quad (8)$$

Непосредственными вычислениями находим, что если  $j_x(\bar{z}') = j_{0x} e^{-i(k_x \tau'_x + k_y \tau'_y)}$ ,

$$\text{то } \int_S dx(\bar{z}') f(|\bar{z} - \bar{z}'|) ds = -\frac{2\pi j_{0x}}{\kappa_z} e^{-i(k_x x + k_y y + \kappa_z |z|)} \quad (9)$$

Следовательно,

$$j_{0x} = \frac{i\omega\epsilon_1}{2\pi\kappa^2\kappa_z} \left[ (\kappa_x^2 + \kappa_z^2) E_{0x} + \kappa_x \kappa_y E_{0y} \right];$$

$$j_{0y} = \frac{i\omega\epsilon_1}{2\pi\kappa^2\kappa_z} \left[ \kappa_x \kappa_y E_{0x} + (\kappa_y^2 + \kappa_z^2) E_{0y} \right]. \quad (10)$$

Подставляя теперь найденные значения токов в выражения (2), для областей  $z \geq 0$  имеем следующие представления полей:

$$\begin{aligned}
 E_x(\vec{r}) &= 2i E_{0x} \sin k_z z e^{-i(k_x x + k_y y)}, \quad z < 0 \\
 E_x(\vec{r}) &= 0, \quad z > 0 \\
 H_x(\vec{r}) &= -\left\{ 2 \cos k_z z \cdot E_{0x} \frac{k_x k_y}{k k_z} + 2 \cos k_z z \times \right. \\
 &\quad \left. \times E_{0y} \frac{k_x^2 + k_z^2}{k k_z} \right\} e^{-i(k_x x + k_y y)} \quad z < 0.
 \end{aligned} \tag{11}$$

Здесь  $H_x = 0$  при  $z > 0$ , и аналогичные соотношения находятся для величин  $E_y$  и  $H_y$ . Следовательно, поверхностный ток (9) с амплитудами (10) формируется на освещенной поверхности экрана, тогда как на затененной поверхности поверхностный (теневого) ток отсутствует [11]. Соотношения (10—11) в аналитическом виде позволяют сформулировать известный принцип Бабинне. Пусть  $\mathcal{G} \neq 0$ . Тогда

$$\int_{S-\mathcal{G}} j_x^I(\vec{r}) f(|\vec{z}-\vec{r}|) ds = - \int_{\mathcal{G}} j_x^{\bar{I}}(\vec{r}) f(|\vec{z}-\vec{r}|) ds - \frac{2\pi j_{0x}}{k_z} e^{-i(k_x x + k_y y + k_z |z|)} \tag{12}$$

и

$$\int_{S-\mathcal{G}} j_y^I(\vec{r}) f(|\vec{z}-\vec{r}|) ds = - \int_{\mathcal{G}} j_y^{\bar{I}}(\vec{r}) f(|\vec{z}-\vec{r}|) ds - \frac{2\pi j_{0y}}{k_z} e^{-i(k_x x + k_y y + k_z |z|)},$$

где  $j_x^I, j_y^I$  — плотности поверхностных токов на неограниченной идеально проводящей плоскости с отверстием  $\mathcal{G}$ , а  $j_x^{\bar{I}}, j_y^{\bar{I}}$  — соответствующие компоненты токов на поверхности экрана тех же размеров и той же геометрии, что и отверстие  $\mathcal{G}$ .

Рассмотрим теперь преобразование исходных интегральных уравнений (1), которые допускает принцип Бабинне. Отверстие площадью  $\mathcal{G}$  в идеально проводящей бесконечно тонкой плоскости приводит к перераспределению токов на освещенной стороне плоскости и к появлению токов на затененной стороне экрана. В соответствии с (12) поля, порождаемые теньвыми токами на экране, с точностью до знака совпадают с полями, порождаемыми на экране площадью  $\mathcal{G}$ . Следовательно, если теперь уравнения (1) расписать для поверхности, ограничивающей полупространство  $z > 0$  и воспользоваться соотношениями (12), получим

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \nabla \int_{\mathcal{G}} [\vec{n} \cdot \vec{E}] f(|\vec{z}-\vec{r}|) ds - \frac{1}{4\pi i k \epsilon_1 (\nabla^2 + k_1^2)} \int_{\mathcal{G}} [\vec{n} \cdot \vec{H}] f(|\vec{z}-\vec{r}|) ds, \tag{13}$$

$$\vec{H}(\vec{z}) = -\frac{1}{4\pi i k \mu_1} (\nabla \nabla + \kappa_1^2) \int_{\mathcal{S}} [\vec{n} \vec{E}] f(|\vec{z} - \vec{\tau}|) ds - \frac{1}{4\pi} \nabla \times \int_{\mathcal{S}} [\vec{n} \vec{H}] f(|\vec{z} - \vec{\tau}|) ds.$$

Итак, поле излучения отверстия в экране определяется суммой двух слагаемых, обусловленных излучением эквивалентных электрических и магнитных диполей, распределенных по поверхности отверстия  $\mathcal{S}$ . Слагаемые с  $\nabla \nabla$  описывают ближнее поле излучения. При переходе к волновой зоне эти слагаемые компенсируют радиальную составляющую второго слагаемого, пропорционального  $\kappa_1^2$ , а формулы (13) можно рассматривать как соотношения, обобщающие дифракционные формулы Рэлея-Зоммерфельда [4] на векторные поля.

Рассмотрим предельный случай малых отверстий в экране  $\kappa \ell \ll 1$ , где  $\ell$  — наибольший линейный размер щели. Тогда из (9—10) слагаемые, содержащие  $[\vec{n} \vec{H}]$ , имеют более высокий порядок малости по  $(\kappa \ell)$  в сравнении со слагаемыми, пропорциональными  $[\vec{n} \vec{E}]$ , и поле излучения малой щели в области  $z > 0$  находим следующим образом:

$$\vec{E}(\vec{z}) = \frac{1}{4\pi} \text{rot} \int_{\mathcal{S}} [\vec{n} \vec{E}] f(|\vec{z} - \vec{\tau}|) ds \quad (14)$$

$$\vec{H}(\vec{z}) = -\frac{1}{4\pi i k \mu_1} (\text{grad div} + \kappa_1^2) \int_{\mathcal{S}} [\vec{n} \vec{E}] f(|\vec{z} - \vec{\tau}|) ds.$$

Если отверстие представляет собой узкую и длинную щель (щелевой излучатель) длиной  $\ell$  ( $\kappa \ell \ll 1$ ) и шириной  $d$  ( $\delta = \ell d$ ,  $\frac{d}{\ell} \ll 1$ ), а вектор  $\vec{E}$  лежит в плоскости отверстия и направлен вдоль узкой стороны так что величина  $V = Ed$  представляет собой усредненную высокочастотную разность потенциалов между параллельными краями щели, тогда вектор  $\vec{\Pi}$  также лежит в плоскости  $\mathcal{S}$  и направлен вдоль щели по орту  $\vec{e}_0$

$$\vec{\Pi}(\vec{z}) = -\frac{1}{4\pi i k \mu_1} \int_{\mathcal{S}} [\vec{n} \vec{E}] f(|\vec{z} - \vec{\tau}|) ds \approx \frac{V \ell}{4\pi i k \mu_1} \vec{e}_0 \frac{e^{-i\kappa_1 z}}{z}. \quad (15)$$

Для компонент поля волны, излучаемой щелью в волновой зоне ( $\kappa_1 z \gg 1$ ), находим следующие выражения:

$$\vec{E}(\vec{z}) = i k \mu_1 \text{rot} \vec{\Pi} = \kappa_1^2 \Pi_0 \sin \nu \vec{e}_\varphi \frac{e^{-i\kappa_1 z}}{z}, \quad (16)$$

$$\vec{H}(\vec{z}) = -(\text{grad div} + \kappa_1^2) \vec{\Pi} = -\kappa_1^2 \Pi_0 \sin \nu \vec{e}_\nu \frac{e^{-i\kappa_1 z}}{z},$$

где  $\vec{e}_\rho$ ,  $\vec{e}_\varphi$  — орты сферической системы координат с осью  $OZ$ , направленной вдоль  $\vec{e}_z$ .

Таким образом, поле излучения щели в волновой зоне имеет такую же поляризацию, как и поле магнитного диполя.

*Дифракция плоской электромагнитной волны на малом идеально проводящем бесконечно тонком эллиптическом диске.*

Изучим дифракцию плоской электромагнитной волны на малом экране. Предположим, что наибольший линейный размер экрана  $a$  мал в сравнении с длиной рассеиваемой волны  $\lambda$

$$ka = 2\pi \frac{a}{\lambda} \ll 1, \quad (17)$$

тогда величину  $ka$  можно рассматривать как малый параметр задачи, и решение исходной системы уравнений искать в виде разложений по этому параметру. Найдем

$$j_{x,y}(\tau) = j_{x,y}^{(0)}(\vec{r}) + (ik) j_{x,y}^{(1)}(\vec{r}) + (ik)^2 j_{x,y}^{(2)}(\tau) + \dots \quad (18)$$

В соответствии с общей схемой представляем разложенную по параметру  $ik$  функцию Грина (8) на плоскости  $Z=0$  и находим, что

$$A_{x,y}(\vec{z}) = A_{x,y}^{(0)}(\vec{z}) + (ik) A_{x,y}^{(1)}(\vec{z}) + (ik)^2 A_{x,y}^{(2)}(\vec{z}) + \dots, \quad (19)$$

где

$$A_x^{(0)}(\vec{z}) = \frac{1}{c} \int_{\sigma} j_x^{(0)}(\vec{r}) \frac{ds}{R}, \quad R = |\vec{z} - \vec{r}|, \quad A_x^{(1)}(\vec{z}) = \frac{1}{c} \int_{\sigma} j_x^{(1)}(\vec{r}) \frac{ds}{R} - \frac{1}{c} \int_{\sigma} j_x^{(0)}(\tau) ds \dots,$$

а величины  $A_y^{(k)}(\vec{z})$  определяются аналогичными выражениями. Величины

$A_{x,y}$  удовлетворяют неоднородным линейным дифференциальным уравнениям второго рода в частных производных (7). Эти уравнения в свою очередь разбиваются на цепочки связанных уравнений для каждого приближения по  $ik$  в отдельности:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 A_x^{(s)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y^{(s)}}{\partial x \partial y} &= E_{x0}^{(s-1)} + A_x^{(s-2)} \\ \frac{\partial^2 A_x^{(s)}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 A_y^{(s)}}{\partial y^2} &= E_{y0}^{(s-1)} + A_y^{(s-2)} \end{aligned} \quad (20)$$

Будем полагать для определенности, что падающая волна плоская, а идеально проводящий экран имеет геометрию эллипса. Систему координат

выбираем так, чтобы уравнение периметра диска имело канонический вид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad (21)$$

где  $a$  и  $b$  — полуоси эллипса. Компоненты плоской падающей волны  $\vec{E} = (E_x, 0, E_z)$ ,  $\vec{H} = (0, H_y, 0)$  в плоскости  $z = 0$  в окрестности нуля представим в виде разложений по символическому параметру малости  $i\kappa$ .

$$E_x(x, 0) = \frac{\kappa_z}{\kappa_1} \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}} H_0 \left\{ 1 - (i\kappa) \left( \frac{\kappa_x}{\kappa_1} x \right) + (i\kappa)^2 \left( \frac{\kappa_x x}{\kappa_1} \right)^2 \cdot \frac{1}{2!} + \dots \right\}, \quad (22)$$

$$E_y(x, 0) = 0.$$

Эллиптический диск является предельной фигурой идеально проводящего эллипсоида, когда один из его размеров стремится к нулю. Из этого следует, что значения потенциала плоского слоя на плоскости  $z = 0$  можно определить как предельные значения ньютоновского потенциала эллипсоида, когда соответствующий линейный размер этого эллипсоида стремится к нулю.

Вычислим основные интегралы теории потенциала простого слоя при степенном распределении масс на поверхности, ограниченной эллипсом (21), осуществляя предельные переходы в известных выражениях для трехосного эллипсоида [12]. В результате этих вычислений находим

$$\lim_{\substack{z \rightarrow 0 \\ c \rightarrow 0}} \int \frac{d\bar{z}'}{R} = \int \frac{ds}{R} \Big|_{z=0} = \frac{3\pi ab}{4} (\mathcal{J}_{00} - \mathcal{J}_{10} x^2 + \mathcal{J}_{01} y^2), \quad (23)$$

где

$$\mathcal{J}_{00} = \int_0^{\infty} \frac{ds}{Q(s)}, \quad \mathcal{J}_{10} = \int_0^{\infty} \frac{ds}{(a^2+s)Q(s)}, \quad \mathcal{J}_{01} = \int_0^{\infty} \frac{ds}{(b^2+s)Q(s)}, \quad Q(s) = \sqrt{s(a^2+s)(b^2+s)}.$$

Заметим, что при  $a = b$  (круглый диск)

$$\mathcal{J}_{10} = \mathcal{J}_{01} = \frac{\pi}{2a^3}. \quad (24)$$

Если диск имеет геометрию, близкую к круглой,

$$\mathcal{J}_{10} = \frac{\pi}{2a^3} \left( 1 - \frac{3}{8} \frac{a^2 - b^2}{a^2} + \dots \right); \quad (25)$$

$$\mathcal{J}_{01} = \frac{\pi}{2ab} \left( \frac{3}{2} - \frac{b^2}{2a^2} \right) - \frac{3\pi}{64} \frac{a^2 - b^2}{a^3 b^2} \left( 1 + 3 \frac{b^2}{a^2} \right) + \dots$$

Если же диск вырождается в полосу длиной  $L=2a$  и шириной  $d=2b$ , тогда имеем

$$J_{10} = \frac{16}{L^3} \left( \ln \frac{4L}{d} - 1 - \frac{1}{4} \frac{d^2}{L^2} \right), \quad J_{01} = -\frac{16}{Ld^2} \left( 1 + \frac{d^2}{L^2} \right) - \frac{8}{L^3} \left( \ln \frac{4L}{d} - \frac{1}{2} \right). \quad (26)$$

С уменьшением отношения  $(d/L)$  величина  $J_{01}$  увеличивается, как  $(L/d)^2$ , тогда как величина  $J_{10}$  увеличивается лишь логарифмически, как  $\ln(4L/d)$ .

Рассмотрим теперь решения исходной системы уравнений. При  $n=0$  (нулевое по  $iK$  приближение) свободные члены исходных уравнений (20) равны нулю. Таким образом, в нулевом по  $iK$  приближении ток в эллиптическом диске не возбуждается

$$j_{x,y}^{(0)} = 0. \quad (27)$$

При  $n=1$  свободный член уравнений (20) равен константе. Следовательно, функции  $A_{xy}^{(1)}(xy)$  могут быть найдены в классе полиномов второй степени. Такой вид имеют функции  $A_{xy}$  если предположить, что плотность поверхностного тока на поверхности диска постоянна, то есть  $\vec{j}^{(1)} = (j_x^{(1)}, j_y^{(1)}) = \text{const}$  (электрический диполь). Замечая также, что  $\vec{j}^{(0)} = 0$ , имеем

$$j_x^{(1)} = -\frac{2c \sqrt{\epsilon_1 \mu_1}}{3\pi a b J_{10}} E_x^{(0)}, \quad j_y^{(1)} = 0, \quad E_x^{(0)} = \frac{\kappa_z}{\kappa_1} \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}} H_0. \quad (28)$$

При  $a=b$  (круглый диск) находим, что

$$j_x = iK j_x^{(1)} = -\frac{4ia\omega}{3\pi^2} E_x^{(0)}. \quad (29)$$

Потенциал рассеяния падающей волны в волновой зоне  $Kz \gg 1$  принимает вид

$$\Pi_x(\vec{z}) = \frac{4a^3}{3\pi} E_x^{(0)} \frac{e^{-iK_2 z}}{z}, \quad (30)$$

что совпадает с известным выражением [9].

Если эллиптический диск вытянут в узкую полосу длиной  $L$  и шириной  $d$  (ленточный диполь), наведенный в нем ток равен

$$j_x = (ik) j_x^{(1)} = - \frac{i\omega L^2}{6\pi d} \cdot \frac{F_x^{(0)}}{\ln \frac{4L}{d} - 1 - \frac{1}{4} \left(\frac{d}{L}\right)^2} \quad (31)$$

Потенциал рассеяния (3) и в этом случае хорошо известен

$$\Pi_x(\bar{z}) = \frac{L^3}{6\pi} \cdot \frac{E_x^{(0)}}{\ln \frac{4L}{d} - 1 - \frac{1}{4} \left(\frac{d}{L}\right)^2} \cdot \frac{e^{-ik_1 z}}{z} \quad (32)$$

Рассмотрим теперь хотя бы вкратце более высокие по  $ik$  приближения для плотности тока, наведенного падающей плоской волной. При  $n=2$  функции  $A_{x,y}^{(2)}$  являются уже полиномами третьей степени, откуда естественно ожидать, что плотность тока в диске во втором по  $ik$  приближении будет линейной функцией декартовых координат:

$$j_x^{(2)} = a_{11}x + a_{12}y; \quad j_y^{(2)} = a_{21}x + a_{22}y \quad (33)$$

Вычисление коэффициентов  $a_{ik}$  по приведенной выше схеме не встречает затруднений:

$$a_1 = \frac{\kappa_x}{\kappa_1} E_{0x} \cdot \frac{2c J_{02}}{\gamma_{20} \gamma_{02} - \gamma_{11}^2} \cdot \frac{i\sqrt{\epsilon_1 \mu_1}}{3\pi a^3 b}, \quad a_{22} = -\frac{a^2}{b^2} \cdot \frac{J_{11}}{J_{02}}, \quad a_{12} = a_{21} = 0 \quad (34)$$

Исследуем теперь электромагнитное поле в окрестности идеально проводящего бесконечно тонкого эллиптического диска. Плотность тока, наведенного в диске падающей плоской волной, определяется соотношением (29). Электрическое поле возле диска, но вне его, равно ( $z=0$ )

$$\vec{E}_{\text{расс}} = -\frac{1}{i\omega} \text{grad div} \int_S \vec{j}(\tau) \frac{ds}{R} \quad (35)$$

и для точек вне рассеивающего диска (поле ближней зоны)

$$E_x = -\frac{K_z H_0}{2J_{10} \kappa \epsilon_1} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\tilde{J}_{00} - \tilde{J}_{10} x^2 - \tilde{J}_{01} y^2) \quad (36)$$

$$E_y = -\frac{K_z H_0}{2J_{10} \kappa \epsilon_1} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (\tilde{J}_{00} - \tilde{J}_{10} x^2 - \tilde{J}_{01} y^2),$$

где  $\tilde{J}_{00}$ ,  $\tilde{J}_{10}$  и  $\tilde{J}_{01}$  — факторы деполяризации диска для точек вне рассеивающего экрана на расстояниях, малых по сравнению с длиной волны. Так, например,

$$\tilde{J}_{00} = \int_{\xi}^{\infty} \frac{ds}{Q(s)}, \quad \tilde{J}_{10} = \int_{\xi}^{\infty} \frac{ds}{(a^2+s)Q(s)}, \quad \tilde{J}_{01} = \int_{\xi}^{\infty} \frac{ds}{(b^2+s)Q(s)},$$

где  $\xi$  — наибольший корень уравнения

$$\frac{x^2}{a^2+\xi} + \frac{y^2}{b^2+\xi} = 1, \quad (37)$$

если рассматривается поле в плоскости  $z=0$ .

В случае кругового диска все вычисления легко проводятся до конца и тогда

$$\xi = z^2 - a^2, \quad (z > a)$$

$$\tilde{J}_{00} = \frac{2}{a} \operatorname{arctg} \frac{a}{\sqrt{z^2 - a^2}}, \quad \tilde{J}_{10} = \tilde{J}_{01} = \frac{1}{a^2} \left( \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{a}{\sqrt{z^2 - a^2}} - \frac{\sqrt{z^2 - a^2}}{z^2} \right). \quad (38)$$

Следовательно, величина

$$W = \tilde{J}_{00} - \tilde{J}_{10}(x^2 + y^2) = \frac{1}{a^2} \left\{ \sqrt{z^2 - a^2} + \left(2a - \frac{z^2}{a}\right) \operatorname{arctg} \frac{a}{\sqrt{z^2 - a^2}} \right\}, \quad (39)$$

остается конечной и при  $z \rightarrow a$ , однако величины

$$E_x = -\frac{K_z H_0}{2J_{10} \kappa \epsilon_1} \left\{ \frac{4x^2}{z^4} \cdot \frac{1}{\sqrt{z^2 - a^2}} + \frac{2}{a^2} \left[ \frac{\sqrt{z^2 - a^2}}{z^2} - \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{a}{\sqrt{z^2 - a^2}} \right] \right\}$$

и

$$E_y = -\frac{K_z H_0}{2J_{10} \kappa \epsilon_1} \cdot \frac{4xy}{z^4} \cdot \frac{1}{\sqrt{z^2 - a^2}} \quad (40)$$

неограниченно возрастают при  $z \rightarrow a$ , хотя в дальнейшем, при  $z \rightarrow \infty$ , стремятся к нулю, как  $1/z^3$  (поле электрического диполя).

Следовательно, полученные ближние поля автоматически удовлетворяют условиям Мейкснера, несмотря на то, что плотность поверхностного тока во всех точках области  $z \leq a$ , включая граничные точки, остается конечной.

Исследуем теперь радиолокационное поле рассеяния, то есть поле рассеяния в волновой зоне:

$$kz \gg 1, \quad z \ll \tau.$$

Разлагая в ряд по  $\tau/z$  подынтегральное выражение, находим известные функции угловых переменных:

$$A_x = \int_{\sigma} j_x(\vec{\tau}) e^{ik\tau \cos \nu} ds, \quad A_y = \int_{\sigma} j_y(\vec{\tau}) e^{ik\tau \cos \nu} ds.$$

Тогда мощность, рассеянная в телесный угол  $d\Omega$  и полное сечение рассеяния  $\Sigma$  равны

$$dW = \frac{k_1^2}{8\pi c} \left\{ \cos^2 \nu (A_x \cos \varphi + A_y \sin \varphi)^2 + (A_x \sin \varphi - A_y \cos \varphi)^2 \right\} d\Omega, \quad (41)$$

$$\Sigma = \frac{k_1^2}{c^2} \int_{\Omega} \left\{ \cos^2 \nu (A_x \cos \varphi + A_y \sin \varphi)^2 + (A_x \sin \varphi - A_y \cos \varphi)^2 \right\} d\Omega. \quad (42)$$

В частности, сечение рассеяния электромагнитной волны на малом эллиптическом диске, повернутом на угол  $\nu_0$ , в плоскости электрического вектора падающей волны вокруг оси  $OY$ , равно

$$\Sigma = \frac{32\pi}{27} k^4 \frac{\cos^2 \nu_0}{J_{10}^2}, \quad (43)$$

поскольку

$$j_x = -\frac{2ikc}{3\pi ab} \frac{k_z H_0}{k_1 J_{10}}. \quad (44)$$

При нормальном падении плоской электромагнитной волны на круговой идеально проводящий диск радиуса  $a$  ( $\nu_0 = 0, J_{10} = \frac{\pi}{2a^3}$ ) сечение рассеяния, отнесенное к площади диска ( $\Sigma^* = \frac{\Sigma}{\pi a^2}$ ), равно

$$\Sigma^* = \frac{128}{27\pi^2} (ka)^4. \quad (45)$$

Это значение  $\Sigma^*$  получено впервые Бете [2] и приводится обычно во всех руководствах по теории дифракции. Заметим лишь, что построение более высоких по  $ka$  приближений выполнено Боукемпом [4] и его еще никто не повторил

$$\Sigma^* = \frac{128}{27\pi^2} (ka)^4 \left\{ 1 + \frac{22}{25} (ka)^2 + \frac{7312}{18375} (ka)^4 + \dots \right\}. \quad (46)$$

Диаграмма направленности в общем случае имеет вид

$$D.H. = \cos^2 \nu \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi = 1 - \cos^2 \varphi \sin^2 \nu. \quad (47)$$

Итак, даже краткий обзор возможностей последовательного рассмотрения дифракционных задач методами интегральных уравнений макроскопической электродинамики свидетельствует о плодотворности такого подхода,

Прежде всего заметим, что каждая из рассмотренных нами задач уже неоднократно обсуждалась в научной литературе, но каждая из них требовала своего подхода. Новым является единый подход, позволяющий каждую из задач видеть в непосредственной связи с предыдущими, и открывающий возможности решения других практически важных задач, а также, утверждение о том, что плотность поверхностного тока на любом экране конечных или бесконечных размеров является величиной конечной, вплоть до края экрана. В противном случае основная физическая величина теории (4), имеющая структуру потенциала простого слоя, перестает быть математически определенной величиной.

Рассеянное поле в пространстве, окружающем экран, всецело определяется поверхностными токами, наведенными на экране. При таком подходе условия конечности энергии поля на краю экрана (условия Мейкснера) выполняются автоматически, так как они содержатся в самой теории. Необходимость в дополнительных условиях, типа условий Мейкснера, возникает каждый раз лишь в тех случаях, когда дифракционная задача переопределена.

При определении плотности поверхностного тока на экране задача решается в два этапа. На первом находится частное решение неоднородной системы уравнений (7). Однако полученное решение, как правило, не удовлетворяет условию  $j_r = 0$  и должно быть дополнено решением соответствующей однородной системы уравнений. Нахождение плотности полного тока на экране осуществляется на втором этапе решения задачи. Только после этого в соответствии с (3) определяются рассеянные поля, как в ближней, так и в дальней зонах.

**Л и т е р а т у р а.** 1. *Levine H., Schwinger J.* On the theory of diffraction by an aperture in an infinite plane screen // *Phys. Rev.* 1948.— Part I.— Vol. 74.— P. 958; 1949.— Part II.— Vol. 75.— P. 1423. 2. *Хенл Х., Мауэ А., Вестифаль Н.* Теория дифракции.— М., 1964.— 428 с. 3. *Боровиков В. В.* Дифракция на многоугольниках и многогранниках.— М., 1986.— 456 с. 4. *Wolf E., Marchand E. W.* Comparison of the Kirchoff and the Rayleigh — Sommerfeld theories of diffraction at an aperture // *Journ. Opt. Soc. of America*, 1964.—Vol. 54.—P. 587. 5. *Стреттон Дж. А.* Теория электромагнетизма.— М., 1948.— 539 с. 6. *Meixner J.* Strenge Theorie der Benugung Elektromagnetischer Wellen an der vollkommen leitenden Kzeisscheibe // *Zeit. fuz Natur.* 1948.—Vd 3A.—S. 506. 7. *Шестопалов В. П.* Метод задачи Римана — Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн.— М., 1971.— 400 с. 8. *Гринберг Г. А., Пименов Ю. В.* К вопросу о дифракции электромагнитных волн на бесконечно тонких идеально проводящих экранах // *Журн. техн. физики.*— 1957.— Т. XXVII.—2326 с. 9. *Хижняк Н. А.* Интегральные уравнения макроскопической электродинамики.— К., 1986.— 278 с. 10. *Смирнов В. И.* Курс высшей математики.— М., 1957.— Т. 4.— 812 с. 11. *Smythe W. R.* The double current sheet in diffraction // *Phys. Rev.* 1947.— Vol. 72.— P. 1066. 12. *Муратов Р. З.* Потенциалы эллипсоида.— М., 1976.— 230 с.

УДК 621.371

О. А. Третьяков

## ЭВОЛЮЦИОННЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ПОЛЕЙ В РЕЗОНАТОРЕ С НЕОДНОРОДНОЙ, НЕСТАЦИОНАРНОЙ И НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДОЙ

Определим резонатор как конечный объем  $V$  трехмерного пространства, ограниченный идеально проводящей кусочно-гладкой односвязной

поверхностью  $S$ . Полагаем, что контур, образующийся при сечении объема  $V$  любой плоскостью, имеет только внутренние углы, то есть меньше  $\pi$ . Этому описанию соответствуют, в частности, обычные прямоугольный и цилиндрический резонаторы.

Объем резонатора заполнен средой, состояние электромагнитного поля в которой конкретизируют материальные уравнения общего вида

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi \vec{P}(\vec{E}); \vec{B} = \vec{H} + 4\pi \vec{M}(\vec{H}); \vec{j}_\sigma = \vec{j}_\sigma(\vec{E}, \vec{H}), \quad (1)$$

где  $\vec{E} \equiv \vec{E}(\vec{r}, t)$ ;  $\vec{H} \equiv \vec{H}(\vec{r}, t)$ . Вектор-функции  $\vec{P}(\vec{E})$ ,  $\vec{M}(\vec{H})$ ,  $\vec{j}_\sigma(\vec{E}, \vec{H})$  полагаются известными, но на форму их зависимостей от своих аргументов не вводим никаких ограничений. Например, можно записывать  $\vec{P}(\vec{E})$  и  $\vec{M}(\vec{H})$  в виде функциональных рядов по степеням напряженностей поля, как в нелинейной оптике. Плотность тока  $\vec{j}_\sigma(\vec{E}, \vec{H})$  можно определять в виде алгоритма, который получается путем совместного решения уравнения непрерывности и уравнения движения свободных зарядов в электромагнитном поле (то есть как в электронике и физике плазмы). Простейшим частным случаем последнего материального уравнения (1) является закон Ома  $\vec{j}_\sigma = \hat{\sigma} \vec{E}$ , причем в нашей задаче проводимость среды может быть не только неоднородной, но и нестационарной, то есть  $\hat{\sigma} \equiv \hat{\sigma}(\vec{r}, t)$ .

В объеме резонатора могут быть сторонние источники электромагнитного поля. Определим их функциями  $\vec{j}_0(\vec{r}, t)$ ,  $\rho_0(\vec{r}, t)$ , которые должны быть заданы так, чтобы выполнялось уравнение непрерывности  $\text{div} \vec{j}_0 + \partial \rho_0 / \partial t = 0$ .

Начальные условия для электромагнитного поля при  $t=0$  определим равенствами

$$\vec{E}(\vec{r}, 0) = \vec{E}^0(\vec{r}); \vec{H}(\vec{r}, 0) = \vec{H}^0(\vec{r}), \quad (2)$$

где функции  $\vec{E}^0(\vec{r})$ ,  $\vec{H}^0(\vec{r})$  полагаются известными.

Наша задача состоит в том, чтобы найти уравнения, которые управляют эволюцией электромагнитного поля в резонаторе с произвольной средой (1) от заданного начального его состояния (2) до значений поля в любой последующий момент времени  $t > 0$  в каждой точке  $\vec{r} \in V$ .

Выпишем систему уравнений Максвелла в виде

$$\text{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}; \vec{j} \equiv \vec{j}_0 + \vec{j}_\sigma + \frac{\partial}{\partial t} \vec{P}(\vec{E}); \quad (3)$$

$$-\operatorname{rot} \vec{E} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{I}; \quad \vec{I} \equiv \frac{\partial}{\partial t} \vec{M}(\vec{H}); \quad (4)$$

$$(\vec{n} \cdot \vec{H}(\vec{r}, t)) = 0; \quad [\vec{n} \cdot \vec{E}(\vec{r}, t)] = 0; \quad \vec{r} \in S; \quad (5)$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = 4\pi \rho; \quad \rho \equiv \rho_0 + \rho_0 - \operatorname{div} \vec{P}(\vec{E}); \quad (6)$$

$$\operatorname{div} \vec{H} = 4\pi K; \quad K \equiv -\operatorname{div} \vec{M}(\vec{H}). \quad (7)$$

В граничных условиях (5)  $\vec{n}$  есть внешняя нормаль к поверхности резонатора  $S$ . Постановку начально-граничной задачи электродинамики (1)–(7) следует дополнить условием ограниченности энергии поля, которое мы учтем далее.

Решение данной задачи возможно с помощью метода модового базиса [1]; для этого нам понадобятся следующие определения в духе цитируемой работы

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{H} \end{pmatrix} = \vec{x} + \vec{y}; \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} \vec{E} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vec{H} \end{pmatrix}; \quad (8)$$

$$\hat{R} \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 & i \operatorname{rot} \\ -i \operatorname{rot} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{H} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i \operatorname{rot} \vec{H} \\ -i \operatorname{rot} \vec{E} \end{pmatrix}; \quad (9)$$

$$\hat{R}_0 \vec{X} = \begin{cases} \hat{R} \vec{X}; & \vec{r} \in V, \quad \vec{r} \in S; \\ (\vec{n} \cdot \vec{H}) = 0, \quad [\vec{n} \cdot \vec{E}] = 0; & \vec{r} \in S. \end{cases} \quad (10)$$

В терминах (8)–(10) пара роторных уравнений Максвелла (3) совместно с граничными условиями (5) запишется в виде равносильного операторного уравнения

$$\hat{R}_0 \vec{X} = i (\vec{v} + \vec{\omega}), \quad (11)$$

где  $i$  — мнимая единица, и введены обозначения:

$$\vec{J} = \begin{pmatrix} \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} + \frac{4\pi}{c} \vec{J} \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{\omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \vec{H} + \frac{4\pi}{c} \vec{I} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

В левой части уравнения (11) выделен линейный оператор  $\hat{R}_0$ . В открытой области  $V$  (то есть  $\vec{r} \in V, \vec{r} \in S$ ) он действует на шестимерный "электромагнитный" вектор  $\vec{X}$  как операция роторного дифференцирования  $\hat{R}$  по формуле (9). Включенные в него условия (5) на границе замкнутой области  $\bar{V}$  (то есть  $\vec{r} \in S$ ) определяют оператор  $\hat{R}_0$  в пространстве решений уравнения (11).

Решения уравнения (11) следует искать в функциональном пространстве с энергетической метрикой, поскольку решение исходной задачи (1) — (7) должно удовлетворить условию ограниченности энергии поля. В качестве пространства решений выберем гильбертово функциональное пространство  $L_2(V)$ , определив его метрику с помощью следующей операции скалярного умножения пары векторов типа (8):

$$\langle \vec{X}_1, \vec{X}_2 \rangle = \frac{1}{8\pi V} \int_V dV (\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2^* + \vec{H}_1 \cdot \vec{H}_2^*). \quad (13)$$

Здесь точка означает скалярное умножение в смысле векторной алгебры, звездочка — комплексное сопряжение.

Так же как и в работе [1], можно убедиться, что равна нулю разность билинейных форм, построенных на произвольной паре векторов  $\vec{X}_1$  и  $\vec{X}_2$ , взятых из пространства решений,

$$\langle \hat{R}_0 \vec{X}_1, \vec{X}_2 \rangle - \langle \vec{X}_1, \hat{R}_0 \vec{X}_2 \rangle = 0. \quad (14)$$

С учетом требуемой гладкости границы  $S$  это означает, что оператор  $\hat{R}_0$  является самосопряженным и имеет в гильбертовом пространстве собственные векторы как решения операторного уравнения

$$\hat{R}_0 \vec{X}_m(\vec{r}) = \kappa_m \vec{X}_m(\vec{r}); \quad \vec{r} \in \bar{V}, \quad (15)$$

где  $\kappa_m$  — собственные числа, а  $\vec{X}_m(\vec{r})$  — отвечающие им собственные векторы; индекс  $m$  — тройной, так как  $\bar{V}$  — замкнутая область трехмерного пространства. В соответствии с определениями (8)—(10) операторное

уравнение (15) равносильно следующей векторной граничной задаче на собственные значения со спектральным параметром  $K_m$  :

$$\operatorname{rot} \vec{H}_m(\vec{r}) = -i K_m \vec{E}_m(\vec{r}); \quad (\vec{n} \cdot \vec{H}_m)|_S = 0; \quad (16)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E}_m(\vec{r}) = i K_m \vec{H}_m(\vec{r}); \quad [\vec{n} \cdot \vec{E}_m]|_S = 0. \quad (17)$$

Из (14)—(17) следует, что спектр собственных чисел дискретный и имеет единственную точку сгущения, лежащую на бесконечности; все собственные числа расположены на вещественной оси симметрично относительно точки  $K_0 = 0$  и допускают следующее упорядочивание:  $K_m = -K_{-m} \geq 0$ . Симметричным относительно нуля собственным числам  $K_m > 0$  и  $K_{-m} = -K_m$  отвечают собственные векторы  $\vec{X}_m$  и  $\vec{X}_{-m}$ , которые могут быть связаны между собой следующим условием симметрии:

$$\vec{X}_m = \begin{pmatrix} \vec{E}_m \\ \vec{H}_m \end{pmatrix}; \quad \vec{X}_{-m} = \begin{pmatrix} \vec{E}_m \\ -\vec{H}_m \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Вектор-функции координат  $\vec{E}_m(\vec{r})$  можно выбрать вещественными, а  $\vec{H}_m(\vec{r})$  — чисто мнимыми (или наоборот). Все ненулевые собственные числа имеют конечную кратность вырождения. Отвечающие им собственные векторы (18) можно считать уже определенными в форме граничной задачи (16), (17) на собственные значения; заметим только, что при  $K_m \neq 0$  лишь одно из граничных условий является независимым, а другое является его следствием. Все собственные векторы (18) вихревые в том смысле, что  $\operatorname{div} \vec{E}_m = \operatorname{div} \vec{H}_m = 0$ , как следует из уравнений (16), (17).

Число  $K_0 = 0$  также собственное число оператора  $\hat{R}_0$  и имеет бесконечную кратность вырождения. В самом деле, подставив  $K_0 = 0$  в (15)—(17), находим, что этому числу отвечают любые векторы  $\vec{x}_0$  и  $\vec{y}_0$  “градиентного” типа, которые определяются через произвольные дважды дифференцируемые скалярные функции  $\phi(\vec{r})$  и  $\psi(\vec{r})$  по формулам

$$\vec{x}_0 = \begin{pmatrix} -\nabla \phi \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \phi|_S = C; \quad \vec{y}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ -\nabla \psi \end{pmatrix}, \quad \frac{\partial \psi}{\partial n} \Big|_S = 0, \quad (19)$$

где  $C$  — произвольная константа,  $\partial/\partial n$  — производная в направлении нормали к границе  $S$ . В определениях градиентных векторов (19) оба граничные условия из задачи (16), (17) участвуют независимо. Для векторов (19) дивергенция отличных от нуля их электрической и магнитных частей соответственно в общем случае не равна нулю, стало быть

$$-\Delta \Phi(\vec{r}) \neq 0, \vec{r} \in V, \vec{r} \in S; \quad \Phi(\vec{r}) = C, \vec{r} \in S; \quad (20)$$

$$-\Delta \Psi(\vec{r}) \neq 0, \vec{r} \in V, \vec{r} \in S; \quad \partial \Psi / \partial n = 0, \vec{r} \in S, \quad (21)$$

где  $\Delta$  — лапласиан. Неравенства (20), (21) подтверждаются уравнениями (6), (7) из исходной постановки задачи.

Сформулируем задачу по отысканию функций  $\Phi(\vec{r})$ , порождающих градиентные собственные векторы  $\vec{x}_0$  электрического типа. Для этого представим эту функцию в виде двух слагаемых  $\Phi = \Phi_{\alpha}(\vec{r}) + u(\vec{r})$  и распорядимся произволом ее разбиения так, чтобы

$$\Delta u(\vec{r}) = 0, \vec{r} \in V, \vec{r} \in S; \quad u(\vec{r}) = C, \vec{r} \in S; \quad (22)$$

$$\Delta \Phi_{\alpha}(\vec{r}) \neq 0, \vec{r} \in V, \vec{r} \in S; \quad \Phi_{\alpha}(\vec{r}) = 0, \vec{r} \in S. \quad (23)$$

Поскольку граница  $S$  является односвязной\*, то из задачи (22) и принципа максимума для гармонических функций имеем, что  $u(\vec{r})$  есть константа  $C$  в области  $V$  всюду, включая границу. Следовательно, градиентный вектор  $\vec{x}_0^u$ , построенный на функции  $u(\vec{r})$  по формуле (19), равен нулю.

Исходя из (23), введем оператор граничной задачи

$$\Delta^{(1)} \Phi_{\alpha} = \begin{cases} -\Delta \Phi_{\alpha}(\vec{r}); & \vec{r} \in V, \vec{r} \in S; \\ \Phi_{\alpha}(\vec{r}) = 0, & \vec{r} \in S, \end{cases}$$

действующий в гильбертовом пространстве; скалярное произведение для пары функций  $\Phi_{\alpha}(\vec{r})$  и  $\Phi_{\alpha'}(\vec{r})$  определим в виде

$$(\Phi_{\alpha}, \Phi_{\alpha'}) = \frac{1}{4\pi V} \int_V dV \Phi_{\alpha} \Phi_{\alpha'}^* \quad (24)$$

С помощью второй формулы Грина находим, что разность билинейных форм, построенная на произвольной паре функций  $\Phi_{\alpha}$  и  $\Phi_{\alpha'}$  из этого пространства, равна нулю, то есть

\* Случай многосвязной поверхности рассмотрен в работе [2].

$$(\Delta^{(1)} \phi_\alpha, \phi_{\alpha'}) - (\phi_\alpha, \Delta^{(1)} \phi_{\alpha'}) = 0. \quad (25)$$

Отсюда следует, что искомые функции  $\phi_\alpha(\vec{r})$  являются решениями хорошо изученной скалярной граничной задачи на собственные значения для лапласиана с условием Дирихле

$$-\Delta \phi_\alpha(\vec{r}) = \alpha_\alpha^2 \phi_\alpha(\vec{r}), \quad \phi_\alpha(\vec{r})|_S = 0, \quad (26)$$

где  $\alpha_\alpha$  — спектральный параметр; индекс  $\alpha$  — тройной, как и в задачах (16), (17). Собственные функции из задачи (26) удобно пронормировать по условию

$$\|\phi_\alpha\|^2 \equiv \frac{\alpha_\alpha^2}{4\pi V} \int_V dV |\phi_\alpha|^2 = 1. \quad (27)$$

Исходя из (21), введем другой оператор граничной задачи

$$\Delta^2 \psi = \begin{cases} -\Delta \psi(\vec{r}), & \vec{r} \in V, \vec{r} \in S; \\ \partial \psi / \partial n = 0; & \vec{r} \in S, \end{cases}$$

действующий в том же пространстве с энергетической метрикой (24). Аналогично (25) для произвольной пары функций  $\psi_\beta$  и  $\psi_{\beta'}$  из этого пространства имеем

$$(\Delta^{(2)} \psi_\beta, \psi_{\beta'}) - (\psi_\beta, \Delta^{(2)} \psi_{\beta'}) = 0.$$

Следовательно, искомые функции  $\psi_\beta(\vec{r})$  являются решениями так же, как и (26) хорошо изученной скалярной граничной задачи для лапласиана с условием Неймана

$$-\Delta \psi_\beta(\vec{r}) = \nu_\beta^2 \psi_\beta(\vec{r}), \quad \partial \psi_\beta / \partial n|_S = 0, \quad (28)$$

где  $\nu_\beta$  — спектральный параметр. Решения этой задачи пронормируем аналогично (27) по условию

$$\|\psi_\beta\|^2 \equiv \frac{\nu_\beta^2}{4\pi V} \int_V dV |\psi_\beta|^2 = 1. \quad (29)$$

Из решений скалярных задач на собственные значения (26)—(29) построим по формулам (19) градиентные собственные векторы оператора  $\hat{R}_0$ , которые отвечают его собственному числу  $K_0 = 0$ ,

$$\vec{x}_\alpha(\vec{r}) = \begin{pmatrix} -\nabla\phi_\alpha \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{y}_\beta(\vec{r}) = \begin{pmatrix} 0 \\ -\nabla\psi_\beta \end{pmatrix}. \quad (30)$$

С помощью формул (13), (26)—(29) можно убедиться, что

$$\langle \vec{x}_\alpha, \vec{x}_{\alpha'} \rangle = \frac{1}{2} \delta_{\alpha\alpha'}; \quad \langle \vec{y}_\beta, \vec{y}_{\beta'} \rangle = \frac{1}{2} \delta_{\beta\beta'}; \quad \langle \vec{x}_\alpha, \vec{y}_\beta \rangle = 0, \quad (31)$$

где  $\delta$  — символ Кронекера.

Собственные векторы оператора  $\hat{R}_0$ , отвечающие ненулевым собственным числам  $K_m > 0$  и  $K_m = -K_m$ , можно записать с учетом (18) в следующем виде:

$$\vec{X}_{\pm m} = \vec{x}_m \pm \vec{y}_m; \quad \vec{x}_m = \begin{pmatrix} \vec{E}_m \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{y}_m = \begin{pmatrix} 0 \\ \vec{H}_m \end{pmatrix}, \quad (32)$$

где  $\vec{E}_m, \vec{H}_m$  есть решения задач (16), (17) для  $K_m > 0$ . Векторы  $\vec{X}_{\pm m}$  из (32) пронормируем по условию

$$\|\vec{X}_{\pm m}\|^2 = \|\vec{x}_m\|^2 + \|\vec{y}_m\|^2 = 1.$$

Тогда для электрической  $\vec{x}_m$  и магнитной  $\vec{y}_m$  частей шестимерных вихревых электромагнитных векторов  $\vec{X}_{\pm m}$  можно получить условия ортонормировки, аналогичные (31)

$$\langle \vec{x}_m, \vec{x}_{m'} \rangle = \frac{1}{2} \delta_{mm'}; \quad \langle \vec{y}_m, \vec{y}_{m'} \rangle = \frac{1}{2} \delta_{mm'}; \quad \langle \vec{x}_m, \vec{y}_{m'} \rangle = 0. \quad (33)$$

Поскольку из (14) следует, что собственные векторы, отвечающие различным собственным числам, ортогональны в смысле скалярного умножения (13), то в дополнение к (31) и (33) имеем

$$\langle \vec{x}_m, \vec{x}_\alpha \rangle = \langle \vec{y}_m, \vec{y}_\beta \rangle = \langle \vec{x}_m, \vec{y}_\beta \rangle = \langle \vec{y}_m, \vec{x}_\alpha \rangle = 0. \quad (34)$$

Согласно теореме Вейля [3] прямая сумма ортонормированных подпространств  $\{\vec{x}_m\}_{m=1}^\infty, \{\vec{y}_m\}_{m=1}^\infty, \{\vec{x}_\alpha\}_{\alpha=1}^\infty, \{\vec{y}_\beta\}_{\beta=1}^\infty$  образует базис в

пространстве решений нашей задачи — гильбертовом функциональном пространстве. Следовательно, искомое поле  $\vec{X}(\vec{r}, t)$  можем записать в виде разложения по элементам данного базиса. С учетом формул (8) и (32) имеем

$$\vec{X}(\vec{r}, t) = \vec{x} + \vec{y}; \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} \vec{E}(\vec{r}, t) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vec{H}(\vec{r}, t) \end{pmatrix}; \quad (35)$$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \sum_{m=1}^{\infty} e_m(t) \vec{E}_m(\vec{r}) - \sum_{\alpha=1}^{\infty} a_{\alpha}(t) \nabla \phi_{\alpha}(\vec{r}); \quad (36)$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \sum_{m=1}^{\infty} h_m(t) \vec{H}_m(\vec{r}) - \sum_{\beta=1}^{\infty} b_{\beta}(t) \nabla \psi_{\beta}(\vec{r}), \quad (37)$$

где неизвестными являются только скалярные коэффициенты разложений, зависящие от времени. Электромагнитное поле в начальный момент времени также запишем в виде аналогичного разложения

$$\vec{E}^0(\vec{r}) = \sum_{m=1}^{\infty} e_m^0 \vec{E}_m(\vec{r}) - \sum_{\alpha=1}^{\infty} a_{\alpha}^0 \nabla \phi_{\alpha}(\vec{r}); \quad (38)$$

$$\vec{H}^0(\vec{r}) = \sum_{m=1}^{\infty} h_m^0 \vec{H}_m(\vec{r}) - \sum_{\beta=1}^{\infty} b_{\beta}^0 \nabla \psi_{\beta}(\vec{r}), \quad (39)$$

где числовые коэффициенты, отмеченные нулями сверху, можно считать известными, так как векторы  $\vec{E}^0(\vec{r}), \vec{H}^0(\vec{r})$  заданы в начальных условиях (2).

Теперь уже можно приступить к получению уравнений для временных коэффициентов в спектральных разложениях (36), (37) для искомого поля. Они определяются с помощью равенства (14). Подставим туда  $\vec{X}_1 = \vec{X}(\vec{r}, t)$  в форме (35), а вместо  $\hat{R}_0 \vec{X}_1$  возьмем правую часть равенства (11). С учетом формул (30), (32), (18) и равенства (15) находим

$$\langle \vec{U}, \vec{x}_m \rangle + i k_m \langle \vec{y}, \vec{y}_m \rangle = 0; \quad \langle \vec{U}, \vec{x}_{\alpha} \rangle = 0;$$

$$\langle \vec{W}, \vec{y}_m \rangle + i k_m \langle \vec{x}, \vec{x}_m \rangle = 0; \quad \langle \vec{W}, \vec{y}_{\beta} \rangle = 0,$$

где  $m, \alpha, \beta = 1, 2, \dots$ ;  $k_m$  — спектральный параметр из задачи (16), (17); векторы  $\vec{U}$  и  $\vec{W}$  определены формулами (12). Подставив сюда спектральные разложения (36), (37) для полей и воспользовавшись

условиями ортонормировки (31) — (34), получим окончательно систему дифференциальных уравнений с начальными условиями для искоемых временных коэффициентов

$$\dot{e}_m + i c k_m h_m = -\frac{1}{V} \int dV \vec{E}_m^* \cdot \left( \vec{J}_0 + \vec{J}_G + \frac{\partial}{\partial t} \vec{P} \right); e_m(0) = e_m^0; \quad (40)$$

$$\dot{h}_m + i c k_m e_m = -\frac{1}{V} \int dV \vec{H}_m^* \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{M}; h_m(0) = h_m^0; \quad (41)$$

$$\dot{a}_\alpha = -\frac{1}{V} \int dV \nabla \phi_\alpha^* \cdot \left( \vec{J}_0 + \vec{J}_G + \frac{\partial}{\partial t} \vec{P} \right); a_\alpha(0) = a_\alpha^0; \quad (42)$$

$$\dot{b}_\beta = -\frac{1}{V} \int dV \nabla \psi_\beta^* \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{M}; b_\beta(0) = b_\beta^0. \quad (43)$$

Здесь точкой сверху обозначено  $d/dt$ ;  $c$  — скорость света в свободном пространстве;  $m, \alpha, \beta = 1, 2, \dots$ .

Спектральные разложения (36), (37) для искомого поля получены как результат его проектирования на элементы базиса в гильбертовом пространстве. Все элементы базиса определены в форме граничных задач на собственные значения (16), (17), (26), (28) и имеют физический смысл пространственных распределений вихревых и градиентных мод пустого резонатора. Система эволюционных уравнений (40)—(43) есть результат проектирования уравнений Максвелла на элементы того же базиса. Влияние на эволюцию поля среды, заполняющей резонатор, учитывают правые части эволюционных уравнений (40)—(43), куда входят функции  $\vec{J}_G(\vec{E}, \vec{H}), P(\vec{E}), \vec{M}(\vec{H})$  из исходных материальных уравнений (1) и функция сторонних источников  $J_0(\vec{r}, t)$ . Следует подчеркнуть, что в процессе получения эволюционных уравнений нам не понадобилось вводить какие-либо ограничения на материальные уравнения (напр., требовать их линейности, как это необходимо в методе комплексных амплитуд электромагнитного поля).

В заключение рассмотрим простой для нашего метода пример, соответствующий заполнению резонатора нестационарной линейной однородной диссипативной средой без дисперсии. Для этого случая материальные уравнения (1) имеют вид

$$\vec{P} = \gamma(t) \vec{E}; \quad \vec{M} = \chi(t) \vec{H}; \quad \vec{J}_G = G(t) \vec{E},$$

где  $\gamma, \chi, G$  — заданные функции времени. Это соответствует заполнению

резонатора средой с нестационарными проницаемостями  $\epsilon(t) = 1 + 4\pi\chi(t)$ ,  $\mu(t) = 1 + 4\pi\kappa(t)$  и проводимостью  $\sigma(t)$ . На зависимости электродинамических параметров среды от времени не вводим никаких ограничений, кроме дифференцируемости и условия, что  $\epsilon(t)$  и  $\mu(t)$  не обращаются в нуль при всех значениях  $t > 0$ . Для простоты положим  $j_0 = 0$  и обозначим  $\epsilon(t)e_m(t) = f_m(t)$ . Тогда для каждого фиксированного значения  $m = 1, 2, \dots$  пара уравнений (40), (41) преобразуется к одному дифференциальному уравнению второго порядка с переменными коэффициентами

$$\frac{d}{dt} \mu \frac{d}{dt} f_m + 4\pi \frac{d}{dt} \left( \frac{\mu \sigma}{\epsilon} f_m \right) + \frac{c^2 k_m^2}{\epsilon} f_m = 0, \quad (44)$$

решение которого следует искать при начальных условиях

$$f_m(0) = \epsilon(0) e_m^0; \quad \left. \frac{d}{dt} f_m \right|_{t=0} = -i c k_m h_m^0 - 4\pi \sigma(0) e_m^0. \quad (45)$$

Зависящие от времени амплитуды вихревых мод определяются через решения задачи (44), (45) по прямым формулам

$$e_m(t) = f_m / \epsilon; \quad h_m(t) = \frac{i}{c k_m} \left( \frac{d}{dt} f_m + \frac{4\pi \sigma}{\epsilon} f_m \right).$$

Временные коэффициенты для градиентных мод электрического и магнитного типов также удовлетворяют независимым дифференциальным уравнениям с заданными начальными условиями

$$\frac{d}{dt} (\epsilon a_\alpha) + 4\pi \sigma a_\alpha = 0; \quad a_\alpha(0) = a_\alpha^0; \quad \alpha = 1, 2, \dots; \quad (46)$$

$$\frac{d}{dt} (\mu b_\beta) = 0; \quad b_\beta(0) = b_\beta^0; \quad \beta = 1, 2, \dots, \quad (47)$$

которые получаются из общих уравнений (42) и (43), соответственно.

Сопоставив уравнения (44) — (47) с разложениями полей (36) — (39), видим, что в резонаторе с нестационарной однородной средой существуют независимо моды с такими же распределениями силовых линий, как и в пустом резонаторе. Нестационарность среды изменяет только зависимость амплитуд от времени. Междумодовые связи могут возникать в результате взаимных преобразований мод на неоднородностях среды или же при ее нелинейности, как видно из общих уравнений (40) — (43).

Задача (44), (45) имеет аналитическое решение в случае, когда  $\delta=0$ ,  $\epsilon(t)=\epsilon_0 \varphi(t)$ ,  $\mu(t)=\mu_0 \varphi(t)$ , где  $\epsilon_0, \mu_0$  — константы, а  $\varphi(t)$  — произвольная дифференцируемая функция, не равная нулю при  $t>0$ . Полагая для простоты  $h_m^0=0$  в начальных условиях (45), выишем решение уравнения (44)

$$e_m(t) = e_m^0 \frac{\varphi(0)}{\varphi(t)} \cos \left[ \frac{CK_m}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \int_0^t \frac{d\tau}{\varphi(\tau)} \right]; h_m(t) = i e_m^0 \frac{\varphi(0)}{\varphi(t)} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \sin \left[ \frac{CK_m}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \int_0^t \frac{d\tau}{\varphi(\tau)} \right]$$

Этот тип колебания в резонаторе имеет непрерывный частотный спектр, поскольку амплитуды электрического и магнитного полей, а также мгновенная частота колебания  $\omega_m = CK_m / \varphi(t) \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0}$  есть функции времени.

**Л и т е р а т у р а:** 1. Третьяков О. А. Метод модового базиса // Радиотехника и электроника.— 1986.— № 6.— С. 1071—1082. 2. Третьяков О. А. Эволюционные волновидные уравнения // Радиотехника и электроника.— 1969.— № 5.— С. 917—926. 3. Вейль Г. Метод ортогональной проекции в теории потенциала / Избр. труды.— М., 1984.— С. 275—308.

УДК 621.396.67

Я. С. Шифрин, Ю. М. Бородавко

## СТАТИСТИКА ПОЛЯ ЛИНЕЙНОЙ СФОКУСИРОВАННОЙ АНТЕННЫ

*Дан анализ характеристик поля линейной антенны, сфокусированной в зону Френеля, при наличии в ней фазовых флуктуаций в распределении источников. Приведены графики, иллюстрирующие распределение локальных и интегральных энергетических характеристик поля при разных глубинах фокусировки и разных значениях параметров флуктуаций. Рассмотрено влияние флуктуаций источников на средние характеристики фокального пятна и его флуктуации.*

### 1. Введение

Флуктуации источников, всегда присутствующие в реальных антеннах, влияют на все их характеристики. Изучение этой проблемы составляет

предмет статистической теории антенн, основы которой изложены в [1]. Позднее развитая в [1] теория для дальней зоны была обобщена и на зону Френеля [2], значимость которой в последнее время существенно повысилась из-за увеличения ее протяженности (в связи с ростом размеров современных антенн) и обострения проблемы ЭМС. Важно при этом отметить, что рост размеров антенн сопровождается зачастую ростом флуктуаций источников в их раскрыве, что усиливает целесообразность статистического подхода к их анализу.

В работе [2] изучена статистика поля линейной несфокусированной антенны с флуктуациями источников. Цель настоящей работы — изучение статистики поля линейной сфокусированной в зону Френеля антенны. Фокусировка антенн в зону Френеля используется в системах с синтезированной апертурой, при передаче энергии СВЧ, в технике антенных измерений, в “ближней” радиолокации и т. д.

## 2. Исходные соотношения

При анализе статистики поля линейной непрерывной антенны в зоне Френеля в работе [2] исходным принято следующее выражение для комплексной амплитуды поля

$$E(\psi, \chi) = \frac{1}{R} f(\psi, \chi) = \frac{1}{R} \int_{-L}^{+L} A(x) \exp[j\psi(x)] \exp[j(\psi x - \chi x^2)] dx, \quad (1)$$

где  $\psi = \pi L \sin \theta / \lambda$ ;  $L$  — длина антенны;  $\theta$  — угол, отсчитываемый от нормали к оси антенны;  $\chi = \pi L^2 \cos^2 \theta / 4R\lambda$ ;  $R$  — расстояние от центра антенны до точки наблюдения;  $f(\psi, \chi)$  — комплексный множитель системы в зоне Френеля;  $A(x)$  и  $\psi(x)$  — амплитудное и фазовое распределение источников в антенне;  $x = 2z/L$  — относительная координата;  $Z$  — координата вдоль антенны.

Функция  $\psi(x)$  считается нормальной, однородной случайной функцией со средним значением  $\psi(x) = 0$ , дисперсией  $\overline{\psi^2(x)} = \sigma^2(x) = \alpha$  и коэффициентом корреляции

$$\tau(x, x_1) = \frac{\overline{\psi(x)\psi(x_1)}}{\sigma(x)\sigma(x_1)} = \frac{\overline{\psi(x)\psi(x_1)}}{\alpha} = \tau(x - x_1)$$

выбранным в гауссовой форме

$$\tau = e^{-\frac{(x-x_1)^2}{C^2}},$$

где  $C$  — радиус корреляции в относительных единицах, связанный с радиусом корреляции фазовых флуктуаций (ошибок)  $\rho$  соотношением  $C = 2\rho/L$ .

Амплитудное распределение принято равномерным:  $A(x) = A_0 = \frac{1}{2}$ .

При этом поле антенны в дальней зоне ( $\chi = 0$ ) в отсутствие ошибок  $E_0(\psi, 0) = \frac{1}{R} \sin \psi / \psi$ , а выражение (1) принимает вид

$$E(\psi, \chi) = \frac{1}{R} f(\psi, \chi) = \frac{1}{2R} \int_{-1}^{+1} \exp[j\psi(x)] \exp[\Psi x - \chi x^2] dx. \quad (1a)$$

Средняя интенсивность поля определяется выражением [2]

$$\overline{P(\psi, \chi)} = \frac{1}{R^2} \overline{|f(\psi, \chi)|^2} = \frac{1}{R^2} \exp(-\chi) \left[ |f_0(\psi, \chi)|^2 + \frac{1}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\chi^m}{m!} I(c_m, \psi, \chi) \right], \quad (2)$$

где  $|f_0(\psi, \chi)|^2 = \iint_{-1}^{+1} \exp\{j[\psi(x-x_1) - \chi(x^2-x_1^2)]\} dx dx_1;$  (3)

$$I(c_m, \psi, \chi) = \iint_{-1}^{+1} \exp[-(x-x_1)^2/c_m^2] \exp\{j[\psi(x-x_1) - \chi(x^2-x_1^2)]\} dx dx_1, \quad (4)$$

$c_m = c/\sqrt{m}$

Первое слагаемое в квадратных скобках соотношения (2) характеризует интенсивность поля в зоне Френеля в отсутствие ошибок, второе — определяет искажение пространственного распределения интенсивности поля из-за наличия случайных фазовых ошибок.

Формула (2) используется в [2] для расчета локальных и интегральных энергетических характеристик поля несфокусированной антенны в зоне Френеля.

Сфокусированная антенна отличается от несфокусированной тем, что в ней вводится дополнительное квадратичное фазовое распределение с опережением фазы к краям антенны  $\frac{\pi L^2}{4R_F}$ , где  $R_F$  — фокусное расстояние. Это слагаемое компенсирует в точке  $R = R_F$ ,  $\theta = 0$  фазовую ошибку, обусловленную конечностью расстояния до точки наблюдения (слагаемое  $\chi x^2$  в показателе экспоненты в (1)). При этом в отсутствие случайных фазовых ошибок ( $\psi(x) = 0$ ) поля всех источников в точке фокусировки ( $R = R_F$ ,  $\theta = 0$ ) будут складываться в фазе, а на некоторой части фокальной сферы ( $R = R_F$ ) вблизи фокуса угловое распределение поля будет таким же, как и у синфазной антенны в дальней зоне.

Добавка в показателе степени соотношения (1) слагаемого  $\frac{\pi L^2}{4R_F} x^2$

приводит формально к замене в (1) и (2) параметра  $\chi$  на

$$\chi_{сф} = \frac{\pi L^2}{4\lambda} \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_F} \right) \quad *$$
(5)

Это обстоятельство позволяет при анализе статистики поля сфокусированной системы эффективно использовать результаты работы [2] при условии правильного оперирования с величиной  $\chi_{сф}$ . Следует, однако, отметить, что несмотря на формальную аналогию основных соотношений статистической теории несфокусированных и сфокусированных систем анализ структуры поля последних заметно отличается из-за появления дополнительного аргумента  $R_F$  в выражениях для поля сфокусированной системы. Последнее приводит к необходимости изучать дополнительно характер изменения характеристик поля в зависимости от глубины фокусировки системы. Это существенно расширяет объем исследований. Появление величины  $R_F$  в выражении для поля сфокусированной антенны приводит также к появлению ряда новых (по сравнению с несфокусированной антенной) статистических эффектов, подлежащих изучению. В их числе укажем, например, влияние ошибок на структуру фокального пятна (расширение его, степень асимметрии, расходимость точек фокуса и максимума интенсивности поля), флуктуации пятна и т. п.

Приведем теперь некоторые результаты исследования статистики поля сфокусированных систем.

### 3. Средняя интенсивность поля

Средняя интенсивность поля определяется выражением (2) при замене в нем  $\chi$  на  $\chi_{сф}$ . Поперечное распределение средней интенсивности поля совпадает с приведенным в [2] поперечным распределением ее для несфокусированной системы при условии  $|\chi_{сф}| = \chi$ . Продольное распределение средней интенсивности поля (при  $\psi = 0$ ) для двух значений фокусного расстояния приведено на рис. 1. Значения  $P_{сф}$  нормированы на значение интенсивности поля в отсутствие ошибок на границе дальней зоны несфокусированной системы  $P_0$  (0,1). По оси абсцисс на рис. 1 отложена величина  $R_H = R / (2L^2 / \lambda)$ , то есть расстояние  $R_H$ , нормированное на удаление до дальней зоны. Продольное распределение интенсивности поля естественно

---

\* При определении  $\chi_{сф}$  учтено, что для антенн больших электрических размеров углы  $\theta$ , представляющие интерес, невелики. Соответственно, можно принять  $\cos^2 \theta = 1$  и  $\chi = \frac{\pi L^2}{4R\lambda}$ .

отличается от аналогичного распределения для несфокусированной системы [2]. Особо наглядны “объемные” графики типа приведенных на рис. 2, из которых видно влияние случайных ошибок на распределение интенсивности поля как в поперечном, так и в продольном направлениях.

Как видно из рис. 1, максимум интенсивности поля (если он существует) расположен не в фокусе, а на некотором расстоянии  $R_M$ , меньшем, чем  $R_F$ . Связано это с влиянием множителя  $\frac{1}{R^2}$ , входящего в соотношение (2). С увеличением глубины фокусировки (уменьшением  $R_F$ ) разность  $\Delta R_{FM}$  уменьшается, то есть точка максимума интенсивности приближается к фокусу. Эта тенденция иллюстрируется рис. 3. Уменьшение  $R_F$  приводит также (рис. 4) и к уменьшению величины  $\Delta \bar{P}_{MF} = \bar{P}_{сфМ} - \bar{P}_{сфФ}$ . Из рис. 3, 4 видно также, что при наличии ошибок величины  $\Delta R_{FM}$  и  $\Delta \bar{P}_{MF}$  увеличиваются. С изменением радиуса корреляции ошибок величины  $\Delta R_{FM}$  и  $\Delta \bar{P}_{MF}$  меняются немонотонно, достигая максимальных величин при некотором значении  $C$ .

#### 4. Средние характеристики фокального пятна

Размеры среднего фокального пятна определяются на уровне половинной мощности. Обозначим ближнюю и дальнюю границы пятна в продольном направлении через  $R_\delta$  и  $R_g$ . Эти величины находятся из уравнения

$$\frac{\overline{P_{сф}}(0, R_\delta, R_F)}{\overline{P_{сф}}(0, R_M, R_F)} = 0,5 \quad (6)$$

Результаты решения уравнения (6) представлены на рис. 5; по оси абсцисс отложены значения  $R_{FM} \leq 0,1$ , ибо только при малых  $R_F$  (глубокой фокусировке) можно говорить о сформировавшемся в продольном измерении фокальном пятне. При больших значениях  $R_F$  уравнение (6) имеет лишь один корень, соответствующий  $R_g$ . Из рис. 5, а также из ранее приведенного рис. 1 видно, что фокальное пятно асимметрично. С увеличением глубины фокусировки степень асимметрии пятна уменьшается.

Наличие случайных ошибок приводит к увеличению продольных размеров фокального пятна. Большому влиянию подвержено положение ближней границы пятна. Иногда наличие ошибок приводит к разрушению пятна, так как положение ближней границы размывается (обрыв ряда кривых на рис. 5). Влияние случайных ошибок на степень асимметрии пятна незначительно.

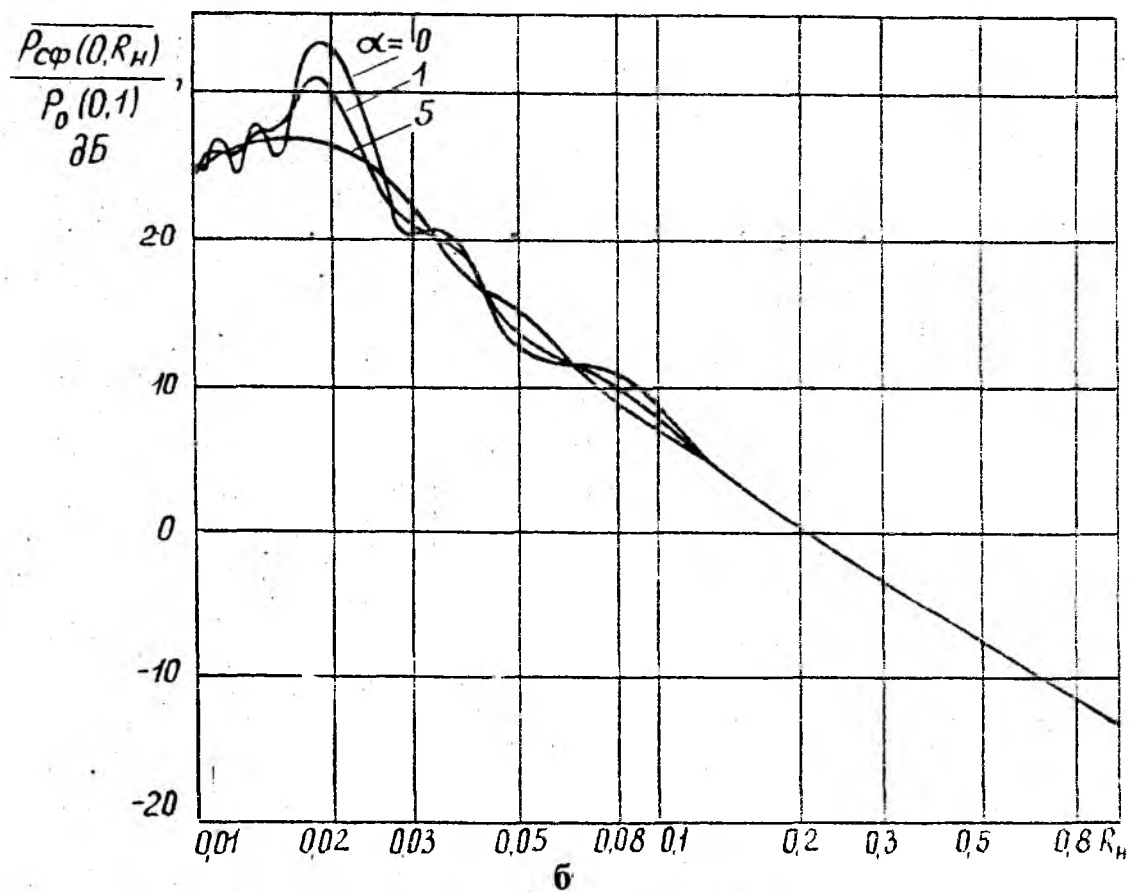
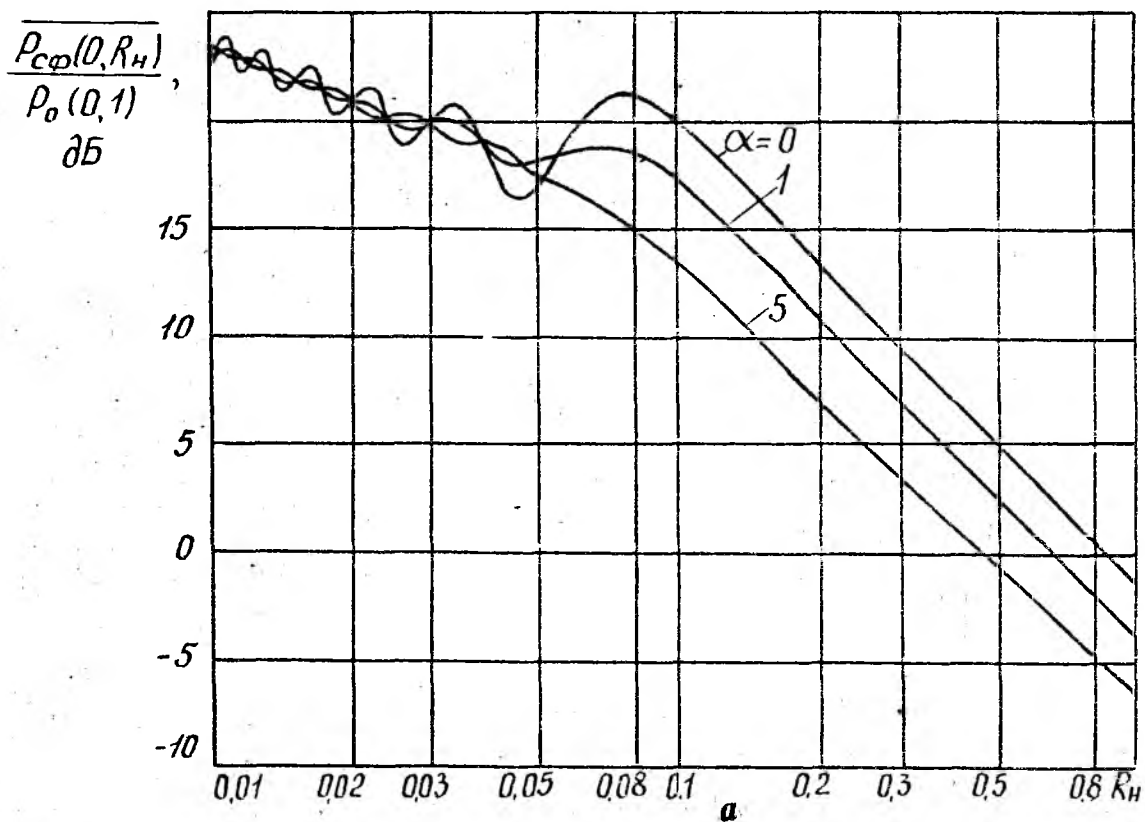


Рис. 1. Продольное распределение средней интенсивности поля при глубине фокусировки  $R_{FH} = 0,125$  (а),  $R_{FH} = 0,02$  (б) для различных значений  $\alpha$  и  $C = 0,5$

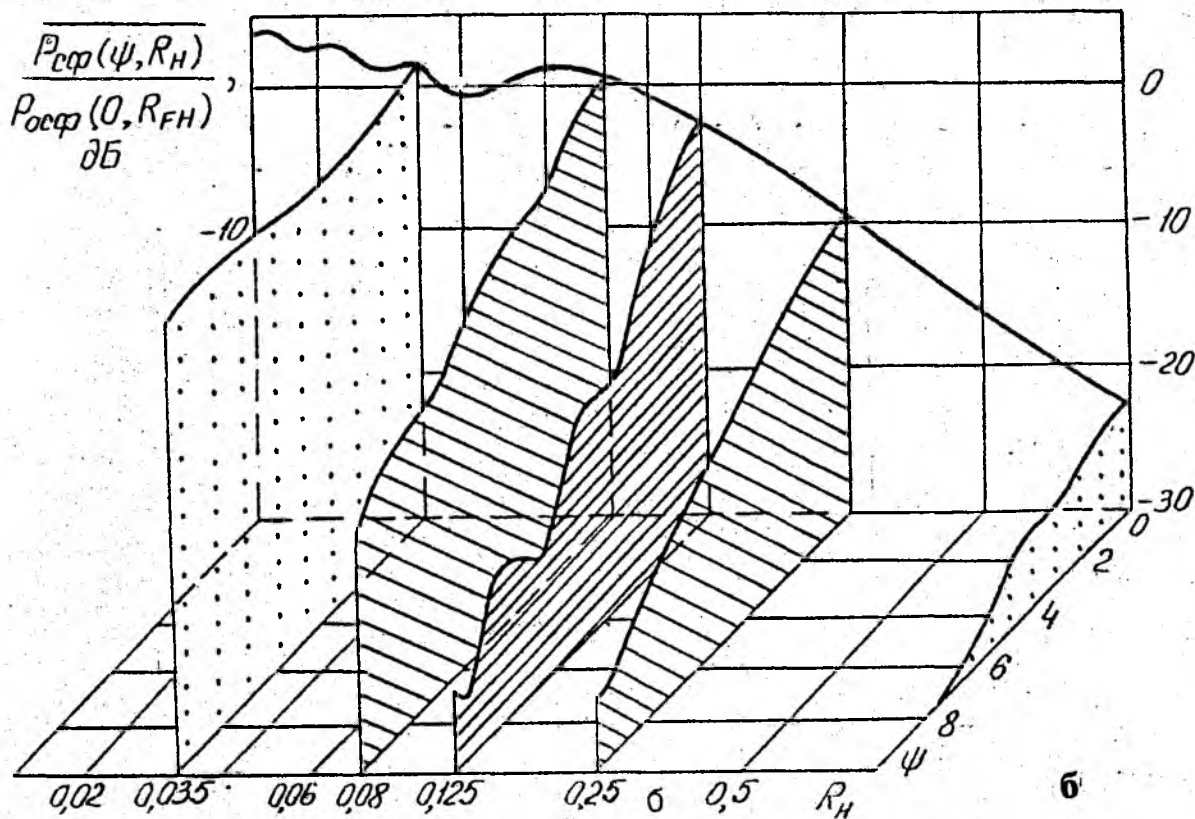
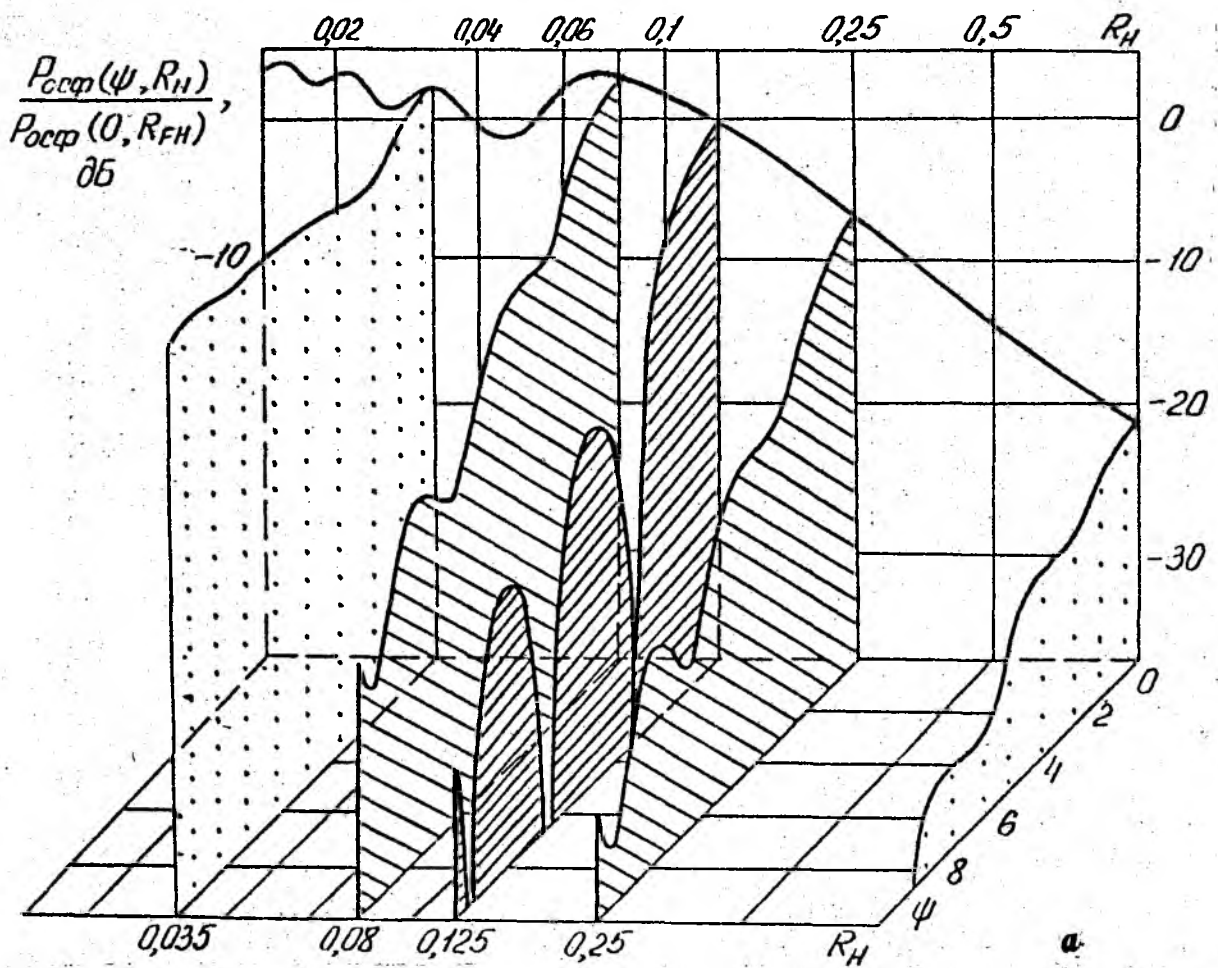
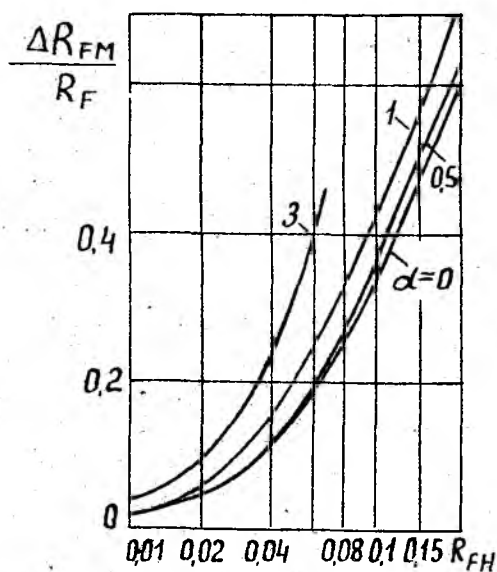
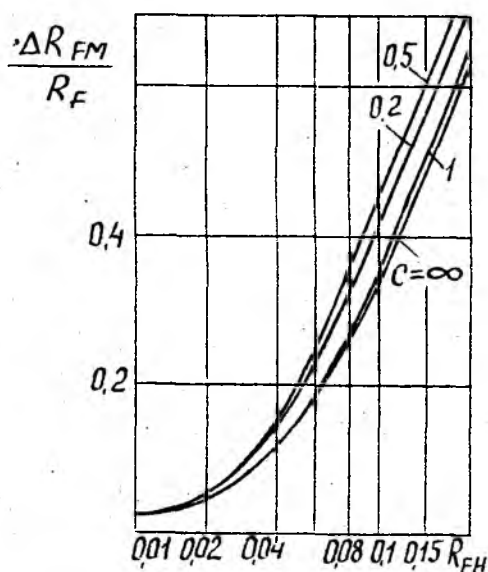


Рис. 2. Объемное распределение средней интенсивности поля при глубине фокусировки  $R_{FH} = 0,125$  для  $\mathcal{L} = 0$  (а) и  $\mathcal{L} = 1$  (б),  $c = 0,5$

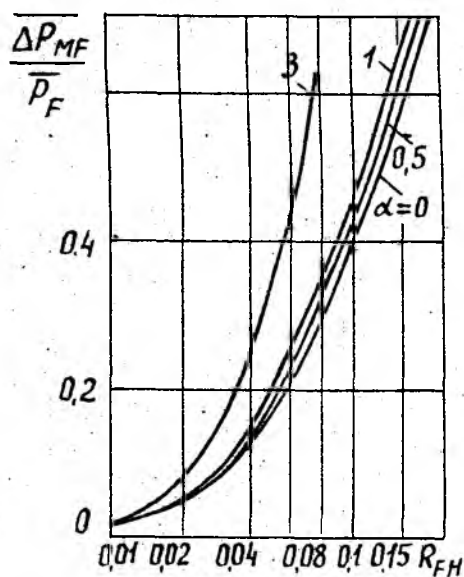


а

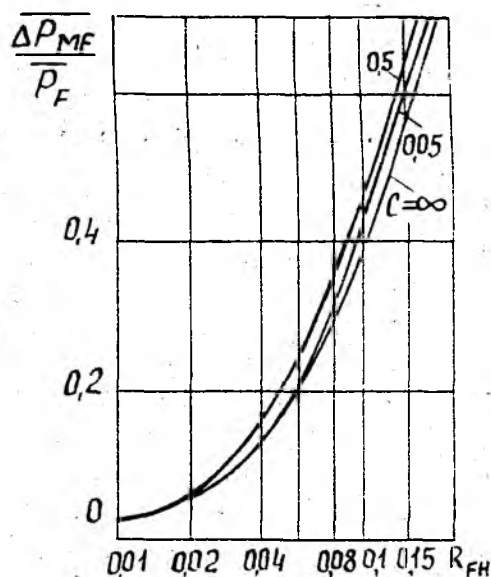


б

Рис. 3. Влияние глубины фокусировки на положение максимума интенсивности поля в фокальном пятне для различных  $\alpha$  и  $C = 0,5$  (а); для различных  $C$  и  $\alpha = 1$  (б)



а



б

Рис. 4. Влияние глубины фокусировки на величину максимума интенсивности поля в фокальном пятне: для различных  $\alpha$  и  $C = 0,5$  (а); для различных  $C$  и  $\alpha = 1$  (б)

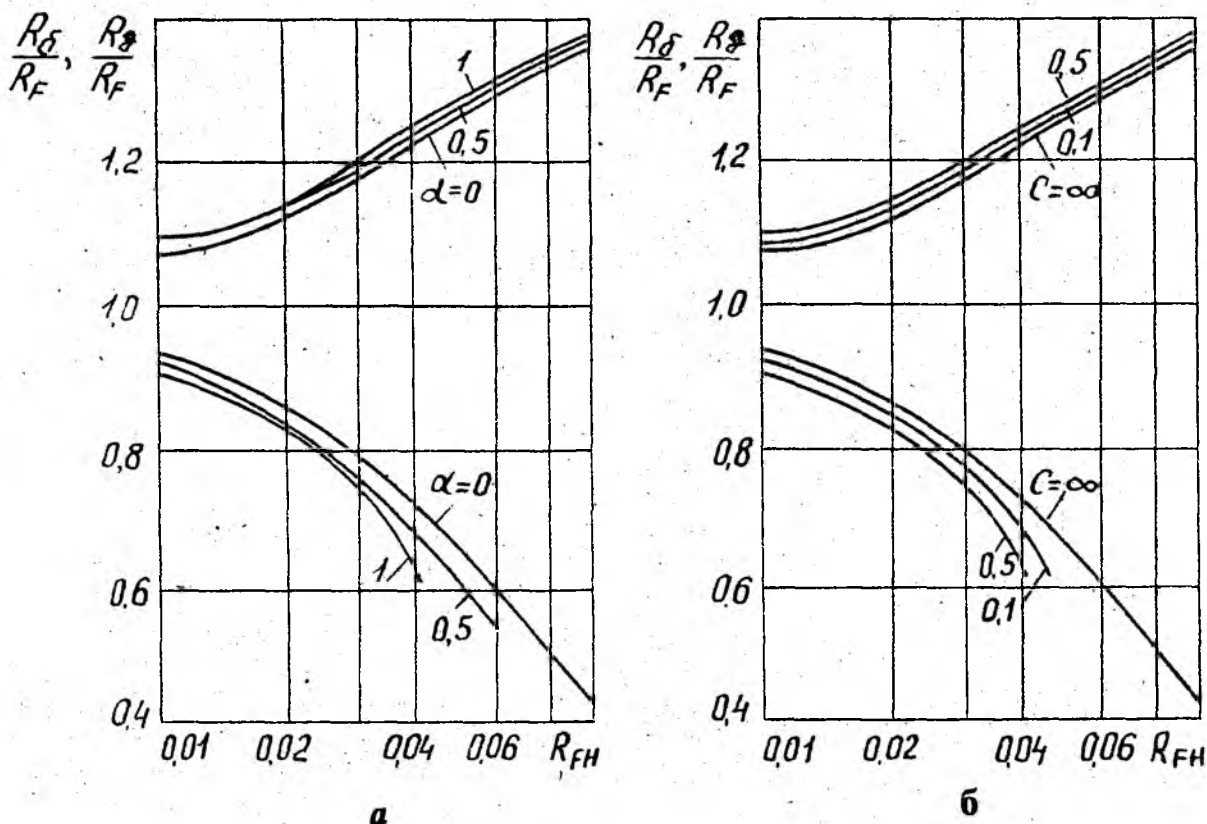


Рис. 5. Влияние глубины фокусировки на положение ближней и дальней границ фокального пятна для различных  $\alpha$  и  $C = 0,5$  (а); для различных  $C$  и  $\alpha = 1$  (б)

Поперечный размер среднего фокального пятна определяется по формуле

$$\Delta \ell = \frac{\lambda}{\pi} \left( \frac{R_F}{L} \right) 2\psi_{cp},$$

где  $2\psi_{cp}$  — угловой размер среднего фокального пятна на фокальной сфере. Эта величина равна ширине средней диаграммы направленности (ДН) в дальней зоне при заданных значениях  $\alpha$  и  $C$ , которую можно найти в [1]. При глубокой фокусировке отношение продольных размеров фокального пятна к поперечным размерам его при малых ошибках или в отсутствие их определяется соотношением

$$\frac{\Delta R_{\delta, \phi}}{\Delta \ell} \approx 8 \frac{R_F}{L}$$

## 5. Интегральные характеристики поля

Интегральные энергетические характеристики поля показывают, как распределяется излучаемая антенной мощность между различными областями пространства [2]. Наиболее интересной характеристикой такого рода является область основного потока мощности (ОПМ). Величина ОПМ определяется как та часть от полной мощности излучения, которая содержится в главном лепестке ДН в отсутствие ошибок в дальней зоне. При статистическом подходе естественно говорить об области основного потока средней мощности (ОПСМ). Для несфокусированной антенны границы ОПСМ во всей глубине зоны Френеля, характеризуемые углом  $\psi_{ср}^{2р} = \pi L \sin \theta_{ср}^{2р} / \lambda$  (или поперечным линейным размером  $Z_{ср}^{2р} = R \operatorname{tg} \theta_{ср}^{2р}$ ), были определены в [2]. Величина  $\psi_{ср}^{2р}$  находилась из уравнения

$$\int_0^{\psi_{ср}^{2р}(\chi)} |f(\psi, \chi)|^2 d\psi = \int_0^{\pi} |f_0(\psi, 0)|^2 d\psi = \int_0^{\pi} \frac{\sin^2 \psi}{\psi^2} d\psi = \operatorname{Si}(2\pi) = 1,418. \quad (7)$$

Для определения границ области ОПСМ сфокусированной антенны используется уравнение (7), но с заменой  $|f(\psi, \chi)|^2$  на  $|f_{сф}(\psi, \chi_{сф})|^2$ . Замена  $\chi$  на  $\chi_{сф}$  приводит к тому, что в сфокусированной системе для каждого значения  $R_F$  имеем свою картину границ ОПСМ. Две такие картины для поперечных размеров области ОПСМ приведены на рис. 6, а, б. Как видно из рис. 6, в отсутствие ошибок минимальные значения поперечных размеров области ОПСМ  $2Z_{ср}^{2р}/L = 4R_{FH}$  достигаются при  $R_H = R_{FH}$ . С уменьшением фокусного расстояния уменьшается и поперечный размер области ОПСМ, что свидетельствует об увеличении плотности потока мощности в окрестности фокуса. Наличие случайных ошибок приводит к расширению области ОПСМ. При этом минимумы величины  $Z_{ср}^{2р}$  смещаются в сторону меньших значений  $R_H$ . По мере удаления от фокальной сферы (в обе стороны) влияние случайных ошибок на поперечные размеры ОПСМ ослабевает.

## 6. Флуктуации пятна

При изучении флуктуаций пятна ошибки полагаются малыми. Рассматривается случай глубокой фокусировки. Именно в этом случае, как уже отмечалось, можно говорить о сформировавшемся в продольном измерении - фокальном пятне.

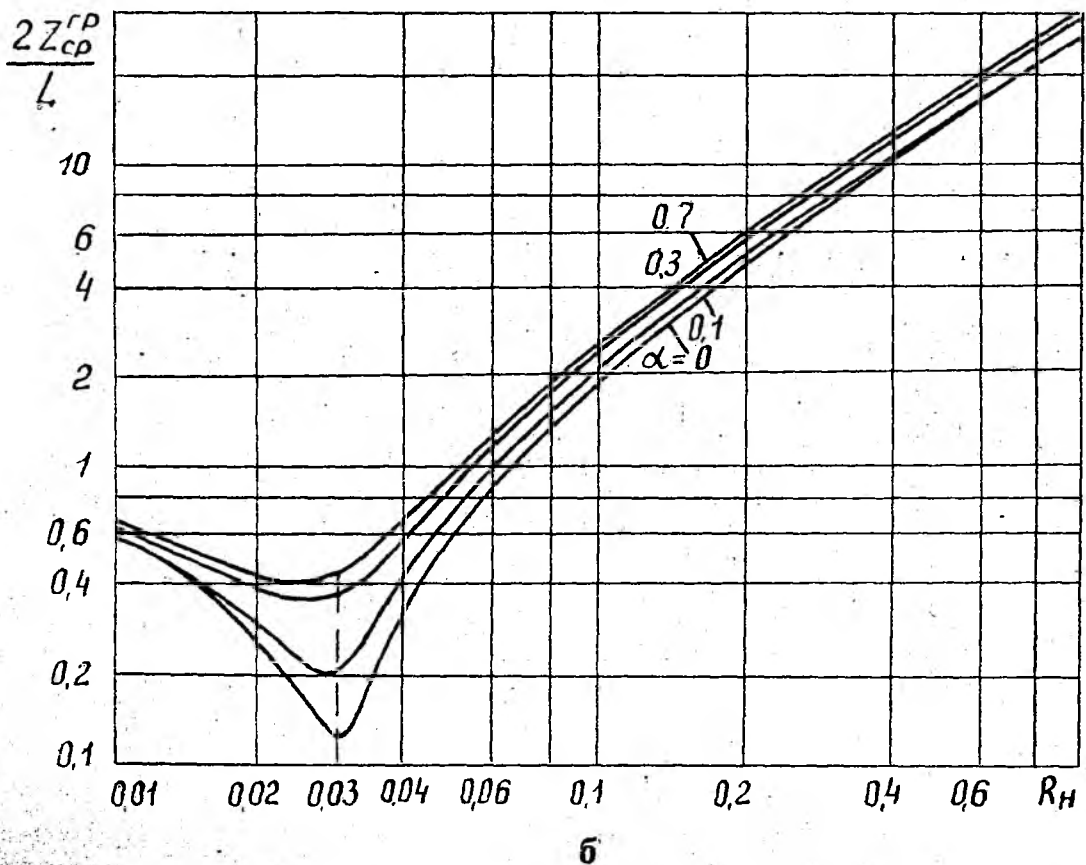
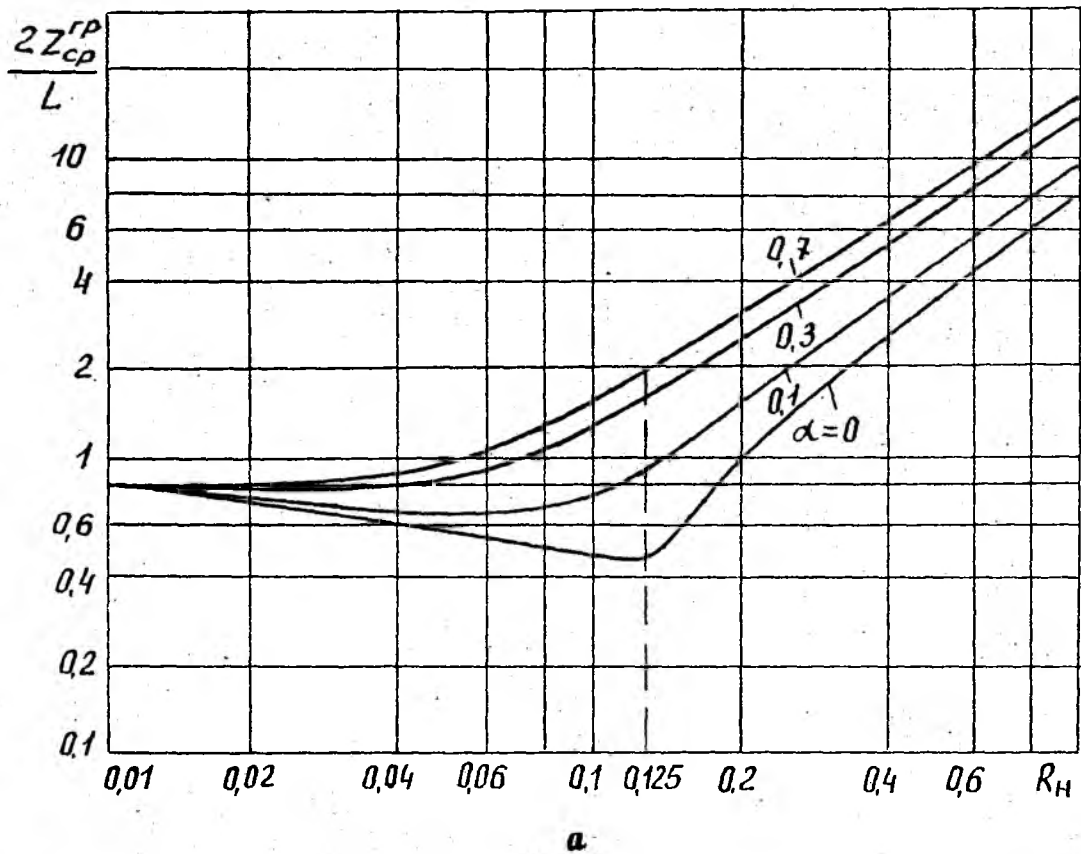


Рис. 6. Границы области основного потока средней мощности при  $R_{FH} = 0,125$  (а) и  $R_{FH} = 0,03$  (б) для различных значений  $\alpha$ .

Наличие фазовых ошибок приводит к флуктуациям пятна — флуктуациям положения точки максимума интенсивности поля (МИП) в этом пятне.

Положение точки МИП для отдельной реализации поля находится из решения уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \psi} \left\{ |f_{сф}(\psi, \chi_{сф})|^2 \right\} &= 0 & (a) \\ \frac{\partial}{\partial \chi_{сф}} \left\{ |f_{сф}(\psi, \chi_{сф})|^2 \right\} &= 0 & (б) \end{aligned} \right\} (8)$$

При написании соотношения (8б) учтено, что при глубокой фокусировке в отсутствие ошибок точка МИП весьма близка к точке фокуса. Соотношения (8) позволяют найти поперечное и продольное смещения точки МИП относительно фокуса ( $\psi = 0, \chi_{сф} = 0$ ). Обозначим эти смещения (координаты точки МИП) через  $\psi_m$  и  $\chi_m$  соответственно. При малых фазовых ошибках эти величины также малы. Процедура их нахождения аналогична использованной в [1] при определении ухода направления главного максимума ДН.

В данном случае используется общее выражение для  $|f_{сф}(\psi, \chi_{сф})|^2$  отдельной реализации, которое в соответствии с (1а) имеет вид

$$|f_{сф}(\psi, \chi_{сф})|^2 = \frac{1}{4} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \exp \left\{ j [\varphi(x) - \varphi(x_1)] \right\} \exp \left\{ j [\psi(x-x_1) - \chi_{сф}(x^2-x_1^2)] \right\} dx dx_1 \quad (9)$$

Поскольку ошибки малы, то можно в (9) ограничиться членами второго порядка малости по  $\varphi$ . Учитывая одновременно и малость величин  $\psi_m$  и  $\chi_m$ , находим, решая уравнения (8), следующие соотношения

$$\psi_m = -\frac{3}{2} \int_{-1}^{+1} x \varphi(x) dx \quad (10)$$

$$\chi_m = -\frac{45}{8} \int_{-1}^{+1} \left[ x^2 - \frac{1}{3} \right] \varphi(x) dx \quad (11)$$

Заметим, что выражение (10) совпадает с полученным в [1] выражением для величины ухода направления главного максимума ДН линейной антенны в дальней зоне.

Если представить  $\varphi(x)$  в виде суммы четной и нечетной относительно середины антенны функций

$$\varphi(x) = \varphi_{2T}(x) + \varphi_{Hz}(x),$$

то из соотношений (10) и (11) следует, что флуктуации величины  $\psi_M$  (поперечной угловой координаты точки МИП) определяются нечетной составляющей  $\varphi(x)$ , а флуктуации величины  $\chi_M$  (продольной координаты точки МИП) определяются четной составляющей  $\varphi(x)$ .

Средние значения  $\psi_M$  и  $\chi_M$  равны нулю. Дисперсии этих величин будут

$$\overline{\psi_M^2} = \frac{g}{4} \mathcal{L} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} x x_1 \exp\left\{-\frac{(x-x_1)^2}{c^2}\right\} dx dx_1 = \frac{g}{4} \mathcal{L} \mathcal{J}(c) \quad (12)$$

$$\overline{\chi_M^2} = \left(\frac{45}{8}\right)^2 \mathcal{L} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \left[x^2 x_1^2 - \frac{2}{3} x^2 + \frac{1}{9}\right] \exp\left(-\frac{(x-x_1)^2}{c^2}\right) dx dx_1. \quad (13)$$

Величина  $\mathcal{J}(c)$  равна [1]:

$$\mathcal{J}(c) = \frac{2}{3} \sqrt{\pi} \varphi\left(\frac{2}{c}\right) + \frac{c^4}{6} (1 - e^{-4/c^2}) - c^2 \left(1 - \frac{1}{3} e^{-4/c^2}\right),$$

где  $\varphi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt$  — интеграл вероятности.

При малых  $c$

$$\overline{\psi_M^2} = \frac{3}{2} \sqrt{\pi} c \mathcal{L}; \quad \overline{\chi_M^2} = \frac{45}{8} \sqrt{\pi} c \mathcal{L}; \quad \overline{\chi_M^2} / \overline{\psi_M^2} = 3,75. \quad (14)$$

Таким образом, при малых  $c$  дисперсия продольной координаты МИП примерно в четыре раза превышает дисперсию поперечной угловой координаты.

При больших  $c$

$$\overline{\psi_M^2} = 2\mathcal{L}/c^2; \quad \overline{\chi_M^2} = 6\mathcal{L}/c^4; \quad \overline{\chi_M^2} / \overline{\psi_M^2} = 3/c^2, \quad (15)$$

то есть при больших  $c$  дисперсия продольной координаты МИП

меньше дисперсии поперечной координаты в  $c^2/3$ . При  $c \rightarrow 0$  и  $c \rightarrow \infty$  величины  $\overline{\psi_M^2}$  и  $\overline{\chi_M^2} \rightarrow 0$ . Результаты расчета этих величин для произвольных  $c$  представлены на рис. 7. Как видно из этого рисунка, величина  $\overline{\psi_M^2}$  достигает максимума при  $c \approx 0,7$ , а величина  $\overline{\chi_M^2}$  — при  $c \approx 0,5$ . Эти максимумы соответственно равны  $0,85\alpha$  и  $1,91\alpha$ .

Дисперсии реальных координат точки МИП, то есть величин  $\theta$  (или  $Z$ ) и  $R$  определяются выражениями

$$\overline{\theta_M^2} = \left(\frac{\lambda}{\pi L}\right)^2 \overline{\psi_M^2}; \quad \overline{Z_M^2} = \left(\frac{\lambda R_F}{\pi L}\right)^2 \overline{\psi_M^2}; \quad (16)$$

$$\overline{\Delta R_M^2} = \left(4 \frac{\lambda}{\pi}\right)^2 \left(\frac{R_F}{\pi L}\right) \overline{\chi_M^2}; \quad (17)$$

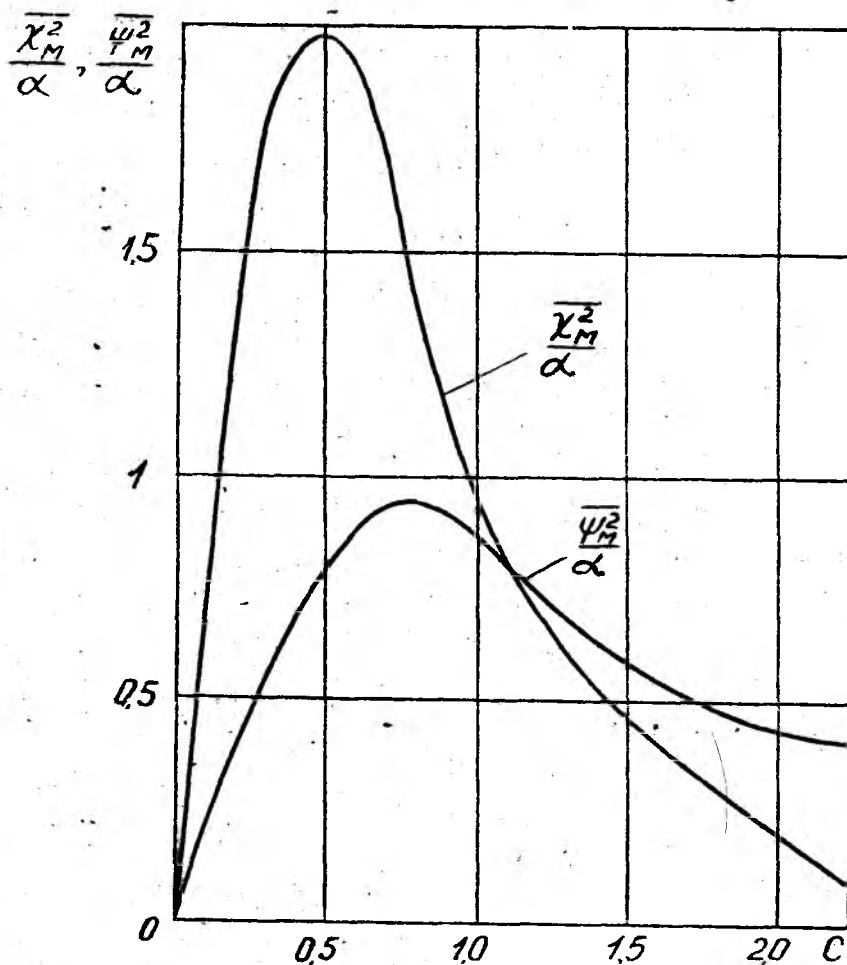


Рис. 7. Зависимость дисперсии координат максимума интенсивности поля в фокальном пятне от радиуса корреляции ошибок

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное в настоящей работе исследование статистики поля линейной антенны, сфокусированной в зону Френеля, имеет достаточно общий характер. Результаты его пригодны при разных механизмах происхождения флуктуаций, соответствующих либо ансамблевой, либо временной статистике, порождаемых либо внутри антенны, либо неоднородностями среды, в которой работает антенна. В принципе используемая методика может быть распространена и на антенны других типов. Поэтому результаты работы могут быть полезны при оценке реальных характеристик разных фокусирующих систем, используемых в радиотехнике, оптике, акустике, гидроакустике, обосновании разумных требований к допускам, стабильности параметров элементов, входящих в состав этих систем.

Исследования, результаты которых приведены в данном обзоре, выполнены благодаря поддержке Международной Соросовской Программы поддержки образования в области точных наук Международного фонда "Возрождение", грант SPUO42079.

**Л и т е р а т у р а:** 1. *Шифрин Я. С.* Вопросы статистической теории антенн.— М.: Сов. радио, 1970. 2. *Шифрин Я. С., Бородавко Ю. М.* О статистике поля линейной антенны в зоне Френеля // Радиотехника и электроника.— 1988.— Т. 33.— № 9.— С. 1870.

УДК 621.391

Н. Н. Горобец

### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ СОВМЕСТИМОСТИ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ СРЕДСТВ

Решение задачи электромагнитной совместимости (ЭМС) радиоэлектронных средств (РЭС) различных частотных диапазонов и различного функционального назначения методами и средствами антенной техники обычно сводится к синтезу антенн с повышенной помехозащищенностью путем минимизации бокового и заднего излучения либо во всем пространстве, либо в определенном секторе углов [1]. Такой подход принципиально затруднителен в том случае, когда приемо-передающие антенны РЭС

расположены в ближней зоне друг друга. (Такая ситуация возникает на практике, например, при обеспечении внутриобъектовой межсистемной ЭМС РЭС летательных аппаратов и транспортных средств). Действительно, как хорошо известно, в ближней зоне антенн нули диаграммы направленности (ДН) “заплывают”. Иными словами, уровни поля в направлениях, соответствующих нулям ДН антенны в ее дальней зоне, сравнимы с уровнем поля в любом направлении, в том числе и в направлении главного максимума ДН. Непосредственно вблизи антенны пространственное распределение поля близко к амплитудному распределению источников поля на самой антенне, или в излучающем раскрытии. Кроме того, даже если расстояние между антеннами достаточно для формирования глубоких нулей ДН, обычно в синтезированной антенне необходимо обеспечить весьма сложные амплитудные и фазовые распределения источников поля на антенне, которые к тому же трудно поддерживать с обычно требуемой высокой точностью в рабочей полосе частот.

Целью настоящей статьи является анализ мало изученных возможностей решения задач межсистемной ЭМС РЭС за счет поляризационных эффектов электромагнитного поля (ЭМП).

Как известно [2], эффекты преобразования состояния поляризации электромагнитной волны, обусловленные различием граничных условий электродинамики для двух ортогональных компонент ЭМП при излучении, приеме и дифракции и особенностями взаимодействия волны с веществом в процессе распространения, могут быть использованы для решения задач ЭМС РЭС. Выделение полезного сигнала на фоне мешающих отражений от окружающих антенну устройств, объекта, поверхности Земли и водной поверхности, гидрометеоров, ложных целей и т. п., а также активных помех, по различию в их поляризационной структуре называют поляризационной селекцией. Если поляризационные характеристики сигнала и помехи отличаются, методы поляризационной селекции и поляризационно-адаптивного приема, использование высокоизбирательных поляризационных фильтров позволяют обеспечить отстройку от помех, приходящих даже по главному лепестку ДН, в том числе и по направлению ее главного максимума, следовательно, и решить проблемы ЭМС РЭС.

Наиболее просто приближенно задача решается в случае антенн с линейной поляризацией, когда изменение уровня сигнала за счет рассогласования поляризации оценивается функциональной зависимостью  $20 \lg \cos \theta$ , где  $\theta$  — угол между плоскостями поляризации [2, с. 206]. В [2] отмечается, что хотя теоретически развязка между антеннами в этом случае может быть сколь угодно большой, на практике в силу разных причин, в том числе малой вероятности перпендикулярности плоскостей

поляризации, мешающий сигнал редко удается подавить больше, чем на 20 дБ. В случае же СВЧ радиорелейных линий, отличающихся высоким качеством антенн, обеспечивается поляризационная развязка от 25 до 30 дБ.

Рассмотрим поляризационную селекцию волн в общем случае произвольной поляризации приемной антенны и падающей на нее электромагнитной волны. Количественно это явление описывается выражением для активной мощности на выходе приемной антенны

$$P_{пр} = \frac{\lambda^2}{4\pi} S \xi_A \xi_n G_m \Phi(\theta, \varphi). \quad (1)$$

Здесь  $S$  — плотность потока мощности полного поля в точке приема, то есть сумма плотностей потоков мощностей электромагнитной волны по двум ортогональным компонентам ЭМП (в ортогональном линейно-, круго- или эллиптическиполяризованном базисе):

$$S = S_{\theta}^{\perp} + S_{\varphi}^{\perp} = S_{лев}^{\kappa} + S_{пр}^{\kappa} = S_{лев}^{\varepsilon} + S_{пр}^{\varepsilon}; \quad (2)$$

$$\xi_A = 4R_A R_{\varphi} / |Z_A + Z_{\varphi}|^2 - \quad (3)$$

— коэффициент согласования антенны с приемным фидерным трактом;  
 $\xi_n$  — коэффициент согласования поляризации приемной и передающей антенн;  $G_m$  — коэффициент усиления (КУ) приемной антенны (по полному полю) в направлении главного максимума ее ДН:

$$G_m = G_{m\theta}^{\perp} + G_{m\varphi}^{\perp} = G_{mлев}^{\kappa} + G_{mпр}^{\kappa} = G_{mлев}^{\varepsilon} + G_{mпр}^{\varepsilon}; \quad (4)$$

$\Phi(\theta, \varphi)$  — нормированная к единице ДН приемной антенны по мощности полного поля:

$$\begin{aligned} \Phi(\theta, \varphi) &= \frac{1}{\Phi_m^{\perp}} \left[ \Phi_{\theta}^{\perp}(\theta, \varphi) + \Phi_{\varphi}^{\perp}(\theta, \varphi) \right] = \\ &= \frac{1}{\Phi_m^{\kappa}} \left[ \Phi_{лев}^{\kappa}(\theta, \varphi) + \Phi_{пр}^{\kappa}(\theta, \varphi) \right] = \frac{1}{\Phi_m^{\varepsilon}} \left[ \Phi_{лев}^{\varepsilon}(\theta, \varphi) + \Phi_{пр}^{\varepsilon}(\theta, \varphi) \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Коэффициент согласования поляризации (КСП) антенн определяется поляризационными характеристиками излучения обеих антенн в направлении приема. Если эти характеристики определены через обычно измеряемые

на практике величины — коэффициент эллиптичности  $\gamma$  и угол ориентации  $\beta$  поляризационного эллипса и направление вращения векторов поля, — то КСП имеет вид [3]:

$$\xi_{\Pi} = 0,5 \left[ 1 \pm \frac{2\gamma_1}{1+\gamma_1^2} \frac{2\gamma_2}{1+\gamma_2^2} + \frac{1-\gamma_1^2}{1+\gamma_1^2} \frac{1-\gamma_2^2}{1+\gamma_2^2} \cos 2(\beta_2 - \beta_1) \right]. \quad (6)$$

Здесь индексы 1, 2 соответствуют поляризационным характеристикам передающей и приемной антенн соответственно, знак “+” берется при одинаковом, “—” — при встречном направлении вращения векторов поля.

Из (1) видно, что полная развязка между передающей и приемной антеннами ( $P_{\Pi\rho} = 0$ ) обеспечивается в двух случаях: когда направлению приема соответствует нуль ДН приемной антенны  $\Phi(\theta_{\Pi\rho}, \varphi_{\Pi\rho}) = 0$  (пространственная селекция); когда поляризация поля приемной антенны в направлении приема ортогональна поляризации падающей волны, то есть поляризации излучения передающей антенны в направлении приема и  $\xi_{\Pi}(\theta_{\Pi\rho}, \varphi_{\Pi\rho}) = 0$  (поляризационная селекция).

При линейной поляризации обеих антенн, как следует из (6), полная развязка обеспечивается в случае, когда плоскости поляризации приемной и передающей антенн взаимно перпендикулярны, при круговой — когда направления вращения векторов поля противоположны, при эллиптической — когда коэффициенты эллиптичности одинаковы, ориентации больших осей поляризационных эллипсов ортогональны, а направления вращения векторов поля противоположны.

В частном случае линейной поляризации одной из антенн, например передающей,  $\gamma_1 = 0$  и КСП равен

$$\xi_{\Pi} = 0,5 \left[ 1 + \frac{1-\gamma_2^2}{1+\gamma_2^2} \cos 2(\beta_2 - \beta_1) \right]. \quad (7)$$

Видно, что в этом случае КСП не зависит от направления вращения векторов поля при круговой или эллиптической поляризации приемной антенны, а определяется значением коэффициента эллиптичности и разности углов между ориентацией плоскости поляризации линейнополяризованной антенны и ориентацией большей оси поляризационного эллипса излучения приемной антенны. Отметим, что уравнение (7) есть уравнение гантельной кривой, обычно наблюдаемой при измерении поляризационных характеристик электромагнитной волны методом вращающейся линейнополяризованной антенны. При круговой поляризации второй антенны КСП  $\xi_{\Pi} = -3$  дБ независимо от ориентации плоскости поляризации излучения первой антенны.

На рис. 1, а представлена зависимость КСП от  $\Gamma_2$  (в логарифмическом масштабе) при изменении разности углов ориентации  $\beta_2 - \beta_1$  от 0 до 90°, а на рис. 1, б — зависимость КСП от  $\beta_2 - \beta_1$  при изменении  $\Gamma_2$  от единицы до нуля, то есть при изменении состояния поляризации от круговой до линейной. Видно, что для обеспечения высоких значений развязки и коэффициент эллиптичности, и угол ориентации поляризационного эллипса должны быть реализованы с высокой точностью. Собственно, именно это обстоятельство и приводит к отмеченному выше замечанию в [2] об ограничении уровня подавления поля величиной порядка — 20 дБ.

Если поляризация передающей антенны круговая ( $\Gamma_1 = 1$ ), то КСП равен

$$\xi_n = 0,5 \left( 1 \pm \frac{2\Gamma_2}{1 + \Gamma_2^2} \right) \quad (8)$$

Зависимость КСП от  $\Gamma_2$ , приведенная на рис. 2, также характеризуется большим градиентом в области высоких значений коэффициента подавления мешающего ЭМП.

При решении проблем ЭМС на этапе проектирования РЭС коэффициент согласования поляризации удобнее использовать в записи через комплексные поляризационные отношения (фазоры) ортогональных линейнополяризованных компонент

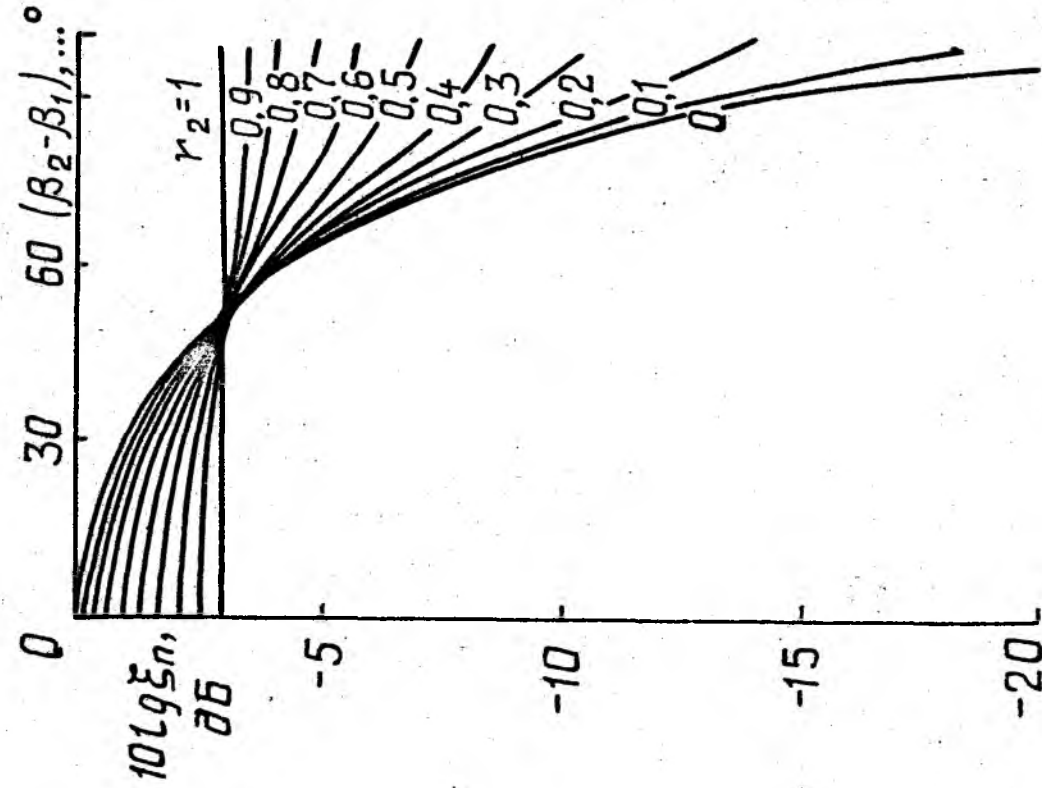
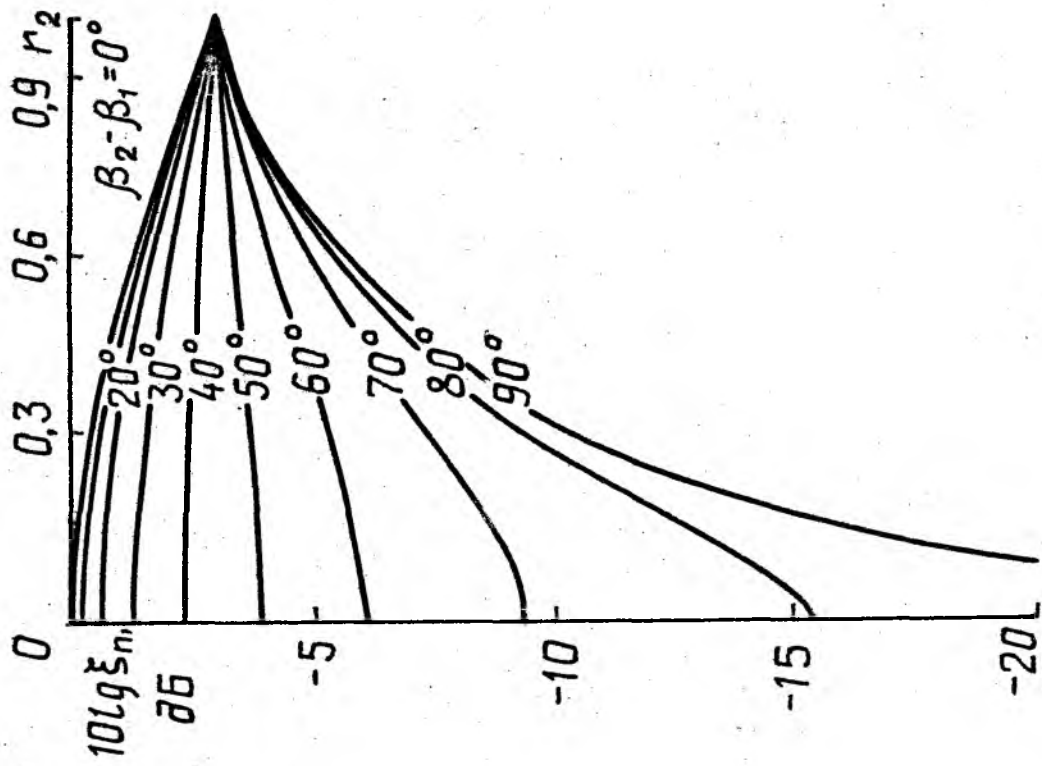
$$\rho(\theta, \varphi) = \dot{E}_\varphi(\theta, \varphi) / \dot{E}_\theta(\theta, \varphi) \quad (9)$$

полей излучения передающей и приемной антенн в направлении приема [4]:

$$\xi_n = |1 + \dot{\rho}_1 \dot{\rho}_2| / ((1 + |\dot{\rho}_1|^2)(1 + |\dot{\rho}_2|^2)), \quad (10)$$

или с учетом модулей  $|\dot{\rho}_{1,2}|$  и аргументов  $\psi_{1,2}$  поляризационных отношений

$$\xi_n = \frac{1 + |\dot{\rho}_1|^2 |\dot{\rho}_2|^2 + 2 |\dot{\rho}_1| |\dot{\rho}_2| \cos(\psi_1 + \psi_2)}{(1 + |\dot{\rho}_1|^2)(1 + |\dot{\rho}_2|^2)} \quad (11)$$



б

а

Рис. 1. Зависимость КСН от  $r_2$  (а) и от  $\beta_2 - \beta_1$  (б)

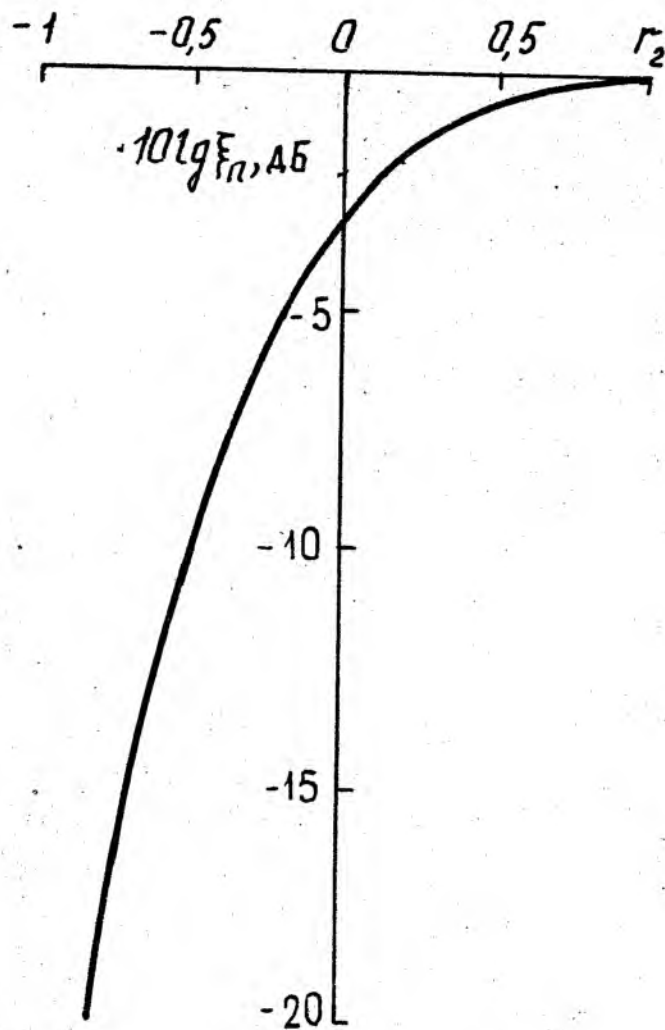


Рис. 2. Зависимость КСР от  $\Gamma_2$

При записи компонент ЭМП в ортогональном кругополяризованном базисе КСП  $\xi_n$  определяется через комплексные поляризационные отношения  $\dot{q}_{1,2}$  кругополяризованных компонент

$$\dot{q}(\theta, \varphi) = \dot{E}_n(\theta, \varphi) / \dot{E}_n(\theta, \varphi) \quad (12)$$

приемной антенны и падающего на нее поля

$$\xi_n = |1 + \dot{q}_1 \dot{q}_2|^2 / (1 + |\dot{q}_1|^2)(1 + |\dot{q}_2|^2) \quad (13)$$

Таким образом, принцип пространственно-поляризационной селекции сводится к тому, что при известных поляризационных характеристиках, диапазонах частот и направлениях прихода электромагнитных волн от работающих РЭС и других помех необходимо обеспечить поляризацию приемной антенны в этих направлениях, ортогональную поляризации приходящего ЭМП. Подчеркнем, что обеспечить требуемые поляризационные характеристики ЭМП в любом направлении, не накладывая особых ограничений на форму ДН, технически достаточно просто, так как поляризационные характеристики излучения антенны определяются не формой ее ДН, а отношением ее ДН по двум ортогональным компонентам ЭМП [5].

Рассмотрим подробнее вопросы расчета поляризационных характеристик антенн. Зависимость поляризационных характеристик ЭМП (коэффициента эллиптичности и угла ориентации поляризационного эллипса и направления вращения векторов поля) от направления на точку наблюдения в дальней зоне антенны обычно называют ее поляризационной диаграммой направленности (ПДН). Для расчета ПДН антенны на рабочих и нерабочих частотах необходимо знать тип антенны, амплитудно-фазовое распределение (АФР) источников поля на антенне для двух ортогональных компонент ЭМП, комплексное отношение амплитуд этих компонент в той точке антенны, относительно которой нормируется амплитудное и фазовое распределение на соответствующих частотах, и наконец, размеры и форму излучающего раскрытия антенны. ПДН антенны в самом общем случае в теоретических расчетах при решении задач ЭМС РЭС на этапе проектирования удобно описывать комплексным поляризационным отношением (9), причем коэффициент эллиптичности и угол ориентации поляризационного эллипса определяются через модуль и аргумент поляризационного отношения следующими соотношениями:

$$r = \left| \frac{1 + |\dot{\rho}|^2}{2|\dot{\rho}| \sin \psi} - \sqrt{\left( \frac{1 + |\dot{\rho}|^2}{2|\dot{\rho}| \sin \psi} \right)^2 - 1} \right|^{\pm 1} ; \quad (14)$$

$$\beta = -\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2|\dot{\rho}| \cos \psi}{|\dot{\rho}|^2 - 1} . \quad (15)$$

Знак “+” или “-” в показателе степени в (14) выбирается из условия  $r \leq 1$  (в соответствии с принятым определением коэффициента

эллиптичности как отношения меньшей полуоси поляризованного эллипса к большей). Направление вращения векторов поля определяется знаком разности фаз  $\psi$  ортогональных компонент поля.

Условия настройки на круговую поляризацию ( $r = 1$ ) излучения в любом требуемом направлении, что часто важно для практики, сводятся к требованию обеспечения равенства амплитуд ортогональных компонент ЭМП и разности их фаз на  $\pm \pi/2$  в этом направлении, условия обеспечения линейной поляризации — к обеспечению синфазности (противофазности) ортогональных компонент.

Если ортогональные компоненты поля сдвинуты по фазе на  $\pm \pi/2$ , то коэффициент эллиптичности определяется соотношением

$$r = |\dot{\rho}|^{\pm 1}, \quad (16)$$

а угол ориентации равен 0 или  $90^\circ$ . Если же амплитуды ортогональных компонент равны друг другу, то есть  $|\dot{\rho}| = 1$ , то

$$r = \left| \operatorname{tg} \frac{\psi}{2} \right|^{\pm 1}, \quad (17)$$

а угол ориентации равен  $+45^\circ$  или  $-45^\circ$ .

Ортогональные компоненты вектора напряженности электрического поля определяются через известные векторы плотностей электрических и магнитных токов  $\vec{j}^{\text{э}}$  и  $\vec{j}^{\text{м}}$  источников по формуле векторизованного интеграла Кирхгофа

$$\vec{E} = \frac{i\kappa\psi(R)}{4\pi} \int_V \left\{ W_0 [\vec{R}^0 [\vec{R}^0 \vec{j}^{\text{э}}]] + [\vec{R}^0 \vec{j}^{\text{м}}] \right\} e^{i\kappa \vec{r}_V \cdot \vec{R}^0} dV, \quad (18)$$

где  $\kappa = 2\pi/\lambda$ ;  $\psi(R) = e^{-i\kappa R}/R$ ;  $W_0 = 120\pi \text{ Ом}$ ;  $\vec{R}^0$  — орт направления на точку наблюдения;  $\vec{r}_V$  — радиус-вектор (полярная координата) источников поля, по которым производится интегрирование.

В частном случае, когда ЭМП возбуждается только электрическими токами, а магнитные токи в (18) равны нулю, то есть в случае системы двух или трех линейных вибраторных, проволочных спиральных, зигзагообразных и т. п. антенн, разложим  $\vec{j}^{\text{э}}$  по ортам прямоугольной системы координат

$$\vec{j}^{\text{э}} = \vec{x}^{\text{о}} j_x^{\text{э}} + \vec{y}^{\text{о}} j_y^{\text{э}} + \vec{z}^{\text{о}} j_z^{\text{э}}. \quad (19)$$

Далее разложим орты  $\vec{x}^{\text{о}}$ ,  $\vec{y}^{\text{о}}$  и  $\vec{z}^{\text{о}}$  по ортам сферической системы координат в точке наблюдения и вычислим векторные произведения  $[\vec{R}^{\text{о}} \vec{j}^{\text{э}}]$  и  $[\vec{R}^{\text{о}} [\vec{R}^{\text{о}} \vec{j}^{\text{э}}]]$ . Подставив результат в (18), получим ортогональные компоненты поля в дальней зоне. Введем амплитудно-фазовые распределения источников

$$A_x(x, y, z) = j_x^{\text{э}}(x, y, z) / j_{x0}^{\text{э}}; \quad A_y(x, y, z) = j_y^{\text{э}}(x, y, z) / j_{y0}^{\text{э}}; \quad (20)$$

$$A_z(x, y, z) = j_z^{\text{э}}(x, y, z) / j_{z0}^{\text{э}}$$

и комплексные множители системы излучателей по каждой из ортогональных компонент поля в излучающем объеме

$$f_{cx}(\theta, \varphi) = \int_{\nu} A_x(x, y, z) e^{ik\vec{r}_{\nu} \vec{R}^{\text{о}}} d\nu;$$

$$f_{cy}(\theta, \varphi) = \int_{\nu} A_y(x, y, z) e^{ik\vec{r}_{\nu} \vec{R}^{\text{о}}} d\nu; \quad (21)$$

$$f_{cz}(\theta, \varphi) = \int_{\nu} A_z(x, y, z) e^{ik\vec{r}_{\nu} \vec{R}^{\text{о}}} d\nu.$$

Полученные выражения позволяют рассчитать амплитудные и фазовые ДН антенны по ортогональным компонентам и полному полю. Пространственные поляризационные характеристики — коэффициент эллиптичности и угол ориентации поляризационного эллипса, а также направление вращения векторов поля определяются соотношениями (14)—(15).

Поляризационное отношение в рассматриваемом случае равно

$$\rho(\theta, \varphi) = - \left[ f_{cx}(\theta, \varphi) \sin \varphi - (j_{y0}^{\text{э}} / j_{x0}^{\text{э}}) f_{cy}(\theta, \varphi) \cos \varphi \right] \left[ f_{cx}(\theta, \varphi) \cos \theta \cos \varphi + \right. \\ \left. + (j_{y0}^{\text{э}} / j_{x0}^{\text{э}}) f_{cy}(\theta, \varphi) \cos \theta \sin \varphi - (j_{z0}^{\text{э}} / j_{x0}^{\text{э}}) f_{cz}(\theta, \varphi) \sin \theta \right]^{-1}. \quad (22)$$

Если токи распределены на плоскости и  $j_z^3 = 0$ , то (22) упрощается

$$\dot{\rho}(\theta, \varphi) = -\frac{1}{\cos \theta} \frac{j_{cx}(\theta, \varphi) \sin \varphi - \dot{\rho}_0 j_{cy}(\theta, \varphi) \cos \varphi}{j_{cx}(\theta, \varphi) \cos \varphi + \dot{\rho}_0 j_{cy}(\theta, \varphi) \sin \varphi}, \quad (23)$$

где  $\dot{\rho}_0 = j_{y0}^3 / j_{x0}^3$  — поляризационное отношение в начале координат (обычно в середине раскрыва антенны), определяющее поляризационные характеристики поля в этой точке.

Таким образом, в случае плоских антенн, возбуждаемых электрическими токами, ПДН определяется произведением двух функций, первая из которых

$$\dot{\rho}_d(\theta) = \frac{1}{\cos \theta} \quad (24)$$

представляет собой ПДН элементарного излучателя в виде двух ортогональных диполей Герца, возбуждаемых в квадратуре, а вторая —

$$\dot{\rho}_c(\theta, \varphi) = -\frac{j_{cx}(\theta, \varphi) \sin \varphi - \dot{\rho}_0 j_{cy}(\theta, \varphi) \cos \varphi}{j_{cx}(\theta, \varphi) \cos \varphi - \dot{\rho}_0 j_{cy}(\theta, \varphi) \sin \varphi}, \quad (25)$$

зависящая от направленных свойств антенны по каждой из ортогональных линейнополяризованных компонент поля и поляризации волны в начале координат, имеет физический смысл комплексного поляризационного множителя системы однородных излучателей с произвольной эллиптической поляризацией. Полученный вывод представляет собой правило перемножения поляризационных диаграмм направленности системы излучателей с произвольной поляризацией, аналогичное правилу перемножения диаграмм направленности [6]. Такой же результат получается в случае, когда антенна возбуждается только магнитными токами (например для щелевых антенн).

Для апертурных антенн волноводного, рупорного, зеркального, линзового и т. п. типов с плоским излучающим раскрывом поляризационное отношение равно

$$\dot{\rho}(\theta, \varphi) = -\frac{\frac{W_0}{W_s} + \cos \theta}{\frac{W_0}{W_s} \cos \theta + 1} \frac{j_{cx}(\theta, \varphi) \sin \varphi - \dot{\rho}_0 j_{cy}(\theta, \varphi) \cos \varphi}{j_{cx}(\theta, \varphi) \cos \varphi + \dot{\rho}_0 j_{cy}(\theta, \varphi) \sin \varphi}, \quad (26)$$

где  $\dot{\rho}_0 = E_{y0} / E_{x0}$  — поляризационное отношение поля в середине

излучающего раскрыва;  $W_s$  — волновое сопротивление раскрыва;  $f_{cx}(\theta, \varphi)$ ,  $f_{cy}(\theta, \varphi)$  — комплексные множители системы излучателей, определенные по ортогональным компонентам электрического вектора поля в раскрыве.

Первый сомножитель в (26) представляет собой ПДН кругополяризованного элементарного апертурного излучателя (излучателя Гюйгенса), второй — комплексный поляризационный множитель системы излучателей с произвольной эллиптической поляризацией. Отметим, что ПДН элементарных кругополяризованных излучателей осесимметричны.

Из анализа (23) и (26) следует, что ПДН кругополяризованного излучателя Гюйгенса существенно шире ПДН кругополяризованного крестообразного диноля Герца (вibratorного или щелевого), и что ПДН волноводных, рупорных, зеркальных, линзовых антенн с плоским раскрывом, возбуждаемых одновременно и электрическим, и магнитным токами (полями), то есть набегающей на раскрыв электромагнитной волной, существенно шире ПДН кругополяризованных vibratorных или щелевых антенн, возбуждаемых либо только электрическими, либо только магнитными токами [6, 7]. Более того, в случае согласованного со свободным пространством излучателя Гюйгенса, что выполняется для антенн с достаточно большими электрическими размерами излучающего раскрыва, его ПДН изотропна, а при  $|f_{cx}(\theta, \varphi)| = |f_{cy}(\theta, \varphi)|$ , как легко видеть из (26), обеспечивается изотропная ПДН антенн апертурного типа.

Рассмотрим особенности ПДН апертурных антенн с различными АФР ортогональных компонент поля в раскрыве. На рис. 3 приведена зависимость коэффициента эллиптичности от обобщенной угловой координаты  $\pi \frac{L}{\lambda} \sin \theta$  для излучения пирамидальной рупорной антенны. В расчетах фазовое распределение поля в раскрыве принято постоянным, амплитудное — постоянным по одной компоненте и спадающим до нуля по косинусоидальному закону — по второй. Знаками “+” и “—” отмечены направления вращения векторов поля в соответствующих областях наблюдения. Угол ориентации поляризационного эллипса изменяется скачком на  $90^\circ$  в точках перехода состояния поляризации через круговую. Из рис. 3 видно, что в разных направлениях и в разных точках пространства возможна любая поляризация излучения. Видно также, что незначительным изменением размеров антенны или амплитудных распределений компонент поля в раскрыве можно обеспечить практически любую поляризацию излучения в области боковых лепестков ДН.

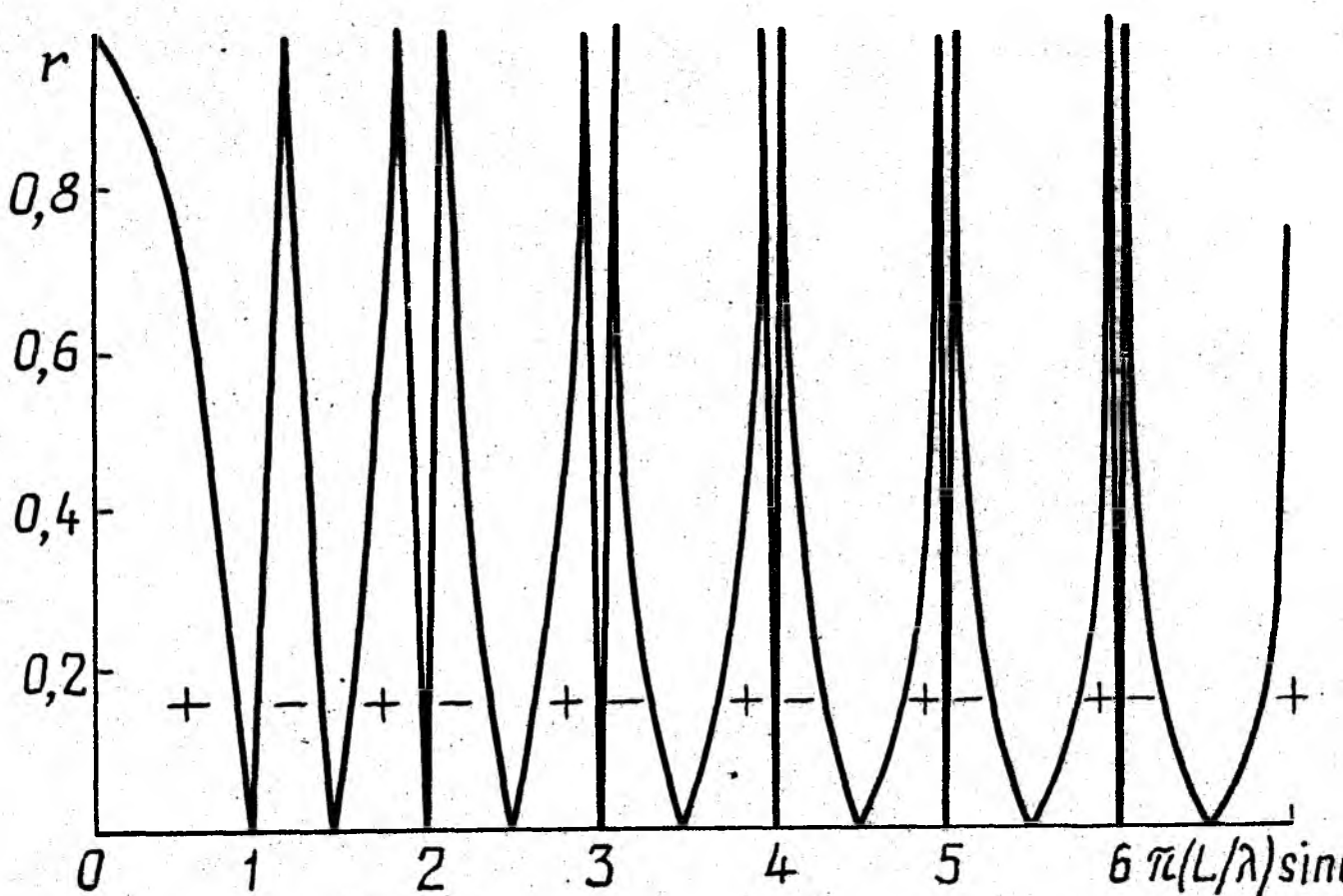


Рис. 3. Зависимость коэффициента эллиптичности от обобщенной угловой координаты  $\pi \frac{L}{\lambda} \sin \theta$  для излучения пирамидальной рупорной антенны

Боковые лепестки ПДН антенны существенно уже главного лепестка ПДН и ДН и боковых лепестков ДН, поэтому можно незначительным изменением ориентации приемной антенны существенно изменить ее поляризационные характеристики в заданном направлении и таким путем обеспечить поляризационную развязку приемной и передающей антенн.

Анализ показывает [7], что ПДН антенн с линейным фазовым распределением качественно такие же, как и синфазных антенн, однако величина коэффициента эллиптичности в главном максимуме ДН изменяется пропорционально косинусу угла его поворота. Квадратичные фазовые распределения приводят к расширению ПДН, причем характерно вращение поляризационного эллипса в зависимости от угловых координат точек наблюдения.

Поляризационные характеристики излучения антенны существенно зависят от частоты, что позволяет решать проблемы ЭМС РЭС не только методами пространственной, но и частотно-поляризационной селекции.

При работе в некотором секторе углов КСП зависит от градиента поляризационных характеристик и приемной, и передающей РЭС в этом секторе углов. Это замечание справедливо и для оценки ЭМС РЭС, работающих в широкой полосе частот.

В случае решения проблем внутриобъектовой ЭМС, как было отмечено выше, антенны обычно расположены на конечном расстоянии в ближней или промежуточной зоне друг друга. Это существенно усложняет практическое решение задач ЭМС РЭС, так как измерения амплитудных, фазовых и поляризационных характеристик в ближней зоне антенн очень сложны, трудоемки и не отличаются высокой точностью. Кроме того, необходимо дополнительно определять продольную компоненту поля. Существенно затрудняются также расчеты характеристик ЭМП при решении задач ЭМС РЭС на этапе проектирования. В частности, расчет поляризационных характеристик антенн сводится к расчету весьма громоздких выражений для трех ортогональных компонент ЭВМ путем численного интегрирования на ЭВМ [8], причем подынтегральные выражения представляют собой сильно осциллирующие функции. Однако современная вычислительная техника и применение эффективных численных методов вычисления интегралов от сильно осциллирующих функций позволяют выполнять расчеты с высокой точностью для антенн больших электрических размеров с любым АФР.

Анализ результатов расчетов в некоторых частных случаях показал [8], что и коэффициент эллиптичности, и угол ориентации поляризационного эллипса в ближней и промежуточной зонах изменяются по осциллирующим закономерностям в зависимости от расстояния, и от угловых координат точек наблюдения.

В заключение отметим, что поляризационные эффекты при дифракции электромагнитных волн могут быть использованы для решения задач ЭМС РЭС с помощью защитных экранов в виде наклонной полуплоскости [9] и волосы [10].

Таким образом, пространственно- и частотно-поляризационная селекция волн и сигналов позволяет решать задачи ЭМС РЭС даже в весьма сложных условиях, когда другие методы неприменимы.

**Л и т е р а т у р а:** 1. Ямпольский В. Г., Фролов О. П. Антенны и ЭМС.— М., 1983, 272 с. 2. Уайт Д. Р. Ж. Электромагнитная совместимость радиоэлектронных средств и непреднамеренные помехи / Пер. с англ. // Измерение электромагнитных помех и измерительная аппаратура.— М., 1979.— Вып. 3.— 464 с. 3. Рамзей В. Г. Передача между антеннами эллиптической поляризации // Антенны эллиптической поляризации.— М., 1961, с. 15—29. 4. Шубарин Ю. В. Антенны сверхвысоких частот.— Х., 1960, 284 с.

5. Шубарин Ю. В., Горобец Н. Н. Зависимость поляризационной диаграммы от амплитудно-фазового распределения поля в раскрыве антенн сверхвысоких частот // Известия вузов: Радиотехника.— 1965.— Т. 8.— № 5.— С. 561—573. 6. Горобец Н. Н. Энергетические и поляризационные диаграммы слабонаправленных кругополяризованных антенн // Вести. Харьк. ун-та.— 1976.— № 138: Радиофизика и электрон. Вып. 5. С. 36—44. 7. Горобец Н. Н. Основы теории антенн эллиптической поляризации.— К., 1980.— 24 с. 8. Горобец Н. Н. Амплитудные, фазовые и поляризационные диаграммы апертурных антенн в ближней, промежуточной и дальней зонах // Вести. Харьк. ун-та. 1980. № 203: Радиофизика и электрон. Вып. 9. С. 26—34. 9. Горобец Н. Н., Елисеева Н. П. Поляризационные эффекты при дифракции электромагнитных волн на идеально проводящей полуплоскости // Вести. Харьк. ун-та. 1986. № 285: Радиофизика и электрон. С. 39—46. 10. Горобец Н. Н., Елисеева Н. П. Поляризационные эффекты при дифракции электромагнитных волн на идеально проводящей наклонной полосе // Радиотехника.—1989.— Вып. 90.— С. 86—92.

УДК 621.396.676.011.21:629.7

В. С. Варывдин

## НОВЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ВХОДНЫХ ИМПЕДАНСОВ БОРТОВЫХ ВИБРАТОРНЫХ АНТЕНН

Расчет входных импедансов антенн, размещенных в свободном пространстве, представляет собой достаточно сложную задачу, поскольку для расчета реактивной части импедансов необходимо знать поля в ближней зоне антенн. В случае бортовых антенн (антенн, размещенных вблизи и на поверхности проводящего тела) задача становится еще сложнее, так как при этом необходимо учитывать поля от токов, наведенных антенной на поверхности тела.

В настоящее время в технике бортовых антенн сложилась ситуация, когда поля в дальней зоне и диаграммы направленности антенн могут быть рассчитаны для широкого класса тел, включая тела вращения [1], а входной импеданс с учетом влияния тела рассчитан для весьма ограниченного количества простейших частных случаев для небольших размеров тела.

Представляется весьма заманчивым использовать уже полученные результаты расчета полей бортовых антенн в дальней зоне для расчета их

полного импеданса. В принципе сделать это можно следующим образом. Зная поля в дальней зоне, можно рассчитать мощность, излучаемую антенной, по ней активную составляющую входного импеданса, а используя преобразование Гильберта, рассчитать и полный импеданс антенны.

Формула для расчета реактивной части входного импеданса вибраторных антенн с помощью преобразования Гильберта имеет вид [2]:

$$X(kd) = \frac{2kd}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{R(kd_0) d(kd_0)}{(kd_0)^2 - (kd)^2} - \frac{W}{kd}, \quad (1)$$

где  $R(kd_0)$  — активная часть входного импеданса;  $kd$  — электрическая длина плеча антенны, а  $W$  — ее волновое сопротивление, которое связано со статической емкостью антенны  $C$  соотношением [3]:

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{W}{kd}. \quad (2)$$

Однако на практике прямое применение преобразования Гильберта для расчета входного импеданса даже простых, но широко применяемых, вибраторных антенн наталкивается на ряд трудностей. Главное здесь заключается в том, что поля в дальней зоне считаются для случаев, когда распределение тока на вибраторных антеннах задается по синусоидальному закону, что справедливо для бесконечно тонких антенн. А это означает, что активная часть входного импеданса может быть рассчитана только приближенно без учета конечного радиуса вибратора.

И, кроме того, как показано в [4], расчет статической емкости антенны должен проводиться более точно, чем это позволяет сделать обычно используемый метод усреднения потенциалов (метод Хоу). Такой расчет с учетом тела, на котором установлена антенна, произвести довольно сложно.

Поэтому предлагается считать с помощью преобразования Гильберта не сам входной импеданс, а его изменение  $\Delta Z$  за счет отличия влияния искривленной поверхности тела от влияния плоскости. Полный импеданс антенны над телом тогда равен ее импедансу на плоскости плюс эта добавка  $\Delta Z$ :

$$Z_{вх}^T = Z_{вх}^{пл} + \Delta Z; \quad (3)$$

$$\Delta Z = \Delta R + i \Delta X.$$

При расчете разницы активных составляющих входного импеданса можно использовать синусоидальное распределение тока на антенне.

В основе такого подхода лежит следующее предположение. Токи, наводимые антенной на плоскости и теле, слабо зависят от того, насколько истинное распределение тока на самой антенне отличается от обычно задаваемого синусоидального распределения. Следовательно, если с помощью метода вектора Пойнтинга рассчитать активную часть входного импеданса антенны над плоскостью и телом, то их разница будет определяться главным образом отличием пространственных распределений токов на плоскости и теле и в существенно меньшей степени зависеть от того, насколько задаваемое распределение тока на антенне отличается от истинного.

Такие же рассуждения можно провести и по отношению к распределению зарядов на антенне, помещенной над плоскостью и на теле. При расчете емкости и волнового сопротивления антенны можно в обоих случаях считать распределение зарядов равномерным, что позволяет применить метод усредненных потенциалов.

Таким образом, задавая приближенное (синусоидальное) распределение тока на вибраторе при расчете  $\Delta R_Z = R_Z^T - R_Z^{пл}$ , и приближенное (равномерное) распределение зарядов при расчете  $\Delta W$ , можно, тем не менее, рассчитать  $\Delta Z$  с весьма высокой точностью.

Для расчета добавки  $\Delta Z$  сначала с помощью метода вектора Пойнтинга находят сопротивление излучения в пучности тока антенны на металлическом теле  $R_Z^T$  и плоскости  $R_Z^{пл}$  и их разница  $\Delta R_Z = R_Z^T - R_Z^{пл}$ . Затем  $\Delta R_Z$  подставляется в интеграл (1) и вычисляется величина

$$\Delta X_Z^r = \frac{2kd}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\Delta R_Z d(kd_0)}{(kd_0)^2 - (kd)^2} \quad (4)$$

Чтобы учесть разность импедансов на входе антенны, необходимо  $\Delta R_Z$  и  $\Delta X_Z^r$  разделить на  $\sin^2 kd$ . Тогда окончательная формула для расчета входного импеданса на теле приобретает вид:

$$Z_{вх}^T = Z_{вх}^{пл} + \frac{\Delta R_Z}{\sin^2 kd} + i \left[ \frac{2kd}{\pi \sin^2 kd} \int_0^{\infty} \frac{\Delta R_Z d(kd_0)}{(kd_0)^2 - (kd)^2} - \frac{\Delta W}{kd} \right] \quad (5)$$

Добавка  $\Delta Z$  практически не зависит от радиуса антенны, может быть посчитана один раз и использоваться в дальнейшем для широкого диапазона радиусов антенны, определяемого возможностями расчета импеданса антенны на плоскости.

Предлагаемый метод имеет еще одно достоинство — при отыскании импеданса антенны на плоскости можно использовать уже созданный мощный аппарат для расчета входных импедансов антенн, размещенных в свободном пространстве. Разумеется, выражение (5) не дает верных результатов, когда длина тела антенны становится кратной половине длины волны.

Предложенный метод был применен для расчета входных импедансов прямых, наклонных и Г-образных вибраторных антенн, размещенных на поверхности сферы и цилиндра, имитирующих корпус летательных аппаратов.

При проведении расчетов входного импеданса наклонных и Г-образных антенн, размещенных на металлической сфере, его активная часть (сопротивление излучения) вычислялась по формулам, приведенным в [5]. Расчет статистической емкости и волнового сопротивления вибраторов проводился методом "отображения в сфере" по формулам, приведенным в [6]. Результаты расчетов добавки  $\Delta Z$  в зависимости от электрического радиуса сферы  $ka$  и формы Г-образного вибратора с длиной плеча  $kd = 1,57$  показаны на рис. 1.

На рис. 2 приведены результаты расчета входного импеданса Г-образных антенн в полосе частот  $kd = 1,4 \div 1,8$  и результаты эксперимента. Зависимость входного импеданса от угла наклона и размеров сферы имеют аналогичный вид.

При проведении расчетов входного импеданса прямых ( $m = 0$ ) и Г-образных антенн, размещенных на поверхности цилиндра, его активная часть вычислялась по формулам, приведенным в [7]. Численные результаты расчета сопротивления излучения сведены в таблицы в работе [8]. Там же приведены формулы для расчета методом вектора Пойнтинга сопротивления излучения прямых, наклонных и Г-образных антенн, размещенных на бесконечной плоскости. Для расчета статической емкости вибраторных антенн, размещенных на цилиндре, было получено решение уравнения Пуассона в цилиндрической системе координат в присутствии бесконечного длинного, проводящего цилиндра [9]. На основании этого решения выведены формулы для расчета потенциалов от зарядов на антенне и проведены вычисления волновых сопротивлений антенн методом Хоу [10].

Алгоритм и порядок расчета добавки  $\Delta Z$  описан в [11]. Результаты расчета добавки  $\Delta Z$  в зависимости от радиуса бесконечного цилиндра и формы Г-образного вибратора показаны на рис. 3. На рис. 4 приведены результаты расчета входного импеданса Г-образных антенн, расположенных на цилиндре в полосе частот  $kd = 1,4 \div 1,8$  и результаты соответствующего эксперимента.

При расчетах входных импедансов антенн на сфере и на цилиндре входной импеданс антенн, размещенных на плоскости, рассчитывался на основании полученного решения интегрального уравнения для тока в тонкой изогнутой вибраторной антенне, размещенной в свободном пространстве.

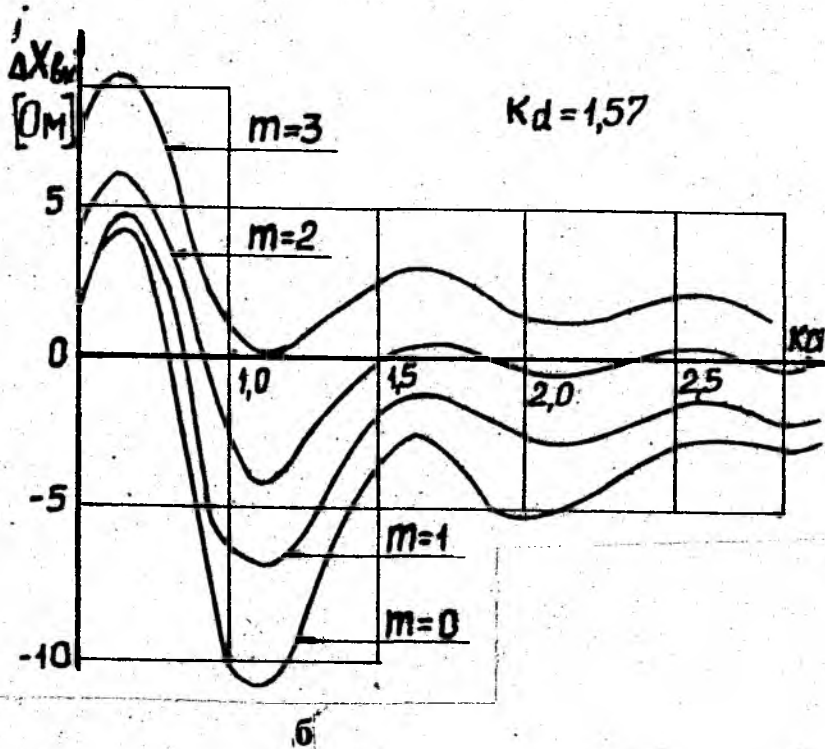
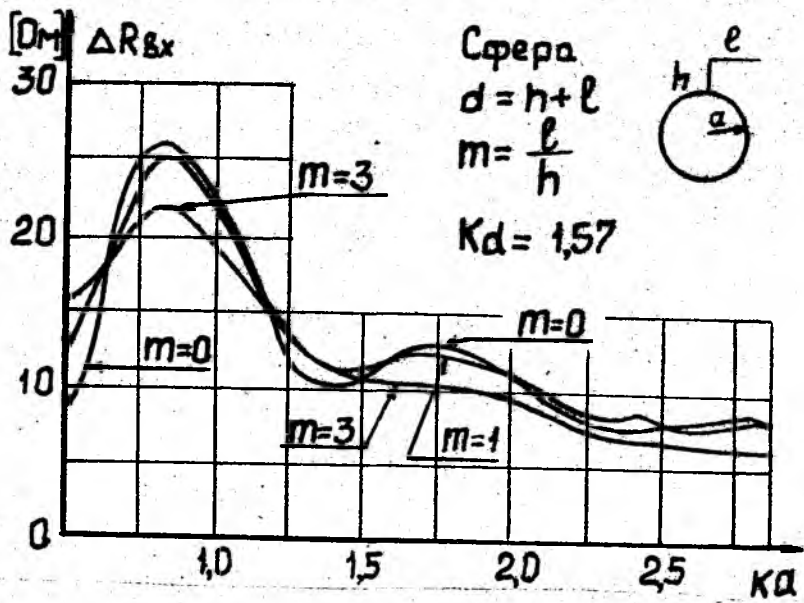


Рис 1. Результаты расчетов активной (а) и реактивной (б) части добавки  $\Delta$  в зависимости от радиуса сферы и формы Г-образного вибратора

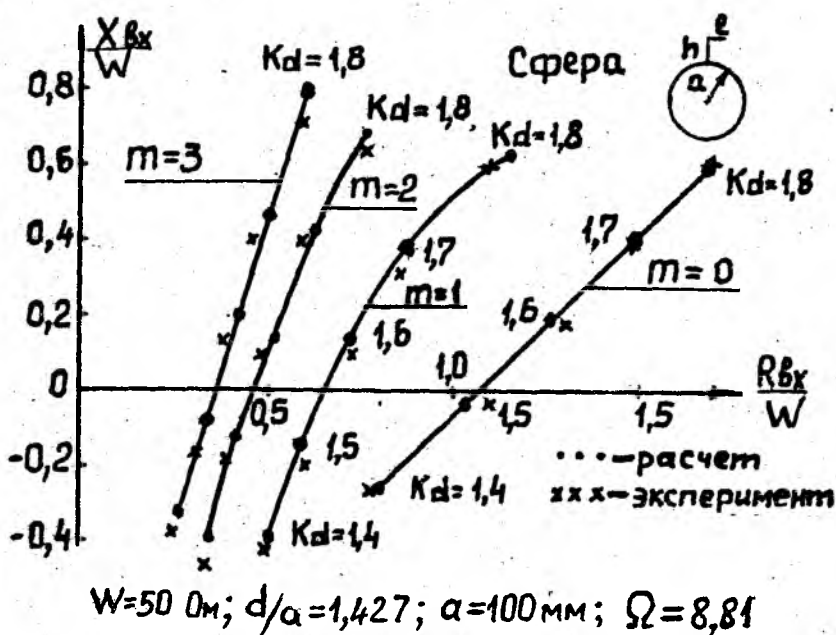


Рис 2. Расчетные и экспериментальные значения входного импеданса Г-образной антенны

Вывод интегрального уравнения и краткое описание программы расчета изложены в [12].

Из приведенных графиков видно, что форма и размеры тела существенно влияют на значения входных импедансов установленных на нем вибраторных антенн. При электрическом радиусе сферы  $Ka < 0,5$  проведение расчетов по предлагаемому методу теряет смысл, так как из-за малых размеров сферы ток на антенне уже нельзя считать распределенным по синусу. При радиусе сферы  $Ka > 4$  с погрешностью  $\sim 10\%$  сфера может быть заменена плоскостью. При электрическом радиусе цилиндра  $Ka > 3$ , цилиндр также можно заменить плоскостью. Сравнение результатов расчетов и эксперимента показывает, что точность предлагаемого метода лежит в пределах точности измерения современных автоматических измерительных средств.

Таким образом, предлагаемый метод, будучи сравнительно простым, позволяет проводить расчеты входных импедансов бортовых вибраторных антенн с вполне приемлемой для практики точностью.

Л и т е р а т у р а: 1. Васильев Е. Н. Возбуждение тел вращения. — М.: Радио и связь, 1987, с. 271. 2. Варывдин В. С., Кожевников Е. А. Расчет входных импедансов изогнутых вибраторных антенн, расположенных на поверхности идеально проводящей сферы // Известия высших учебных

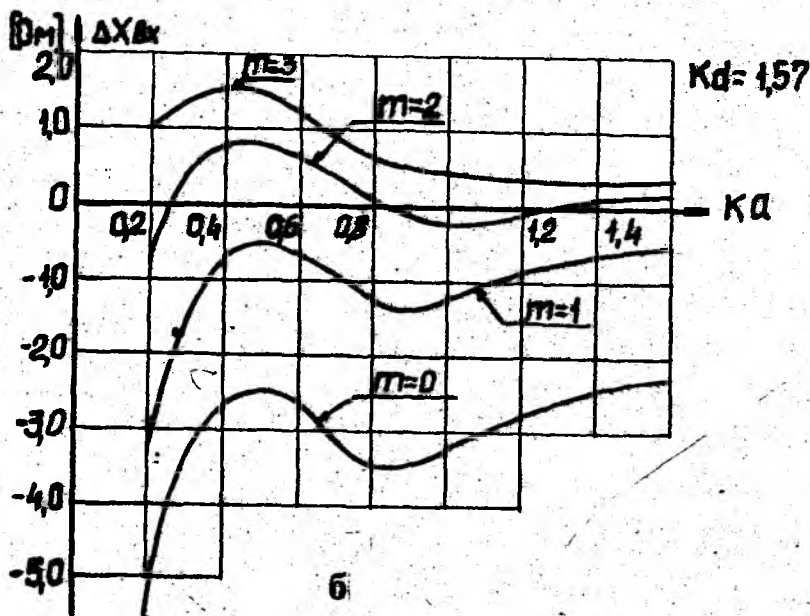
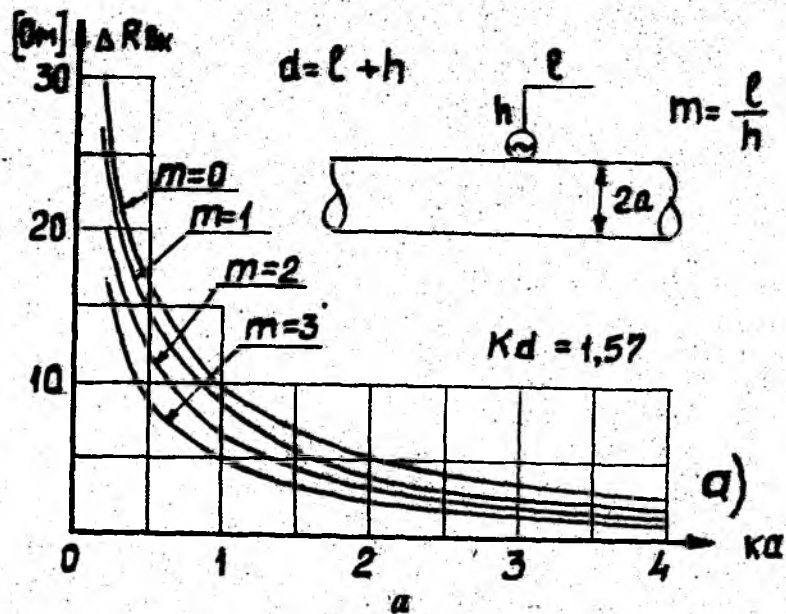


Рис 3. Результаты расчетов активной (а) и реактивной (б) части добавки  $\Delta Z$  в зависимости от радиуса бесконечного цилиндра и формы Г-образного вибратора

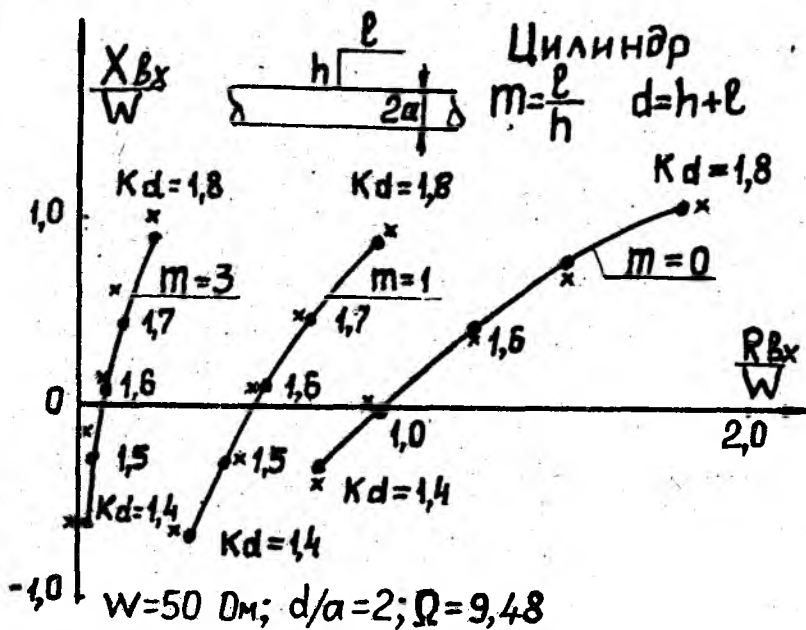


Рис 4. Значения входного импеданса расположенных на цилиндре Г-образных антенн в полосе частот (расчетные и экспериментальные данные)

заведений: Радиоэлектроника. — 1991. № 2. — С. 101-103. 3. Жук М. С., Молочков Ю. В. Проектирование антенно-фидерных устройств. — М.: Энергия, 1966, с. 144. 4. Варывдин В. С. Использование преобразования Гильберта для расчета реактивной части входного импеданса вибраторных антенн // Радиотехника.-1990.-№ 8. — С. 53-57. 5. Варывдин В. С., Кожевников Е. А., Розумовская Е. Л. Расчет активной составляющей входного импеданса вибраторных антенн, расположенных на поверхности идеально проводящей сферы // Сб. науч. трудов № 152 "Оптимизация антенн, СВЧ устройств, радиолоний". — М.: Моск. энергетич. ин-т, 1987, с. 9-16. 6. Варывдин В. С., Кожевников Е. А., Розумовская Е. Л. Расчет волнового сопротивления вибраторных антенн, расположенных вблизи поверхности идеально проводящей сферы // Сб. науч. трудов № 228. "Оптимизация антенн, СВЧ устройств и радиолоний". — М.: Моск. энергетич. ин-т, 1989, с. 108—122. 7. Варывдин В. С., Романенко Е. Д. Расчет активной части входного импеданса Г-образных вибраторных антенн, расположенных на поверхности идеально проводящего кругового цилиндра // Сб. науч. трудов № 75 "Оптимизация антенн, СВЧ устройств и радиолоний". — М., Моск. энергетич. ин-т, 1985, с. 29-35. 8. Варывдин В. С., Кожевников Е. А., Романенко Е. Д. Результаты расчетов сопротивления излучения Г-образных антенн, установленных на цилиндре // Сб. науч. трудов "Расчет и измерение

характеристик объектов СВЧ техники". — Днепропетровск: ДГУ, 1988, с. 96—114. 9. *Варывдин В. С.* К решению уравнения Пуассона в цилиндрической системе координат // Сб. науч. трудов "Электродинамика и физика СВЧ". — Вып. 2. — Днепропетровск: ДГУ, 1972, с. 56—64. 10. *Варывдин В. С., Овсяников В. В., Розумовская Е. Л.* Расчет волнового сопротивления прямых и Г-образных антенн, расположенных на поверхности цилиндра // Сб. науч. трудов "Электродинамика и физика СВЧ". — Вып. 3. — Днепропетровск: ДГУ, 1973, с. 70—79. 11. *Варывдин В. С., Романенко Е. Д., Кожевников Е. А.* Расчет входных импедансов изогнутых вибраторных антенн, расположенных на поверхности проводящего цилиндра // Радиотехника. — 1991. — № 6. — С. 64—68. 12. *Варывдин В. С., Овсяников В. В.* Исследование малогабаритных вибраторных антенн, нагруженных сосредоточенными импедансами // Сб. науч.-метод. статей по прикладной электродинамике. — Вып. 3. — М.: Высш. шк., 1980, с. 31-49.

УДК 523:53

Б. Л. Кащеев

## РАССЕЯНИЕ РАДИОВОЛН МЕТЕОРНЫМИ СЛЕДАМИ

Метеор — явление, происходящее в средних слоях атмосферы Земли при вхождении мелких твердых космических частиц массой более  $10^{-9}$  и не более  $\sim 10$  г. Явление это заключается в испарении частиц и возникновении плазменного образования — метеорного следа, — образующегося в результате столкновения испарившихся метеорных атомов с молекулами и атомами газов земной атмосферы в основном в диапазоне высот от 110-105 до 85-80 км. В среднем метеорные следы имеют протяженность около 15 км, в момент образования диаметр следа составляет примерно 1—2 м.

Возникновение плазменных образований (метеорных следов) в определенном интервале высот известно радиотехникам давно, с середины 20-х годов этого столетия. Однако надежное распознавание радиосигналов, рассеянных метеорными следами, стало возможным только во время Второй мировой войны, когда стали использоваться радиолокаторы метрового диапазона.

В 1957—1958 г. проводились комплексные исследования геофизических и атмосферных процессов в глобальном масштабе по программам Международного геофизического года (МГГ) — Международного

геофизического сотрудничества (МГС). Одним из видов программных исследований было использование природных датчиков — метеорных следов — для изучения динамики атмосферы на высотах появления метеорных следов, а также изучение распределения в околоземном космическом пространстве метеорных частиц (базируясь на исследованиях метеорных следов, порожденных этими частицами).

В Харькове впервые в СССР был разработан и применен при выполнении программ МГГ—МГС радиолокационный комплекс на частоту 36,9 МГц, использующий импульсно-когерентный метод для определения радиальной скорости смещения следа [1]. Теоретиками было доказано, что дрейф метеорных следов практически полностью совпадает с движением нейтральной атмосферы [2]. Учитывая, что вертикальная составляющая скорости ветра в средней атмосфере равна всего нескольким единицам сантиметров в секунду, а горизонтальная — единицам метров в секунду (иногда доходит и до нескольких десятков), по радиальной составляющей дрейфа следа можно оценить значения вектора скорости ветра (антенну во время цикла исследований ориентируют в двух или более азимутах).

В Харькове во время МГГ—МГС проводились статистические исследования численности метеоров, а также была разработана и впервые применена в СССР аппаратура для измерения скоростей метеорных частиц [3, 4].

Созданная в Харьковском политехническом институте на кафедре основ радиотехники аппаратура позволила в 1957—1960 гг. провести исследования в следующих направлениях:

распределение метеоров до  $+7^m$  вблизи орбиты Земли; физическая теория метеоров [5];

циркуляция атмосферы Земли в метеорной зоне (большинство метеоров регистрировалось на высоте 93-95 км) [5, 6];

особенности рассеяния метеорными следами метровых радиоволн “вперед”, то есть метеорная радиосвязь [7].

До настоящего времени в указанных трех направлениях на кафедре основ радиотехники продолжали развиваться работы. Остановимся на основных полученных результатах.

**1. Распределение метеорного вещества в околоземном пространстве.** Развитие методов исследования индивидуальных радиантов метеоров, вычисление орбит метеорных тел, развитие физической теории метеоров и рассеяния радиоволн на метеорных следах (особенно вопросов замечаемости радиометеоров и начального радиуса метеорных следов) позволило уже в 1960—1961 гг. сделать ряд фундаментальных выводов о распределении радиантов и скоростей метеорных тел [8]. Были обнаружены три

преимущественные группировки радиантов метеоров до  $+7^m$ : апексная, солнечная и противосолнечная. Относительный вклад каждой из них изменяется в течение года. Апексная группа всегда содержит большое число радиантов. В весенне-летний период (май—июнь) особенно заметно выделяется солнечная группа радиантов, а в период с августа по октябрь — противосолнечная. Описанные выше распределения были нами объяснены.

С учетом факторов замечаемости была проведена оценка встречаемых Землей метеорных тел с массами больше некоторой предельной величины, а затем, учтя атмосферный фактор, осуществили переход к распределению метеорных тел в межпланетном пространстве. Уже первые тысячи отбит, определенные по экспериментальным данным в Харькове для радиометеоров ярче  $+7^m$ , позволили прийти к следующему выводу. Комплекс орбит мелких метеорных тел, порождающих метеоры от  $+5^m$  до  $+7^m$ , можно представить в виде нахождения двух составляющих “сферической” и “плоской” (детально об этом в [9]). Была высказана гипотеза о том, что метеорные тела “сферической” составляющей образуются в результате распада долгопериодических комет, а “плоской” — по-видимому, в результате распада короткопериодических комет.

Огромный научный и прикладной интерес представляет изучение орбит очень мелких метеорных тел с массой, не превышающей несколько микрограммов. Поэтому естественным было проведение в США разработки Гарвардского радиометеорного проекта [10] и в СССР, в Харькове, метеорной автоматизированной радиолокационной системы (МАРС) [11]. По Гарвардскому проекту было определено на волне  $\lambda = 7,3$  м несколько тысяч орбит радиометеоров до  $+10^m$  (большинство регистраций относится к диапазону  $+7^m \dots +10^m$ ). Рабочая волна аппаратуры Гарварда была выбрана неудачно, слишком короткой. Поэтому, как показано в [9], в случае работы радиолокатора на волне 7,3 м влияние начального радиуса метеорного следа очень велико и его невозможно корректно учесть. В итоге полученные в Гарварде данные являются искаженными, не позволяющими дать объективную оценку о распределении мелких метеорных тел, в них преобладают орбиты с прямым движением и малыми размерами (большая полуось менее 2 а.е.).

МАРС является единственной системой в мире, которая позволяет получить статистически обеспеченные данные об орбитах метеоров до  $+12^m$  и численности метеоров до  $+14^m$  на волне 9,7 м. Опубликованы каталоги орбит, проведен анализ ряда характеристик орбит радиометеоров  $+9^m \dots +12^m$  [12, 13, 14]. По сравнению с распределениями орбит радиометеоров  $+5^m \dots +7^m$  более мелкие метеоры характеризуются уменьшением числа орбит с большой полуосью  $a \lesssim 2$  а.е. и с эксцентриситетами  $e \lesssim 0,7$ . Перигелийное расстояние и наклоны орбит к плоскости эклиптики в широком диапазоне масс метеорных частиц имеют близкие распределения.

Отметим, что в ходе изучения распределения орбит метеорных тел радиометодом производилось определение параметров метеорных потоков, сравнение результатов, получающихся при фотографических и радиолокационных наблюдениях. Основное внимание харьковские исследователи уделяют анализу распределения спорадических метеоров. При проведении таких исследований и используются как данные из опубликованных каталогов фото- и радиометеоров, так и огромный материал, полученный на системе МАРС в Харькове и во время экспедиции в Сомали по наблюдениям на экваторе [15—17]. В [16] детально анализируется почасовое ежемесячное распределение численности слабых метеоров до  $+14^m$  в течение шести лет (1972—1977); анализ выполнен так, что модель распределения метеорного вещества в околоземном пространстве представлена в виде удобном для использования при расчетах на ЭВМ.

Теория показывает, что вариации зарегистрированных амплитуд сигналов, рассеянных ненасыщенными метеорными следами, позволяют определить распределение метеорных тел по массам; такое распределение необходимо при определении притока метеорного вещества на Землю, плотности потока частиц и др. МАРС, как показали эксперименты, регистрирует в основном ненасыщенные следы (не менее 85 % от общего числа регистраций). Такая система оказалась весьма удобной для оперативного анализа распределения по массе частиц, породивших наблюдаемые метеоры.

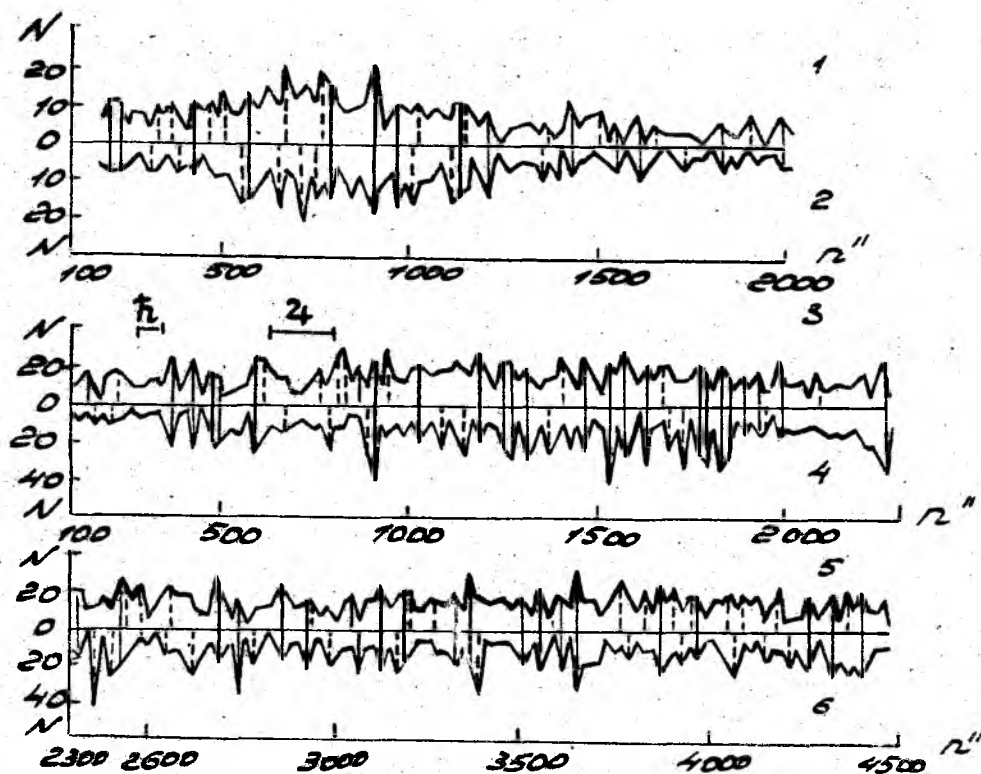


Рис. 1. Распределения числа метеорных тел  $N$  как функции среднесуточного движения  $n$ , выраженного в угловых секундах  $n''$

В последние годы были проведены исследования влияния гравитационных и негравитационных сил на распределение орбит мелких метеорных тел. На рис. 1 приведены распределения числа метеорных тел  $N$  как функция среднесуточного движения  $n$ , выраженного в угловых секундах. Кривые 1 и 2 распределения  $N(n'')$  построены по 1380 орбитам фотографических метеоров с  $n''$  (200—2000); предварительно были сформированы две одинаковые по объему случайные выборки и по ним построены указанные выше кривые 1 и 2. Аналогично были обработаны результаты радионаблюдений слабых метеоров на системе МАРС в Харькове в 1976 г. (распределения 3...6). Анализ таких распределений детально описан [17]. По среднесуточному движению метеорных частиц, породивших метеоры (рис. 1), можно сделать следующие выводы. *Во-первых*, спектр размеров орбит метеорных тел кроме непрерывной содержит достаточно мощную дискретную составляющую, то есть с высокой вероятностью в Солнечной системе действуют механизмы, приводящие к формированию устойчивых (чаще наблюдаемых у зарегистрированных метеоров) и неустойчивых орбит метеорных тел; причем кроме резонансных явлений, связанных с движением планет, существенную роль в этом играют какие-то другие процессы. *Во-вторых*, если экстремумы распределений  $N(n'')$  являются реальными, то отсюда следует, что погрешность определения параметров метеорных частиц, порождающих радиометеоры, например скорости, большие полуоси орбит, в несколько раз ниже соответствующих погрешностей, найденных для потоковых метеоров.

2. *Изучение циркуляции атмосферы Земли в метеорной зоне.* Метеорные следы оказались очень удобными природными датчиками, позволяющими детально анализировать как регулярные, так и нерегулярные движения. Важное значение имеет заключение теоретиков, что магнитное поле Земли не оказывает решающего воздействия на движение метеорных следов [2].

По мере развития теоретической и экспериментальной баз в различных пунктах земного шара, все полнее представляется движение атмосферы Земли. Весьма актуальный вопрос для человечества — надежное прогнозирование погоды, изменения климата, по-прежнему далек от получения надежных ответов. Отметим, попутно, что на пути достижения эффективного прогнозирования все больше и больше возникает трудностей из-за техногенного изменения климата (изменения, связанные с развитием промышленности, изменения концентраций диоксида углерода, состава воздуха). Эти факторы все больше и больше охватывают Землю в результате чего изменения начинают приобретать глобальный характер.

Можно считать установившимся представление, что метеорологическая обстановка у поверхности Земли определяется процессами,

происходящими в толще земной атмосферы в 100—110 км, то есть не только в нижней, но и средней атмосферы.

Наземные радиометоды позволяют получать данные о динамических процессах в атмосфере Земли в дневное время, начиная практически от поверхности Земли, до высот 20—23 и от 50—55 км ( $D$  — область ионосферы) до интересующих метеорологов высот — 100—110 км. В ночное время  $D$  — область не существует и поэтому “мертвая зона” расширяется и охватывает высоты от 20—23 до 80—82 км (нижняя граница метеорной зоны). Отметим, что указанные “мертвые зоны” могут быть полностью аннулированы применением геофизических ракет, однако этот путь экономически не выгоден и используется только при проведении международных геофизических программ в отдельных пунктах.

В Проблемной НИИ радиотехники используются два метода исследования динамики земной атмосферы:

с 1958 г. по настоящее время доплеровским методом, лоцируя дрейф метеорных следов на высотах 80—105 км;

с 1986 г. по настоящее время доплеровским методом, используя рассеяние метровых радиоволн на изменениях диэлектрической проницаемости в диапазоне высот от 2-х до примерно 15 км, то есть в тропосфере — нижней стратосфере [18].

Как уже отмечалось выше, первая в нашей стране радиолокационная система регистрации дрейфа метеорных следов была введена в строй в Харькове в 1958 г. и функционировала на частоте 36,9 МГц; система обеспечивала ежесуточную статистику регистраций метеоров в несколько сот измерений. Некоторые из модификаций указанной аппаратуры имели в своем составе амплитудно-фазовые высотомеры (например, аппаратура, использовавшаяся в экспедиции в Сомали в 1968—1970 гг.).

С 1968 г. по настоящее время в Харькове используется система MAPC с высоким энергетическим потенциалом [11], работающая на частоте 31,1 МГц и обеспечивающая до 3,5—4,0 тысяч измерений в сутки зонального компонента скорости ветра в метеорной зоне. Автоматический угломер (АУ), входящий в систему, это фазовая многоканальная система, предназначенная для определения координат отражающей области метеорного следа. Как уже отмечалось, измерения и расчеты, проведенные рядом исследователей, показали, что средние значения скорости вертикальных перемещений атмосферы в метеорной зоне составляют всего несколько единиц сантиметров в секунду (иногда дециметров в секунду). В то же время горизонтальный компонент скорости ветра обычно несколько единиц и даже десятков метров в секунду. Такие значения скоростей ветров позволяют переходить от зарегистрированных радиальных составляющих скорости дрейфа метеорных

следов к горизонтальным составляющим скорости ветра (в случае системы МАРС к значениям зонального компонента).

Для изучения тонкой структуры волновых процессов, происходящих в метеорной зоне, нужно обеспечение высокой точности определения местонахождения отражающей области метеорного следа. При реализации фазовых измерительных систем необходимо минимизировать и уметь оценить случайные и систематические ошибки. В харьковской аппаратуре МАРС предусмотрены два вида оценки точности измерений:

сравнение определения координат нахождения некоторого выбранного объекта с помощью системы МАРС — штатной высокоточной аппаратурой; калибровка измерительных каналов МАРС при регистрациях каждого метеора от имитатора.

В комплексе МАРС угломер АУ позволяет определять угловые координаты со среднеквадратической ошибкой не более 17 угловых минут, радиальные скорости — с ошибкой не более  $3 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ , дальность — 250 м, высоту —  $\pm 1 \text{ км}$ .

Для определения вектора скорости ветра имеется второй транспортируемый комплекс высотомера. Отметим, что для массовой эксплуатации в гидрометеорологических службах реализация высотомеров АУ неудобна в силу своей сложности.

В настоящее время в фазовых угломерах в метеорной технике используются простейшие двухшкальные системы; соотношение сигнал / шум для получения достаточно достоверных оценок должно быть велико. Используя многошкальную измерительную систему можно понизить энергетiku радиолокатора, предназначенного для определения дрейфа метеорных следов.

В средней атмосфере Земли на высоте примерно более 50—60 км очень четко можно проанализировать тонкую структуру движений:

- преобладающую (постоянную) составляющую скорости;
- приливные компоненты с различным периодом (24, 12 и др. часов);
- планетарные волны;
- внутренние гравитационные волны;
- оценку турбулентных движений и других составляющих.

Указанные виды движений атмосферы исследуются как в отдельных пунктах ряда стран, так и, что имеет гораздо большее значение для познания атмосферных процессов, по различным международным программам. 80—90-е годы большое внимание уделялось средней атмосфере Земли, чему в немалой степени способствовало развитие теории и, особенно, радиоэлектронных способов и наземных устройств измерений параметров атмосферы (особенно динамических процессов).

В 1968—1970 гг. харьковские специалисты совместно с сотрудниками

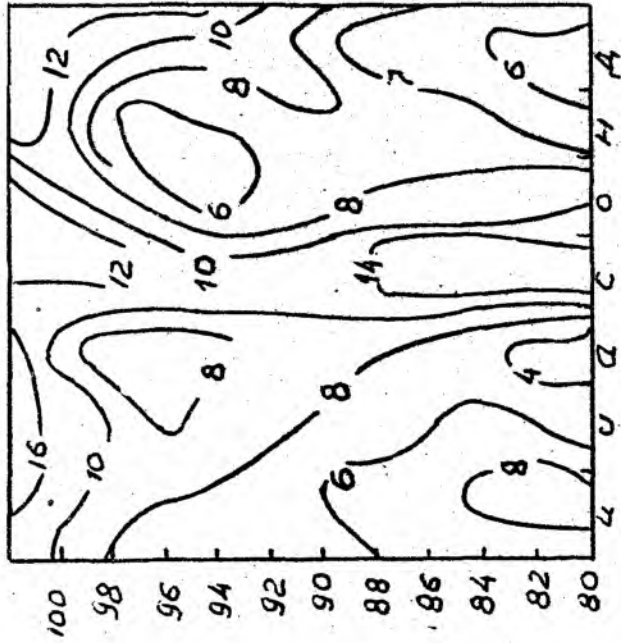
Института астрофизики Таджикской академии наук провели детальное изучение динамических процессов в метеорной зоне над экватором (Сомали, Могадишо, 2° с.ш.). В течение 326 суток были получены статистически обеспеченные данные о суточных и сезонных вариациях (с августа 1968 г. по июль 1970 г.) движение атмосферы на высотах 80—105 км. В течение примерно двадцати лет данные, полученные харьковчанами в Сомали, являлись единственными в мире данными о движении средних слоев атмосферы над Экватором [19]. Отметим, что впервые во время экспедиции было установлено наличие составляющих скорости ветра с периодом близким к 48 часам.

На рис. 2, а, б представлены приливные компоненты скорости ветра, полученные с использованием системы MAPC в течение 1987 г. Значения амплитуд компонентов нанесены в метрах в секунду на каждой из кривых. На фазовых кривых указано время в часах местного времени  $LT$ , когда соответствующая составляющая направлена на восток. Амплитуды полусуточного компонента скорости на средних широтах, как правило, больше соответствующих значений для суточного.

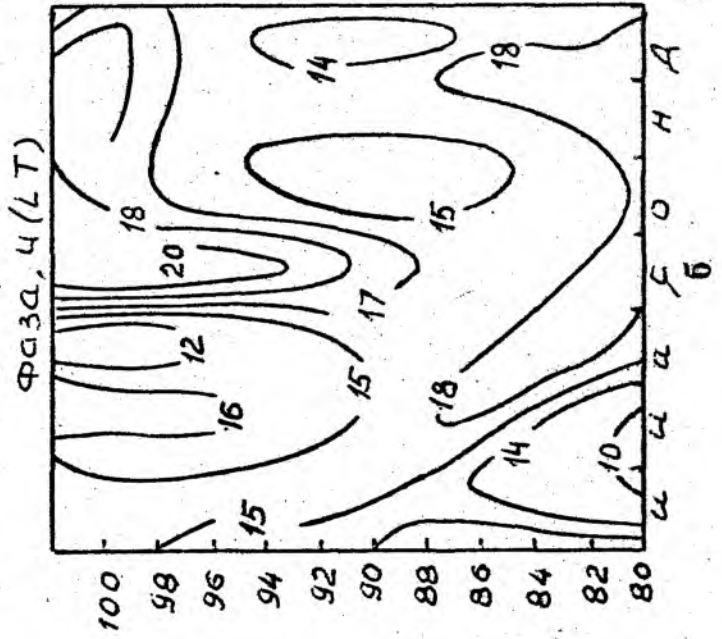
На рис. 3, а, б показаны соответственно зональные и меридиональные компоненты скорости ветра, полученные 19 июля 1989 г. с 13 до 14 часов местного времени на комплексе СТ в Харькове. Положительное направление ветра на запад и на юг. За указанный час было проведено по 10 сеансов определения каждого из компонентов с шагом 150 м.

Аппаратура СТ может успешно применяться в метеорологии, авиации, для определения высот размещения ветровых двигателей различного назначения, принося при эксплуатации большой экономический эффект. Требуемый энергетический уровень аппаратуры СТ сильно зависит от диапазона высот, в котором необходимо определять ветровой режим. При необходимости получения регулярных данных до высот 20-23 км произведение импульсной мощности, излучаемой передатчиком, на апертуру антенн должно быть не менее  $10^8$  Вт · м<sup>2</sup>; для тропосферы требования гораздо мягче.

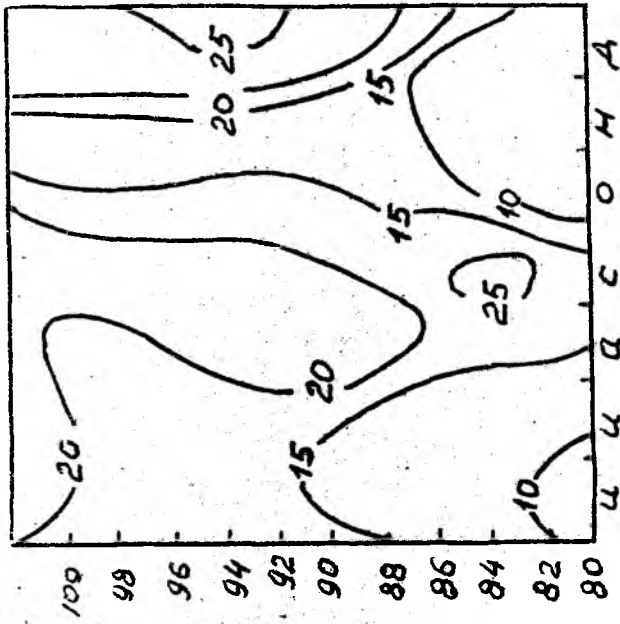
**3. Использование рассеяния радиоволн метеорными следами для осуществления радиосвязи.** Такие работы начали проводиться в Харькове в 1958 г., когда были оценены основные параметры этого вида радиосвязи — энергетические соотношения, полоса пропускания, коэффициент заполнения, направленность метеорного рассеяния и др. [20]. Как было отмечено выше возможность осуществлять передачу информации при рассеянии радиоволн на метеорных следах установили еще в середине двадцатых годов XX века. Однако случайный характер появления “полезных” метеоров, прерывистость связи, кратковременность циклов работы во многом сдерживали использование на практике метеорной радиосвязи. Развитие радиоэлектроники и особенно твердотельной радиофизики привело к интенсивному



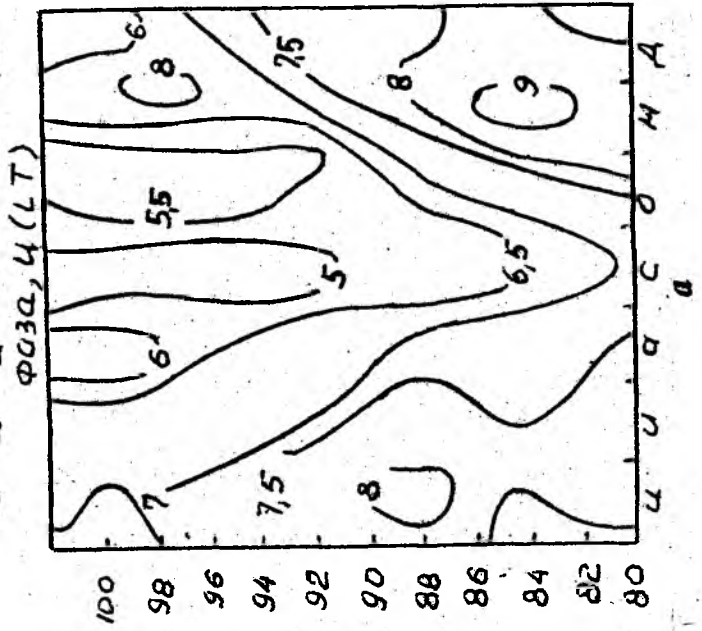
BicomA, KM



BicomA, KM



BicomA, KM



BicomA, KM

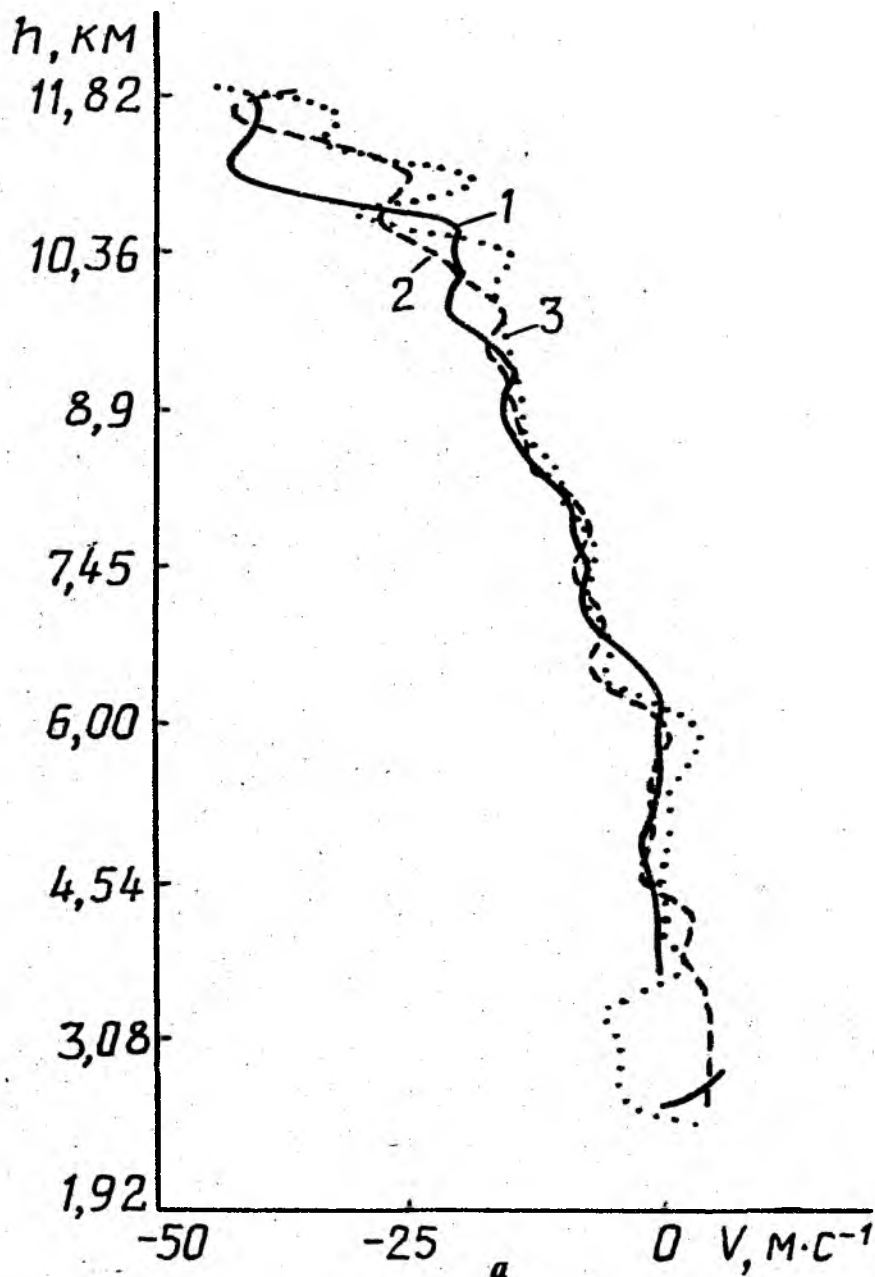


Рис. 3, а. Зональный компонент скорости ветра, измеренный в Харькове; СТ аппаратура. 19 июля 1989 г. с 13 до 14 ч.

развитию в 70—80-х годах теории и практики применения радиометеорного канала связи в различных отраслях. Отметим, что немаловажную роль в этом сыграли также большие чем при других видах связи электромагнитная совместимость и скрытность связи.

Используя встречный метод передачи информации о показаниях эталонов времени и частоты, находящихся в разных населенных пунктах, можно провести высокоточное сличение шкал этих эталонов. Почему так? Потому что метровые волны при метеорной радиосвязи двух разнесенных

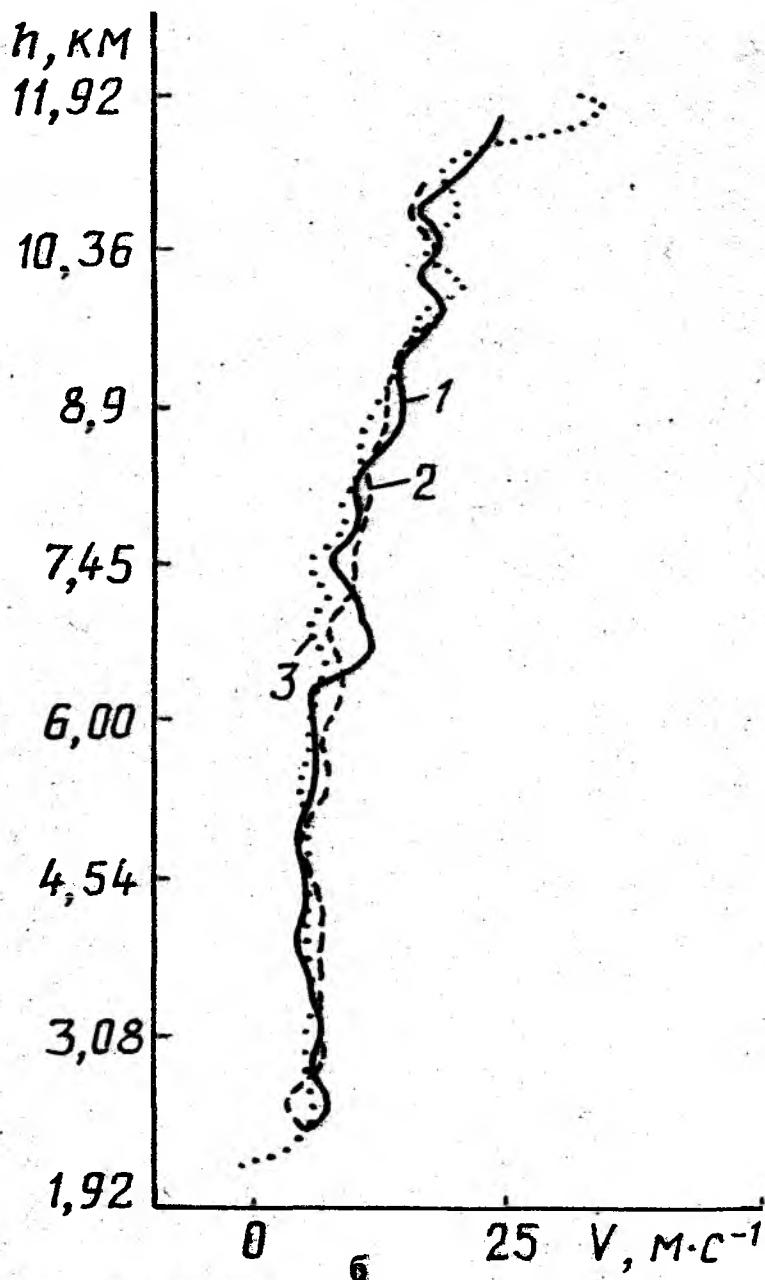


Рис. 3, б. Меридиональный компонент скорости ветра, измеренный в Харькове; СТ аппаратура. 19 июля 1989 г. с 13 до 14 ч.

пунктов проходят строго одну и ту же траекторию в обоих направлениях. Обеспечивается взаимность трасс (некоторое отклонение от полной взаимности происходит только за счет влияния магнитного поля Земли). Следовательно, не надо знать точных траекторий радиоволн, обеспечивающих информацию о шкале того или иного эталона, ни значений скорости передачи энергии (изменяется из-за вариаций параметров атмосферы на пути распространения радиоволн).

Первый метеорный комплекс аппаратуры МЕТКА, разработанный

в Харькове и внедренный в службу времени Госстандарта на трассе Харьков — Москва в 1972 г., обеспечил среднеквадратическую погрешность сличения шкал 0,3 мкс. Действующая с 1985 г. уникальная радиометеорная система синхронизации шкал эталонов времени осуществляет высокоточное сличение шкал семи эталонов Госстандарта России и трех эталонов Госстандарта Украины. Система охватывает территорию в Восточной Европе и Азии около 8000 км с запада на восток и около 1200 км с севера на юг. Случайная ошибка сличений шкал по мере развития методов и устройств была уменьшена более чем в 100 раз.

В 1990 г. завершена разработка одной из модификаций аппаратуры МЕТКА [21]. С использованием линейно-частотно-модулированных импульсов. За счет изменения алгоритма работы аппаратуры, использования современных математических методов обработки экспериментальных результатов, повышения энергетического потенциала канала связи полная погрешность сличения шкал не превышает 10 нс. Систематическая составляющая аппаратурной погрешности снижена за счет отдельного измерения задержек трактов радиоприемного и радиопередающего устройств с последующим их учетом.

В заключение отметим следующее:

современная радиоэлектроника и достижения астрономии, высшей математики и физики позволяют решать вопросы о распределении твердого компонента космического пространства — метеорной пыли;

знание распределения метеорного вещества в пространстве позволяет решать комплекс задач по метеорной астрономии, рассеянию радиоволн на метеорных следах, вероятности встречи космических летательных аппаратов с метеорными частицами;

метеорные следы — природные отражатели радиоволн метрового диапазона — обеспечивают возможность регулярного анализа динамических процессов в атмосфере на высоте 80—105 км, позволяют реализовать метеорную радиосвязь, имеющую ряд практических достоинств;

пока еще далеко не исчерпаны потенциальные возможности природного датчика — метеорного следа — для получения новых фундаментальных результатов по астрономии, геофизике, а также конкретной реализации метеорной радиосвязи различного назначения.

**Л и т е р а т у р а:** 1. *Кащеев Б. Л., Лысенко И. А., Чепура В. Ф.* Измерение скорости ветра на высотах 80—120 км по отражениям от метеоров // Бюл. комис. по кометам метеорам Астросовета АН СССР. — Душанбе. — 1958. — № 3. — С. 9-14. 2. *Докучаев В. П.* О влиянии магнитного поля Земли на ветры в ионосфере // Изв. АН СССР: Сер. геофизика. — 1959.

- № 5 — С. 783—788. 3. *Кащеев Б. Л.* Радиолокационные наблюдения метеоров по программе МГТ // Исследование ионосферы и метеоров. — М., 1960. — С. 40—53. 4. *Кащеев Б. Л.* Измерение скорости метеоров в потоке Геминид // Астроном. циркуляр. — М., 1957. — № 157. — С. 21-23. 5. *Кащеев Б. Л., Лебединец В. Н.* Радиолокационные исследования метеорных явлений. — М., 1961. — 123 с. 6. *Кащеев Б. Л., Цесевич В. П.* Исследование циркуляции атмосферы в метеорной зоне. — М., 1968. — 64 с. 7. *Бондарь Б. Г., Кащеев Б. Л.* Метеорная связь. — К., 1968. — 120 с. 8. *Кащеев Б. Л., Лебединец В. Н., Суворов Ю. И.* Численность метеоров по наблюдениям, проведенным в Харькове в 1957—1960 гг. // Метеоры. — Л. — 1960. — С. 11-21. 9. *Лебединец В. Н.* Пыль в верхней атмосфере и космическом пространстве // Метеоры. Л., 1980. — 247 с. 10. *Hawkins G. S.* The Harvard radio meteor project // *Smithson. Contrib. Astrophysics Boston*, 1962. — № 7. — P. 53-62. 11. Метеорная автоматизированная радиолокационная система / *Б. Л. Кащеев, Ю. И. Волощук, А. А. Ткачук и др.* // Метеор. исследования. — М., 1977. — № 4. — С. 11—61. 12. *Кащеев Б. Л., Ткачук А. А.* Результаты радиолокационных наблюдений слабых метеоров. — М., 1980. — 232 с. 13. *Кащеев Б. Л., Новоселова Н. В., Ткачук А. А.* Характеристики орбит слабых метеоров ( $+12^m$ ) // Астроном. вестник. — М., 1970. — № 4. — С. 248—251. 14. *Кащеев Б. Л., Ткачук А. А.* Распределение орбит мелких метеорных тел // Проблемы космич. физики. — К., 1979. — № 4. — С. 44—51. 15. Орбиты и численность метеоров по наблюдениям на экваторе: Мировой центр данных Б. — М., 1975. — 275 с. 16. *Волощук Ю. И., Кащеев Б. Л.* Распределение метеорных тел вблизи орбиты Земли. — М., 1981. — 187 с. 17. *Волощук Ю. И., Кащеев Б. Л., Кручиненко В. Г.* Метеорное вещество и метеоры. — К., 1989. — 293 с. 18. *Кащеев Б. Л., Олейников В. Н.* Стратосферно-тропосферная станция для исследования динамических процессов // Глобальная система метеорных наблюдений. — М., 1987. — С. 39-55. 19. *Бабаджанов П. Б., Кащеев Б. Л.* и др. Радиометеорные исследования циркуляции верхней атмосферы. — Душанбе, 1974. — 171 с. 20. *Кащеев Б. Л., Чепура В. Ф., Бондарь Б. Г.* Исследование рассеяния ультракоротковолновых радиосигналов метеорными следами // Электросвязь. — 1963. — № 6. — С. 2-9. 21. *Дудник Б. С., Кащеев Б. Л., Нестеренко Г. В.* и др. Автоматизированная радиометеорная система сличения шкал времени с гибкой структурой // Тез. докл. IV Всесоюз. симпозиума по исследованиям в области измерений времени и частоты. — М., 1990. — С. 158. 22. *Кащеев Б. Л., Ахмадов А. А., Дудник Б. С.* и др. Исследование радиометеорного канала сличения на трассах Киев—Харьков—Москва // Тез. докл. V Российского симп. “Метрология времени и пространства” — М., 1994. — С. 143.

В. А. Мисюра

**МНОГОЛЕТНИЕ КОМПЛЕКСНЫЕ РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ  
ИССЛЕДОВАНИЕ ОКОЛОЗЕМНОГО И КОСМИЧЕСКОГО  
ПРОСТРАНСТВА**

В работе [1] описаны результаты исследований, проведенных под руководством и при участии автора статьи за период с 1948 по 1973 гг. В настоящей статье обобщены результаты прежних и новых [2] исследований, проведенных на кафедре космической радиофизики ХГУ за период с 1973 г. по 1990 г. с учетом предыдущих исследований за 3 цикла солнечной активности (СА). В статье использованы те же, что и в работе [1], терминология, обозначения, понятия космического объекта (КО), радиофизические методы исследования и их комплексность.

В частности, комплексность исследований включает применение современных взаимодополняющих методов и технических средств, реализующих эти методы. Соответствующая научно-техническая база (НТБ) содержит более десятка автоматизированных радиотехнических комплексов (РТК), стационарных и подвижных (для научных экспедиций), которые реализуют методы некогерентного рассеяния (НР), частичных отражений (ЧО), эффекта Фарадея (ЭФ) и эффекта Доплера (ЭД), "мерцаний" сигналов на космических радиополосах, вертикального зондирования (ВЗ), кроссмодуляции (КМ) и др. Эта НТБ непрерывно развивалась и позволяла проводить исследования среды и распространения радиоволн по регистрациям радиосигналов на космических радиополосах путем радиопросвечивания пространства и его дистанционного наземного радиозондирования в ряде пунктов на средних и высоких широтах (СП), (ВП), (включая Арктику и Антарктику), разнесенных на расстояние от сотен метров до тысяч километров, в диапазоне частот (от десятков килогерц до четырех гигагерц) и высот (до орбиты Луны).

Радиопросвечивание пространства осуществлялось радиосигналами различных ИСЗ (начиная с первого) и научных ракет метеорологических (МР) и геофизических (ГФР) и других КО, включая сигналы, отраженные от КО и Луны. Основные параметры РТК и РТС приведены в работах [3, 4].

Новыми в данной статье, по сравнению с данными работы [1] являются результаты исследованных плазменных образований (ИПО) и плазменных возмущений (ИПВ), анализ их влияния на распространение радиоволн. ИПО и ИПВ возникают при полете КО, воздействии мощных

радиоволн, активных экспериментах в космосе, специальных взрывах (промышленных, научных типа эксперимента "Масса" и др.). В статье продолжены исследования, описанные в работе [1] (теория, эксперимент, технические средства) околоземной плазмы методом НР, а также изучение самых нижних областей ионосферы (ДИС) [5].

Как и в работе [1], рассматриваются регулярные и нерегулярные изменения параметров среды, их нестационарности и градиенты, а также эффекты, имеющие место при распространении радиоволн в трехмерно-неоднородной нестационарной и гиротронной среде, спектральные и статистические характеристики параметров среды в зависимости от различных гео-гелиофизических условий, времени и координат более чем за три цикла солнечной активности при отсутствии и наличии ИПО и ИПВ.

При исследовании ИПО и ИПВ решались две проблемы: поиск общих закономерностей развития ИПО и ИПВ и исследование различий между разными типами этих образований.

Современный тип космических исследований характеризует известный переход от пассивного наблюдения процессов в космическом пространстве к проведению экспериментов, специальных или связанных с теми или иными указанными выше видами деятельности людей.

Изучение ИПО и ИПВ позволяет "моделировать" сложные глобальные малоизученные естественные процессы. Важна возможность воспроизведения искусственно регулируемых физических явлений больших масштабов, не аналогичных естественным, не управляемых человеком явлений (радиационные пояса Земли (РПЗ), высыпания заряженных частиц (ВЗЧ) из них, полярных сияний, ионосферно-магнитосферных взаимодействий волн, частиц и др.). Эти ИПО и ИПВ, управляемые по времени, месту и интенсивности, удастся проанализировать и перенести результаты их анализа на неуправляемые естественные явления.

В общей цепочке механизмов передачи ИПВ на большие расстояния от первичных локальных источников возможны взаимные преобразования различных типов волн электромагнитной и неэлектромагнитной природы и потоков частиц. Важное место здесь занимают МГД волны, ВЗЧ, действие спусковых механизмов (СМ) высвобождения большой энергии, запасенной в РПЗ при сравнительно меньшей энергии первичного локального возмущения и т. п.

При полете КО исследовались ИПО, ИПВ и их влияния на РРВ [2] при старте КО, при полете на активном участке, когда возникает так называемая "дыра" в ионосфере, при вхождении КО в плотные слои атмосферы. Особое внимание уделялось распространению быстрых ИПВ, скорости которых достигают сотен километров в секунду, на большие расстояния

(до 10 000 км), с медленным убыванием интенсивности возмущения и зависимости от расстояния.

К настоящему времени, начиная с 1975 г., после запусков КК "Союз-Аполлон", удалось проследить ряд полетов КО в пунктах, размещенных на различных удалениях от места старта КО (до 10 000 км), например, при запусках американских КО ("Шаттл" и др.) с использованием большого числа методов и технических средств.

Установлено, что при старте КО, как и при входе их в атмосферу, возможно, и при других возмущениях, возникает несколько областей искусственной возмущенности ионосферы на разных высотах, распространяющихся с различными, в том числе и со значительными, скоростями и имеющих (некоторые из них) в области  $F_2$  характер ПИВ, а также солитонов.

Одним же из наиболее важных и общим при распространении ИПВ является прежде всего ВЗЧ из РПЗ, проявление которого наиболее полно наблюдалось нами с помощью методов ЧО и НР, а также путем доплеровского зондирования, ВЗ и по регистрации спорадического излучения ионосферы. Кроме ВЗЧ из РПЗ возникали при ИПВ также спорадические плазменные образования. Ниже приведены результаты исследований различными методами и средствами некоторых ИПО и ИПВ.

Механизм распространения указанных глобальных возмущений, как показали наши длительные (с 1975 г.) комплексные эксперименты, носит достаточно общий характер [2], во всяком случае для наиболее мощных ИПВ. Этот механизм связан с возникновением неустойчивостей, вызывающих ВЗЧ из РПЗ и СМ, при которых суммарная энергия ВЗЧ в больших областях околоземного космического пространства может значительно превышать энергию первичного источника возмущения за счет энергии частиц, запасенной в РПЗ и пополняемой новыми частицами, захватываемыми в РПЗ.

Процесс высыпания "размазывается" из-за стохастичности и характера движения частиц при ионосферно-магнитосферных взаимодействиях по всему земному шару и поэтому ВЗЧ может быть обнаружено в различных точках земного шара теми или иными методами.

Физическое истолкование механизма распространения таких ИПВ дано в [2]. Из-за изменения проводимости среды при ИПВ в геомагнитном поле возникают низкочастотные МГД волны, которые распространяются преимущественно по силовым линиям геомагнитного поля с большими скоростями в РПЗ, искажают (деформируют) силовые линии геомагнитного поля в РПЗ, что приводит к изменению распределения частиц в РПЗ по углам, а это, в свою очередь, изменяет режим их высыпания в ионосферу. Этот процесс высыпания размазывается статистически по ширине из-за движения частиц по магнитным силовым линиям между зеркальными точками в северном

и южном магнитных полушариях с периодом движения порядка секунд а также из-за долготного дрейфа частиц. Оборот частиц в дрейфе вокруг Земли и глубина проникновения зависят от их энергии, например, протоны с энергией порядка 50 МэВ, а электроны с энергией 1 МэВ проникают до глубины порядка 50 км, с оборотом вокруг Земли за доли или единицы минут. Чем энергия частиц больше, тем быстрее дрейф и больше глубина проникновения их к Земле. По этой причине ИПВ проявляются раньше на малых высотах в ионосфере (например, сначала в области  $D$ , а затем в  $F_2$ ). Это экспериментально наблюдалось нами по методу ЧО при исследовании областей с  $D$  и  $C$  ионосферы при ИПВ.

Следует заметить, что указанный механизм передачи возмущений зависит от состояния ионосферы, места старта КО и места его регистрации, типа и мощности источника ИПВ. Можно к объяснению рассматриваемого механизма подойти и по-другому, представляя магнитную трубку как резонатор (магнитосферный мазер). Сказанное, например, подтверждается типичной регистрацией в Харькове методом ЧО при старте космического корабля "Шаттл" 12.04.81 на мысе Канаверел в США при удалении пункта наблюдения  $R \sim 10\ 000$  км величины  $P_i$  — отношения средней мощности обыкновенной и необыкновенной волн частично отраженного сигнала как функции времени  $t$  (следовательно, и высоты  $Z = ct/2$  ).

Оказалось, что после старта возникают резкие увеличения значений  $P_i$  с периодом четыре—шесть минут в течение часа.

Наблюдаемое методом ЧО увеличение  $N$  в области  $D$  иногда обнаруживается по ионограмме области  $E$ , а именно, "задирается" вверх левый край этой ионограммы из-за небольшого группового запаздывания в нижележащей области  $D$ .

Мы обнаруживали и другое проявление ИПВ при старте КО методом НР по регистрации линии плазменного резонанса в спектре мощности НР. Эта линия спектра наблюдалась на высотах области  $F_2$  и была значительно подвозбуждена при ИПВ. Подвозбуждение происходит за счет вторичных фотоэлектронов, возникающих при ВЗЧ из РПЗ.

Наблюдались ИПВ в полете КО, при просвечивании ионосферы радиосигналами "маяков" на ИСЗ "Транзит" методом ЭД на когерентных частотах 150 и 400 МГУ [2].

На рис. 1 (а, б, в, г) представлена зависимость ионосферной составляющей  $F_{DU}$  доплеровского смещения частоты (ДСЧ) от времени  $t$  пролета ИСЗ (а, следовательно, и от его координат, которые в опыте автоматически измеряются и предвычисляются), полученная 15.05.87 в Харькове (РФО) в период старта КО на Байконуре. Расстояние  $R$  от ИСЗ до места старта и масштабы приведены на рисунке, ("дыра" показана на рис. 1, в);

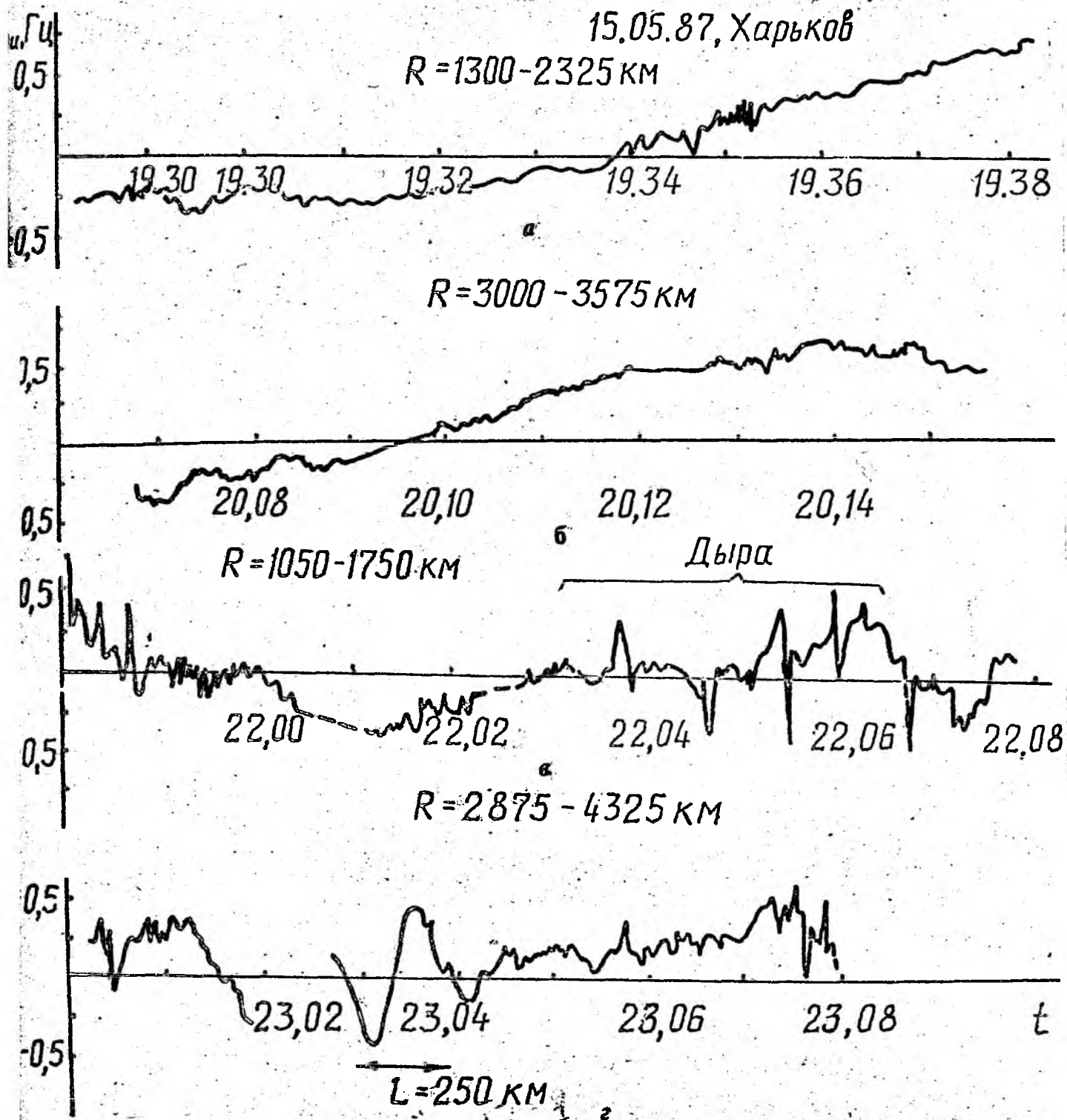


Рис. 1 Ионосферная составляющая доплеровского смещения частоты

$R$  изменялось за время пролета от 2000 до 4000 км; рис. 1, а, б соответствует пролету ИСЗ до старта, а рис. 1, в, г — после него. Здесь видно заметное усиление флуктуации  $F_{DU}$ , протяженность “дыры” порядка 1000—2000 км,  $N$  уменьшается примерно на порядок и больше. “Дыра” (или возмущение от нее) проявлялась на удалениях 2000 км через 30 минут после старта и на расстоянии 4000 км — через 1,5 ч, то есть скорость распространения возмущения достигала нескольких километров в секунду, что значительно меньше скорости передачи возмущения в области  $D$ , обнаруженной методом ЧО 12.04.81.

Эффективным оказалось изучение ИПВ при полете КО (особенно ионосферной “дыры”) методом доплеровского зондирования на декаметровых и более длинных волнах. Возмущения ДСЧ наиболее наглядно регистрировалось при вертикальном доплеровском зондировании на двух частотах в ближней и дальней зонах, а также при наклонном распространении.

Формируются регистрации возмущений главным образом в области  $F_2$ , а также частично в  $F_1$  и  $E$  при отражении радиосигналов.

Наиболее ярким эффектом в ближней зоне является развитие обширной долгоживущей ( $T \sim 1$ ч) области “дыры”, возникновение квазипериодических колебаний ДСЧ с периодом  $T = 5—15$  мин.

Развитие “дыры” проявляется примерно на 10-й минуте в виде специфического резкого скачка ДСЧ, не наблюдаемого в естественных условиях, скачок достигает максимума ДСЧ порядка 1 Гц при  $f_0 = 3,7$  МГц на 20-й минуте.

Релаксация дыры протекает в течение 40-80 мин.

Одним из проявлений возмущения является ударная волна, влияние которой регистрируется в виде скачка ДСЧ, когда фронт волны проходит через диаграмму направленности РТК. Так, на регистрациях ДСЧ (например, 15.05.87 при старте КО в Байконуре), полученных в Харькове, ИПВ проявилось в виде скачкообразного изменения ДСЧ (более 1 Гц) на 75-й минуте после старта с последующими квазипериодическими изменениями ДСЧ с периодом порядка 8—9 мин в течение часа.

Из сравнения данных, полученных при помощи ИСЗ и вертикального доплеровского зондирования, следует, что с помощью данных методов после старта обнаружено волнообразное возмущение ионосферы с пространственным периодом 250—300 км и скоростью распространения порядка  $0,5 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}$ , что соответствует скорости акустических волн в  $F_2$ .

Представляет интерес поведение спорадического излучения ионосферы при ИПВ, которое регистрировалось на частотах 1-4 ГГц. Характерно проявление в ряде случаев в регистрациях излучения парных всплесков. Первым после старта появляется всплеск меньшей интенсивности

длительностью 1—2 минуты, а через  $7 \pm 1$  мин. после старта появляется второй всплеск значительно большей интенсивности и обычно меньшей длительности ( $\lesssim 1$  мин.).

Это явление истолковывается нами как тормозное излучение вторичных электронов, выбиваемых из нейтралов высыпаящимися из РПЗ энергичными частицами.

Для исследования ИПВ использовались также амплитудные измерения на многочастотном приеме РТК в диапазоне 1—10 МГц. Характер изменения амплитуд сигналов на различных частотах и трассах можно объяснить также увеличением  $N$  в нижней ионосфере при ИПВ.

*Активные эксперименты в космосе.* Химически активное вещество (цезий) доставлялось в районе Волгограда метеорологической ракетой на высоту  $Z = 150$  км. Исследование возникающих ИПО, ИПВ и их влияние на РРВ велось в пункте, удаленном на  $R \approx 50$  и 750 км, главным образом методом вертикального доплеровского зондирования в декаметровом диапазоне, а также методом ЧО, ВЗ и многочастотной регистрацией амплитуд. Результаты подобных экспериментов, проведенных начиная с 5 до 7-й минуты 23.06.86, иллюстрируются рис. 2, где представлена зависимость ДСЧ от времени  $t$  для  $R \approx 50$  км. Отражение получалось с высоты  $Z \sim 100—185$  км на частоте  $f_0 = 3,7$  МГц. Здесь первый ник ДСЧ можно отождествлять с воздействием выброса цезия. С 10-й по 13-ю минуту наблюдается пик ДСЧ за счет первичной ионизации цезия, а с 19-й до 25-й минуты четко выделяется ник ДСЧ (до  $+0,5$  Гц) под воздействием, по-видимому, вторичной фотонионизации вынужденного вещества.

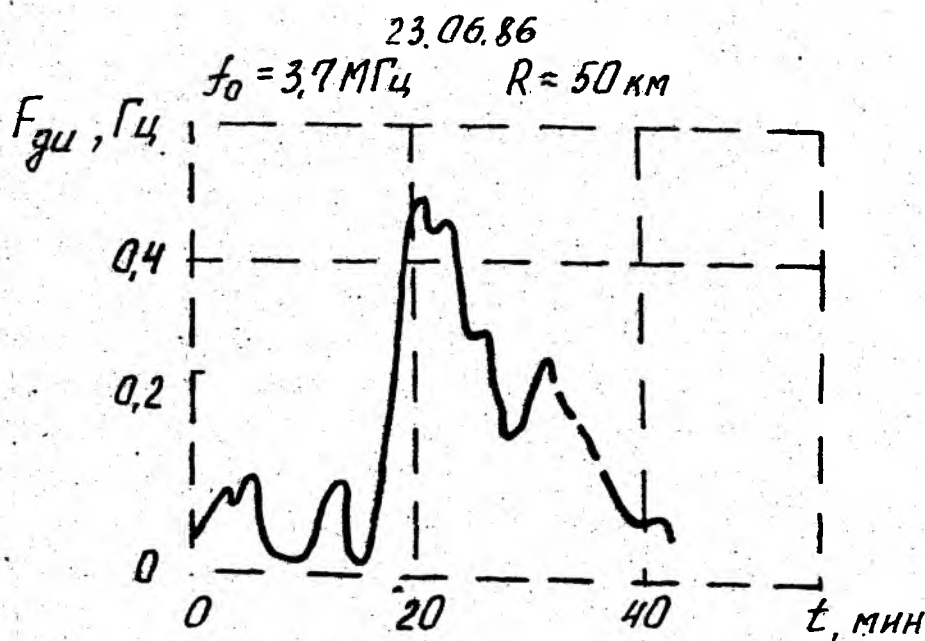


Рис. 2. Доплеровское смещение частот при введении в ионосфере химически активного вещества

Исследование других ИПВ (мощные радиоволны, спецвзрывы) кратко описано нами в работе [2].

**Л и т е р а т у р а:** 1. Мисюра В. А. Многолетние комплексные радиофизические исследования околоземного космического пространства и распространения радиоволн // Космические исследования на Украине: Сборник. — К., 1973. Вып. 3. С. 3—20. 2. Мисюра В. А., Капанин И. И., Костров Л. С. и др. XVI Всесоюзная конференция по распространению радиоволн: Тез. докладов. — М., 1990. — Ч. 2. — С. 151. 3. Мисюра В. А., и др.: Учеб. материалы по специализации: Космическая радиофизика. — Харьков: ХГУ, 1991. — Ч. 1. — 129 с.; 1991. — Ч. 2. — 115 с.; 1992. — Ч. 3. — 266 с.

УДК [53+621.3+681]

Я. Д. ШИРМАН

## К Сорокалетию харьковских работ по теории и технике разрешения и сверхразрешения

Вопросы разрешения и сверхразрешения существенны для радиолокации, радиосвязи (при работе в условиях помех), радионавигации, радиоастрономии, гидролокации, оптики, различных видов спектрального анализа, разведочной геофизики, медицинской интроскопии и т. д.

По вопросам разрешения и сверхразрешения к настоящему времени имеется очень большое число публикаций. Охватить их все, выделив вклад харьковских исследователей, не представляется возможным, поэтому ограничимся только этапами сорокалетнего периода, на примере которых этот вклад удастся показать наиболее рельефно. Кратко коснемся также современного этапа, связанного с использованием цифровой элементной базы.

### 1. Начало работ по статистической теории разрешения

Первые известные определения разрешающей способности оптических приборов и спектроанализаторов приводились в статьях Релея по волновой теории света в изданиях Британской энциклопедии 1888 и 1910 гг. [1]. Эти хорошо известные теперь определения были использованы в первой из книг “массачусетской” серии по радиолокации [2]. Под разрешением

в [1, 2] понимается возможность раздельного наблюдения сигналов от двух взаимно мешающих источников излучения, мало отличающихся по угловым координатам или частоте колебаний или же времени запаздывания (дальности). Термины “разрешение”, “сверхразрешение” использовались, тем не менее, иногда не по назначению, а в смысле возможности различать значения параметра излучения единственного источника [3, 4], что приводило к недоразумениям.

О принципиальной возможности сверхрелеевого оптического разрешения отмечалось в 1958 году С. Г. Раутианом [5], указывавшим на возможность анализа распределения мощности принятого излучения по апертуре оптического прибора. Теории, выявлявшей качество такой, некогерентной с современных позиций, пространственной обработки в работе [5] не предлагалось.

Между тем, еще в 1955—1957 гг. в Харькове был проведен ряд теоретических и экспериментальных работ по обеспечению сверхразрешения по времени запаздывания (радиолокационной дальности). Последнее обеспечивалось за счет когерентно-компенсационной обработки, которая сводилась к детекторному высокочастотному дифференцированию огибающих прямоугольных радиоимпульсов и достигалась за счет неполного использования их энергии. При перекрытии длинных радиоимпульсов, отраженных от близко расположенных целей, пары полученных при дифференцировании коротких радиоимпульсов не перекрывались (1955 г.) [6, а, б]. Возможности такого сверхразрешения были подтверждены под руководством автора статьи в 1956 г. лабораторным экспериментом А. Ф. Котлярова и в 1957 г. натурным экспериментом М. Ф. Здурова по реальным воздушным целям.

Заметим попутно, что амплитудно-частотные характеристики дифференцирующих фильтров [6, а, б] поднимают боковые частотные составляющие спектра сигнала, расширяя этот спектр. Фильтры с таким подъемом рекомендовались ранее (1953 г.) в работе Г. Урковитца [7] для выделения сигналов на фоне мешающих отражений. Фильтры этой работы оптимизировались, однако, в пренебрежении шумом, соответствовали бесконечному укорочению импульсов и потому физического смысла не имели. Каких-либо указаний на возможность использования подобных фильтров для сверхразрешения в работе [7] не содержалось.

Описанные выше результаты 1955—1957 гг. не укладывались в статистическую теорию измерения, обнаружения и разрешения, разработанную для временных когерентных сигналов Ф. Вудвордом [8]. Анализ показал причину расхождения. Вудворд изучал оптимизацию обработки единственного полезного сигнала на фоне шума. Возможности разрешения сигналов изучались только для оптимизированной таким образом обработки. Не учиты-

валось, что наблюдаемые сигналы в процессе разрешения поочередно выступают в виде мешающих и полезных. Процедуру разрешения по Вудворду, как и релейского, можно отнести к процедурам согласованной (с единственным сигналом) обработки.

Потребовалась разработка более общей, чем вудвордовская, теории разрешения. Наряду с шумом она должна была учесть действие взаимно мешающих наблюдению сигналов, хотя бы в такой же, что и у Вудворда, времячастотной области. Было ясно, что теорию можно строить в двух вариантах: 1 (более сложном) многосигнального "полного" обнаружения — измерения с определением числа сигналов; 2 (более простом) "квазиполного" обнаружения полезного сигнала, когда остальные сигналы поочередно выступают как мешающие. Естественно было начинать с более простой теории. Такая теория была разработана на основе аппарата байесовской статистики, она докладывалась автором в Харькове в 1958 г., была в основном опубликована в 1959 г. [9], вошла полностью в докторскую диссертацию автора 1959 г. и, как ее часть, составила три первые главы монографии [19].

В упомянутой же работе [9] были исследованы по существу потенциальные возможности сверхвудвордовского (сверхрелейского) разрешения произвольного числа временных когерентных сигналов со случайными параметрами. Оптимальная обработка при разрешении, алгоритмы которой были найдены, сводилась к сочетанию операций когерентной компенсации и когерентного накопления. Оказалось возможным достигать тех же показателей качества обнаружения (вероятности правильного обнаружения  $\mathcal{D}$  и вероятности ложной тревоги  $F$ ), что и в отсутствие мешающих сигналов. Достаточным для этого явилось увеличение энергии полезного сигнала в  $1/K$  раз, где  $K$  — некоторый коэффициент использования энергии полезного сигнала (аналог коэффициента полезного действия). На фоне только одного мешающего сигнала величина  $K$  выражается наиболее просто

$$K = 1 - |\rho|^2 \frac{\mathcal{E}_M}{\mathcal{E}_M + N_0}, \quad (1)$$

где  $\rho$  — коэффициент корреляции мешающего и полезного сигналов (здесь по напряжению);  $\mathcal{E}_M$  — энергия мешающего сигнала;  $N_0$  — спектральная плотность мощности шума. Даже при  $\mathcal{E}_M / N_0 \rightarrow \infty$  потенциальный коэффициент использования энергии остается конечным  $K = 1 - \rho^2$ . При ортогональных сигналах  $\rho = 0$  их взаимное мешающее действие, в принципе, может быть полностью устранено, причем при единичном значении коэффициента использования энергии  $K = 1$ .

Полученные результаты охватывали вудвордовскую теорию

разрешения как частный случай  $\rho = 0$  или  $\mathcal{E}_M = 0$ . Результаты экспериментов по радиочастотному дифференцированию полностью укладывались в рассматриваемую теорию.

Выявление потенциальных пределов сверхрелеевского разрешения во времячастотной области возбудило интерес к получению аналогичных результатов для углового разрешения. Результаты соответствующей работы докладывались в Харькове в 1960 г. и были опубликованы в 1961 г. [10]. Для исследования была выбрана линейная апертура (линейный раскрыв) антенны. За счет дискретизации апертуры модель была сведена к предыдущей [9]. Решение статистической задачи свелось к анализу распределения поля по раскрыву. Не только приемник но и антенна рассматривались по существу как элементы вычислительного устройства, решающего задачу о наиболее вероятном распределении излучателей. Статистически оптимальная обработка приходящих колебаний оказалась по-прежнему связанной с компенсацией мешающих сигналов. Иначе, в характеристике направленности приемной антенны требовалось создавать провалы, ориентированные на мешающие излучатели, нулевые при  $\mathcal{E}_M / N_0 \rightarrow \infty$  (ортогонализация приема). В частном случае одного мешающего излучателя оставалось справедливым выражение (1). Входящий в него коэффициент корреляции  $\rho$  определялся выражением  $\sin x/x$  при  $x = \pi d / \Delta \alpha_0$ , где  $d$  — угловое расстояние между источниками, а  $\Delta \alpha_0$  — полуширина согласованной характеристики направленности по нулям. При  $d = 0,2 \Delta \alpha_0$  даже для  $\mathcal{E}_M / N_0 \rightarrow \infty$  коэффициент использования энергии составлял еще  $\kappa \approx 0,13$ . Потребная энергетическая плата за сверхразрешение свелась к увеличению энергии сигнала в  $1/\kappa \approx 7,5$  раз. Меньшая степень сверхразрешения требовала и меньшего (примерно по квадратичному закону) увеличения энергии — меньшей платы. Отмечалась возможность распространения статистического подхода на случай измерения-разрешения. Хотя результаты были получены в предположении временной когерентности разрешаемых сигналов, их можно было распространить и на случай временной некогерентности, поскольку угловое разрешение обеспечивается пространственной, а не временной когерентностью. Это позволяло перейти без дополнительных расчетов к важным практическим приложениям (разд. 3).

Между тем, в 1961 г. начинается публикация работ ряда других авторов по отдельным вопросам статистической теории разрешения. Работы Нильссона (1961 г.) [11] и Рута (1962 г.) [12] содержали ряд полезных предложений по построению общих алгоритмов “полного” обнаружения-измерения-разрешения, но не включали конкретных результатов по физическим особенностям и принципам сверхразрешения. Работа А. А. Курикси (1963 г.) [13] была посвящена статистической теории разрешения некогерентных быстрофлюктуирующих во времени сигналов.

Вопросы статистической теории разрешения вскоре начинают включаться в книги по статистической теории радиолокации. Так, результаты [9, 10] вошли в книгу 1963 г. [14] харьковских авторов, а результаты [10, 13] — в двухтомник 1963-1964 гг. [15] московских авторов, в последнем углубленно разрабатываются при этом вопросы разрешения-измерения. Опуская некоторые из теоретических работ после 1963 г., остановимся лишь на работах Ксиенского и Мак-Ги (1967 г.) [16], Н. Я. Кузя [17], И. А. Большакова [18] и автора статьи [19]. В статье [16] (США) отмечаются возможности свёрхрелеевого углового разрешения. Результаты применимы только при очень больших отношениях сигнал-шум, поскольку в отличие от [9—15], в [16] используется нестрогий в статистическом смысле метод анализа. Статья 1968 г. Н. Я. Кузя [17] (Харьков) посвящена строгому анализу потенциальных коэффициентов использования энергии и выигрыша (по сравнению с согласованной обработкой). Монография 1969 г. И. А. Большакова [18] посвящена строгому анализу широкого круга вопросов обнаружения и измерения при определенных предположениях о статистике потоков разрешаемых целей. В монографию автора статьи (1974 г.) [19] были включены главы его докторской диссертации (1959 г.) по теории разрешения и технике сжатия (ч. 1) и ряд дополнительных (ч. 2—3), связанных, в том числе, с развитием работ Нильсона [11] и Рута [12] по теории обнаружения-измерения-разрешения.

## 2. Начало работ по технике сжатия радиоимпульсов

Повышение дальности действия радиолокации при ограниченной пиковой мощности генераторов заставляло увеличивать длительность радиоимпульсов  $\tau_{\mu}$ . Повышение разрешающей способности по дальности при отсутствии внутримпульсной модуляции заставляло эти длительности сужать.

Применительно к имеющимся тогда генераторным приборам известным выходом из положения могло быть сочетание согласованного разрешения на полной дальности со свёрхразрешением на уменьшенной (из-за недониспользования энергии) дальности, реализуемое в отдельном приемно-индикаторном канале [6, а, б; 19]. Для простых радиолокаторов этот путь иногда вызывает интерес и сейчас [20].

Однако более перспективным оказался переход к сигналам с внутримпульсной модуляцией — широкополосным в смысле  $\Pi\tau_{\mu} \gg 1$  ( $\Pi$  — полоса частот) сигналам, по отношению к которым тогда существовало предубеждение в связи с возрастанием мощности шума, пропорциональным  $\Pi$ . Некоторые поступления после войны (но, как потом оказалось, не все) немецкие

исследования, в частности работы а/о “Роттердам”, явно отвергали расширение полосы частот по указанной причине. Между тем из послевоенных теоретических работ В. А. Котельникова, У. Питерсона и других стало известно, что потенциальное качество обнаружения когерентного сигнала с известными параметрами зависит только от отношения  $\mathcal{E}/N_0$  его энергии к спектральной плотности мощности шума. Приходилось предполагать, что эффект увеличения мощности шума при расширении полосы частот может быть скомпенсирован в каждом частном случае повышением эффективности накопления энергии полезного сигнала. К тому времени были уже известны характеристики согласованных фильтров когерентных сигналов, но их технические реализации опубликованы не были. Часть таких реализаций была найдена нами в 1955 г., в теоретическом же плане было выяснено, что при равномерном спектре сигнала отклик согласованного с ним (оптимального) фильтра имеет длительность, обратную ширине полосы частот сигнала.

Приведенные соображения стали основой наших дальнейших исследований. В Москве к этому времени разрабатывался ряд предложений В. П. Сосульникова, В. М. Свистова, Ю. А. Мантейфеля по многоканальной корреляционно-фильтровой обработке ЛЧМ сигналов с полной частотной модуляцией путем гетеродинирования. Этот же путь начал независимо разрабатываться и нами (совместно с Б. В. Найденовым). От него мы однако вскоре отказались в пользу одноканальной согласованной фильтрации, после того как нами были выяснены теория и принципы реализации согласованных фильтров для широкополосных в смысле  $\Pi\tau_{\text{и}} \gg 1$  ( $\Pi$  — полоса частот,  $\tau_{\text{и}}$  — длительность импульса) сигналов.

Предложения автора статьи по применению согласованной фильтрации хаотически фазоманипулированных сигналов были сформулированы в конце 1955 г. в [21], а регулярных ЛЧМ сигналов — в середине 1956 г. [22]. В последнем случае сопровождаемые теоретическими расчетами предлагались:

1) “способ повышения разрешающей способности РЛС с использованием ЧМ зондирующих импульсов, отличающийся тем, что с целью укорочения длительности принимаемых отраженных импульсов в приемное устройство, например, последовательно, с каскадами промежуточной частоты, включают укорачивающий фильтр”;

2) “фильтр для осуществления способа по п. 1, отличающийся тем, что он выполняется в виде линии задержки с непрерывно или дискретно распределенными отводами, осуществляющими емкостную, индуктивную или кондуктивную связь с линией”.

В декабре 1956 г. принцип сжатия (укорочения) ЛЧМ радиоимпульсов

был проверен в нашем лабораторном эксперименте Б. В. Найденовым, В. Н. Манжосом и З. А. Вайнорисом. Полученные результаты вызвали большой интерес, были обсуждены в Москве в апреле 1957 г, ведущими специалистами в области радиолокации и электроники и сразу же (несмотря на высказывавшиеся сомнения) получили интенсивное развитие, в частности, в Харькове. Работа велась с использованием как электрических (З. А. Вайнорис, В. Н. Манжос, Ю. А. Коваль, Н. М. Ивахненко и др.), так и ультразвуковых (В. В. Трубников) линий задержки. Широко изучалось явление дисперсии в линиях, вначале как нежелательное, затем и как желательное явление [19, 23]. Строились фильтры и для фазоманипулированных по различным кодам сигналов. К лету 1959 г. на основе РЛС П-12 С. Д. Давыдовым, Л. А. Абрамовым, Л. К. Сенкевичем и др. под руководством автора статьи был создан и испытан по самолетам макет РЛС со сжатием ЛЧМ радиоимпульсов длительностью  $\tau_n = 6$  мкс и полосой частот  $\Pi = 5$  МГц. Длительность укороченного радиоимпульса снижалась в 15—30 раз (в зависимости от уровня отсчета). Соответственно возрастала разрешающая способность по дальности, практически без сокращения дальности действия РЛС. К концу 1959 г. на той же основе был создан новый вариант макета. При сохранении средней мощности передатчиков, за счет повышения скважности длительность импульса была увеличена до 100 мкс и было вновь обеспечено сжатие в 15-30 раз. За счет увеличения энергии когерентно-обрабатываемого сигнала дальность действия РЛС повысилась почти в два раза при сохранении разрешающей способности по дальности [19, 24].

В процессе проводившейся работы выяснилось, что техника сжатия импульсов уже привлекла серьезное внимание зарубежных исследователей. В публикации Р. Кронерта (1957 г.) [25] описывался лабораторный эксперимент по сжатию импульсов на основе предложения немецкого инженера Хюттмана (еще 1940 г.!). Техническая сторона этого эксперимента интереса для нас не представляла, поскольку в нем по описываемой методике Кауэра [25] использовались громоздкие цепи с сосредоточенными параметрами, не позволявшие получать больших сжатий. С 1961 г. началась массовая публикация переводов теоретических работ американских специалистов в журнале "Зарубежная радиоэлектроника" [26, 27 и др.]. Подробная информация о независимых экспериментах американских исследователей Ч. Кука (1955 г. локация угольковых отражателей) и В. Зиберта (1956 г., локация реальных целей на РЛС AN /FPS —17) была опубликована только в 1988 г. в связи с награждением их за "пионерские работы по технике сжатия" [28].

### 3. Начало работ по корреляционной автокомпенсации помех

Потребность в сверхрелеевском разрешении по угловым координатам оказалась значительно более острой, чем по времени запаздывания (дальности). Если согласованное разрешение по дальности повышается за счет расширения полосы частот сигнала, то аналогичное повышение качества разрешения по угловым координатам требует расширения апертуры антенны, что часто вызывает серьезные затруднения. Между тем, без повышения углового разрешения трудно реализовать наблюдение слабых локационных, связных и т. д. сигналов на фоне интенсивных помех, способных действовать не только по основному, но даже по боковым лепесткам характеристики направленности антенны. В свою очередь, согласно (1) коэффициенты использования энергии (1) при малых  $\rho$ , а именно  $0 < \rho < 0,5$  (иначе, при малых значениях нормированной согласованной характеристики направленности) даже для сильных мешающих сигналов могут быть близки к единице, изменяясь в пределах  $0,75 < \kappa < 1$ . Поскольку помехи подавляются за счет создания провалов в характеристиках направленности (в их боковых или основных лепестках), временные когерентность или некогерентность источников помех значения не имеют. Важны лишь некоторые угловые различия направлений прихода полезных и мешающих сигналов (от них может зависеть коэффициент использования энергии). Не обязательно также было добиваться сразу полной оптимизации [10] обработки. Следовало реализовать, в первую очередь, хотя бы важнейший ее компонент — компенсацию мешающих сигналов без полной компенсации полезных, причем автоматическую, приспособляющуюся (иначе, адаптивную) к помеховой обстановке, не обязательно с максимальным быстродействием.

Соответствующие технические решения были предложены Я. Д. Ширманом и С. И. Красногоровым к началу 1962 г. для одноканальной [29] и в начале 1963 г. для многоканальной [30] автокомпенсации помех. Устройство многоканальной корреляционной автокомпенсации объединяет в выходные напряжения основной  $A_0$  и компенсационных  $A_i$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ) антенн. Каждое из  $m$  компенсационных напряжений разделяется по двум квадратурным каналам и подвергается весовому суммированию с коэффициентами  $\kappa_i$  и  $\kappa_{i1}$ . Автоматический подбор этих коэффициентов рассчитан на минимизацию среднего квадрата весовой суммы напряжения помехи. Практически он осуществляется за счет корреляционной обратной связи. Коэффициенты  $\kappa_i$ ,  $\kappa_{i1}$  формируются на выходе осреднителей (интеграторов) произведений входного напряжения соответствующего подканала и выходного напряжения весового сумматора. Вектору получаемых при этом

корреляционных моментов приводится таким образом в соответствие вектор весовых коэффициентов  $K_i, K_{i1}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ).

Эксперименты проводились в течение 1962—1964 гг. под руководством автора статьи. В течение 1962—1963 гг. Е. П. Лебедев разработал и испытал в лаборатории ряд образцов одноканальных ( $m = 1$ ) и двухканальных ( $m = 2$ ) квадратурных корреляционных автокомпенсаторов. К 1964 г. в размещенную под Харьковом РЛС П—12 им были встроены две слабо направленные (по сравнению с основной) компенсационные антенны и двухканальный квадратурный автокомпенсатор. К марту 1964 г. был закончен летний эксперимент по автокомпенсации интенсивных помех, поступавших во вращающуюся основную антенну РЛС по боковым лепесткам ее характеристики направленности от двух наземных источников. Вне существенно суживших секторов эффективного подавления, ориентированных на источники помех, экран индикатора кругового обзора существенно расширился даже в отсутствие шумовой автоматической регулировки усиления приемника (ШАРУ). На расширенной части экрана наблюдались отметки от реальных воздушных целей [31]. Описываемый эксперимент был продолжен Г. А. Костыным с целью автокомпенсации регулярно поляризованных помех, отличающихся произвольным образом от принимаемого сигнала по поляризации. Для этого в РЛС был введен компенсационный антенный канал с ортогональной по отношению к основной антенне поляризацией. Принятые основной антенной колебания подавались на основной вход, а колебания, принятые компенсационной антенной, — на вспомогательный (компенсационный) вход квадратурного автокомпенсатора. Адаптация приема по отношению к помехе позволила наблюдать сигналы, приходящие с того же направления, что и помехи. В развитие результатов экспериментов в теоретическом плане были обоснованы возможности поляризационно-угловой селекции [31].

Одновременно рассматривались возможности углочастотного разрешения при неэффективных порознь угловом и частотном разрешениях. Так, автором совместно с Е. П. Лебедевым была показана возможность автокомпенсационной защиты линий радиосвязи от помех с шириной спектра большей ширины спектра сигнала, путем предотвращения попадания сигнала (и части спектра помехи) в цепь корреляционной обратной связи. Это направление получило развитие в харьковских работах Э. Ш. Гойхмана и Ю. И. Лосева и известное оформление в монографии Ю. И. Лосева и др. [59].

В 1965 г. В. В. Фединин (г. Харьков), тогда еще учащийся вуза, и И. Г. Крылов (г. Горький) независимо предложили гетеродинный автокомпенсатор, работающий по алгоритму квадратурного. Отличие состояло

в реализации операции умножения путем гетеродинирования и операции интегрирования путем узкополосной фильтрации на высокой промежуточной частоте, в обоих случаях без введения квадратурных каналов. Объем аппаратуры в тот период заметно сокращался, хотя несколько затруднялось устойчивое интегрирование. Результаты летных экспериментов с квадратурными компенсаторами можно было распространять на гетеродинные.

Несколько позже, в 1967 г. в США была опубликована теоретическая работа Уидроу и др. [32], относящаяся к антенным решеткам. Она опиралась на патент Хауэлса, выданный на многоканальный гетеродинный автокомпенсатор и опубликованный в 1965 г. В [32] отмечалась также возможность перехода от гетеродинной к квадратурной автокомпенсации. Вслед за опубликованием [32] началась широкая публикация теоретических работ по указанной тематике. Экспериментальные результаты Хауэлса были опубликованы только в 1976 г. [33].

#### 4. Начало работ по сверхширокополосной локации и быстрому спектральному анализу

Расширение спектра частот зондирующих сигналов на один-два порядка по отношению к наиболее распространенным позволяет значительно повысить разрешающую способность по дальности и точность ее измерения при сохранении согласованной обработки. Первый натурный эксперимент по локации самолетов с использованием "сверхширокополосных" ЛЧМ радиоимпульсов [34] проводился в 1962—1964 гг. под Харьковом на основе десятисантиметрового высотомера ПРВ—10 под руководством автора статьи. Уникальный для того времени фильтр сжатия ЛЧМ импульсов длительностью  $T_{\mu} = 2$  мкс с полосой частот  $\Delta f = 72$  МГц (ФАЦ) был разработан в 1960—1961 гг. В. Б. Алмазовым и Д. А. Цурским, тогда еще учащимся вуза. Передатчик был создан Н. Д. Колпаковым и др. на основе ЛОВ типа  $M$ . Широкополосное приемо-индикаторное устройство было разработано Д. К. Привозновым и А. С. Челпановым. Эксперимент проводился под Харьковом В. И. Гомозовым. Самолеты наблюдались на дальностях до 110 км. Фактическое разрешение по дальности в режиме автозахвата (на дальностях до 65 км) составило 3,0...4,5 м, что обеспечивало разрешение элементов воздушных целей и позволяло наблюдать их дальностные портреты.

Появление фильтров сжатия позволило, в свою очередь, по-новому подойти к проблеме аналогового спектрального анализа. В известном труде А. А. Харкевича [35] были описаны методы последовательного (с поисковым ЛЧМ гетеродином) и параллельного (с многоканальным анализатором) спектрального анализа. Параллельный анализ усложнял аппаратуру.

Последовательный анализ не позволял совместить высокую скорость поиска с высокими чувствительностью и разрешающей способности по частоте. Последнее определялось появлением при поиске частотной модуляции разрешаемых гармоник. Она учитывалась только путем расширения полосы пропускания по промежуточной частоте, т. е. неадекватно. Нами (совместно с дипломантами В. М. Ганиным и Ф. А. Шаповаловым) во второй половине 1961 г. было предложено устранить эту неадекватность путем включения фильтра сжатия, согласованного со скоростью поиска по частоте [36]. Эксперименты проводились во второй половине 1961 г. и в первой половине 1962 г. с использованием различных фильтров сжатия, в том числе и упомянутого фильтра ФАЦ. Время просмотра полосы частот спектра 700 МГц сократилось в последнем случае до 20 мкс при разрешающей способности по частоте 1 МГц [34].

Результаты работы по спектральному анализу оказалось возможным применить для обработки локационных сверхширокополосных сигналов. В перспективе расширения их полосы частот можно было бы использовать метод полной частотной демодуляции (в стробе) с последующим спектральным анализом. Серьезным недостатком такого решения была многоканальность известных ранее спектроанализаторов частот дальности. Многоканальный спектроанализатор можно было заменить теперь одноканальным с поиском гетеродином и фильтром сжатия. Более того, у нас (совместно с В. Н. Голиковым) возникла естественная мысль о том, что два последовательно включенных гетеродина (демодулирующий и поисковый) можно заменить одним, обеспечивающим частичную демодуляцию ЛЧМ колебаний. Это привело к появлению метода частичной частотной демодуляции и сжатия демодулированного колебания в фильтре, более узкополосном, чем зондирующий сигнал. Указанный метод позволил В. Н. Голикову провести уникальный для того времени (1962—1963 гг.) лабораторный эксперимент локации со сжатием при полосах частот зондирующих ЛЧМ радиоимпульсов 600—700 МГц и их длительности  $\tau_{\text{к}} = 2$  мкс. В качестве “узкополосного” использовался фильтр сжатия ФАЦ с полосой частот 72 МГц. Наблюдение отраженных сигналов проводилось в стробе широкополосного осциллографа в растянутом (в связи с описанными операциями) в 9—10 раз масштабе времени. Разрешающая способность по дальности составила 5 дм.

С течением времени стали поступать сведения об аналогичных работах, проводившихся в США. Данные об аналогичном нашему (1962—1964 натурном эксперименте широкополосной радиолокации самолетов ( $\Delta = 150$  МГц,  $\tau_{\text{к}} = 1$  мкс, произведение  $\Delta = 150$ , примерно такие же как в нашем эксперименте) были опубликованы Бромлеем и Коллоном в 1967 г. [36]. Метод спектрального анализа со сжатием был описан Мюллером

и Гудвином в 1962 г. и опубликован в переводе в 1963 г. [37]. Метод обработки сверхширокополосных ЛЧМ сигналов с частичной частотной демодуляцией и сжатием (но уже в связи с настройкой мощных РЛС с полосами частот 250 и 500 МГц) был опубликован Меджио и Кристенсеном в 1971 г. [38].

## 5. Разрешение и сверхразрешение на цифровой элементной базе

Стремительное совершенствование цифровой элементной базы приводит к переводу на нее значительного числа трактов радиоустройств. Так, устройства формирования ЧМ и фазоманипулированных сигналов, устройства их сжатия и корреляционно-фильтровой обработки становятся все в большей степени цифровыми. В меньшей степени это касается, по-видимому, устройств быстрого спектрального анализа в очень широкой полосе частот, для которых разработаны сверхширокополосные твердотельные фильтры сжатия.

Устройства корреляционной автокомпенсации помех также переводятся во многих случаях на цифровую базу. Пространственная дискретизация, связанная с введением антенных решеток, удачно сочетается в них с временной дискретизацией. Повышается в ряде случаев быстродействие компенсационных устройств за счет известного их усложнения — перехода от оценивания векторных величин к оцениванию и обращению корреляционных матриц помех (см., например [40]). Решения реализуют в факторизованной тем или иным образом форме. Так, модифицированные процедуры Грама-Шмидта [41] обеспечивают наряду с высоким быстродействием повышенную численную устойчивость. С ними успешно конкурируют в этой части существенно развитые в Харькове под руководством Д. И. Леховицкого методы адаптивной решетчатой фильтрации [42—45], позволяющие единообразно учитывать как общие, так и специфические особенности конкретных систем пространственно-временной обработки.

В связи с появлением быстродействующих цифровых элементов наряду с частичной стала использоваться полная частотная демодуляция отраженных сверхширокополосных ЛЧМ сигналов в сочетании с цифровым спектральным анализом.

Инверсный (т. е. осуществляемый за счет движения наблюдаемого, а не наблюдающего объекта) синтез апертуры позволил, в сочетании со сверхширокополосным зондированием, получать двумерные радиолокационные изображения воздушных объектов, хотя и на небольших дальностях [46—48].

Описываемые здесь результаты по сверхширокополосной локации связаны в более общем плане с проблемой распознавания (классификации) локационных объектов [49—50]. В этой связи вызывают интерес цифровое и ультразвуковое моделирование вторичного излучения распознаваемых объектов при сверхширокополосном и узкополосном зондированиях, построение алгоритмов распознавания на основе траекторной и различного рода сигнальной информации, оценка качества получаемой при этом информации. Некоторые последние результаты работы харьковских специалистов в этой области отражены в материалах [51—54].

Бурно развиваются за последнее время методы цифрового спектрального анализа. Измерение угловых координат и разрешение по угловым координатам часто сводят к соответствующим результатам спектрального анализа колебаний, снимаемых с дискретизированной апертуры. Методы цифрового анализа спектров напряжений ДПФ, БПФ Кули-Тьюки, БПФ Винограда дополняются при этом методами анализа спектров мощностей Берга, Кейпона, Борджоти-Лагунаса, теплового шума, “Мьюзик” и др. [55—56]. Наряду с релеевским разрешением обеспечивают при этом сверхрелеевское, связанное с введением определенных априорных моделей сигнала и других априорных предположений. К сожалению, неадекватность априорных предположений, отрыв от локационных критериев оптимизации (условных вероятностей ложной тревоги  $F$  и правильного обнаружения  $\mathcal{D}$ ) и оценок потенциальных возможностей [9—15, 17—19] приводят зачастую к ложным спектральным выбросам. Чрезмерная ортогонализация обработки в таких алгоритмах как “Мьюзик” (сравните с обсуждением формулы (1)) оправдана только при очень сильных по отношению к шуму сигналах. Все это свидетельствует о целесообразности совершенствования цифровых алгоритмов сверхразрешения с целью приближения результатов обработки к потенциально достижимым [9—15, 17—19]. Работа в этом направлении ведется в Харькове Д. И. Леховицким, к ее началу можно отнести публикацию [57].

К числу важных направлений совершенствования систем углового разрешения и сверхразрешения, адаптивных к помеховой обстановке, относятся учет влияния нестабильностей их элементов, обеспечение робастности и адаптации по отношению к нестабильностям. Интересные работы в этом направлении проводятся в Харькове под руководством В. Р. Хачатурова [58].

Многие направления современных теорий и техники разрешения и сверхразрешения, начало которых связано с харьковскими исследованиями тридцати-сорокалетней давности, получили к настоящему времени интенсивное развитие.

Л и т е р а т у р а : 1. *Стретт Дж. (Рэлей)*. Волновая теория света. — М. — Л., ГТТИ, 1940. 2. Радиолокационная техника: В 2-х т. — М.: Сов. радио, 1949. 3. *Горелик Г. С.* О применении модуляционного метода в оптической интерферометрии // Докл. АН СССР, 1952. — Т. 83. — № 4. 4. *Helstrom K.* Resolution of Signals in White Gaussian Noise. // Proc. IRE, 1955. — Vol. 43. — N 9. 5. *Раутиан С. Г.* Реальные спектральные приборы // Успехи физических наук, —1958. — Т. 66. — № 3. 6. *Ширман Я. Д.*: а) Импульсный радиолокатор. А. с. № 152487 по заявке от 21.11.55; б) Устройство для выделения импульсных сигналов. А. с. № 149134 по заявке от 24.12.55 // Бюл. изобретений. — 1963. — № 1 и 20. 7. *Урковитц Г.* Фильтры для детектирования слабых радиолокационных сигналов в мешающих отражениях (1953) // Вопр. радиолокационной техники. — 1954. — № 2. 8. *Вудворд Ф. М.* Теория вероятностей и теория информации с применениями в радиолокации (1953). — М.: Сов. радио, 1955. 9. *Ширман Я. Д.* Теория обнаружения полезного сигнала на фоне гауссовских шумов и произвольного числа мешающих сигналов со случайными амплитудами и начальными фазами // Радиотехника и электроника. — 1959. — Т. 4. — № 12. 10. *Ширман Я. Д.* Статистический анализ оптимального разрешения // Радиотехника и электроника. — 1961. — Т. 6. — № 8. 11. *Nilsson N.* On The Optimum Range Resolution of Radar Signals in Noise. — IRE Trans., — 1961. — Vol. IT — 7. — N 4. 12. *Рут.* Разрешение близлежащих целей (1962) // Зарубежная радиоэлектроника. — 1963. — № 6. 13. *Курикса А. А.* Об оптимальном использовании пространственно-временных сигналов // Радиотехника и электроника. — 1963. — Т. 8. — № 4. 14. *Ширман Я. Д., Голиков В. Н.* Основы теории обнаружения радиолокационных сигналов и измерения их параметров. — М.: Сов. радио, 1963. 15. Вопросы статистической теории радиолокации: В 2 т. / Под ред. Г. П. Тартаковского. — М.: Сов. радио, 1963—1964. 16. *Ksiensky A., Mc. Ghee R.* Radar Signal Processing for Angular Resolution beyond Rayleigh Limit. — Radio and Electr. Eng., 1967. — Vol. 34. — N 3. 17. *Кузь Н. Я.* Об энергетических соотношениях при оптимальном пространственном разрешении точечных объектов // Радиотехника и электроника. — 1968. — Т. 13. — № 3. 18. *Большаков И. А.* Статистические проблемы выделения потока сигналов из шума. — М.: Сов. радио, 1969. 19. *Ширман Я. Д.* Разрешение и сжатие сигналов. — М.: Сов. радио, 1974. 20. *Herman G., Kelley I.* Enhanced Resolution in Simple Radars. — IEEE Trans., 1989.-Vol. AES — 25. — № 1. 21. *Ширман Я. Д.* Метод когерентного сложения нескольких принятых после отражения от цели импульсных сигналов и устройство для его осуществления, А. с. № 149134 по заявке от 24.12.55 // Бюл. изобретений. — 1963. — № 20. 22. *Ширман Я. Д.* Способ повышения разрешающей способности радиолокационных станций

и устройство для его осуществления. А. с. № 146803 по заявке от 25.07.56 // Бюл. изобретений. — 1962. — № 9. 23. *Ширман Я. Д.* О первых отечественных исследованиях эффекта укорочения (сжатия) радиоимпульсов // Радиотехника. — 1970. — Т. 25. — № 7. 24. *Ширман Я. Д.* и др. Первые опыты радиолокации с использованием эффекта сжатия импульсов в оптимальном фильтре // Радиотехника. — 1970. — Т. — 25. — № 4. 25. *Krönert R/ Impulsverdichtung.* — Nachrichtentechnik. — 1957. — Vol. 7. — N 4, 7. 26. *Кук.* Повышение эффективности радиолокационных устройств за счет сжатия импульсов (1960) // Зарубежная радиоэлектроника. — 1961. — № 1. 27. *Клаудер* и др. Теория и расчет импульсных радиолокационных станций с частотной модуляцией (1960) // Зарубежная радиоэлектроника. — 1961. — № 1. 28. *Cook C., Sibert W.* The Early History of Pulse Compression Radar. — IEEE Trans. on Aerosp. and El. Syst. — 1988. — Vol. 24. — N 6. 29. *Ширман Я. Д., Красногоров С. И.* Способ автоматической регулировки амплитуды и фазы компенсирующего сигнала в радиоприемных устройствах с подавлением коррелированных помех двухканальным компенсационным методом. А. с. № 296267 по заявке от 27.01.62 // Бюл. изобретений. — 1988. — № 2. 30. *Ширман Я. Д., Красногоров С. И.* Способ компенсации коррелированных помех и автоматической ориентации нулей диаграммы направленности на источники помех. А. с. № 324956 по заявке от 02.03.63 // Бюл. изобретений. — 1988. — № 33. 31. *Ширман Я. Д.,* и др. Первые отечественные исследования адаптации антенных систем к мешающим воздействиям // Радиотехника. — 1989. — № 11. 32. *Уидроу, Мантей, Гриффитс, Гуд.* Адаптивные антенные решетки // ТИИЭР. — 1967. — Т. 55. — № 12. 33. *Howells P.* Explorations on fixed and adaptive resolution at GE and SURC. — IEEE Trans., — 1976. — Vol. AP — 24. — N 4. 34. *Ширман Я. Д.* и др. О первых отечественных исследованиях по широкополосной локации // Радиотехника и электроника. — 1991. — Т. 36. — № 1. 35. *Харкевич А. А.* Спектры и анализ. — М.: ГИИТЛ, 1953. 36. *Гания В. М., Шаповалов Ф. А., Ширман Я. Д.* Радиоприемное устройство станции разведки. А. с. № 347004 по заявке от 30.12.61 // Бюл. изобретений. — 1988. — № 3. 37. *Бромлей, Коллэн.* Применение волноводной дисперсионной линии в системе сжатия частотно-модулированных импульсов (1967) // Зарубежная радиоэлектроника. — 1969. — № 2. 38. *Мюллер, Гудвин.* Широкополосный приемник со сжатием импульсов для разведки частоты в сантиметровом диапазоне (1962) // Зарубежная радиоэлектроника. — 1963. — № 6. 39. *Мэджио и Кристенсен.* Настройка и эксплуатация широкополосных РЛС (1971) // Экспресс-информ.: Радиолокация, телевидение, радиосвязь. — 1972. — № 5. 40. *Ширман Я. Д., Манжос В. Н.* Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. — М.: Радио и связь, 1981.

41. Журавлев А. К., Лукошкин А. П., Поддубный С. С. Обработка сигналов в адаптивных антенных решетках. — Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1983.
42. Леховицкий Д. И., Зарицкий В. И. и др. Методы адаптивной решетчатой фильтрации в задачах пространственно-временной обработки. — М.: Препринт РТИ им. акад. А. Л. Минца, 1987. — № 8610.
43. Кузин С. С., Леховицкий Д. И. Новая структура решетчатого фильтра и адаптивный алгоритм оценки его параметров // Радиотехника. — 1989. — № 6.
44. Леховицкий Д. И. Обобщенный алгоритм Левинсона и универсальные решетчатые фильтры // Известия вузов: Сер. Радиофизика. — 1992. — № 9—10.
45. Леховицкий Д. И. и др. Универсальные адаптивные решетчатые фильтры // Известия вузов: Сер. Радиофизика. — 1992. — № 3-4., № 11-12.
46. Whener D. High Resolution Radar. — Norwood, Artech House, 1987.
47. Стайберг Б. Д. Формирование радиоэлектронного изображения в диапазоне СВЧ // ТИИЭР. — 1988. — Т. 76. — № 12.
48. Лещенко С. П., Горшков С. А., Ширман Я. Д. Принцип получения двумерных радиолокационных изображений при недостаточном азимутальном разрешении // Радиотехника и электроника, 1991.
49. Селекция и распознавание на основе локационной информации / Под ред. А. Л. Горелика. — М.: Радио и связь, 1990.
50. Омельченко В. А. Основы спектральной теории распознавания сигналов. — Харьков. Выща шк. Изд-во при Харьк. ун-те. — 1983.
51. Ширман Я. Д., Горшков С. А. Проблемы радиолокационного распознавания / Труды Междунар. конф. “Современная радиолокация”, — Киев, 1994. — Вып. 1.
52. Ширман Я. Д. и др. Радиолокационное распознавание. — Харьков: ХВУ, 1994.
53. Шапиро А. А. и др. / Тез. докл. Междунар. конф. “Современная радиолокация”. — Киев, 1994.
54. Сухаревский О. И. Расчет импульсных характеристик методом физической оптики (двухпозиционный случай) // Радиотехника. — Вып. 102 (в печати).
55. Спектральное оценивание // ТИИЭР. — 1982. — Т. 70. — № 9 (специальный выпуск).
56. Марпл.-мл. Цифровой спектральный анализ и его приложения. — М.: Мир, 1990.
57. Леховицкий Д. И., Флексер П. М. Статистический анализ разрешающей способности квазигармонического спектрального оценивания методом Кейнона / Труды Междунар. конф. “Современная радиолокация”. — Киев, 1994. — Вып. 1.
58. Хачатуров В. Р. и др. Обработка сигналов в адаптивных антенных решетках при амплитудно-фазовых нестабильностях трактов приема / Тез. докл. Междунар. конф. “Современная радиолокация”. — Киев, 1994.
59. Адаптивная компенсация помех в каналах связи / Под ред. Ю. И. Лосева. — М.: Радио и связь, 1988.

Д. И. Леховицкий

## К ТЕОРИИ АДАПТИВНОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В СИСТЕМАХ С ЦЕНТРАЛЬНОЙ СИММЕТРИЕЙ КАНАЛОВ ПРИЕМА

*Вводится совместное распределение элементов максимально правдоподобной оценки персимметричной корреляционной матрицы многомерного гауссовского процесса. Обсуждаются некоторые свойства полученного распределения и его связь с известным распределением Уишарта. Приводятся примеры использования для решения задач адаптивной обработки сигналов в системах с центральной симметрией пространственно-временных каналов приема.*

### 1. Введение

В многомерном статистическом анализе случайных процессов и полей важнейшую роль играет распределение Уишарта, описывающее распределение максимально правдоподобной (МП) оценки корреляционной матрицы (КМ) выборки из многомерного нормального распределения [1—3]. На основе этой оценки могут строиться, в частности, эффективные адаптивные системы пространственной и (или) временной обработки сигналов на фоне гауссовских помех различной природы [9—12].

В теоретических и практических задачах используются распределения Уишарта как действительных симметричных [1—5], так и комплексных эрмитовых [6—10] положительно определенных оценочных КМ общего вида соответствующих системам с произвольным расположением в общем случае различных каналов приема. В то же время для широкого класса систем обработки достаточно характерно построение, при котором (априори неизвестная) КМ обладает дополнительной спецификой структуры, создающей предпосылки для повышения эффективности обработки из-за уменьшения размерности вектора параметров, подлежащего оцениванию в процессе адаптации [13, 14].

Так, в адаптивных антенных решетках (АР) зачастую используется центрально-симметричное расположение в пространстве попарно одинаковых приемных элементов (модулей). В этом случае КМ выходных сигналов АР, принимаемых от точечных внешних источников шумовых излучений, является не только эрмитовой, но и персимметричной (симметричной относительно побочной диагонали) [15—22]. В импульсных РЛС такой же спе-

цифрой может обладать КМ междупериодных флюктуаций отражений на выходах временных каналов приема системы СДЦ. Частным случаем персимметричных являются блочно-теплицевы и теплицевы КМ, характерные для систем с регулярным расположением идентичных каналов приема [17].

В связи с этим для решения теоретических и практических задач адаптивной обработки, как и широкого круга других задач многомерного статистического анализа [2, 3, 23], важное значение приобретают распределения МП оценок действительных и комплексных персимметричных КМ, отсутствующие в литературе. Их получение составляет основную цель данной работы.

## 2. Некоторые свойства персимметричных корреляционных матриц

А. Действительная  $M \times M$  матрица  $D = \{d_{i\ell}\}_{i,\ell=1}^M$  является персимметричной, если она совпадает с матрицей, полученной после поворота  $D$  относительно побочной диагонали, то есть при выполнении равенств

$$D = \Pi_M D^T \Pi_M, \quad d_{i\ell} = d_{M+1-\ell, M+1-i}, \quad i, \ell \in \{1, M\}, \quad (1)$$

представляющих собой математическое определение персимметрии.

Если в роли  $D$  выступает корреляционная (симметричная) матрица, то справедливы дополнительные равенства

$$D = \Pi_M D^T \Pi_M = \Pi_M D \Pi_M = D^T, \quad (2)$$

$$d_{i\ell} = d_{M+1-\ell, M+1-i} = d_{M+1-i, M+1-\ell} = d_{\ell i}, \quad i, \ell \in \{1, M\}.$$

Здесь и далее  $T$  — символ транспонирования,

$$\Pi_\nu = \sum_{i=1}^{\nu} e_i e_{M+1-i}^T = \Pi_\nu^T, \quad \Pi_\nu \Pi_\nu^T = I_\nu, \quad \Pi_\nu = \Pi_\nu^T \quad (3)$$

$\nu \times \nu$  — ортогональная симметричная матрица перестановок с единицами на побочной диагонали,  $e_i$  —  $i$ -й ( $i \in \{1, \nu\}$ ) — столбец единичной  $\nu \times \nu$  матрицы  $I_\nu$ .

При четных  $M=2L$  матрица  $D$ , (2) допускает блочное представление

$$D = \left| \begin{array}{c|c} D_{11} & D_{12} \\ \hline \Pi_L D_{12} \Pi_L & \Pi_L D_{11} \Pi_L \end{array} \right|, \quad \begin{aligned} D_{11} &= D_{11}^T, \\ D_{12} &= \Pi_L D_{12}^T \Pi_L, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $D_{11} = \{d_{i\ell}\} (i, \ell \in 1, L)$  и  $D_{12} = \{d_{i\ell}\} (i \in 1, L; \ell \in L+1, M)$  — соответствующие  $L \times L$  блоки матрицы  $D$ .

Введем  $2\nu \times 2\nu$  матрицу  $S_\nu = \{s_{i\ell}\}_{i, \ell=1}^{2\nu}$  вида

$$S_\nu = \frac{1}{\sqrt{2}} (I_{2\nu} + J_{2\nu} \Pi_{2\nu}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{vmatrix} I_\nu & \Pi_\nu \\ -\Pi_\nu & I_\nu \end{vmatrix}, \quad J_{2\nu} = \begin{vmatrix} I_\nu & 0 \\ 0 & -I_\nu \end{vmatrix} \quad (5)$$

с легко проверяемыми свойствами:

$$S_\nu S_\nu^T = I_{2\nu}, \quad S_\nu \Pi_{2\nu} = J_{2\nu} S_\nu, \quad J_{2\nu} \Pi_{2\nu} = -\Pi_{2\nu} J_{2\nu}. \quad (6)$$

С ее помощью матрица  $D$  (4) может быть преобразована в блочно-диагональную матрицу

$$D_\nu = S_L D S_L^T = \begin{vmatrix} D_\Sigma & 0 \\ 0 & \Pi_L D_0 \Pi_L \end{vmatrix}, \quad \begin{aligned} D_\Sigma &= D_{11} + D_{12} \Pi_L, \\ D_0 &= D_{11} - D_{12} \Pi_L, \end{aligned} \quad (7)$$

с детерминантом

$$\det D_\nu = |D_\nu| = |D_\Sigma| |\Pi_L D_0 \Pi_L| = |D_\Sigma| |D_0| = |D|, \quad (8)$$

совпадающим с детерминантом  $|D|$  исходной матрицы

$$D = S_L^T D_\nu S_L \quad (9)$$

в силу ортогональности (6) матрицы  $S_L$  (5).

Б. Комплексная  $M \times M$  матрица  $C = \{c_{i\ell}\}_{i, \ell=1}^M = C' + jC''$  является персимметричной, если выполняются равенства

$$C = \Pi_M C^T \Pi_M, \quad C' = \Pi_M C'^T \Pi_M, \quad C'' = \Pi_M C''^T \Pi_M. \quad (10)$$

Если в роли  $C$  выступает корреляционная (эрмитова) матрица, то справедливы дополнительные равенства

$$\begin{aligned} C &= \Pi_M C^T \Pi_M = \Pi_M \tilde{C} \Pi_M = C^*, \quad C^T = \tilde{C}, \\ C' &= \Pi_M C'^T \Pi_M = \Pi_M C' \Pi_M = C'^T, \\ C'' &= \Pi_M C''^T \Pi_M = -\Pi_M C'' \Pi_M = -C''^T. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь  $(\sim)$  и  $(*)$  — символы, соответственно, комплексного сопряжения и эрмитового сопряжения (комплексного сопряжения и транспонирования).

Введем  $M \times M$  матрицу [18, 22]

$$T = \{t_{i\ell}\}_{i, \ell=1}^M = \frac{1}{\sqrt{2}} (I_M - j\Pi_M) \quad (12)$$

со свойствами

$$T = T^T = \Pi_M T \Pi_M = -j T^* \Pi_M = -j \Pi_M T^*, \quad T T^* = I_M. \quad (13)$$

С ее помощью эрмитова персимметричная матрица  $C$  (11) преобразуется в действительную симметричную  $M \times M$  матрицу

$$C_D = T C T^* = C_D^T = C' + C''^T \Pi_M \quad (14)$$

с детерминантом

$$|C_D| = |C' + C''^T \Pi_M| = |C|, \quad (15)$$

совпадающим с детерминантом  $|C|$  исходной матрицы

$$C = T^* C_D T \quad (16)$$

в силу унитарности (13) преобразующей матрицы  $T$  (12).

### 3. Плотность распределения МП оценки действительной персимметричной корреляционной матрицы

Пусть случайные действительные гауссовские (нормальные)  $M$ -мерные векторы  $Y_i = \{y_{\ell}^{(i)}\}_{\ell=1}^M$   $K$ -мерной выборки  $Y = \{Y_i\}_{i=1}^K$  взаимно независимы, имеют нулевое среднее и одинаковую неотрицательно определенную  $M \times M$  КМ  $D$ , то есть

$$Y = \{Y_i\}_{i=1}^K, \quad Y_i = N(0, D), \quad \bar{Y}_i = 0, \quad \overline{Y_i Y_{\ell}^T} = D \delta(i-\ell), \quad i, \ell \in 1, K, \quad (17)$$

где  $\delta(x)$  — символ Кронекера, черта сверху — знак статистического усреднения.

Совместное распределение  $\rho(Y)$  элементов выборки  $Y$  в этом случае равно [3, 5, 12]

$$\rho(Y) = (2\pi)^{-\frac{KM}{2}} |D|^{-\frac{K}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \text{tr} (D^{-1} A) \right\}, \quad (18)$$

где  $\text{tr} \Phi$  — след (сумма диагональных элементов) матрицы  $\Phi$ ,

$$A = \{a_{i\ell}\}_{i,\ell=1}^M = \sum_{i=1}^K Y_i Y_i^T = Y Y^T = A^T = K \hat{D} \quad (19)$$

$M \times M$ , выборочная (случайная)  $KM$ . В условиях (17), (18) матрица  $\hat{D} = K^{-1} A$  является МП оценкой действительной  $KM$   $D$  общего вида [11—14], а матрица  $A$  “имеет распределение Уишарта  $W_M^{(A)}(A, K, D)$  с  $K$  степенями свободы и параметрической матрицей  $D$  [5]” вида [2—5]:

$$\rho(A) = W_M^{(A)}(A, K, D) = F_M^{(A)}(A, K, D) / f_M^{(A)}(K, D), \quad (20a)$$

$$F_M^{(A)}(A, K, D) = |A|^{\frac{K-M-1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \text{tr} (D^{-1} A) \right\}, \quad (20b)$$

$$f_M^{(A)}(K, D) = 2^{\frac{KM}{2}} \pi^{\frac{M(M-1)}{4}} |D|^{\frac{K}{2}} \prod_{i=1}^M \Gamma \left( \frac{K+1-i}{2} \right), \quad K \geq M, \quad (20b)$$

где  $\Gamma(x)$  — гамма-функция, для целых  $x = n \geq 1$  равная  $(n-1)!$ .

Под распределением случайной матрицы понимается совместное распределение определяющих ее различных случайных элементов [3—10]. Тем самым (20) представляет собой “экономную” запись неотрицательной функции  $M(M+1)/2$  скалярных переменных

$$\rho(A) = \rho \{ a_{i\ell} \}, \quad i \in 1, M; \quad \ell \in i, M,$$

в роли которых выступают действительные диагональные и наддиагональные

элементы симметричной случайной матрицы  $A(19)$ , полностью ее определяющие.

Если  $KM D$  персимметрична, то в условиях (17) ее МП оценка может быть записана в виде

$$\hat{D}_n = \frac{1}{K} A_n, \quad A_n = \frac{1}{2} (Y Y^T + \Pi_M Y Y^T \Pi_M). \quad (21)^*$$

Решаемая в данном пункте задача заключается в отыскании плотности распределения матрицы  $A_n$ .

Эта матрица как сумма двух симметричных матриц, каждая из которых есть результат поворота другой относительно побочной диагонали, также симметрична и персимметрична, что сразу следует и из определения (2). В случае четных  $M=2L$  (которым мы здесь ограничиваемся для упрощения обозначений) она определяется  $L(L+1)$  случайными параметрами — своими элементами  $a_{i\ell}$  при  $i \in \{1, L\}$  и  $\ell \in \{i, M+1-i\}$ .

Из сравнения (21) с (19) следует, что первое слагаемое матрицы  $A_n$  имеет распределение Уишарта (20) с параметрической матрицей  $D/2$ . Такое же распределение имеет и второе слагаемое, поскольку в условиях (2) векторы  $\Pi_M Y_i$ ,  $i \in \{1, K\}$  “перевернутой” выборки  $\Pi_M Y$  имеют те же свойства (17), что и исходные векторы  $Y_i$ . Если бы эти слагаемые были взаимно независимы, их сумма имела бы распределение Уишарта вида (20) с  $2 \times K$  степенями свободы и матрицей  $D/2 [3, 4, 5]$ . Однако для слагаемых матрицы  $A_n$  (21) это условие не выполняется, поэтому ее распределение должно быть другим.

Для его отыскания разобьем исходную  $2L \times K$  матрицу-выборку  $Y = \{Y_i\}_{i=1}^K = \{y_{\ell}^{(i)}\}_{\ell=1}^{2L}$  на  $L \times K$  “верхний”  $Y_B$  и “нижний”  $Y_H$  блоки, так что

$$Y = \begin{Bmatrix} Y_B \\ Y_H \end{Bmatrix}, \quad Y_B = \{Y_{Bi}\}_{i=1}^K, \quad Y_{Bi} = \{y_{\ell}^{(i)}\}_{\ell=1}^L, \\ Y_H = \{Y_{Hi}\}_{i=1}^K, \quad Y_{Hi} = \{y_{\ell}^{(i)}\}_{\ell=L+1}^{2L}. \quad (22)$$

Введем преобразованную с помощью матрицы  $S_L(5)$  выборку

\* Из-за ограниченности объема опускаем вывод формулы (21), которая может быть легко получена по методике, использованной в [15, 16] при выводе МП оценки эрмитовой персимметричной КМ.

$$V = \{V_i\}_{i=1}^K = S_L Y = \begin{cases} V_\Sigma \\ V_\Delta \end{cases}, \quad V_\Sigma = \{V_{\Sigma i}\}_{i=1}^K = (Y_B + \Pi_L Y_H) / \sqrt{2}, \quad (23)$$

$$V_\Delta = \{V_{\Delta i}\}_{i=1}^K = (Y_H - \Pi_L Y_B) / \sqrt{2},$$

позволяющую переписать (21) с учетом (6) в виде

$$A_\Pi = \frac{1}{2} (S_L^T V V^T S_L + \Pi_{2L} S_L^T V V^T S_L \Pi_{2L}) = \frac{1}{2} S_L^T (V V^T + J_{2L} V V^T J_{2L}) S_L.$$

Легко убедиться, что в силу специфики матрицы  $J_{2L}$  (5) слагаемые в скобках последнего равенства имеют одинаковые  $L \times L$  диагональные и противоположные по знаку  $L \times L$  внедиагональные блоки. Поэтому

$$A_\Pi = S_L^T B_V S_L, \quad B_V = \{b_{i\ell}\}_{i,\ell=1}^{2L} = \begin{vmatrix} B_\Sigma & 0 \\ 0 & B_\Delta \end{vmatrix} = S_L A_\Pi S_L^T, \quad (24a)$$

$$|B_V| = |B_\Sigma| |B_\Delta| = |A_\Pi|, \quad (24b)$$

а  $L \times L$  диагональные блоки  $B_\Sigma$  и  $B_\Delta$  равны:

$$B_\Sigma = \{b_{i\ell}^{(\Sigma)}\}_{i,\ell=1}^L = V_\Sigma V_\Sigma^T, \quad B_\Delta = \{b_{i\ell}^{(\Delta)}\}_{i,\ell=1}^L = V_\Delta V_\Delta^T. \quad (25)$$

Взаимосвязи (24) позволяют свести решаемую задачу к отысканию распределения матрицы  $B_V$ . Заметим вначале, что в силу ортогональности матрицы  $S_L$  якобиан преобразования  $Y = S_L^T V$  равен единице и, следовательно, плотность  $p(V)$  преобразованной выборки  $V$  (23) в условиях (18) равна

$$p(V) = (2\pi)^{-\kappa L} |\Delta|^{-\frac{\kappa}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \text{tr}(\Delta^{-1} S_L^T V V^T S_L)\right\}.$$

Используя известное свойство следа произведения  $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$  и учитывая (7), (8), последнее равенство можно переписать в виде

$$p(V) = (2\pi)^{-\kappa L} |\Delta_\Sigma|^{-\frac{\kappa}{2}} |\Pi_L \Delta_\Delta \Pi_L|^{-\frac{\kappa}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \text{tr}(\Delta_V^{-1} V V^T)\right\}.$$

Но, в силу (7), (23) — (25),

$$\text{tr}(\underline{D}_V^{-1} V V^T) = \text{tr}(\underline{D}_\Sigma^{-1} V_\Sigma V_\Sigma^T) + \text{tr}(\Pi_L \underline{D}_\Delta^{-1} \Pi_L V_\Delta V_\Delta^T) = \text{tr}(\underline{D}_V^{-1} B_V), \quad (26a)$$

поэтому

$$\rho(V) = \rho(V_\Sigma) \cdot \rho(V_\Delta), \quad (26b)$$

$$\text{где } \rho(V_\Sigma) = (2\pi)^{-\frac{KL}{2}} |\underline{D}_\Sigma|^{-\frac{K}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \text{tr}(\underline{D}_\Sigma^{-1} V_\Sigma V_\Sigma^T)\right\}, \quad (27a)$$

$$\rho(V_\Delta) = (2\pi)^{-\frac{KL}{2}} |\Pi_L \underline{D}_\Delta \Pi_L|^{-\frac{K}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \text{tr}((\Pi_L \underline{D}_\Delta \Pi_L)^{-1} V_\Delta V_\Delta^T)\right\}. \quad (27b)$$

Поскольку в силу (17), (4) корреляционные матрицы

$$\overline{Y_{B_i} Y_{B_i}^T} = \underline{D}_{11}, \quad \overline{Y_{B_i} Y_{H_i}^T} = \underline{D}_{12}, \quad \overline{Y_{H_i} Y_{B_i}^T} = \Pi_L \underline{D}_{12} \Pi_L, \quad \overline{Y_{H_i} Y_{H_i}^T} = \Pi_L \underline{D}_{11} \Pi_L, \quad i \in 1, K,$$

то, используя определения (23), (22) и (7), нетрудно убедиться в том, что входящие в (27) матрицы  $\underline{D}_\Sigma$  и  $\Pi_L \underline{D}_\Delta \Pi_L$  представляют собой  $KM$

$$\underline{D}_\Sigma = V_{\Sigma i} V_{\Sigma i}^T, \quad \Pi_L \underline{D}_\Delta \Pi_L = V_{\Delta i} V_{\Delta i}^T, \quad i \in 1, K. \quad (28)$$

Тем самым  $K$ -мерные “суммарная”  $V_\Sigma$  и “разностная”  $V_\Delta$  выборки (23) случайных  $L=M/2$ -мерных векторов  $V_{\Sigma i}$  и  $V_{\Delta i}$  ( $i \in 1, K$ ) имеют такие (нормальные) распределения (27), при которых сформированные из них по (25) матрицы  $B_\Sigma$  и  $B_\Delta$  имеют распределения Уишарта с  $K$  степенями свободы и параметрическими матрицами  $\underline{D}_\Sigma$  и  $\Pi_L \underline{D}_\Delta \Pi_L$  соответственно:

$$\rho(B_\Sigma) = W_L^{(A)}(B_\Sigma, K, \underline{D}_\Sigma) \quad (29a), \quad \rho(B_\Delta) = W_L^{(A)}(B_\Delta, K, \Pi_L \underline{D}_\Delta \Pi_L). \quad (29b)$$

Кроме того, в силу следующей из (26) взаимной независимости выборок  $V_\Sigma$  и  $V_\Delta$  матрицы  $B_\Sigma$  и  $B_\Delta$  (25) также взаимно независимы, поэтому их совместная плотность  $\rho(B_\Sigma, B_\Delta) = \rho(B_\Sigma) \cdot \rho(B_\Delta)$ . Перемножая

плотности (29а) и (29б) и учитывая (26), (24), (8), получим плотность  $\rho(B_V)$  матрицы  $B_V$  (24):

$$\rho(B_V) = \frac{|B_V|^{\frac{K-L-1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \text{tr}(D_V^{-1} B_V)\right\}}{2^{KL} \pi^{\frac{L(L-1)}{2}} |D_V|^{\frac{K}{2}} \prod_{i=1}^L \Gamma^2\left(\frac{K+1-i}{2}\right)} \quad (30)$$

Каждая из образующих ее симметричных  $L \times L$  матриц  $B_Z$  и  $B_\Delta$  (25) определяется  $L(L+1)/2$  параметрами, так что число таких параметров в матрице  $B_V$  (24), равно  $L(L+1)$ , в точности совпадает с числом параметров, определяющих матрицу  $A_n$  (21). Поэтому для получения на основе (30) искомой плотности  $\rho(A_n)$  достаточно определить якобиан связывающего  $B_V$  и  $A_n$  преобразования (24).

Используя определение  $S_L$  (5) и (24), легко заметить, что  $b_{ip} = a_{ip} + a_{i, 2L+1-p}$ ,  $b_{2L+1-p, 2L+1-i} = a_{ip} - a_{i, 2L+1-p}$ ,  $i \in \{1, L\}$ ;  $p \in \{i, L\}$ .

Поэтому матрица Якоби преобразования (24) может быть записана

в виде  $I_{L(L+1)/2} \otimes \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$ , где  $\otimes$  — символ кронекеровского произведения, и, следовательно, искомый якобиан равен  $2^{\frac{L(L+1)}{2}}$ .

Заменяя в (30) матрицу  $B_V$  на ее представление (24а) и учитывая (24б), (9), (8), получим

$$\rho(A_n) = \frac{|A_n|^{\frac{K-L-1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \text{tr}(D^{-1} A_n)\right\}}{2^{(K-\frac{L+1}{2})L} \pi^{\frac{L(L-1)}{2}} |D|^{\frac{K}{2}} \prod_{i=1}^L \Gamma^2\left(\frac{K+1-i}{2}\right)}, \quad K \geq L \quad (31)$$

Последняя формула описывает искомую плотность распределения действительной симметричной и персимметричной случайной матрицы  $A_n$  МП оценки  $\hat{D}_n$  (21) действительной персимметричной КМ Д (17), (2) четного порядка  $M = 2L$ .

#### 4. Плотность распределения МП оценки комплексной персимметричной корреляционной матрицы

Пусть случайные комплексные нормальные  $M$ -мерные векторы  $Y_i = \{y_p^{(i)}\}_{p=1}^M = Y_i' + jY_i''$   $K$ -мерной выборки  $Y = \{Y_i\}_{i=1}^K$  взаимно

независимы, имеют нулевое среднее и одинаковую неотрицательно определенную эрмитову  $M \times M$  КМ  $C = \{c_{i\ell}\}_{i,\ell=1}^M = C' + jC''$ , то есть

$$Y = \{Y_i\}_{i=1}^K, Y_i = N_c(0, C), \bar{Y}_i = 0, \overline{Y_i Y_\ell^*} = C \delta(i-\ell), i, \ell \in 1, K. \quad (32a)$$

Это означает [8, 12], что совместно нормальны реальные  $Y_i'$  и мнимые  $Y_i''$  части векторов  $Y_i$  ( $i \in 1, K$ ), то есть нормальны, имеют нулевое среднее и взаимно независимы составленные из них  $2M$ -мерные действительные векторы

$$G_i^T = \{Y_i', Y_i''\}^T = N(0, Q), \bar{G}_i = 0, \overline{G_i G_\ell^T} = Q \delta(i-\ell), i, \ell \in 1, K \quad (32b)$$

с одинаковой  $2M \times 2M$  корреляционной матрицей

$$Q = \overline{G_i G_i^T} = \begin{vmatrix} \overline{Y_i' Y_i'^T} & \overline{Y_i' Y_i''^T} \\ \overline{Y_i'' Y_i'^T} & \overline{Y_i'' Y_i''^T} \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} C' - C'' \\ C'' & C' \end{vmatrix}, i \in 1, K. \quad (32b)$$

Совместное распределение элементов выборки в этом случае равно [8, 10, 12]

$$p(Y) = \pi^{-KM} |C|^{-K} \exp \{-tr(C^{-1} A_c)\}, \quad (33)$$

где

$$A_c = \{a_{i\ell}\}_{i,\ell=1}^M = \sum_{i=1}^K Y_i Y_i^* = Y Y^* = A_c^* = K \hat{C} \quad (34)$$

$M \times M$  выборочная (случайная) комплексная КМ. В условиях (32) матрица  $\hat{C} = K^{-1} A_c$  является МП оценкой комплексной КМ  $C$  общего вида [6—12], а матрица  $A_c$  "имеет введенное в [6] комплексное распределение Уишарта  $w_m^{(c)}(A_c, K, C)$  с  $K$  степенями свободы и матрицей  $C$  [8]" , имеющее вид [6—10]:

$$p(A_c) = w_m^{(c)}(A_c, K, C) = F_m^{(c)}(A_c, K, C) / f_m^{(c)}(K, C), \quad (35a)$$

$$F_M^{(c)}(A_c, K, C) = |A_c|^{K-M} \exp\{-\text{tr}(C^{-1}A_c)\}, \quad (35a)$$

$$f_M^{(c)}(K, C) = \pi^{\frac{M(M-1)}{2}} |C|^{-K} \prod_{i=1}^M \Gamma(K+1-i), \quad K \geq M. \quad (35b)$$

Под комплексным распределением матрицы  $A_c$  понимается совместное распределение реальных и мнимых частей определяющих ее случайных элементов [6—10]. Тем самым (35) является формой записи неотрицательной функции  $M^2$  скалярных переменных

$$p(A_c) = p\{a_{11}, a_{22}, \dots, a_{MM}, a'_{i\ell}, a''_{i\ell}\}, \quad i \in \{1, M-1\}; \ell \in \{i+1, M\},$$

в роли которых выступают действительные диагональные элементы  $a_{ii}$  ( $i \in \{1, M\}$ ) и  $M(M-1)$  реальных ( $a'_{i\ell}$ ) и мнимых ( $a''_{i\ell}$ ) частей наддиагональных элементов  $a_{i\ell} = a'_{i\ell} + ja''_{i\ell}$  ( $i \in \{1, M-1\}; \ell \in \{i+1, M\}$ ) случайной эрмитовой матрицы  $A_c$  (34), полностью ее определяющие.

Если КМ  $C$  персимметрична, то в условиях (32) ее МП оценка может быть записана в виде [15—22]:

$$\hat{C}_\Pi = \frac{1}{K} A_{c\Pi}, \quad A_{c\Pi} = \frac{1}{2} (\Upsilon \Upsilon^* + \Pi_M \Upsilon \Upsilon^T \Pi_M) = A_{c\Pi}^* = \Pi_M \tilde{A}_{c\Pi} \Pi_M. \quad (36)$$

Цель данного пункта — отыскание плотности матрицы  $A_{c\Pi}$ .

Эта матрица как сумма двух эрмитовых матриц, каждая из которых есть результат поворота другой относительно побочной диагонали, эрмитова и персимметрична. Поэтому она полностью определяется  $M(M+1)/2$  скалярными действительными параметрами, из которых

$$r = \begin{cases} L(L-1), & M = 2L-1; \\ L^2, & M = 2L, \quad L = \varepsilon[(M+1)/2] \end{cases} \quad (37)$$

представляют собой мнимые ( $a''_{i\ell}$ ), а остальные  $M(M+1)/2 - r$  — реальные ( $a'_{i\ell}$ ) части элементов  $a_{i\ell}$  ( $i \in \{1, L\}; \ell \in \{i, M+1-i\}$ ), задающих всю матрицу  $A_{c\Pi}$ . В (37)  $\varepsilon[x]$  — целая часть  $x$ .

Из сравнения (36) с (34) следует, что первое слагаемое этой матрицы имеет распределение  $W_M^{(c)}(A_c, K, C/2)$ . Такое же распределение имеет и второе слагаемое, поскольку в условиях (11) векторы  $\Pi_M \Upsilon_i$  ( $i \in \{1, K\}$ ) "перевернутой" и комплексно сопряженной выборки

$\Pi_M Y^{\sim}$  имеют те же свойства (36), что и исходные векторы  $Y_i$ . Выборки  $Y$  и  $\Pi_M Y^{\sim}$ , кроме того, взаимно некоррелированы ( $Y(\Pi_M Y^{\sim})^* = 0$ ) [17], однако не являются совместно нормальными [21]. Поэтому из некоррелированности не следует их взаимная независимость, что не позволяет представить совместную плотность  $\rho(Y, \Pi_M Y^{\sim})$  в виде произведения  $\rho(Y) \cdot \rho(\Pi_M Y^{\sim})$ , а для плотности их суммы — использовать распределение  $W_M^{(0)}(A_c, 2K, C/2)$ , справедливое только в условиях взаимной независимости слагаемых\*.

Рассмотрим преобразованную унитарной матрицей  $T(12)$  выборку

$$V = \{V_i\}_{i=1}^K = T Y = V_{\Sigma} + j V_{\Delta}, \quad (38a)$$

$$V_{\Sigma} = \{V_{\Sigma i}\}_{i=1}^K = \frac{1}{\sqrt{2}} (Y' + \Pi_M Y''), \quad V_{\Delta} = \{V_{\Delta i}\}_{i=1}^K = \frac{1}{\sqrt{2}} (Y'' - \Pi_M Y'), \quad (38b)$$

позволяющую, используя (13), переписать матрицу  $A_{cп}$  (36) в виде

$$A_{cп} = \frac{1}{2} T^* (V V^* + V^{\sim} V^T) T.$$

Очевидно, что слагаемые в скобках этого равенства взаимно комплексно сопряжены, поэтому

$$A_{cп} = T^* B_V T, \quad (39)$$

где  $B_V = \{b_{i\ell}\}_{i,\ell=1}^M = \text{Re}(V V^*) = B_{\Sigma} + B_{\Delta} = B_V^T, \quad (40a)$

$$B_{\Sigma} = \{b_{i\ell}^{(\Sigma)}\}_{i,\ell=1}^M = V_{\Sigma} V_{\Sigma}^T, \quad B_{\Delta} = \{b_{i\ell}^{(\Delta)}\}_{i,\ell=1}^M = V_{\Delta} V_{\Delta}^T. \quad (40b)$$

Следствием (39) является справедливость равенств

$$B_V = T A_{cп} T^*, \quad |B_V| = |A_{cп}|, \quad (41)$$

\* Такая взаимная независимость предполагалась в [17, 19], что привело к некорректности ряда результатов, на это было указано в [21].

в силу которых решаемая задача сводится к отысканию плотности распределения действительной симметричной матрицы  $B_V$ .

Заметим, что в силу (32б, 32в) КМ "суммарных"  $V_{\Sigma i}$  и "разностных"  $V_{\Delta i}$  ( $i \in 1, K$ ) векторов в выборках  $V_{\Sigma}$  и  $V_{\Delta}$  (38б) совпадают и равны

$$\overline{V_{\Sigma i} V_{\Sigma \ell}^T} = \overline{V_{\Delta i} V_{\Delta \ell}^T} = C_{\Sigma} \delta(i-\ell), \quad C_{\Sigma} = \frac{1}{2} C_{\Delta}, \quad i, \ell \in 1, K, \quad (42)$$

а плотность  $\rho(V)$  преобразованной выборки  $V$  (38а) вследствие унитарности  $T$  и (33), (9) есть

$$\rho(V) = (2\pi)^{-KM} |C_{\Sigma}|^{-K} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \text{tr} (C_{\Sigma}^{-1} V V^*) \right\}, \quad (43)$$

где матрица  $C_{\Delta}$  определена в (14).

Учитывая симметрию матриц  $C_{\Delta}$  и  $C_{\Sigma}$  и (40), легко проверить справедливость равенств

$$\text{tr} (C_{\Sigma}^{-1} V V^*) = \text{tr} (C_{\Sigma}^{-1} \text{Re} (V V^*)) = \text{tr} (C_{\Sigma}^{-1} V_{\Sigma} V_{\Sigma}^T) + \text{tr} (C_{\Sigma}^{-1} V_{\Delta} V_{\Delta}^T), \quad (44)$$

в силу которых (43) можно записать в виде

$$\rho(V) = \rho(V_{\Sigma}, V_{\Delta}) = \rho(V_{\Sigma}) \cdot \rho(V_{\Delta}), \quad (45)$$

где

$$\rho(V_{\Sigma}) = (2\pi)^{-\frac{KM}{2}} |C_{\Sigma}|^{-\frac{K}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \text{tr} (C_{\Sigma}^{-1} V_{\Sigma} V_{\Sigma}^T) \right\}, \quad (46a)$$

$$\rho(V_{\Delta}) = (2\pi)^{-\frac{KM}{2}} |C_{\Sigma}|^{-\frac{K}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \text{tr} (C_{\Sigma}^{-1} V_{\Delta} V_{\Delta}^T) \right\}. \quad (46b)$$

Отсюда и из (18), (20), (40) следует, что плотности распределения матриц  $B_{\Sigma}$  и  $B_{\Delta}$  (40) равны

$$\rho(B_{\Sigma}) = W_M^{(A)}(B_{\Sigma}, K, C_{\Sigma}), \quad \rho(B_{\Delta}) = W_M^{(A)}(B_{\Delta}, K, C_{\Sigma}), \quad (47a)$$

а сами эти матрицы в силу (45) взаимно независимы. Поэтому их сумма (40) имеет распределение [18, 22]

$$p(B_V) = W_M^{(A)}(B_V, 2K, C_\Sigma) = \frac{|B_V|^{\frac{2K-M-1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \text{tr}(C_\Sigma^{-1} B_V)\right\}}{2^{MK} \pi^{\frac{M(M-1)}{4}} |C_\Sigma|^K \prod_{i=1}^M \Gamma\left(\frac{2K+1-i}{2}\right)}. \quad (476)$$

Симметричная  $M \times M$  матрица  $B_V$  определяется  $M(M+1)/2$  параметрами, что в точности совпадает с числом параметров, определяющих эрмитову персимметричную матрицу  $A_{cп}$ , для элементов которой  $a_{i\ell} = a'_{i\ell} + j a''_{i\ell}$  в связи с этим справедливы равенства:

$$a_{i\ell} = a_{M_\ell M_i} = \tilde{a}_{M_i M_\ell} = \tilde{a}_{\ell i}, \quad M_i = M+1-i, \quad M_\ell = M+1-\ell, \\ a'_{i\ell} = a'_{M_\ell M_i} = a'_{M_i M_\ell} = a'_{\ell i}, \quad a''_{i\ell} = a''_{M_\ell M_i} = -a''_{M_i M_\ell} = -a''_{\ell i}, \quad i, \ell \in 1, M.$$

Поэтому, учитывая (12), для элементов матрицы  $B_V$  (41) получим

$$b_{i\ell} = a'_{i\ell} - a''_{i, M_\ell}, \quad b_{M_\ell M_i} = a'_{i\ell} + a''_{i, M_\ell}, \quad b_{i, M_i} = a'_{i, M_i}, \quad i \in 1, M; \ell \in i, M,$$

что позволяет представить якобиан преобразования (41) в виде

$$\det \left| \begin{array}{c|cc|c} I_r \otimes & 1 & -1 & 0 \\ & 1 & 1 & \\ \hline 0 & & & I_L \end{array} \right| = \det \left( I_r \otimes \begin{array}{c|c} 1 & -1 \\ \hline 1 & 1 \end{array} \right) = 2^r. \quad (48)$$

Заменяя в (476) матрицу  $B_V$  на ее представление (41) и учитывая (48), (42), (16), (15), получим

$$p(A_{cп}) = \frac{|A_{cп}|^{\frac{2K-M-1}{2}} \exp\{-\text{tr}(C^{-1} A_{cп})\}}{2^{-r} \pi^{\frac{M(M-1)}{4}} |C|^K \prod_{i=1}^M \Gamma\left(\frac{2K+1-i}{2}\right)}, \quad K \geq L = \varepsilon \left[ \frac{(M+1)}{2} \right], \quad (49)$$

$$r = L(L-1) \quad \text{при } M=2L-1 \quad \text{и} \quad r = L^2 \quad \text{при } M=2L.$$

Эта формула описывает искомое распределение комплексной эрмитовой персимметричной  $M \times M$  матрицы  $A_{cn}$  МП оценки  $\hat{C}_n$  (36) эрмитовой персимметричной КМ  $C$  (32), (11).

Заметим, что в частном случае  $M=1$ , когда  $L=1, r=0, |C|=C_{11} = \overline{|y_1^{(i)}|^2} = \sigma^2$ , а  $A_{cn} = a_{11} = \sum_{i=1}^K |y_1^{(i)}|^2 = A_c$ , (49) преобразуется к виду

$$p(A_{cn}) = p(A_c) = p(a_{11}) = \frac{1}{\sigma^2 (K-1)!} \left( \frac{a_{11}}{\sigma^2} \right)^{K-1} \exp\left(-\frac{a_{11}}{\sigma^2}\right), \quad (50)$$

то есть переходит в распределение Эрланга с параметрами формы  $K$  и масштаба  $\sigma^2$ , описывающее плотность суммы  $K$  квадратов модулей независимых комплексных нормальных случайных величин с нулевым средним и одинаковой дисперсией  $\sigma^2$  [24].

## 5. Некоторые свойства полученных распределений и примеры их использования

Распределения (31), (49) персимметричных оценочных КМ (21), (36) имеют тот же вид, что и распределения (20), (35) оценочных КМ (19), (34) общего вида, но с увеличенным числом степеней свободы. В связи с этим на полученные распределения переносятся (с соответствующими корректировками) все хорошо известные свойства действительного [1—5] и комплексного [6—10] распределений Уишарта. Здесь отметим только некоторые из них.

### А. Невырожденное преобразование

$$B_n = U A_n U \quad (51)$$

действительной персимметричной оценочной  $2L \times 2L$  матрицы  $A_n$  (21), имеющей распределение (31), с неслучайной действительной симметричной и персимметричной  $2L \times 2L$  матрицей  $U = U^T = \Pi_{2L} U \Pi_{2L}$  порождает случайную симметричную и персимметричную матрицу  $B_n$  (51) с тем же распределением (31), но с параметрической матрицей

$$D = U D U. \quad (52) *$$

\* Применительно к распределению (35) это свойство в [9] названо теоремой Гудмена.

Действительно, в условиях (21) матрица  $B_n$  (51) может быть представлена в виде

$$B_n = \frac{1}{2} (U Y Y^T U + U \Pi_{2L} Y Y^T \Pi_{2L} U) = \frac{1}{2} (V V^T + \Pi_{2L} V V^T \Pi_{2L}), \quad (53)$$

где  $V = U Y = \{V_i\}_{i=1}^K$  — преобразованная  $K$ -мерная выборка, составленная из  $2L$ -мерных случайных векторов

$$V_i = N(0, D), \quad \bar{V}_i = 0, \quad \overline{V_i V_\ell^T} = D \delta(i - \ell), \quad i, \ell \in 1, K. \quad (54)$$

Поэтому плотность матрицы  $B_n$  (51) можно записать в виде

$$p_{B_n}(G) = \frac{|G|^{\frac{K-L-1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \text{tr}(D^{-1} G)\right\}}{2^{\frac{(K-L+1)L}{2}} \pi^{\frac{L(L-1)}{2}} |D|^{\frac{K}{2}} \prod_{i=1}^L \Gamma\left(\frac{K+1-i}{2}\right)}, \quad K \geq L. \quad (55)$$

Последняя формула позволяет, в частности, легко вычислить якобиан  $|\partial(B_n)/\partial(A_n)| = p(A_n)/p_{B_n}(U A_n U)$  преобразования (51). Используя (31) и учитывая (52), получим, что  $|\partial(B_n)/\partial(A_n)| = |U|^{L+1}$ .

Аналогичным образом нетрудно убедиться в том, что если в (51) вместо действительной матрицы  $A_n$  используется комплексная матрица  $A_{cn}$  (36) с распределением (49), а  $U$  — эрмитова и персимметрична, то преобразованная матрица  $B_{cn} = U A_{cn} U$  имеет то же распределение (49), но с параметрической матрицей  $C_U = U C U$ . При этом якобиан преобразования оказывается равным  $|\partial(B_{cn})/\partial(A_{cn})| = |U|^{M+1}$ .

Без использования распределений (31), (49) вычисление этих якобианов представляет собой достаточно сложную задачу.

Б. В качестве второго примера найдем плотность распределения отношения двух квадратичных форм

$$v = \hat{S}/s, \quad s = (X^* C^{-1} X)^{-1}, \quad \hat{S} = (X^* \hat{C}_n^{-1} X)^{-1} = (K X^* A_{cn}^{-1} X)^{-1}, \quad (56)$$

где  $X = X' + jX''$  — неслучайный комплексный  $M$ -мерный вектор,  $C$  и  $\hat{C}_n$  —  $M \times M$  комплексная персимметричная КМ векторов  $Y_i$  выборки  $Y$  (32) и ее МП оценка (36) соответственно,  $A_{cn}$  — определяемая по (36) случайная матрица с распределением (49).

Рассматриваемая задача возникает, в частности, при анализе эффективности адаптивной обработки в связных системах с ФАР [10], "сверхразрешающих" алгоритмов спектрального оценивания [7] и т. д. В условиях, когда  $C$  является КМ общего вида, а вместо матрицы  $A_{сн}$  используется матрица  $A_c$  (34) с распределением Уишарта (35), для отношения (56) справедлива формула [7, 10]

$$\nu = K^{-1} d, \quad (57a)$$

где  $d$  — случайная величина с плотностью

$$p_d(x) = ((K-M)!)^{-1} x^{K-M} \exp\{-x\}, \quad (57b)$$

представляющей собой распределение Эрланга с параметром формы  $K-M+1$  и единичным параметром масштаба [24].

Для отыскания плотности  $\nu$  (56) в рассматриваемых условиях воспользуемся для матрицы  $A_{сн}$  ее представлением (39). Тогда, учитывая свойства (13) матрицы  $T$  (12), для  $\hat{S}$  получим

$$\hat{S} = (K Z^* B_V^{-1} Z)^{-1}, \quad Z = TX, \quad (58)$$

где  $B_V$  — действительная симметричная матрица (40) с плотностью (47).

Для практических задач адаптивной обработки в системах с центральной симметрией каналов приема основной интерес представляет случай, когда вектор  $X$  удовлетворяет условию  $X = \Pi_M \tilde{X}$ . При этом преобразованный вектор  $Z = (1-j) X_\Delta / \sqrt{2}$ , а (58) преобразуется к виду

$$\hat{S} = (K X_\Delta^T B_V^{-1} X_\Delta)^{-1}, \quad X_\Delta = X' - X''.$$

Далее, воспользовавшись методикой [7, 10], можно показать, что искомое значение  $\nu$  (56) в рассматриваемых условиях равно

$$\nu = K^{-1} d_1,$$

где  $d_1$  — случайная величина с плотностью

$$P_{d_1}(x) = (\Gamma(K-(M-1)/2))^{-1} x^{K-(M+1)/2} \exp\{-x\}.$$

В частности, при нечетных  $M=2L-1$   $P_{d_1}(x)$  переходит в распределение Эрланга

$$P_{d_1}(x) = ((K-L)!)^{-1} x^{K-L} \exp\{-x\}.$$

с параметром формы  $K-L+1$ , на  $L-1$ , превосходящим соответствующий параметр распределения (576).

## 6. Заключение

Основной результат данной работы — распределения (31), (49), которые по аналогии с [6—10] могут быть названы, соответственно, действительным и комплексным распределениями Уишарта случайных персимметричных КМ вида (21), (36) гауссовских процессов (полей). Их использование позволяет распространить большинство результатов многомерного статистического анализа [3, 23] и на класс таких матриц, имеющих многочисленные приложения, в частности, в задачах адаптивной пространственно-временной обработки сигналов в системах с центральной симметрией каналов приема [15—22]. Практическим аспектам адаптации в таких системах, опирающимся на введенные распределения, планируется посвятить специальную публикацию.

Автор выражает глубокую признательность П. М. Флексер за многочисленные обсуждения работы, Ю. И. Абрамовичу, указавшему в [21] на ошибки [17, 19], В. М. Кошевому и В. В. Радионову, чья статья [22] “подсказала” возможное направление решения поставленной задачи, а также В. М. Пищухину и С. И. Бурковскому за большую помощь в оформлении рукописи.

**Л и т е р а т у р а:** 1. *Wishart I.* // *Biometrika* 20A (1928).— P. 32—52. 2. Уишарта распределение // *Мат. энциклопедия.*— М., 1985.— Т. 5.— С. 493. 3. *Андерсон Т.* Введение в многомерный статистический анализ.— М.: Физматгиз, 1963.— 500 с. 4. *Крамер Г.* Математические методы статистики.— М.: Мир, 1976. 5. *de Groot M.* Оптимальные статистические решения.— М.: Мир, 1974. 6. *Goodman N. R.* // *Ann. Math. Statist.*— 1963.— V. 34.— P. 152—177. 7. *Capon I., Goodman N. R.* // *Proc. IEEE.*—1970.— V. AES-10.— N 6.— P. 853—863. 8. *Бриллинджер Д.* Временные ряды. Обработка данных и теория.— М., 1990. 9. *Reed I. S., Mallet I. D., Brennan L. E.* // *IEEE Trans. on Aerosp. and Electr. syst.*— 1974.— V. AES-10.— N. 6.— P. 853—863. 10. *Brennan L. E., Reed I. S.* // *IEEE Trans on Aerosp. and Electr. System.*— 1982.— N 1.— V. AES-18. 11. *Шурман Я. Д., Манжос В. Н.* Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех.— М.: Радио и связь, 1981.— 416 с. 12. *Монзинго Р. А., Миллер Т. У.* Адаптивные антенные решетки. Введение в теорию / Пер. с англ.— М.: Радио и связь, 1986.— 448 с. 13. *Стратонович Р. Л.* Принципы адаптивного приема.— М.: Сов. радио, 1973. 14. *Репин В. Г.,*

*Тартаковский Г. П.* Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем.— М.: Сов. радио, 1977.

15. *Nitzberd R.* // IEEE Trans. Aerosp and Electr Syst.— 1980.— AES-16.— N. 1.

16. *Лифанов Е. И., Лухарев В. А.* // Радиотехника.— 1983.— № 5.— С. 53.

17. *Зарицкий В. И., Кокин В. Н., Леховицкий Д. И., Саламатин В. В.* // Радиофизика.— 1985.— Т. XXVIII.— № 7.— С. 863 (Изв. высш. учеб. заведений).

18. *Аверочкин В. А., Баранов П. Е., Токолов В. С.* // Изв. вузов. Радиоэлектроника.— 1987.— Т. 30.— № 4.— С. 78.

19. *Кошевой В. М., Радионов В. В.* // Радиотехника.— 1991.— № 6.— С. 36.

20. *Свердлик М. Б., Шпатаковский В. Э.* // Радиотехника и электроника.— 1989.— Т. 34.— № 4.— С. 160.

21. *Абрамович Ю. И., Горохов А. Ю.* // Радиотехника и электроника.— 1993.— Т. 38.— № 1.— С. 101.

22. *Кошевой В. М., Радионов В. В.* // Радиотехника и электроника.— 1994.— № 11.— С. 1779—1788.

23. *Гирко В. Л.* Многомерный статистический анализ.— К.: Выща шк., 1988.

24. *Хастингс Н., Пикок Дж.* Справочник по статистическим распределениям.— М.: Статистика, 1980.

В. В. Литвинов

## ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ И РЕАЛЬНАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ КОГЕРЕНТНО-ИМПУЛЬСНЫХ СИСТЕМ СДЦ В ОБЗОРНЫХ РЛС ПРИ ОДНОЗНАЧНОМ ИЗМЕРЕНИИ ДАЛЬНОСТИ

*Предлагается методика оценки потенциальных возможностей оптимальных фильтров СДЦ в  $\tau$ -однозначных обзорных РЛС с использованием точных моделей реальных спектров пассивных помех. Показывается возможность эффективного использования режима низкой частоты посылок в самолетных обзорных РЛС и улучшения характеристик наземных РЛС с СДЦ.*

### Основные сокращения, термины и обозначения

- СДЦ** — селекция движущихся целей на фоне пассивных помех (ПП)
- ЧПИ** — частота посылок зондирующих импульсов  $F_n$ ;  $T_n = F_n^{-1}$  — период
- БРЛС** — бортовая радиолокационная станция самолета-носителя
- СДРЛО** — самолет ДРЛО — дальнего радиолокационного обнаружения

- $r, \beta, \varepsilon$  — полярные координаты: дальность, азимут, угол места относительно РЛС и вектора путевой скорости носителя  $\vec{V}_H$   
 $L, x$  — горизонтальные размер и координата раскрыва антенны  
 $V_x$  —  $x$ -составляющая вектора скорости  $\vec{V}_H$   
 $v$  — радиальная скорость цели ( $v = r'(t)$ )  
 $DNA$  — нормированная диаграмма направленности антенны  $D(\beta)$   
 $\beta_0$  — ширина ДНА по уровню 0,7 (−3 дБ)  
 $T_0, \omega$  — период обзора и угловая скорость вращения антенны  
 $\xi$  —  $x$ -параметр — относительное смещение антенны по оси  $x$   
 $M$  —  $\omega$ -параметр — число импульсов облучения цели  
 $f, F, \Pi$  — частота, значение частоты, полоса частот (ширина спектра)  
 $KИ$  — когерентно-импульсная — РЛС с низкой ЧПИ (НЧП), обеспечивающей  $r$ -однозначность — однозначное измерение дальности  
 $ИД$  — импульсно-доплеровская — РЛС с высокой либо средней ЧПИ  
 $ЭПР$  — эффективная поверхность рассеяния  
 $\nabla, \langle \Rightarrow, \rangle, * [$  — символы: свертки, Фурье-преобразования, нормировки

## 1. Введение

1.1. Основы теории и практики СДЦ сложились в 50—60-х гг. [1, 2]. Известны свойства, способы применения РЛС с СДЦ при разных ЧПИ  $F_n$  и длинах волн  $\lambda$  (табл. 1) и принципы оптимальной СДЦ-фильтрации: когерентная обработка в линейных фильтрах “обеления” спектра ПП и накопления полезных сигналов.

Таблица 1

Основные свойства РЛС с СДЦ

РЛС ЧПИ	когерентно-импульсные		импульсно-доплеровские	
	низкие (НЧП) $F_n \gg 2 \cdot \max r/c$	высокие (ВЧП) $F_n \gg 2 \cdot \max V_H/\lambda$	средние (СЧП) НЧП < СЧП < ВЧП	
Свойства измерений	$r$ -однозначность $v$ -неоднозначность	$r$ -неоднозначность $v$ -однозначность   $v$ -неоднозначность		
Нежелательные эффекты	“слепые” скорости целей при $F_n = \text{const}$	$r$ -наложения ПП; “слепые” дальности и ракурсы целей; ложные цели и потери энергии из-за $r$ -неоднозначности		
Сложность	умеренная	очень высокая	высокая	
Основное применение	в наземных системах		в самолетных системах	

Показателем эффективности СДЦ при НЧП обычно служит коэффициент улучшения ( $K_y$ ) отношения "сигнал/ПШ (+шум)" (ОСП). Известны факторы, ограничивающие эту эффективность (табл. 2). Главными являются  $\omega$ -фактор (вращение антенны с угловой скоростью  $\omega$ ) и для БРЛС -  $x$ -фактор (смещение антенны со скоростью  $v_x$  или  $x$ -сдвиг);  $\lambda$ -фактор (нестабильности РЛС и среды при  $\omega=0, v_x=0$ ) при  $\lambda \geq 0,1$  м является второстепенным. Обобщенные параметры РЛС:  $M$  — число импульсов облучения цели ( $\omega$ -параметр) и  $\xi$  — относительный  $x$ -сдвиг антенны за период посылок  $T_n$  ( $x$ -параметр) показывают относительную ширину соответствующего частного спектра флюктуаций ПШ, то есть влияние  $\omega$ - и  $x$ -факторов на эффективность СДЦ.

Таблица 2

Факторы, ограничивающие эффективность СДЦ при НЧП

Фактор	$\omega$ -фактор	$x$ -фактор	$\lambda$ -фактор
Частный спектр флюктуаций пассивных помех	$\omega$ -спектр вращения 1 $S_\omega(f)$ 	$x$ -спектр сдвига 1 $S_x(f)$ 	$\lambda$ -спектр 1 $S_\lambda(f)$ 
Мера его влияния	$\Pi_\omega / F_n$	$\Pi_x / F_n$	$\Pi_\lambda / F_n$
Обобщенный параметр РЛС	$\omega$ -параметр: $M = \omega^{-1} \beta_a F_n \equiv F_n / \Pi_\omega$	$x$ -параметр: $\xi = v_x T_n / L \equiv \Pi_x / F_n$	$\lambda$ -параметр: $\Pi_\lambda / F_n \ll (\Pi_x + \Pi_\omega) / F_n$

Расчетные зависимости  $K_y(M), K_y(M, \xi)$  [1, 2] и данные об ЭПР ПШ и целей диктуют ограничения:  $M \geq 15 \dots 20, \max \xi = \xi_M \leq 0,01 \dots 0,02$ .

1.2. В 50—60-х гг. техника СДЦ была аналоговой; применялись несовершенные селекторы движущихся целей (ДЦ-селекторы) с  $N$ -кратной череспериодной компенсацией ПШ (ЧПК- $N, N \leq 3$ ), часто — в нелинейных трактах приема. Указанные ограничения  $M$  и  $\xi$  соответствовали этому уровню техники и определили дальнейшее развитие РЛС с СДЦ.

В наземных обзорных РЛС режим НЧП был и остается основным ввиду отсутствия или малой роли  $x$ -фактора; необходимая величина  $M \geq 15$  достигается выбором ширины ДНА  $\beta_a$ ; обычно  $\beta_a \geq 1^\circ, 5$ .

В БРЛС с НЧП ДЦ-селекторы не обеспечивали обнаружения целей

над сушей; согласно имевшейся теории [1, 2] при реальных значениях  $\xi_M \geq 0,04$  иного и не могло быть. В результате утвердился “постулат” о непригодности КИ систем СДЦ и режима НЧП для БРЛС (НЧП-запрет). В теории и на практике [1, с. 210; 3, с. 487; 4] предпочтение было отдано импульсно-доплеровским БРЛС, вытеснившим БРЛС с НЧП как в СДРЛО (табл. 3), так и в тактической авиации.

Таблица 3

Обзорные бортовые РЛС самолетов ДРЛО [4, 5]

Годы	1960	1970	1980
Техника СДЦ	аналоговая (ДЦ-селекторы)		цифровая ("фильтровые" системы)
БРЛС	КИ БРЛС с НЧП		ИД БРЛС с ВЧП, СЧП
СДРЛО	ТУ-126 "Лиана" Е-2В "Хокай" Е-2С "Хокай"		Е-3А "АВАКС" ИЛ-76МД "Шмель" АEW Mk3 "Нимрод"
Допустимый фон	М О Р Е		С У Ш А

В СДРЛО Е-2С "Хокай" режим НЧП сохранен за счет искусственной остановки антенны (метод смещения фазового центра [3, 4]). Реальными причинами НЧП-запрета были трудности отслеживания быстрых изменений доплеровской частоты ПП, неоднородность фона Земли (ФЗ), завышение оценок его интенсивности и требуемых значений  $K_y$ .

1.3. Есть веские основания считать, что ограничения параметров  $\xi$ ,  $M$ ,  $\beta_a$  и НЧП-запрет, вообще говоря, неверны:

а) эффективность КИ РЛС, наземных и самолетных, была доказана в 1966—1974 гг. при испытаниях адаптивных устройств *череспериодной автоматической (авто-) компенсации* (ЧПАК) ПП, разработанных в Артиллерийской (Военно-инженерной) радиотехнической академии (АРТА-ВИРТА, г. Харьков) в научном коллективе Я. Д. Ширмана (см. п. 2);

б) при расчетах  $K_y$  используют простые, но не вполне точные гауссовы аппроксимации ДНА и спектров флюктуаций ПП (штриховые графики в табл. 2), хотя принципы точных вычислений известны [3];

в) в КИ РЛС применялись и применяются неоптимальные устройства СДЦ; эффективность оптимальной СДЦ-фильтрации не оценивалась, хотя ее реализуемость в 80-х гг. стала несомненной.

Цель статьи — коррекция традиционных представлений о реальных

пределах эффективности КИ систем СДЦ на основе: а) учета опытных данных; б) оценки потенциальных возможностей оптимальной фильтрации при более точных, чем гауссовы, моделях спектров ПШ; в) оптимизации параметров РЛС.

1.4. Основной объект анализа — обзорная КИ бортовая РЛС самолета ДРЛО, летящего на высоте  $H_H$  со скоростью  $V_H$  (рис. 1, а); полагая  $V_H = 0$ , перейдем к неподвижной (наземной) РЛС. В пределах дальности радиогоризонта  $D_{rg}$  обеспечена  $\Gamma$ -однозначность:

$$T_n = F_n^{-1} \geq 2 \cdot D_{rg} / c; \quad D_{rg} [\text{км}] \cong 130 \sqrt{H_H [\text{км}]}.$$

Принимая  $\Gamma > 5H$ ,  $\epsilon < 12^\circ$ , рассмотрим “плоскую” задачу (рис. 1, б).

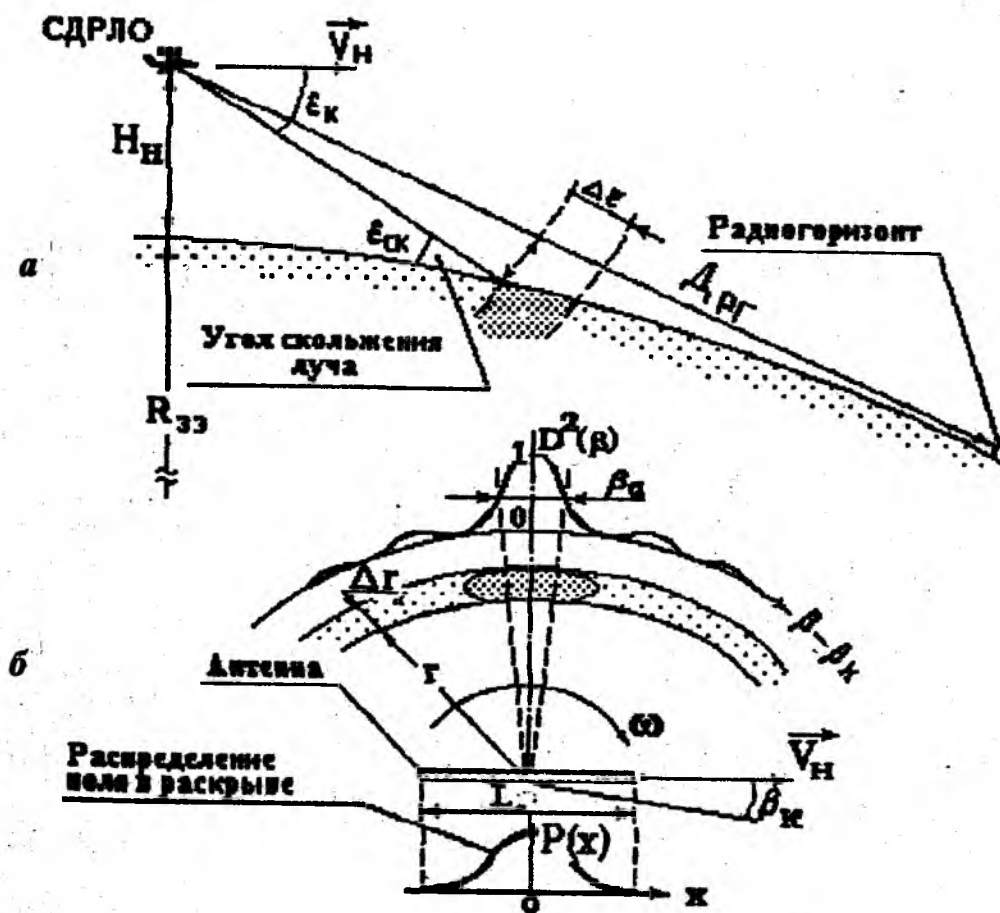


Рис. 1. Обзорная КИ бортовая РЛС самолета ДРЛО в полете над поверхностью Земли: а — вертикальное сечение; б — вид в плане

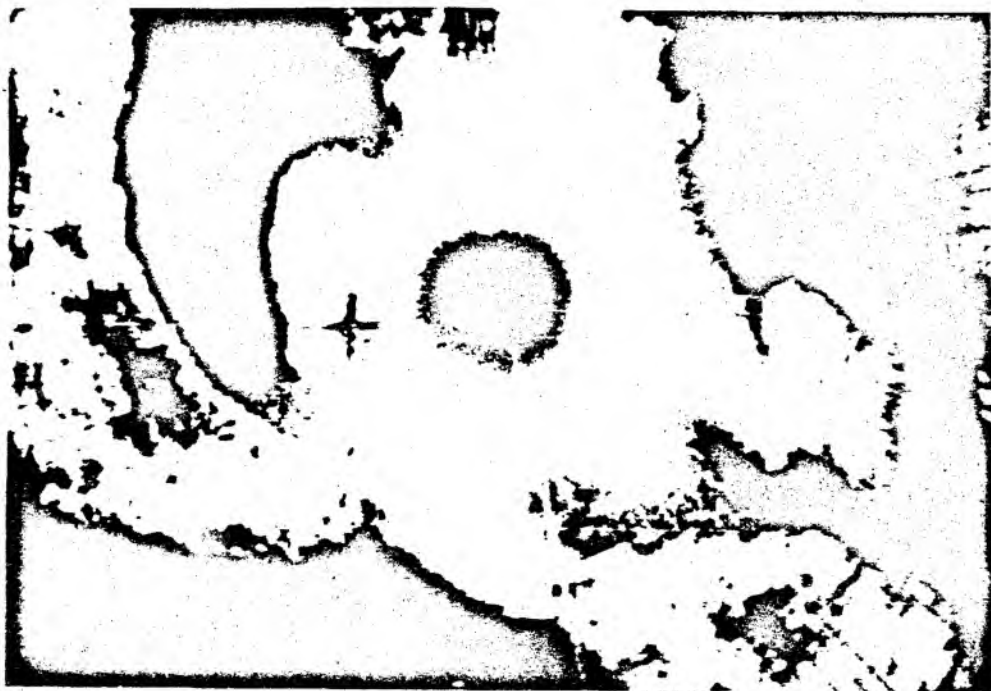
Цель с ЭПР  $\sigma_{ц}$  маскируется пассивной помехой — фоном Земли с  $\sigma_{пл} = \sigma_{фз}$  из кольца дальности шириной  $\Delta \Gamma = c/2P_U$ ,

где  $\Pi_{\omega}$  — ширина спектра зондирующего импульса. В отсутствие ПП отношение “сигнал/шум” выше порога обнаружения  $\nu_0 (\nu > \nu_0)$ , то есть обеспечено обнаружение цели с необходимыми показателями качества. Известны характеристики антенны в горизонтальной плоскости: размер  $L$ , распределение поля  $P(x), |x| \leq L/2$  и ДНА  $D(\beta) \Leftrightarrow P(x)$  шириной  $\beta_a$  по уровню 0,7 (−3 дБ). Рассматриваются три распределения  $P(x/L)$ : равномерное, “косинус” и “косинус-квадрат”, порождающие существенно различные  $\omega$ - и  $x$ - спектры ПП-ФЗ. СДЦ производится с помощью оптимальных фильтров “обеления” спектра ПП и накопления эхо-сигнала цели; доплеровский сдвиг частоты ПП-ФЗ  $f_{\text{ФЗ}} = -2V_H \cos \beta \cdot \cos \epsilon / \lambda$  скомпенсирован (приведен к нулю), а эхо-сигналов цели ( $f_{\omega}$ ) распределен равномерно на интервале однозначного анализа доплеровских частот  $\{0; F_n\}$ .

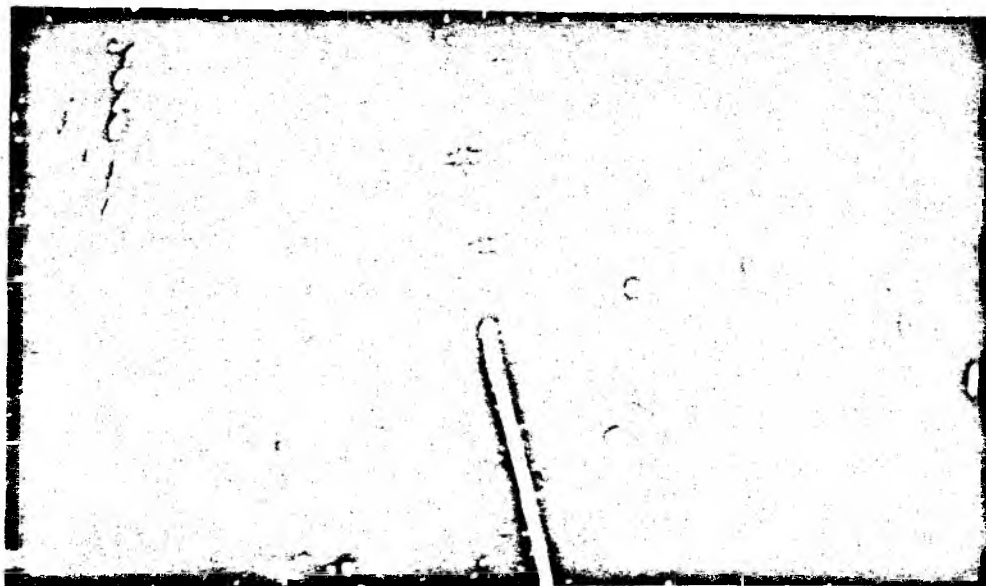
Обсуждение потенциальной эффективности СДЦ при НЧП предваряется данными испытаний первых адаптивных КИ систем СДЦ — устройств ЧПАК. Метод ЧПАК (1963 г., авторы Я. Д. Ширман, С. И. Красногоров, В. Н. Манжос, Е. П. Лебедев) основан на адаптации устройств  $N$ -кратной ЧПК к параметрам ПП с помощью *корреляционных обратных связей* (КОС Ширмана-Красногорова, 1962 г.; зарубежный аналог — *adaptive loop* Д. Эппбаума). Быстродействующие КОС с короткими — единицы микросекунд — переходными процессами обеспечили автокомпенсацию коррелированных ПП при любых, в том числе быстро меняющихся, соотношениях фаз (В. В. Литвинов, 1964 г.), что позволило создать устройства ЧПАК для ряда обзорных РЛС.

## 2. Когерентная череспериодная автокомпенсация пассивных помех при НЧП: первые испытания в наземных и самолетных РЛС

2.1. В 1966—1967 гг. автор совместно с В. И. Поляковым и В. В. Фединным разработал и испытал в наземных РЛС первые устройства ЧПАК ПП ( $N = 1; 2$ ); затем последовали разработки (совместно с В. В. Фединным и Д. И. Леховицким) для самолетных БРЛС. Летные испытания организовали и провели: НПО “Вега” (главный конструктор А. Т. Метельский, И. И. Борисовский) и НПО “Фазотрон” (И. С. Рыжаков, Ю. Н. Гуськов). Данные об испытаниях сведены в табл. 4; действие ЧПАК в БРЛС “Лиана” иллюстрируют фотографии ИКО (рис. 2).



*a*



*б*

**Рис. 2.** Фотографии экрана индикатора кругового обзора БРЛС “Лиана” при полете СДРЛО ТУ-126 над Карским морем ( $H_H=9$  км; 1970 г.): *a* — амплитудный режим; наблюдаются отражения ледовых полей, суши; *б* — включена система ЧПАК и стабилизации уровня ложных тревог; наблюдаются: отметки целей в секторе курсовых углов  $\beta_K=260 \dots 330^\circ$ , метки дальности ( $\beta_K \cong 190^\circ$ ), береговая линия о. Новая Земля, несинхронные помехи от однотипной РЛС

## Первые испытания устройств ЧПАК ПП в РЛС с НЧП

Годы	1966	1967	1968—1970	1972—1974
РЛС	РП-1	П-37	“Лиана”	“Сапфир-23”
Диапазон ЧПИ	“Х-” 710 Гц	“S-” 365 Гц	дециметровый 365 Гц	“Х-” 2 кГц
Размещение	на башне	наземное	СДРЛО ТУ-126	ТУ-124
СДЦ	ЧПАК-1	ЧПАК-2	ЧПАК-3	ЧПАК-4
Место испытаний	г. Харьков, г. Чугуев, здание АРТА, учеб. центр		Баренцево и Карское моря	бассейн р. Ока (Мешера)
Фон ПП	городская застройка	местность + диполи	бурное море, торосистые льды	лесистые холмы + тающий снег
Цели	имитация	МИГ	МИГ-21, ТУ-128	МИГ-21
Мах <sup>2</sup> ПП/шум <sup>2</sup>			~65 дБ	~55 дБ
Мах К <sub>y</sub>	19 дБ	24 дБ	29 дБ	35 дБ

После 1970 г. ЧПАК широко применяется в наземных КИ РЛС; значения  $K_y$  достигают 40 дБ и более. Для самолетных КИ БРЛС в более чем 50 испытательных полетах (табл. 4) были получены данные об уровнях ПП-ФЗ и полезных сигналов и о необходимой эффективности КИ систем СДЦ; ниже приводятся основные результаты исследований.

2.2. Адаптивная система СДЦ (ЧПАК) в движущейся БРЛС обеспечила подавление ПП-ФЗ с быстро изменяющимся доплеровским сдвигом  $f_{\varphi_3} [r(\varepsilon), \beta]$ . Реальная эффективность ЧПАК (значение  $K_y$ ) совпала с расчетной ( $-2$  дБ); неточности расчета  $K_y$ , связанные с гауссовой аппроксимацией спектра ПП, были заметны при значениях  $K_y > 30$  дБ.

2.3. ЭПР фона Земли —  $\sigma_{\varphi_3}$  — в основном соответствует известным расчетным соотношениям, например [2]; она максимальна вблизи  $r \cong 0,5 D_{pr}$ ; при меньших  $r$  преобладает уменьшение элемента разрешения РЛС, при больших — снижение удельной ЭПР  $\sigma^0$  из-за уменьшения угла скольжения луча (рис. 1, а). Учитывая, что  $\sigma^0 \cong 0,00032/\lambda$  для 90 % элементов разрешения [2] и  $\beta_{\alpha} \leq 1,5 \lambda/L$ , определим максимум ЭПР ФЗ как

$$\max \sigma_{\varphi_3} [m^2] \in (20 \dots 200) \cdot r [км] / L [м] \Pi_{\alpha} [МГц], \quad (1)$$

где нижняя граница коэффициента дает оценку для ~90 %, а верхняя — для почти 100 % площади, занятой ПП, за исключением малого числа “точечных” выбросов. Таким образом, ЭПР фона Земли обратно пропорциональна  $L$  и не зависит от длины волны. Полагая  $L = 10$  м,  $P_u = 1$  МВт и  $D_{pr} \cong 400$  км, получим:  $\max \sigma_{\varphi_3} \leq 4000$  м<sup>2</sup>.

2.4. Значения ЭПР основных типов целей — истребитель, небольшой самолет в  $L$ -,  $S$ - и  $X$ -диапазонах волн примерно одинаковы:

$\sigma_{\varphi} \cong 3...4$  м<sup>2</sup>. На фоне лесистых холмов такие цели обнаруживались на дальностях  $r \leq 40$  км при  $K_y \cong 30$  дБ; для обнаружения при  $r = 200...350$  км с высот  $H_H = 5...10$  км необходимо обеспечить  $K_y = 40...45$  дБ, что с учетом  $\omega$ - и  $\alpha$ -факторов возможно при совместной обработке эхо-сигналов 5 (и более) посылок, то есть при  $N \geq 4$ .

2.5. Выбор  $N \leq 4$  и достижимый  $\max K_y$  в 60—70 гг. (табл. 4) определялись нестабильностями трактов излучения и приема и качеством ультразвуковых линий задержки эхо-сигналов. В современных РЛС эти факторы не существенны и ЧПАК может обеспечить необходимый (п. 2.4) уровень  $K_y$ , но при этом возрастает роль отличий процедур режекции ПП от оптимальной обработки. Рост кратности ЧПК  $N = 1; 2; ...$  ведет не только к росту коэффициента  $K_n$  ослабления ПП, но и к уменьшению коэффициента прохождения средней мощности полезного сигнала:  $K_c = 0,5; 0,375; 0,31; 0,274...$  из-за расширения полосы режекции и обужения окна прозрачности на интервале частот  $\{0; F_n\}$ . Возможно, что при  $N \geq 3...4$  выигрыш  $K_y = K_n \cdot K_c$  будет увеличиваться, а вероятность попадания в окно спектра цели и ее обнаружения — уменьшаться.

Неоптимальны в той или иной степени все применяемые на практике КИ системы СДЦ. Представляют интерес как практическая их оптимизация, так и оценка предельных (потенциальных) возможностей СДЦ при НЧП. Очевидно, что привычный показатель эффективности — улучшение отношения “С/П” ( $K_y$ ) — для этих целей методически непригоден.

### 3. Потенциальная эффективность СДЦ при НЧП

3.1. Потенциальная эффективность достигается при оптимальной обработке и полностью определяется соотношением гребенчатых спектров ПП ( $S_{pp}(f)$ ) и эхо-сигналов цели ( $S_{\varphi}(f)$ ), а также спектральной плотности мощности  $N_0$  теплового шума (рис. 3). Так как  $F_n \ll P_u$ , то рассмотрим один интервал гребенчатой структуры, например  $\{0; F_n\}$ .

Условие обнаружения цели на фоне ПП при оптимальной обработке:  $\int_0^{F_n} \frac{S_{\varphi}(f-f_0)}{S_{\varphi}(f)} \cdot [N_0 + S_{pp}(f)]^{-1} df \geq \chi_0^2$ . [эффективная ширина — (2) выполняется лишь на части интервала частот

$f_4 \{0; F_n\}$  — в окне обнаружения шириной  $\Pi_0$ , граничные частоты которого обращают (2) в равенство (см. рис. 3). Относительная ширина окна обнаружения  $\alpha_0 = \Pi_0 / F_n$  является *естественной мерой* — показателем *потенциальной эффективности* СДЦ при НЧП. При одномодовых симметричных гребнях спектров ПП для расчета  $\alpha_0$  нужно определить граничную частоту  $F_r$  (см. рис. 3):

$$\alpha_0 = 1 - 2F_r / F_n .$$

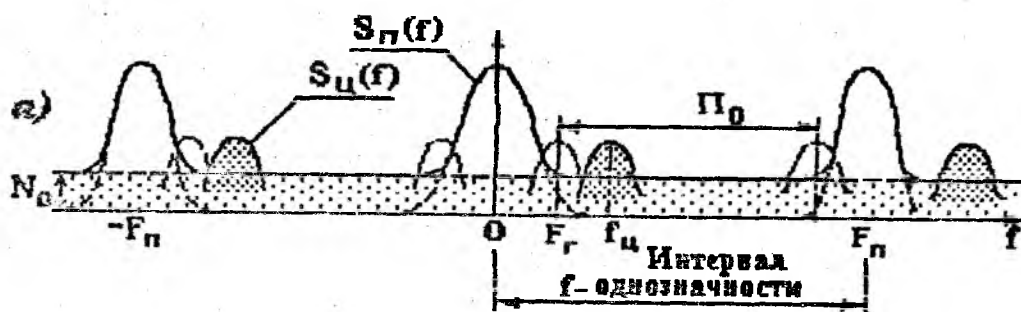


Рис. 3. Гребенчатые спектры пассивных помех и полезных сигналов

3.2. Показатель  $\alpha_0$  весьма нагляден. При  $\nu \gg \nu_0, F_n = const$  он характеризует вероятность обнаружения стабильной цели на фоне ПП. Для флюктуирующей цели и при  $F_n = \nu ar$  (изменение межимпульсных интервалов — ИМИ [2]) величина  $\alpha_0$  характеризует использование в системе СДЦ энергии полезного сигнала, то есть имеет тот же смысл, что и коэффициент  $K_c$  для ЧПК (п. 2.5). Условие:  $\alpha_0 \geq \min \alpha_0 = 0,4 \dots 0,6$  может быть принято в качестве *критерия достаточной эффективности*.

3.3. Введем для цели и ПП нормированные спектры модуляции (флюктуаций)  $S_ц(f), S_пп(f)$  с эффективной шириной  $\Pi_ц, \Pi_пп$ , из условия (2) можем получить уравнение для отыскания  $F_r$  :

$$\int_{-F_n}^{F_n} \frac{S_ц(f - F_r) + S_ц(f - F_r - F_n)}{1 + \nu \sigma_{пп} \cdot \Pi_ц \cdot [S_пп(f) + S_пп(f - F_n)]} df = \frac{\nu_0}{\nu} \Pi_ц; \quad \Pi_ц = \int S_ц(f) df; \quad \Pi_пп = \int S_пп(f) df. \quad (3)$$

В (3) учтены гребни спектра  $S_пп(f)$ , окаймляющие интервал интегрирования; наложениями "хвостов" других гребней пренебрегаем.

Упрощенно  $F_r$  и  $\alpha_0$  можно оценить, интегрируя помеховый фон в полосе частот полезного сигнала; уравнение для  $F_r$  имеет вид:

$$S_пп(F_r) + \Pi_ц S_пп''(F_r) / 24 = \sigma_ц [1/\nu_0 - 1/\nu] / \sigma_{пп} \quad (4)$$

3.4. Итак, нами введен показатель  $\alpha_0$  потенциальной эффективности оптимальных КИ систем СДЦ, дан алгоритм его расчета и предложены критерии достаточной эффективности. Для количественных оценок, кроме данных об ЭПР (пп. 2.3, 2.4), нужны достаточно точные описания спектров флюктуаций и модуляции ПП и эхо-сигналов целей. Кроме величины  $\alpha_0$  можно определить максимум улучшения ОСП при оптимальной обработке:  $\max K_y = \max K_n \cdot \max K_c = (1 + \sigma_{nn} \Pi_{\omega} / F_n \sigma_{\omega}) (1 - \Pi_{nn} / F_n)$ . Первый сомножитель — результат “обеления” ПП, он неинформативен; второй — потери полезной энергии, он близок к  $\alpha_0$  по смыслу при быстрых флюктуациях и некогерентном накоплении сигнала цели.

#### 4. Спектры флюктуаций и модуляции эхо-сигналов

4.1. Спектр флюктуаций ПП  $S_{nn}(f)$  обусловлен тремя независимыми факторами (табл. 2) и определяется как нормированная свертка соответствующих частных спектров:

$$S_{nn}(f) = ] S_{\lambda}(f) \nabla S_{\omega}(f) \nabla S_x(f) [ \quad (5)$$

Рассмотрим модели частных спектров для ПП — фона Земли.

4.2. Спектр  $S_{\lambda}(f)$  или  $\lambda$ -спектр обусловлен нестабильностями РЛС, отражателей, атмосферы; он сравнительно узок:  $\Pi_{\lambda} [\Gamma_{\omega}] \leq 2/\lambda [M] [2]$  и может быть аппроксимирован гауссовой кривой. При  $\lambda < 0,1$  м могут понадобиться более точные модели  $\lambda$ -спектра.

4.3. Спектр  $S_{\omega}(f)$  — вращения антенны или  $\omega$ -спектр — есть квадрат спектра амплитудной модуляции множества эхо-сигналов мешающих отражателей диаграммой направленности антенны. ДНА  $D(\beta)$  и распределение  $P(x/L)$ , огибающая облучения  $D(\omega t)$  и ее спектр огибающая антенной модуляции  $D^2(\omega t)$  и  $\omega$ -спектр попарно связаны по Фурье. Отсюда следует, что  $\omega$ -спектр однозначно определяется видом функции  $P(x/L)$  и параметрами  $\beta_0 = \lambda/L$ ,  $T_0 = 2\pi\omega^{-1}$ :

$$S_{\omega}(f) = ] P(f/F_0) \nabla P(f/F_0) [^2, \quad F_0 = 2\pi L / \lambda T_0 = \omega \cdot \beta_0^{-1}$$

и ограничен на частотной оси:  $S_{\omega}(f) = 0$  при  $|f| \geq f_0$ .

В табл. 5 приведены типовые  $\omega$ -спектры, их аппроксимации на малых уровнях и значения действующей ширины  $\Pi_{\omega g}$ , в пределах которой содержится 0,9999 мощности ПП.

Спектры вращения

Функция $P_i(x)$ $ x  \leq L/2$	Спектр $S_\omega(u)$ , $u =  f /F_0 \leq 1$ и его аппроксимация $S_\omega(z)$ , $z = 1-u \leq 0,4$	Действующая ширина $\Pi_{\omega g}$
$P_1(x) = 1$	$S_\omega(u) = [1-u]^2$ ; $S_\omega(z) = z^2$	$2F_0$
$P_2(x) = \cos(\pi x/L)$	$S_\omega(u) = [(1-u)\cos\pi u + \pi^{-1} \sin\pi u]^2$ $S_\omega(z) \approx [3,3z^3 - 3,15z^5]^2$	$\sim 1,5 \cdot F_0$
$P_3(x) = \cos^2(\pi x/L)$	$S_\omega(u) = \{(1-u)(2+\cos 2\pi u)/3 + (2\pi)^{-1} \sin 2\pi u\}^2$ $S_\omega(z) \approx [8,7z^5 + 16,4z^7 + 13,5z^9]^2$	$\sim 1,1 \cdot F_0$

Различия  $\omega$ -спектров и значений  $\Pi_{\omega g}$  при разных  $P_i(x)$  уменьшаются, если фиксировать не размер антенны  $L$ , а ширину ДНА  $\beta a$  или число импульсов облучения цели  $M$  (рис. 4). Гауссова аппроксимация ДНА и (или)  $\omega$ -спектра приводит к завышенной оценке величины  $\Pi_{\omega g}$ .

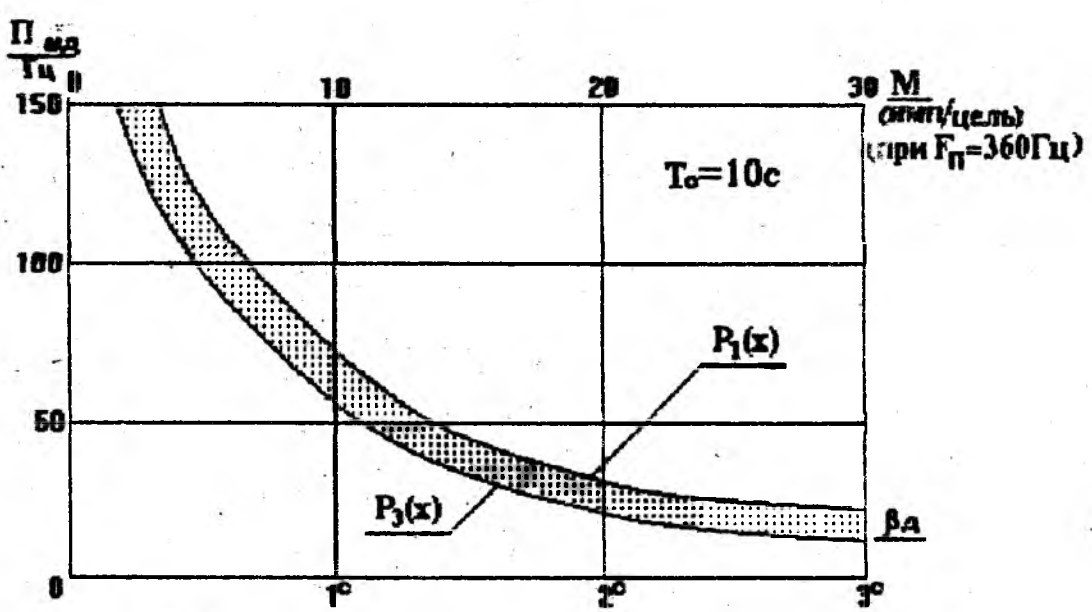


Рис. 4. Зависимости действующей ширины спектра вращения от ширины луча ДНА (числа импульсов облучения цели) при периоде обзора 10 с

4.4. Спектр  $S_x(f)$  —  $x$ -сдвига антенны или  $x$ -спектр — есть квадрат двойной (излучение+прием) ДНА с максимумом в направлении

$\beta_k$  (рис. 1, б), рассматриваемой как функция доплеровской частоты ПП-ФЗ:

$$S_x(f) = D^4(\beta - \beta_k), \quad \beta = \arccos(f\lambda/2V_H). \quad (7)$$

Ширина  $x$ -спектра  $\Pi_x$  максимальна ( $\Pi_x \cong 2V_H/L$ ) при  $\beta_k = \pm 90^\circ$ . Графики  $S_x(f)$  для разных  $P_i(x)$  и  $V_H/L$  при  $\beta_k = \pm 90^\circ$  приведены на рис. 5. Действующую ширину  $\Pi_{xg}$  с учетом свертки спектров (5) и уровня ПП-ФЗ можно определять по уровню  $- (35 \dots 37 \text{ дБ})$ . При использовании сглаженных распределений  $P_2(x)$ ,  $P_3(x)$  имеем:  $\Pi_{xg} \cong (4 \dots 6) V_H/L$ ; графики  $\Pi_{xg}(L)$  приведены на рис. 6, выделены точки, соответствующие реальным СДРЛО. Гауссова аппроксимация ДНА и  $x$ -спектра (см. рис. 5, пунктир) дает для  $\Pi_{xg}$  завышение оценки, как и для  $\Pi_{\omega g}$ . Равномерное распределение  $P_1(x)$  явно нежелательно из-за высокого уровня боковых лепестков ДНА и  $x$ -спектра.

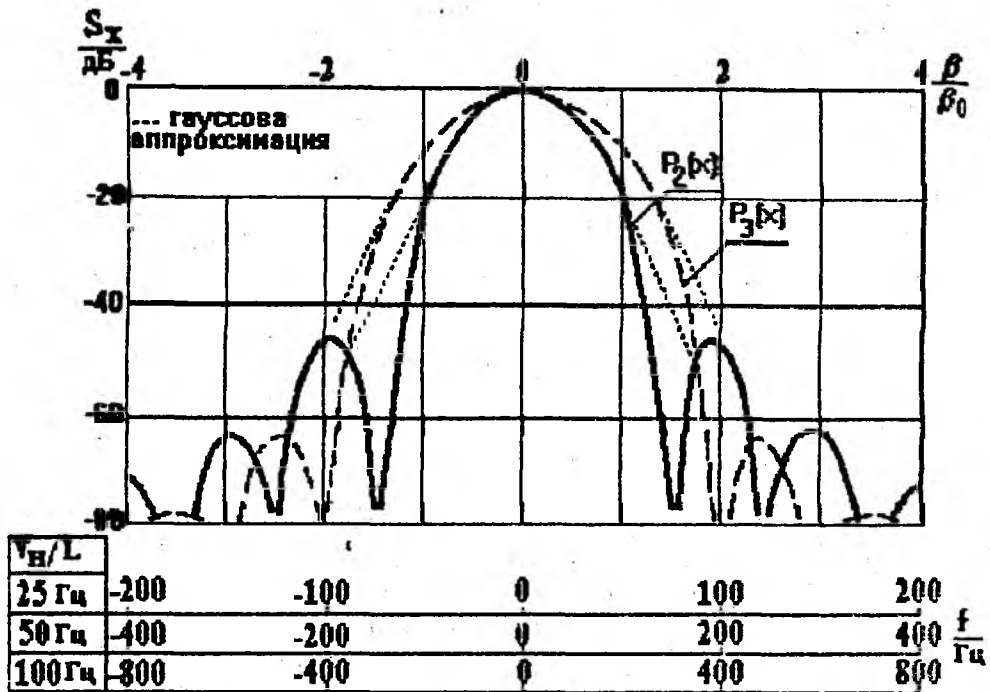


Рис. 5. Спектры сдвига пассивных помех — фона Земли — при ориентации ДНА бортовой РЛС перпендикулярно линии полета СДРЛО. Распределения поля в раскрыве антенны — типа “косинус” и “косинус-квадрат”. Пунктиром показаны спектры при гауссовой аппроксимации ДНА

4.5. Спектр цели  $S_u(f)$  не зависит от  $x$ -фактора; для него гауссова аппроксимация вполне допустима. При слабых флуктуациях расчет сводится к определению эффективной ширины спектра:  $\Pi_u \cong (\Pi_\lambda^2 + \Pi_\omega^2)^{1/2}$ .

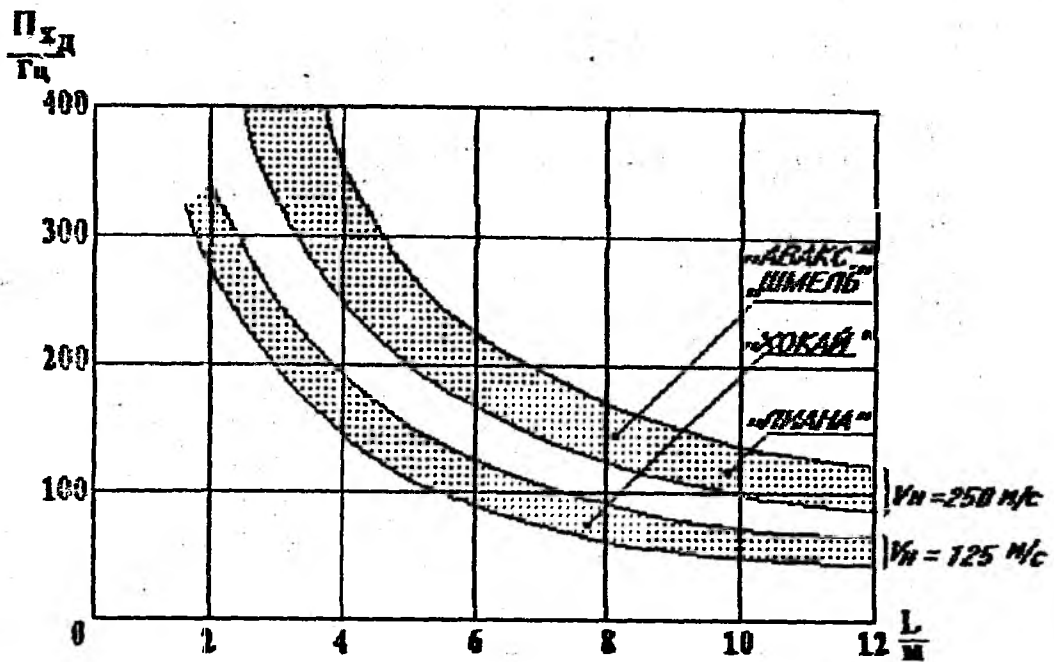


Рис. 6. Зависимости действующей ширины спектра сдвига от размера антенны и скорости движения

4.6. Полосу режекции ПП можно оценить, не вычисляя свертку (5):

$$2F_r \cong \Pi_{\lambda g} + \Pi_{\omega g} + \Pi_{xg} + \Pi_{\epsilon} / 4, \quad (8)$$

где  $\Pi_{\lambda g} \cong 2\Pi_{\lambda}$  — действующая ширина  $\lambda$ -спектра.

## 5. Количественные оценки и практические рекомендации

5.1. В пп. 3, 4 дана методическая основа для расчета показателя потенциальной эффективности  $\alpha_0$  для любых конкретных условий. Наглядное представление о величине  $\alpha_0$  и вкладе  $\lambda$ -,  $\omega$ - и  $x$ -факторов в ее уменьшение можно получить, используя (8) и данные о действующей ширине частных спектров (п. 4, рис. 4 и 6):

$$\alpha_0 = 1 - 2F_r / F_n \cong 1 - 4 \cdot Q [M] \cdot F_n^{-1} - (1,5 \pm 0,15) M^{-1} - (5 \pm 1) \xi, \quad (9)$$

Коэффициенты при  $M^{-1}$  и  $\xi$  в (9) определяются видом функции  $P_i(x)$ .

5.2. Для наземных КИ обзорных РЛС из (9) следует снять жестких ограничений на величины  $M$  и  $\beta_a$  (пп. 1.1, 1.2). Допустимы значения  $M \geq 6$  и узкие ДНА ( $\beta_a \cong 1^\circ$  и менее), что очень важно для РЛС

с высокими требованиями к угловым измерениям, например трассовых радиолокаторов систем управления воздушным движением.

5.3. Для самолетных БРЛС из (9) следует и новая оценка роли  $\chi$ -фактора при НЧП. Допустимы значения  $\bar{f}_M = 0,07...0,08$ ; очевидны несостоятельность НЧП-запрета (п. 1.2) и потенциальная конкурентоспособность когерентно-импульсных БРЛС при объективном сопоставлении их с импульсно-доплеровскими. Рассчитанные согласно (9) параметры гипотетических КИ БРЛС на базе реальных СДРЛО приведены в табл. 6; подробнее эти вопросы рассматриваются в [5].

Таблица 6

Характеристики когерентно-импульсных БРЛС СДРЛО

СДРЛО-прототип	$V_{ш}$ , м/с	$L$ , м	ЧПИ, Гц	Вариант	$\lambda$ , см	$P_i(x)$	$\beta_a$	Обобщенные параметры		$\alpha_0$
								$M$	$\bar{f}_M$	
"Хокай"	130	6,5	400	а	23	$P_1(x)$	2°, 4	26	0,05	0,69
				б	10	$P_2(x)$	1°, 3	15	0,05	0,51
"Лиана"	200	10	400	а	23	$P_2(x)$	1°, 6	18	0,05	0,68
				б	13	$P_3(x)$	1°, 1	12	0,05	0,51
АВАКС	250	7,3	400		13	$P_2(x)$	1°, 2	13	0,085	0,45

Повышение эффективности СДЦ в КИ БРЛС возможно за счет оптимизации распределения поля в раскрыве антенны, увеличения ее размера  $L$ , совместной оптимизации параметров БРЛС и самолета-носителя.

5.4. Реализация потенциальной эффективности СДЦ при НЧП связана с совместной обработкой эхо-сигналов из  $\sim 2M$  периодов посылок; хорошее приближение достижимо при обработке 7...15 посылок. Соответствующие адаптивные цифровые фильтры, несомненно, будут эффективнее аналоговых систем ЧПАК, обеспечивавших СДЦ на фоне суши (п. 2). Такие факторы, как ошибки распределения  $\rho(x)$ , неоднородность помехового фона Земли, воздействие широкополосных гидрометеорных ПП и дискретных мешающих отражений (ангел-эхо), которые нельзя описать в пределах статьи, учитываются автором и считаются разрешимыми или практически решенными. Так, при НЧП в БРЛС пригодны антенны с уровнем фона боковых лепестков  $-35$  дБ, что на 25 дБ выше уровня, требуемого (и достигнутого) в БРЛС с ВЧП.

## 6. Заключение

Статья не содержит принципиально новых теоретических положений. Систематизация известных теоретических и малоизвестных опытных данных привела к новым выводам об эффективности СДЦ в РЛС с однозначным измерением дальности. Возможны эффективные обзорные БРЛС с низкой ЧПИ и обычными (неадаптивными) антеннами; следовательно, СДРЛО могут стать доступными для более широкого круга изготовителей и пользователей. В наземных обзорных КИ РЛС с низкой ЧПИ ( $F_n \cong 400$  Гц) можно применять антенны с узкими ( $\beta_a \leq 1^\circ$ ) лучами и избежать повышения ЧПИ, используемого в ряде случаев "ради интересов СДЦ" в ущерб однозначности измерения дальности.

**Л и т е р а т у р а:** 1. *Сколник М.* Введение в технику радиолокационных систем / Пер. с англ. под ред. К. Трофимова.— М.: Мир, 1965.— С. 747. 2. Справочник по радиолокации / Под ред. М. Сколника; Пер. с англ. под ред. К. Трофимова: В 4 т.Т. 3.— М.: Сов. радио, 1978.— С. 528. 3. Современная радиолокация / Под ред. Р. Берковица; Пер. с англ. под ред. Ю. Кобзарева.— М.: Сов. радио, 1969.— С. 704. 4. *Кларк Дж.* Радиолокационные системы авиационных комплексов дальнего радиолокационного обнаружения: Пер. с англ. / ТИИЭР.— 1985.— Т. 73.— № 2.— М.: Мир, 1985.— С. 164—181. 5. *Литвинов В. В.* Самолеты дальнего радиолокационного обнаружения: проблема выбора основных решений // Наука і оборона: Зб. наук. матеріалів Міноборони України. Вип. 3.— К.: Варта, 1994.— С. 3—9.

УДК 551.501

М. Ф. Лагутин

### ЛАЗЕРНАЯ РЕЗОНАНСНАЯ ЛОКАЦИЯ В ЭКОЛОГИИ КОСМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА

#### 1. Украинская национальная сеть лидарных наблюдений

В мировой практике лидарно-резонансные исследования были начаты в 70-х гг. [1]. Ученые Харьковского государственного технического университета радиоэлектроники (ХТУРЭ) сформулировали и реализовали системный подход по данной проблеме и впервые в СНГ (1975 г.) провели локацию

космической примеси натрия в районе г. Харькова [2]. Для организации и внедрения наземной мировой сети лидарных наблюдений при решении глобальных проблем антропогенного воздействия космических технологий на экологию околоземной воздушной среды специалисты ХТУРЭ провели научную разработку, создали лазеры оригинальной конструкции и лидары на их основе. Так, начиная с 15-й советской антарктической экспедиции, на антарктической станции Молодежная впервые в мировой практике был опробован лидар для зондирования мезосферного натрия [3]. На Туркменской обсерватории в пос. Вановский был создан и внедрен лидарно-радарный комплекс нового поколения для комплексного изучения притока космической примеси естественного и искусственного происхождения [4]. Систематическое лазерное зондирование стратомезосферы вблизи южных границ СНГ (в горах Копетдага) позволило организовать непрерывные наблюдения воздействий спускаемых аппаратов типа "Прогресс" на мезосферу Земли [5] и явления эруптивной деятельности вулканов. Успехи в создании лазеров высокой спектральной яркости с импульсной мощностью до 10 МВт в полосе 10 пм [6] и диапазоне волн 0,4—0,7 мкм [7] определили возможность создания и внедрения уникального в СНГ лидара, позволившего зарегистрировать отдельные атомы лития на высоте 95 км над поверхностью Земли и разделять их изотопы при контроле техногенного воздействия экспериментов, проводившихся в космосе.

К 1991 г. было завершено формирование национальной сети лидарных станций подспутникового обеспечения Украины для глобального мониторинга, после того как были созданы и внедрены лидары на антарктической станции Мирный, где впервые получены данные о наблюдениях стратосферного аэрозоля для решения проблем "озонной дыры", станции в районе Кавказа [8], где впервые в СНГ на эксимерном лазере оригинальной разработки получено высотное распределение концентрации озона [9]. В процессе годичных циклов исследования термодинамических условий (температуры стратосферы) и приливо-гравитационных волн [10, 12, 13, 14] в этом же регионе проводились комплексные наблюдения натрия пассивным сумеречным методом аппаратурой девятиканального сканирующего электрофотометра [11] на грузинской обсерватории в г. Абастумани. Коллектив ученых ХТУРЭ явился разработчиком лазерно-резонансной методологии и аппаратуры по проекту глобальных лидарных исследований с борта космической станции. Достижения в области создания средств стабилизации, монохроматизации и преобразования (удвоения) частоты излучения перестраиваемых импульсных лазеров обеспечили реальные предпосылки для создания лидаров наземного и космического базирования для зондирования ионов:  $\text{Ca}^+$ ,  $\text{Ba}^+$ ,  $\text{Mg}^+$ ; нейтралов:  $\text{Na}$ ,  $\text{K}$ ,  $\text{Ba}$ ,  $\text{Li}$ ,  $\text{Fe}$ ,  $\text{Mg}$ ,  $\text{Ca}$ ,  $\text{Sr}$ ,  $\text{Rb}$ ,  $\text{Cs}$  на высотах 70—300 км над поверхностью

Земли, а также примесей стратотропосферы:  $\text{SO}_2$ ,  $\text{NO}$ ,  $\text{O}$ ,  $\text{Hg}$ ,  $\text{OH}$  и др. лидарным методом дифференциального поглощения. Разработка аппаратуры, которая ведется в Р с приемным зеркалом диаметром 2,6 м, работающей в режиме счета фотонов на ПЗС-матрице, открывает возможности для решения проблем создания оптико-лазерных адаптивных систем, использующих искусственную "натриево-мезосферную звезду". Благодаря этим достижениям университет подключается к международным проектам по глобальному изучению мезосферы Земли в районе мезопаузы (на высоте 95 км) в части исследования динамики температуры и физики гравитационных волн в этой области атмосферы лидарной методикой. По украинско-американскому проекту планируется использовать лидарные наблюдения при комплексных ионосферных исследованиях для решения проблем динамики и фотохимии нейтрально-ионизированной компоненты ионосферы.

## 2. Результаты разработки перестраиваемых лазеров и лидаров на их основе

Для практического использования лидаров в исследованиях атмосферы успешно решен целый ряд научно-технических проблем разработки передающей и приемной систем лидара. Генератор лидара сочетает в себе ряд противоречивых параметров: большую энергию в импульсе и среднюю мощность, высокую спектральную яркость, стабильность и воспроизводимость длины волны и полосы излучения, длительный ресурс работы для получения информации о физике и динамике примеси. Для решения этих задач была проведена оптимизация конструкции системы накачки перестраиваемого импульсного лазера на красителях, в котором используются стандартные прямолинейные лампы ИСП-5000 в специально исследованных режимах и схемах питания. Разработана и внедрена в сеть лидарных станций многоламповая конструкция лазерной головки на базе двойных эллиптических зеркальных осветителей, развернутых под углом друг к другу и расположенных вдоль оси активного элемента [6]. Параметры основного разрядного контура оптимизированы из условий спектрально-энергетического согласования характеристик светового импульса накачки со спектром конкретного красителя и необходимой формируемой длительности импульса, а также требуемого ресурса работы системы в целом. Предложенные режимы накачки с предионизацией позволили значительно повысить энергетические параметры излучения [16]. Для продления непрерывного ресурса работы излучателя применены оригинальные конструктивные решения элементов лазера, позволившие обеспечить быструю смену любой из десяти ламп без разъюстировки

резонатора, при этом лампы с системой охлаждения и элементами токопровода составляют единый легкоъемный узел. Достигнуты требуемые эффективности резонансного отклика спектрально-энергетических параметров излучения лазера в соответствии с шириной спектральной линии порядка 10 нм исследуемой компоненты [15]. При этом, с использованием лазерного усилителя бегущей волны, был обеспечен уровень флуктуаций длины волны величиной 0,1 от ширины спектра излучения. Требуемая долговременная стабильность характеристик излучения достигнута применением термостабилизации всех элементов резонатора с точностью порядка 0,1 °С. Созданное метрологическое обеспечение настройки на резонансную линию лоцируемой компоненты осуществлялось с помощью разработанной оригинальной аппаратуры контроля на основе оптогальванического эффекта в лампах с полым катодом в импульсном режиме включения [15]. Для повышения точности измерений был разработан компьютерно-телевизионный измерительный комплекс контроля спектра и пространственных характеристик излучения на основе термостабилизированных интерферометров Фабри-Перо, фотодиодных матриц, ПЗС линеек, а также была разработана специальная методика и лазерно-оптическая система совмещения осей приемного и передающего телескопов с точностью 0,1 мрад. Оптические элементы приемной аппаратуры лидара, кроме основных технических характеристик, минимизировались по габаритам, весам и стоимости, так как жестко связанными между собой являются такие параметры лидара, как: угол зрения приемного телескопа, расходимость излучения лазера, спектральная полоса фотоприемника, диаметр главного зеркала и др. [17]. Предельная чувствительность аппаратуры в режиме счета фотонов ограничивалась фоновыми и темновыми фотоэлектронами. Применение специально отработанных малощумящих режимов ФЭУ с охлаждением фотокатода полупроводниковым холодильником до -30 °С позволило снизить уровень темновых шумов до величины порядка 10 имп/с. Существенное уменьшение числа фоновых фотоэлектронов достигнуто за счет использования узкополосных 0,1 нм интерференционных светофильтров. Для предотвращения перегрузки ФЭУ и уменьшения уровня динамических шумов в лидарах с энергией в импульсе величиной, достигающей 10 Дж, использовались затвор-обтюратор и другие оптико-электронные средства защиты. Система аналого-цифровой обработки на основе ПЭВМ IBM PC/AT использует метод программного временного стробирования с последующим накоплением фотоэлектронов в каналах, программно устанавливаемым высотным интервалом зондирования. При автоматизированной обработке сигналов учитывалось, что в условиях накопления сигналов малой интенсивности статистика фотоэлектронов описывается законом распределения Пуассона. При этом, как известно, точность измерения в заданном

интервале времени растет с увеличением времени зондирования, а следовательно, зависит от полной излученной энергии в течение сеанса зондирования. Таким образом, требуемые энергетические параметры могли быть достигнуты только благодаря применению эффективной системы термостабилизации и прокачки генерационной среды, охлаждением ламп, разрядников и накопителей. Применение описанных выше достижений и внедрение наукоемких лазерных технологий определило значительные успехи лазерной резонансной локации в интересах экологии космического пространства.

### 3. Основные научные результаты лидарных исследований

На основе дистанционного зондирования радиолокационным методом ионизированных метеорных следов и теоретических оценок притока внеземного вещества всего комплекса аблирующих метеороидов в атмосфере Земли, с учетом фотохимии испарившегося вещества, создана эмпирическая модель глобального распределения естественного фона натрия космического происхождения. Проведенные экспериментальные наблюдения сезонных вариаций мезосферного натрия в среднеширотных условиях Евразии, Антарктиды и Арктики подтвердили предложенную модель широтного распределения фонового натрия космического происхождения [34]. В рамках реализации национальной программы контроля динамики антропогенного лития на высоте 95 км, обнаруживаемого на фоне вулканического воздействия аэрономических и других экспериментов в космосе, измерены его концентрации в естественных условиях, составляющие единицы атомов в кубическом сантиметре. На рис. 1, а приведена фотография с дисплея системы регистрации контролируемого лития, составляющего концентрацию порядка 10 атомов в кубическом сантиметре на высоте 95 км. На рис. 1, б приведены уникальные лидарные наблюдения аэрозольно-натриевой динамики в районе газопылевого облака, возникающего при торможении спускаемого аппарата типа "Прогресс" [5], что позволило сформулировать критерии для устойчивой регистрации экологического влияния на атмосферу "испарений с его поверхности". Эти результаты определили значительную перспективность метода для диагностирования "атмосферы" вокруг летательных аппаратов в космосе и "следов", образуемых при их торможении в атмосферу Земли. Исследования возможности лидарных наблюдений высотно-временной стратификации концентрации натрия позволили организовать лазерно-резонансный мониторинг спектра вертикальных масштабов акустогравитационных волн, возбуждаемых в атмосфере [14]. Было установлено, что закон распределения зарегистрированных волн и направлений движения их фаз указывает

на различные энергетических источников, возбуждающих эти колебания, в высоких и среднеширотных условиях.

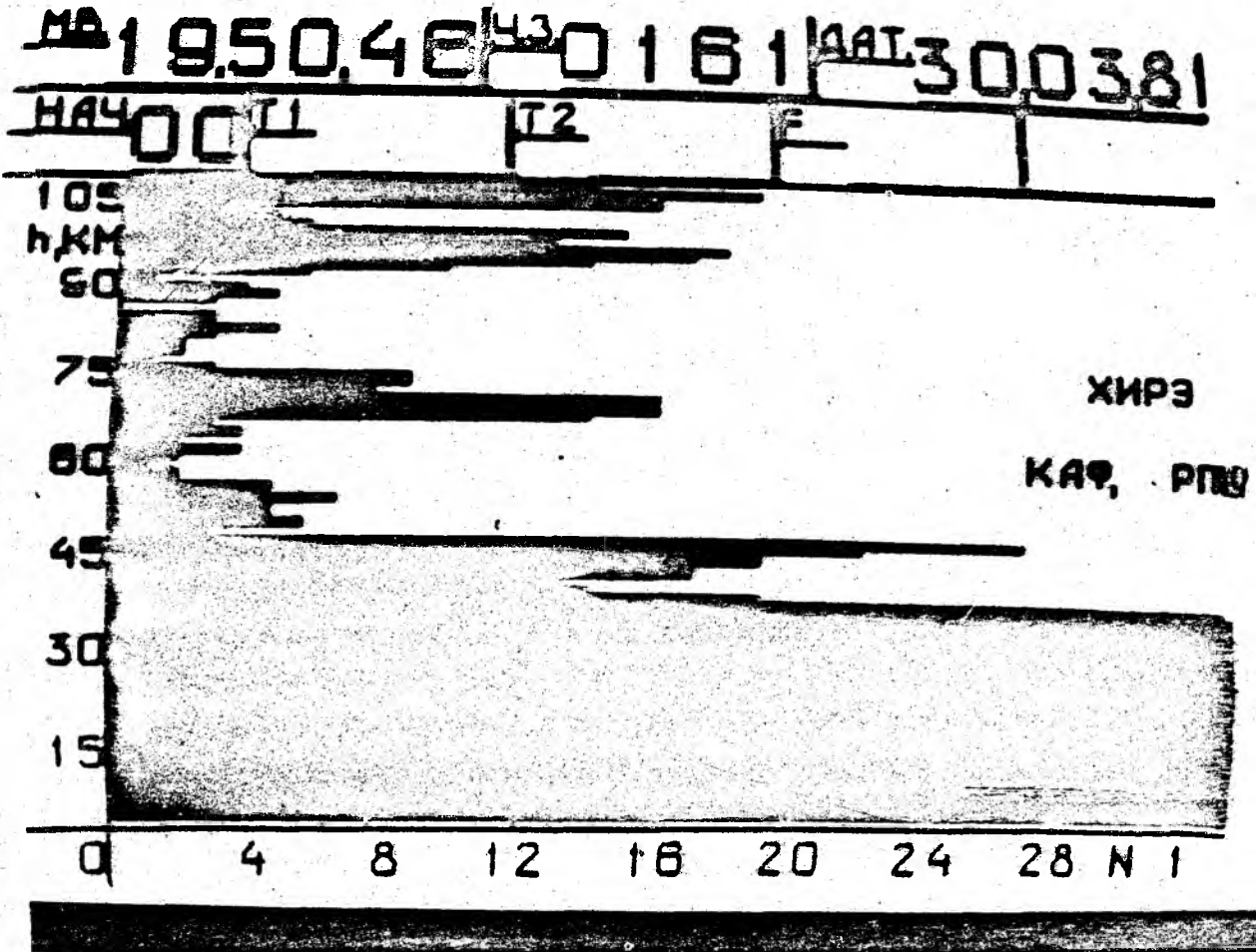
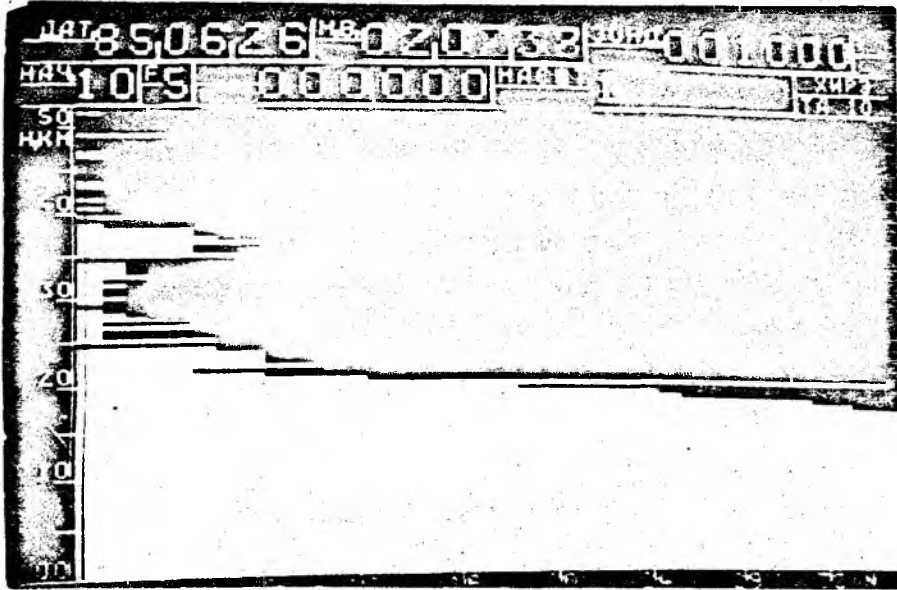


Рис. 1. Вид фоторегистратий: слоя лития на высоте 95 км над поверхностью Земли (а); слоя натрия на высоте 95 км и серебристых облаков на высоте 73 км (б)

Система наблюдения волновых процессов на трех станциях ХТУРЭ (в районе Ашгабата, Туапсе и Харькова) обеспечила возможность “пеленгации” наземных и верхнеатмосферных источников энергетического воздействия на мезосферу. Обнаруженная ранее уникальная особенность высокоширотной “пичковой” аномалии концентрации натрия обязана, вероятно, “сгонке” ионов натрия в слой шириной 100 м от высыпающегося на полюсе космического вещества. Как было нами установлено, эти явления в средних широтах имеют другую природу и вызваны, возможно, испарением щелочных металлов от горизонтально входящих в атмосферу метеороидов. Предложенный автором метод локации нейтралов и ионов кальция, особенно в эпоху действия крупных ежегодных метеорных потоков, создает возможность использования этих естественных “трассеров” для изучения ионосферы без запуска в космос геофизических ракет, запускаемых обычно для постановки искусственных облаков веществ, что снимает проблему экологического риска, который имеет место при инъекции в атмосферу примесей антропогенного характера. Опыт оптической локации атмосферной плотности, и особенно температуры в тропостратосфере с использованием молекулярного рассеяния, позволил организовать наблюдение над Украиной зимних стратосферных потеплений, обязанных воздействию динамики стратосферного озона над Европой. Для комплексного решения этой проблемы был создан УФ лидар и впервые в СНГ получено высотное распределение озона на волне эксимерного  $XeCl_2$  лазера оригинальной разработки [9]. Озонлидарная и УФБ фотометрия аномалий солнечного излучения позволили стимулировать внедрение мониторинга кризисных ситуаций при гелиотерапии, особенно детей в курортно-оздоровительных условиях Восточного Причерноморья в рамках международной программы “Экология Черного моря” и обязательств Украины по международным проектам по озону и озоноразрушительным веществам, а также по проблемам глобальных изменений климата и трансграничных переносов выбросов в Европейском регионе.

Область М-зоны, которая занимает 80—120 км (мезосфера и нижняя термосфера), исследовалась нами комплексным методом [18], при этом наиболее оригинальные результаты были получены совместно с Институтом экспериментальной метеорологии России при изучении статистики пульсационных скоростей [21], отражающей хаосдинамический характер турбулентных движений в ней. Результаты экспериментальных работ по радиометеорным импульсным [19, 21] и непрерывным методам [20] показали, что в этой зоне атмосферы существует инерционная подобласть всех масштабов турбулентных движений, подчиняющихся закону Колмогорова-Обухова; были установлены большие значения чисел Рейнольдса в этой среде и показано, что “интенсивность” турбулентного состояния контролируется солнечным

излучением [22]. Принципиальной задачей исследования был поиск механизмов энергообеспечения турбулентности, одним из которых оказались волны приливного и особенно акустогравитационного характера [23].

Наиболее существенные сведения о них получены при лидарных наблюдениях в Антарктиде [24], в районе Копетдага [25] и над Кавказским регионом [26]. Установлено, что их источники могут быть выше М-зоны, как, например, в области высыпания энергичных частиц в атмосферу южнополярного региона, так и в собственно тропостратосфере. На рис. 2 представлена типичная зависимость вертикальных  $\lambda_z$  масштабов этих волн для зимы 1989—1990 гг. от их периодов  $T_B$ , которые аппроксимируются зависимостью вида  $\lambda_z = CT_B^P$  ( $C=0,2$  и  $0,3$  зимой и летом соответственно;  $P=0,7$  и  $0,6$  соответственно). Таким образом было экспериментально подтверждено, что М-зона является диссипативной структурой, в которой энергия затухающих в ней волновых процессов имеет среднюю вертикальную скорость  $C = 1$  м/с и в этой зоне превращается в тепловую.

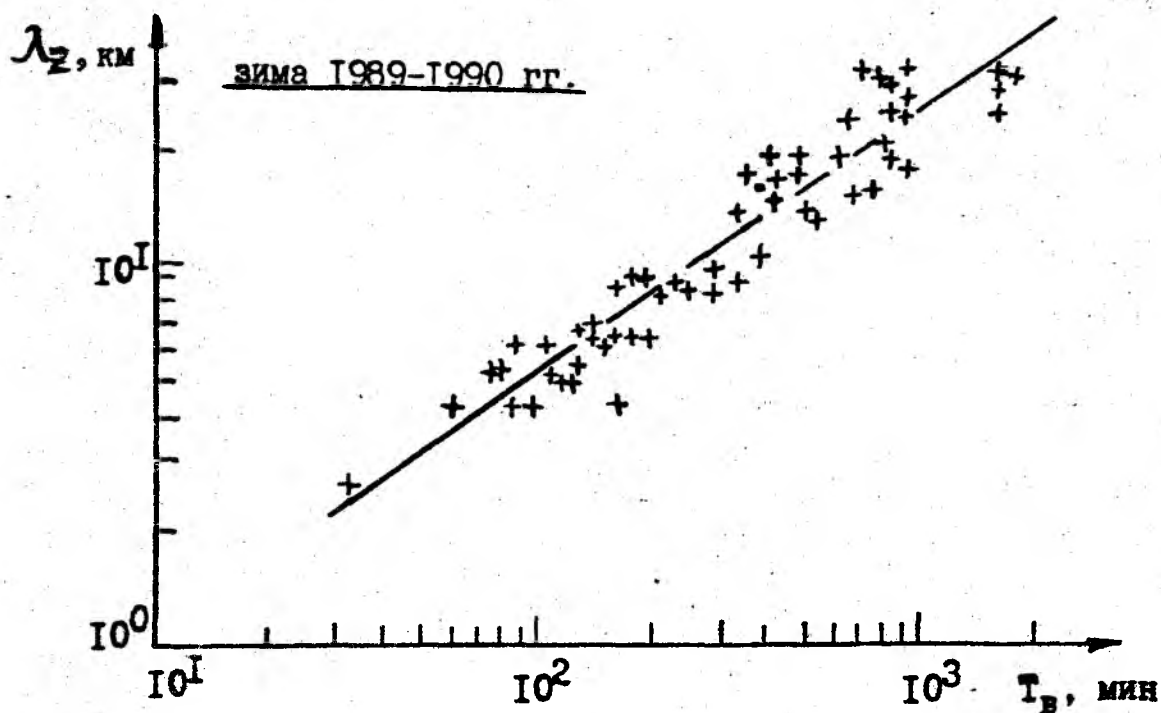


Рис. 2. Зависимость зарегистрированных масштабов волн для зимы 1989—1990 г. над Туапсе

Были проведены теоретические исследования динамики антропогенной нейтральной примеси при искусственном воздействии на мезосферу. На основе оригинальных результатов наблюдений и представления о роли метеорного источника в формировании слоя мезосферного натрия построена глобальная модель широтно-сезонного хода с учетом особых

термодинамических условий [29], влияющих на его фотолитию, при этом использованы экспериментальные лидарные наблюдения на собственной сети станций в Антарктиде [31], Туркмении [30, 35], на Кавказе [10] и в Харькове [32].

Было установлено, что средняя высота максимума слоя в Антарктиде на 2—3 км ниже для Туапсе в 1989 г., чем на ст. Молодежная в 1979 г., сезонный ход аналогичен и наблюдается лишь со сдвигом на полгода, так как измерения проводились в различных полушариях.

Многолетние лидарные наблюдения в районе наилучших астроклиматических условий (в горах Конетдага) показали, что избыточного аэрозольного рассеяния космической пыли в мезосфере не было отмечено [34]. Аномальное рассеяние мезосферы [5, 36] интерпретировано как эффекты влияния опытов по воздействию пылевого и аэрокосмических экспериментов на севере от станции наблюдения; наиболее оригинальные данные аэрозольной избыточности отмечены в период прохождения спускаемого аппарата типа “Прогресс” в этом районе (см. рис. 1, б). В связи с тем, что система работала в режиме резонансного зондирования, это могли быть также сигналы от испарявшегося с поверхности космического аппарата натрия. Впервые в СНГ была зарегистрирована запыленность стратосферы в период прохождения аэрозольных “облаков” над Ашхабадом, обязанных эруптивной деятельностью вулкана Эл-Чинчон [37].

По программе изучения проблемы “озонной дыры” над Антарктидой совместно с Институтом Арктики и Антарктики России силами ХТУРЭ была создана лидарная станция и организованы исследования динамики аэрозольного рассеяния на антарктической станции Мирный [38].

Непрерывные ряды зимне-весенних наблюдений аэрозольного рассеяния показали, что в период уменьшения концентрации озона (наблюдаемой) сумеречным методом отмечены возрастания избыточной “запыленности атмосферы” на высотах 10—25 км, что соответствует одному из возможных механизмов, которые могут повлиять на концентрацию озона в Антарктиде.

#### 4. Проект лидарных исследований примесей верхней атмосферы с борта космических аппаратов (КА) типа “Прогресс-Мир” и “Сич”

Осуществляя лидарный экологический контроль за околоземным пространством, можно с определенной точностью говорить о процессах, происходящих как в определенной области атмосферы Земли, так и на планете в целом. Это может быть достигнуто благодаря специфическим возможностям бортового лидара при наличии подспутникового обеспечения и априорных сведений об ожидаемых и предельно допустимой концентрации

зондируемых нейтральных щелочных примесей и их ионов как естественно-го, так и искусственного (антропогенного) происхождения. Как было показано, источник ионов естественного происхождения обязан в основном [1] притоку твердого вещества, поступающего из космоса в атмосферу Земли, а также за счет инжекции в ионосферу и магнитосферу щелочных металлов, распространение которых в верхней атмосфере зависит от механизма их переноса в термосфере Земли.

Детальное рассмотрение вопроса распределения ионов в верхних слоях атмосферы позволило сделать вывод о том, что за счет источников метеорных ионов, постоянно присутствующих на высоте 90 км над поверхностью Земли, при наличии горизонтальных преобладающих ветров, за счет акустогравитационных и тепловых приливов, происходит перенос ионов в вертикальном направлении с учетом совместного действия электрического и магнитного поля Земли. В результате распределение ионов в верхней атмосфере может отличаться от распределения концентрации их породивших нейтральных частиц. Если направление ветра меняется с высотой, то меняется и направление переноса ионов. Поэтому ионы могут "сгоняться" в тонкие слои. В некоторых случаях может образоваться спорадический слой  $E_c$ , а за счет процессов рекомбинации могут возникнуть спорадические слои нейтральных примесей, как это было зарегистрировано нами при локации натрия 15 августа 1989 г. Концентрация натрия, наблюдавшаяся в слоях меньше 1 км, составляла порядка  $10^4$  (1/см куб.), время жизни которых составляло примерно 100 с, и имела скорости вертикального перемещения примерно 10 м/с.

Известно, что на высотах более 200 км число столкновений ионов уменьшается, а механизм переноса меняется и в основном он обязан эффекту Педерсена. На этих высотах ионы внеземного происхождения были обнаружены с помощью масс-спектрометра на геофизических ракетах, а также методом фотометрии на спутниках.

Достижения последних лет в создании (в том числе и в ХТУРЭ) перестраиваемых узкополосных с полосой 0,001 нм лазеров, обладающих большей спектральной яркостью излучения, позволили сформулировать программу спутникового изучения большого числа примесных составляющих верхней атмосферы. При этом открываются возможности контроля динамики искусственно создаваемых ионизированных областей, исследования их диффузии, переноса под воздействием электродинамических эффектов. Также актуальны исследования эффектов активных воздействий ионов плазмы, ионных пучков, нейтрального газа, проводимых со спутников. Известны некоторые программы по исследованию возможности лидарных наблюдений Mg, Na, K с борта космического аппарата типа "Шаттл" и "Мир". Однако

их реализация ограничена из-за ряда конструкторско-технологических сложностей, энергоограниченности и особенно низкого КПД жидкостных лазеров первого поколения. Более совершенными по массогабаритам, энергоресурсам и другим параметрам являются перестраиваемые лазеры на основе сапфир-титана, в том числе в перспективных проектах при зондировании с борта украинского КА типа "Сич".

Основными достоинствами лазеров на этом кристалле, определяющими возможности его использования в системах дистанционного зондирования из космоса, являются: значительная мощность и энергия лазерного импульса, высокие пространственные и временные характеристики излучения, которые позволяют использовать его без применения коллимирующих систем. Отличительной способностью лазера на основе сапфир-титан являются более высокий общий КПД лазера, достигающий 5 %, и улучшенные термодинамические характеристики, что позволяет применять высокоэффективную ламповую накачку без использования АИГ лазера на второй гармонике в качестве монохроматической накачки.

В результате теоретических и экспериментальных исследований создан опытный образец лазера на кристалле диаметром 8 мм и длиной 80 мм при ламповой накачке, который обладал энергией 1,0 Дж, частотой следования импульсов 1 Гц в полосе 1—10 пм, с перестройкой в диапазоне 0,7—0,9 нм. Задающий генератор и усилитель накачивались лампами типа ИНП в плотной упаковке. В резонаторе применялись интерференционно-поляризационные фильтры, а вторую или третью гармоники излучения лазера получали, применяя нелинейные кристаллы с эффективностью преобразования порядка 30 %.

Существенное расширение возможностей реализации проекта связано с применением ФЭУ с фотокатодом из арсенида галлия и квантовым выходом порядка 20 %, что снижает требования к размеру приемного телескопа на порядок, это позволило на этапе НИОКР применить телескоп диаметром 0,4 м, такой, как планируется применять по проекту "Алиса".

Полученные нами численные оценки возможностей резонансного бортового лидара позволяют планировать их применение на модуле типа "Природа" и "Сич". При глобальных наблюдениях примесей ионов железа и магния в верхней атмосфере можно получить распределения с возможностями и точностями, представленными в табл. 1, где  $N(Z)$  — число зарегистрированных фотоэлектронов на удалении  $Z$  от спутника, и отмечены погрешности измерений. Эти результаты получены для энергии 0,2 Дж в импульсе на длинах волн 263 и 280 нм. Расчеты производились при зондировании в зенит и надир на различную глубину с высоты 300 км при толщине зондируемого слоя 2 км, с учетом реальной концентрации в этом слое.

В случае, когда разрешающая способность по горизонтали оказалась менее 8 км, то есть меньше расстояния пролета КА за период следования зондирующего импульса, возможно увеличение разрешающей способности по высоте до 500 м, так как реальная длительность импульса при ламповой накачке составляет порядка 3 мкс.

Применению бортовых лидарных экспериментов для таких оригинальных экспериментов будут предшествовать проекты бортовой дальнометрии, которые на первом этапе посвящены изучению верхней кромки облаков [28], как простейшей задаче в метеорологических исследованиях. Одной из таких и др. проблем зондирования занимается созданный в Харькове международный Институт глобального экологического мониторинга.

*Таблица 1*

**Результаты численного зондирования магния  
с борта космического аппарата**

Z, км	180	150	50	40	25	20	10	50	1501
N(Z)	955	1,0	8	271	972	424	935	16	0,11
погр. %	3	95	34	6	3	5	3	46	3651

**В ы в о д ы:** 1. Специалистами ХТУРЭ освоено и внедрено метод лазерного резонансного зондирования, позволяющий получать результаты зондирования на уровне лучших мировых достижений. Достигнутый высокий уровень лазерных технологий определил возможность внедрения их в интересах геофизики, метеорологии, медицины и в других областях народного хозяйства Украины.

2. Радиофизический комплекс дистанционного зондирования околоземного космического пространства, развернутый в Харьковском регионе, и сеть станций представляют собой национальное достояние, скоординированное использование которого надолго обеспечит приоритетные позиции ученых Украины в указанных областях исследований.

3. На базе уникальных технических средств, используя приемное зеркало диаметром 2,6 м и ПЗС-матричную регистрацию сигналов в режиме

счета фотонов, без дополнительных капитальных затрат, возможно в кратчайшие сроки организовать мониторинг околоземного воздушного пространства в интересах успешного выполнения международных обязательств Украины по защите озонового слоя, контроля трансграничного переноса техногенных выбросов и решения проблем глобального изменения климата.

**Л и т е р а т у р а:** 1. *Лагутин М. Ф.* К вопросу о происхождении атомов металлов в нижней иносфере Земли // Астр. вестн.—1974.—Т. 8.—№ 3.—С. 151—168. 2. *Lagutin M. F.* The interpretation of laser observation of sodium layer on the base of meteors influx dynamics // Abstr. of 7-th ILRC, Manjo Park.— 1975.— P. 35—36. 3. Лазерное зондирование верхней атмосферы на антарктической станции Молодежная / *М. Ф. Лагутин и др.* // Докл. АН СССР. — 1981.— Т. 258.— № 2.— С. 168. 4. *Lagutin M. F. et all.* Lidar investigation of M-sone // Handbook for MAP.— 1987.—V. 25.— P. 405—409. 5. Лидарные наблюдения аномального рассеяния в мезосфере / *М. Ф. Лагутин и др.* // Изв. АН ТССР: Сер. физ. техн.-хим. и геол. наук.— 1981.—№ 5.—С. 45—51. 6. *Зарудный А. А., Лагутин М. Ф.* Лазер повышенной спектральной яркости для спектрометрических измерений // Тр. IX Всесоюзн. симпоз. по лазерному зондированию атмосферы.—Томск, 1987.— Ч. 2.— С. 280—284. 7. Лидар для исследования мезосферной примеси / *А. А. Зарудный, М. Ф. Лагутин и др.* // Оптика атмосферы.— 1988.— Т. 1.— № 6.— С. 83—89. 8. Equipment and resalt of the mesospheric sodium layer invest in Tuopse / *M. F. Lagutin, A. A. Zarudny et all* // Abstr. 15-th ILRC.— Tomsk.— 1990.— P. 135—139. 9. УФ-лидар для озонозондирования / *И. Г. Шурыгин и др.* // Оптика атмосферы.— 1990.— Т. 3.— № 10.—С. 1056—1059. 10. *Лагутин М. Ф., Зарудный А. А., Верхоробин А. Л.* Результаты экспериментальных исследований динамики параметров натриевого слоя // Оптика атмосферы и океана.— 1993.— Т. 6.— № 5.— С. 553—558. 11. *Лагутин М. Ф., Беседовский Н. Ю.* 9-канальный сканирующий электрофотометр // Бюл. Абастуманской астрофиз. обсерв.— 1980.— № 53.— С. 15—18. 12. Динамика атмосферных примесей из лидарных наблюдений / *Лагутин М. Ф. и др.* // Изв. АН СССР: ФАО.—1989.— № 11.— С. 215—218. 13. Перспективы лазерного зондирования полярной атмосферы / *М. Ф. Лагутин и др.* // Бюл. САЭ.—1988.— № 110.— С. 30—38. 14. *Lagutin M. F., Verchorobin A. L.* The internal gravity waves lidar statistical detection technique and experimental data // Abstr. 15-th ILRC.—Tomsk.— 1990.— P. 166—168. 15. *Лагутин М. Ф., Мустецов Н. П., Зарудный А. А.* Разборные лампы накачки для лазера на органическом красителе // ПТЭ.— 1978.— № 2.— С. 178—180. 16. Люмінесценція двокомпонентних систем при стаціонарному та імпульсному режимах збудження / *М. Ф. Лагутін та ін.*

- // Укр. фіз. журн.— 1974.— Т. 19.— № 4.— С. 131—138. 17. *Зарудный А. А., Мегель Ю. Е.* Анализ приемной системы лидара // Тр. IX Всесоюзн. симпоз. по лазерному зонд. атмосф.— Томск.— 1987.— Ч. 2.— С. 285—288. 18. *Lagutin M. F.* Complex research of mesosphere by laser radio-meteor prolin and by the method photometric jbservation // Abstr. of 8-th ILRC& Sandford (USA).
19. *Лагутин М. Ф., Кузнецов В. Н., Онуфриев В. П.* Статистический подход к обработке результатов радиолокационных наблюдений метеорных следов. // Тр. Института экспериментальной метеорологии.— 1974.— Вып. 2(46).
20. *Лагутин М. Ф., Смагин Д. М. и др.* Радиолокационные наблюдения метеоров в Ашхабаде // Изв. АН Туркм. ССР.— 1970.— № 6.
21. *Петручек Е. П., Лагутин М. Ф.* Регистрация скоростей дрейфа метеорных следов на станции Молодежная // Бюл. САЭ.— 1970.— № 77.
22. *Делов А. И., Лагутин М. Ф., Лысенко А. И.* Исследования некоторых параметров турбулентных движений методом радиолокации метеорных следов // Изв. высш. уч. зав. Радиофизика.— 1964.— Т. VII.— № 2.— С. 225—231. 23. Статистический метод в обработке информации о скорости дрейфа метеорных следов / *М. Ф. Лагутин и др.* // Межвед. сб. Радиотехника.— 1974.— Вып. 290. 24. *Лагутин М. Ф., Мегель Ю. Е.* Волновые процессы в стратосфере Антарктиды по результатам лазерного зондирования на станции Молодежная // Тез. докл. 6 Всесоюзн. симп. по лаз. и акуст. зондированию.— Томск, 1980.— Ч. 1.— С. 217—219. 25. *Торба А. А., Лагутин М. Ф., Альшевская Л. В.* Изучение структуры натриевого слоя на высоте 80—100 км // Исследования динамических процессов в верхней атмосфере.— Л.: Гидрометиздат, 1988.— С. 116—118. 26. *Lagutin M. F., Verchogobin A. L.* The internal gravitation waves lidar statistical detection technique and experimental data // Tes. 15-the International Laser Radar Conf.— Tomsk, 1990.— V. 2.— P. 166—168. 27. Международный целевой комплексный проект “Природа”. Научная программа экспериментов.— М.: ИРЭ АН СССР, 1991.— 136 с. 28. *Коханенко Г. П. и др.* Зондирование облачности орбитальным дальномером // Оптика атмосферы и океана.— 1994.— Вып. 7.— № 7.— С. 967—975. 29. *Лагутин М. Ф.* Возможности лидарных методов в исследовании динамики верхней атмосферы // Исследование динамических процессов в верхней атмосфере.— Л.: Гидрометиздат, 1979.— С. 232—240. 30. *Лагутин М. Ф., Андросенко О. Н., Бабенко А. А.* Влияние притока на высотное распределение натрия в верхней атмосфере // Изв. АН Туркм. ССР.— 1976.— Сер. физ.-техн., хим. и геолог. наук.— № 6.— С. 61—62. 31. *Лагутин М. Ф., Мегель Ю. Е., Мустецов Н. Ю.* Исследование атмосферы лидарным методом в Антарктиде // Метеорологические исследования в Антарктиде.— Л.: Гидрометиздат, 1986.— Ч. II.— С. 96—102. 32. *Лагутин М. Ф., Мустецов Н. П., Стонога В. А.* Исследование

высотного распределения натрия методом оптической локации // Изв. АН Туркм. ССР.— 1976.— № 4.— С. 117—119. 33. Лагутин М. Ф., Рыбалко А. И., Зарудный А. А. Сезонные вариации атмосферного натрия в Антарктиде // Инф. бюлл. САЭ.— Л.: Гидрометиздат, 1980.— № 110.— С. 78—85. 34. Овезгельдыев О., Беркелиев М., Лагутин М. Ф. Магнитосфера — природная лаборатория в изучении актуальных процессов межпланетной пыли // Изв. АН Туркм. ССР.— 1983.— № 1.— С. 32—43. 35. Lagutin M. F. et. al. Sodium laser dynamycs from observation // Tes. Second Globmet simp.— Moscou, 1988.— P. 132. 36. Овезгельдыев О., Лагутин М. Ф. и др. О лидарном наблюдении областей избыточной концентрации атмосферных аэрозолей над Ашхабадом // Изв. АН Туркм. ССР.— 1981.— № 6.— С. 108—110. 37. Лагутин М. Ф., Овезгельдыев О., Маева А. Лазерные наблюдения мезосферного аэрозоля в период действия вулкана Эль-Чичон // Тез. докл. II Всесоюз. симп. МПСА.— М., 1986. 38. Лагутин М. Ф., Рыбалко А. И. и др. Исследования атмосферного аэрозоля в Южном полярном районе // Тр. X Всесоюз. симп.— Томск, 1989.— Ч. 1.— С. 25.

УДК 621.391.2

И. Н. Пресняков

## АДАПТИВНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВЕ ИХ ДИНАМИЧНЫХ МОДЕЛЕЙ

Решение широкого класса задач фильтрации случайных процессов по результатам их наблюдений в условиях априорной неопределенности достаточно эффективно достигается в рамках адаптивного байесовского подхода [1, 2]. Его характерной особенностью является рассмотрение параметрического или непараметрического семейства вероятностных характеристик, соответствующего ограниченной априорной информации о частично наблюдаемом векторном процессе  $\vec{X}(t) = \{ \vec{X}(t), \vec{Z}(t) \}$  с наблюдаемой  $\vec{X}(t)$  и фильтруемой  $\vec{Z}(t)$  составляющими. Фиксация такого семейства представляет собой встречную гипотезу, без применения которой постановка задачи адаптивной фильтрации становится некорректной.

Наибольшее распространение в теории адаптивной фильтрации получила встречная гипотеза о параметрическом семействе вероятностных характеристик условных марковских процессов [1]. Вместе с тем существует

целый ряд задач фильтрации в условиях изменяющейся с течением времени априорной неопределенности, уровень которой не может быть сведен к чисто параметрическому. Для них естественным расширением и усложнением встречной гипотезы представляется задание семейства вероятностных характеристик на траекториях процесса  $\vec{f}(t)$ , относящегося к классу семимартингалов [3, 4]. Его текущие значения в этом случае имеют вид:

$$\vec{f}(t) = \vec{G}_f(t) + \vec{\mu}_f(t), \quad t \geq t_0, \quad (1)$$

где  $\vec{G}_f(t)$  — случайный процесс с ограниченной вариацией;  
 $\vec{\mu}_f(t)$  — мартингал.

Ограничимся рассмотрением подкласса семимартингалов, у которых процесс с ограниченной вариацией отражает воздействие неупреждающего [3, 4] стохастического оператора  $\vec{\Phi}_f[\cdot]$  на реализацию  $\{\vec{x}(t)\}$  — фильтруемой составляющей или реализацию  $\{\vec{f}(t)\}$  всего частично наблюдаемого процесса:

$$\vec{G}_f(t) = \vec{f}(t_0) + \int_{t_0}^t \vec{\Phi}_f[\{\vec{f}(\tau)\}] d\tau = \vec{f}(t_0) + \int_{t_0}^t \varphi_f(\tau) d\tau, \quad (2)$$

а мартингал представляет собой преобразование процесса  $\nu(t)$  с независимыми приращениями, являющегося суммой непрерывного винеровского процесса  $\omega(t)$  и скачкообразного пуассоновского процесса  $\pi(t)$ , посредством мультипликативного ограниченного и неотрицательного предсказуемого [3, 4] оператора  $\vec{\Gamma}_f[\cdot]$ :

$$\vec{\mu}_f(t) = \int_{t_0}^t \vec{\Gamma}_f[\vec{f}(\tau)] d\nu(\tau) = \int_{t_0}^t \vec{\gamma}_f(\tau) d\nu(\tau). \quad (3)$$

Здесь

$$\vec{\Phi}_f(\tau) = \begin{bmatrix} \varphi_x(\tau) \\ \varphi_d(\tau) \end{bmatrix} = \vec{\Phi}_f[\{\vec{f}(\tau)\}]; \quad \vec{\gamma}_f(\tau) = \begin{bmatrix} \gamma_x(\tau) \\ \gamma_d(\tau) \end{bmatrix} = \vec{\Gamma}_f[\{\vec{f}(\tau)\}].$$

Процессы указанного вида, рассматриваемые как решения стохастических дифференциальных уравнений

$$d\vec{f}(t) = \vec{\varphi}_f(t) dt + \vec{\gamma}_f(t) d\nu(t), \quad t \geq t_0, \quad (4)$$

в задачах адаптивной фильтрации могут быть названы динамичными. Они

позволяют формализовать широкий диапазон априорной неопределенности (от параметрической до непараметрической) по отношению к байесовскому (обычно марковскому) подходу и дают удобную математическую модель для решения задач фильтрации с позиций мартингалльного подхода [3, 5].

Мартингалльное решение этих задач заключается в отыскании дифференциального оператора (алгоритма)  $\bar{\mathcal{J}}[\cdot]$ , связывающего дифференциал оценки  $d\hat{\mathcal{L}}(t)$  для фильтруемой составляющей с реализацией  $\{\bar{\mathcal{X}}(t)\}$  наблюдаемой составляющей:

$$d\hat{\mathcal{L}}(t) = \bar{\mathcal{J}}[\{\bar{\mathcal{X}}(t)\}], \quad t \geq t_0. \quad (5)$$

Критерием качества при этом служит минимизация среднеквадратичной ошибки:

$$q(\hat{\mathcal{L}}(t)) = M[|\bar{\mathcal{L}}(t) - \hat{\mathcal{L}}(t)|^2], \quad (6)$$

где  $M[\cdot]$  — оператор статистического усреднения по ансамблю реализаций.

В основу такой минимизации обычно кладется [3, 5] обновляющее представление частично наблюдаемого процесса  $\bar{\mathcal{F}}(t)$ :

$$d\bar{\mathcal{F}}(t) = \bar{\varphi}_{\mathcal{F}}^{\vee}(t, \{\bar{\mathcal{F}}(t)\})dt + \bar{\gamma}_{\mathcal{F}}^{\vee}(t, \{\bar{\mathcal{F}}(t)\})d\bar{\nu}(t), \quad t \geq t_0, \quad (7)$$

а ее итогом является обновляющее представление для оценки  $\hat{\mathcal{L}}(t)$ :

$$d\hat{\mathcal{L}}(t) = \hat{\varphi}_{\mathcal{L}}^{\wedge}(t, \{\bar{\mathcal{X}}(t)\})dt + \hat{\gamma}_{\mathcal{L}}^{\wedge}(t, \{\bar{\mathcal{X}}(t)\})d\hat{\nu}(t), \quad t \geq t_0. \quad (8)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \bar{\varphi}_{\mathcal{F}}^{\vee}(t, \{\bar{\mathcal{F}}(t)\}) &= M[\bar{\varphi}_{\mathcal{F}}(t) / \{\bar{\mathcal{F}}(t)\}]; \quad \bar{\gamma}_{\mathcal{F}}^{\vee}(t, \{\bar{\mathcal{F}}(t)\})d\bar{\nu}(t) = \\ &= d\bar{\mathcal{F}}(t) - \bar{\varphi}_{\mathcal{F}}^{\vee}(t, \{\bar{\mathcal{F}}(t)\}); \quad \hat{\varphi}_{\mathcal{L}}^{\wedge}(t, \{\bar{\mathcal{X}}(t)\}) = M[\varphi_{\mathcal{L}}(t) / \{\bar{\mathcal{X}}(t)\}]; \\ \hat{\gamma}_{\mathcal{L}}^{\wedge}(t, \{\bar{\mathcal{X}}(t)\}) &= M[\bar{\mathcal{L}}(t) \{\bar{\varphi}_{\mathcal{X}}(t) - \hat{\varphi}_{\mathcal{X}}^{\wedge}(t, \{\bar{\mathcal{X}}(t)\})\}]^T \bar{\gamma}_{\mathcal{X}}(t) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{g}_{\hat{\alpha}}(t, \{x(t)\}) d\hat{v}(t) &= M[\hat{\alpha}(t) \{ \vec{\psi}_x(t) - \hat{\vec{\psi}}_x(t, \{\vec{x}(t)\}) \}^T + \\ &+ \hat{g}_{\alpha}(t) \hat{g}_{x^T}(t) (1 + \Pi(t)) / \{ \vec{x}(t) \} \{ \hat{g}_x(t, \{\vec{x}(t)\}) (1 + \Pi(t)) \times \\ &\times \hat{g}_x^T(t, \{\vec{x}(t)\}) \}^{-1} [d\vec{x}(t) - \hat{\vec{\psi}}_x(t, \{\vec{x}(t)\}) dt]; \\ \hat{\vec{\psi}}_x(t, \{\vec{x}(t)\}) &= M[\vec{\psi}_x(t) / \{ \vec{x}(t) \}]. \end{aligned}$$

Необходимо отметить, что условия совпадения мартингального и байесовского решений задачи фильтрации определяются условиями существования и единственности сильных решений стохастического дифференциального уравнения [3, 5], описывающего обновляющее представление частично наблюдаемого процесса  $\vec{f}(t)$  (7). Эти условия имеют вид неравенства

$$\begin{aligned} g_{f,1}(t, \{\vec{f}(t)\}) &= \kappa \cdot [1 + \sup_{t_0 \leq \tau \leq t} |\vec{f}(\tau)|^2] - \\ &- |\check{\psi}_f(t, \{\vec{f}(t)\})|^2 - |\check{g}_f(t, \{\vec{f}(t)\})|^2 \geq 0, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} g_{f,2}(t, \{\vec{f}(t)\}) &= \kappa \cdot \sup_{t_0 \leq \tau \leq t} |\vec{f}(\tau) - \vec{f}'(\tau)|^2 - \\ &- |\check{\psi}_f(t, \{\vec{f}(t)\}) - \check{\psi}_f(t, \{\vec{f}'(t)\})|^2 - \\ &- |\check{g}_f(t, \{\vec{f}(t)\}) - \check{g}_f(t, \{\vec{f}'(t)\})|^2 \geq 0, \end{aligned} \quad (10)$$

с положительной константой  $\kappa$ .

Естественно, что при априорной неопределенности непосредственное обеспечение данных условий встречает принципиальные затруднения, если не расширить каким-либо образом постановку задачи адаптивной фильтрации. Поэтому для формализации мартингальных алгоритмов в рамках адаптивного байесовского подхода введем ограничения на стратегии адаптации, касающиеся использования в обновляющем представлении частично наблюдаемого процесса обратной связи по оценочной реализации  $\{\hat{\alpha}(t)\}$  его фильтруемой составляющей:

$$d\vec{f}(t) = \check{\psi}_f(t, \{\vec{f}(t), \{\hat{\alpha}(t)\}) dt + \quad (11)$$

$$+ \overset{\vee}{g}_{\mathcal{F}}(t, \{\vec{\mathcal{F}}(t)\}, \{\hat{\mathcal{A}}(t)\}) d\overset{\vee}{v}(t), \quad t \geq t_0.$$

Структура характеристик  $\overset{\vee}{\varphi}_{\mathcal{F}}(t, \{\vec{\mathcal{F}}(t)\}, \{\hat{\mathcal{A}}(t)\})$ ,  $\overset{\vee}{g}_{\mathcal{F}}(t, \{\vec{\mathcal{F}}(t)\}, \{\hat{\mathcal{A}}(t)\})$  и  $\overset{\vee}{v}(t)$  совпадает с использованными в (7) при учете обратной связи по  $\{\hat{\mathcal{A}}(t)\}$ .

Наличие такой обратной связи характерно для управляемых стохастических дифференциальных уравнений [6, 7] и по этой причине обновляющее представление (11) может быть названо управляемым. Цель управления при этом заключается в обеспечении условий существования и единственности сильного решения уравнения (11), которые формализуются сходными с (9), (10) неравенствами:

$$g_{\mathcal{F},1}(t, \{\vec{\mathcal{F}}(t)\}, \{\hat{\mathcal{A}}(t)\}) \geq 0, \quad (12)$$

$$g_{\mathcal{F},2}(t, \{\vec{\mathcal{F}}(t)\}, \{\hat{\mathcal{A}}(t)\}) \geq 0. \quad (13)$$

Введение стратегий адаптации с обратной связью (управлением) по оценочной реализации  $\{\hat{\mathcal{A}}(t)\}$  приводит к необходимости применения алгоритмов фильтрации вида

$$d\hat{\mathcal{A}}(t) = \mathcal{V}[\{\vec{\mathcal{X}}(t)\}, \{\hat{\mathcal{A}}(t)\}]. \quad (14)$$

Их оптимизация наряду с простым критерием качества (6) должна учитывать неравенства (12), (13). Учет этих неравенств методом множителей Лагранжа [8] обеспечивается при оптимизации алгоритмов адаптивной фильтрации по сложному критерию качества

$$\begin{aligned} \min [Q(\{\hat{\mathcal{A}}(t)\}, \lambda_1(t), \lambda_2(t), \lambda_3(t), \lambda_4(t)) = \\ = q(\hat{\mathcal{A}}(t)) - \int_{t_0}^t \lambda_1(\tau) g_{\mathcal{F},1}(\tau, \{\vec{\mathcal{F}}(\tau)\}, \{\hat{\mathcal{A}}(\tau)\}) d\tau - \int_{t_0}^t \lambda_2(\tau) \times \\ \times g_{\mathcal{F},2}(\tau, \{\vec{\mathcal{F}}(\tau)\}, \{\hat{\mathcal{A}}(\tau)\}) d\tau + \int_{t_0}^t \lambda_3^2(\tau) \lambda_1(\tau) d\tau + \int_{t_0}^t \lambda_4^2(\tau) \lambda_2(\tau) d\tau]. \end{aligned} \quad (15)$$

Требование, чтобы этот критерий выполнялся для оценочной реализации  $\{\hat{\mathcal{A}}(t)\}$  и множителей Лагранжа  $\lambda_1(\tau), \lambda_2(\tau), \lambda_3(\tau), \lambda_4(\tau); t_0 \leq \tau < t$ , равносильно требованию оптимизации алгоритмов адаптивной фильтрации

одновременно по соответствующему различным моментам времени множеству частных критериев. Она может быть проведена с использованием методов динамического программирования в их стохастической форме [1, 2, 9].

Как следует из критерия (15), эти методы должны обеспечивать такое определение множителей Лагранжа и уточнение оценочной реализации для предшествующих моментов времени, чтобы в текущий момент времени получить сильное решение стохастического дифференциального уравнения (11). Ему в этом случае будет соответствовать уравнение для характеристической функции  $f(t, \vec{u}_f)$  процесса  $\vec{F}(t)$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} f(t, \vec{u}_f) = & M \left[ \{ j \vec{u}_f^T \vec{\varphi}_f(t, \{\vec{F}(t)\}, \{\hat{\mathcal{L}}(t)\}) - \frac{1}{2} \vec{u}_f^T \vec{\gamma}_f(t, \{\vec{F}(t)\}, \right. \\ & \left. \{\hat{\mathcal{L}}(t)\}) \vec{\gamma}_f^T(t, \{\vec{F}(t)\}, \{\hat{\mathcal{L}}(t)\}) \vec{u}_f - [1 + j \vec{u}_f^T \vec{\gamma}_f(t, \{\vec{F}(t)\}, \{\hat{\mathcal{L}}(t)\}) - \right. \\ & \left. - \exp \{ j \vec{u}_f^T \vec{\gamma}_f(t, \{\vec{F}(t)\}, \{\hat{\mathcal{L}}(t)\}) \} \cdot \Pi(t) \} \exp \{ j \vec{u}_f^T \vec{F}(t) \} \right], \end{aligned} \quad (16)$$

где  $\Pi(t)$  — интенсивность пуассоновского потока единичных скачков процесса  $\mathcal{L}(t)$ . Производная по времени в левой части (16) записана символически, поскольку при ее вычислении приращение придается только непосредственно временному аргументу, а функции  $\vec{\varphi}_f(t, \{\vec{F}(t)\}, \{\hat{\mathcal{L}}(t)\})$  и  $\vec{\gamma}_f(t, \{\vec{F}(t)\}, \{\hat{\mathcal{L}}(t)\})$  при этом остаются фиксированными.

Решив уравнение (16), можно вычислить математическое ожидание в среднеквадратичной ошибке  $q(\hat{\mathcal{L}}(t))$  (16), которая также должна минимизироваться методами динамического программирования при определении текущей оценки  $\hat{\mathcal{L}}(t)$ .

Практическая реализация этих методов в реальном масштабе непрерывного времени, как правило, встречает серьезные затруднения. Для их преодоления можно воспользоваться предложенным в работе [10] методом, приводящим к условно-оптимальным алгоритмам фильтрации. Его модификация в случае модели динамичного частично наблюдаемого процесса  $\vec{F}(t)$  (4) будет использовать структуру полученного в рамках мартингалного подхода обновляющего представления (8), которое в управляемой форме запишется как

$$d\hat{\mathcal{L}}(t) = \hat{\varphi}_{\mathcal{L}}(t, \{\vec{F}(t)\}, \{\hat{\mathcal{L}}(t)\}) dt + \hat{\gamma}_{\mathcal{L}}(t, \{\vec{F}(t)\}, \{\hat{\mathcal{L}}(t)\}) d\hat{v}(t), \quad t \geq t_0, \quad (17)$$

а входящие в нее характеристики  $\hat{\psi}_x(t, \{\bar{y}(t)\}, \{\hat{z}(t)\})$  и  $\hat{y}_x(t, \{\bar{y}(t)\}, \{\hat{z}(t)\})$  определяться методами градиентного стохастического поиска [9] минимума, входящего в критерий (15) функционала  $Q(\{\hat{z}(t)\}, \lambda_1(t), \lambda_2(t), \lambda_3(t), \lambda_4(t))$ .

С целью упрощения решения этой задачи преобразуем уравнение (17) к характерному для условно-оптимальных алгоритмов фильтрации виду:

$$d\hat{z}(t) = \bar{A}(t)\bar{a}(t, \{\bar{y}(t)\}, \{\hat{z}(t)\})dt + \bar{B}(t)\bar{b}(t, \{\bar{y}(t)\}, \{\hat{z}(t)\})d\bar{y}(t) + \bar{C}(t)dt. \quad (18)$$

Если выбор векторной  $\bar{a}(t, \{\bar{y}(t)\}, \{\hat{z}(t)\})$  и матричной  $\bar{b}(t, \{\bar{y}(t)\}, \{\hat{z}(t)\})$  функций осуществлять для предшествующих моментов времени исходя из необходимости получения сильного решения уравнения (11), то обеспечение критерия (15) по текущей оценке  $\hat{z}(t)$  достигается определением оптимальных матричных  $\bar{A}(t)$ ,  $\bar{B}(t)$  и векторного  $\bar{C}(t)$  коэффициентов в рамках теории линейной регрессии [10]. Для управляемой формы условно-оптимального алгоритма адаптивной фильтрации им соответствует следующая система уравнений:

$$\begin{aligned} & A(t)M[\{a(t, \{\bar{y}(t)\}, \{\hat{z}(t)\}) - M[\bar{a}(t, \{\bar{y}(t)\}, \{\hat{z}(t)\})]\} \bar{a}^T(t, \\ & \{\bar{y}(t)\}, \{\hat{z}(t)\})] + M[(\hat{z}(t) - \bar{z}(t))\{A(t)\bar{a}(t, \{\bar{y}(t)\}, \{\hat{z}(t)\}) + \\ & + \bar{C}(t)\}^T \frac{\delta \bar{a}^T}{\delta \hat{z}}] = M[\{\hat{\psi}_x(t, \{\bar{y}(t)\}, \{\hat{z}(t)\}) - M[\hat{\psi}_x(t, \{\bar{y}(t)\}, \\ & \{\hat{z}(t)\})]\} \bar{a}^T(t, \{\bar{y}(t)\}, \{\hat{z}(t)\})] + M[(\bar{z}(t) - \hat{z}(t)) \frac{\partial \bar{a}^T}{\partial t}] + \\ & + M[(\bar{z}(t) - \hat{z}(t)) [\hat{\psi}_x^v(t, \{\bar{y}(t)\}, \{\hat{z}(t)\}) - \Pi(t) \hat{y}_x^v(t, \{\bar{y}(t)\}, \\ & \{\hat{z}(t)\})] + \hat{y}_x^v(t, \{\bar{y}(t)\}, \{\hat{z}(t)\}) \hat{y}_x^v(t, \{\bar{y}(t)\}, \{\hat{z}(t)\}) - \\ & - \bar{B}(t)\bar{b}(t, \{\bar{y}(t)\}, \{\hat{z}(t)\}) \hat{y}_x^v(t, \{\bar{y}(t)\}, \{\hat{z}(t)\}) \hat{y}_x^v(t, \{\bar{y}(t)\}, \\ & \{\hat{z}(t)\})] \left\{ \frac{\delta \bar{a}^T}{\delta \bar{y}} + \bar{b}^T(t, \{\bar{y}(t)\}, \{\hat{z}(t)\}) \bar{B}^T(t) \frac{\delta \bar{a}^T}{\delta \hat{z}} \right\} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} M [ (\bar{\alpha}(t) - \hat{\alpha}(t)) \{ t z [ \overset{\vee}{\bar{\gamma}}_x(t, \{ \bar{f}(t) \}, \{ \bar{\alpha}(t) \}) \overset{\vee}{\bar{\gamma}}_x^T(t, \{ \bar{f}(t) \}), \\
& \{ \hat{\alpha}(t) \}) ( \frac{\delta}{\delta \bar{x}} + 2 \bar{B}^T(t, \{ \bar{f}(t) \}, \{ \hat{\alpha}(t) \}) \bar{B}(t) \frac{\delta}{\delta \hat{\alpha}} ) \frac{\delta^T}{\delta \bar{x}} ] \times \\
& \times \bar{\alpha}^T(t, \{ \bar{f}(t) \}, \{ \hat{\alpha}(t) \}) + t z [ \bar{B}(t) \bar{B}(t, \{ \bar{f}(t) \}, \{ \hat{\alpha}(t) \}) \times \\
& \times \overset{\vee}{\bar{\gamma}}_x(t, \{ \bar{f}(t) \}, \{ \hat{\alpha}(t) \}) \overset{\vee}{\bar{\gamma}}_x^T(t, \{ \bar{f}(t) \}, \{ \hat{\alpha}(t) \}) \bar{B}^T(t, \{ \bar{f}(t) \}, \\
& \{ \hat{\alpha}(t) \}) \bar{B}(t) \frac{\delta}{\delta \hat{\alpha}} \frac{\delta^T}{\delta \hat{\alpha}} ] \bar{\alpha}^T(t, \{ \bar{f}(t) \}, \{ \hat{\alpha}(t) \}) \} \} ; \quad (19)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{B}(t) = & \{ M [ (\bar{\alpha}(t) - \hat{\alpha}(t)) \overset{\vee}{\bar{\psi}}_x^T(t, \{ \bar{f}(t) \}, \{ \bar{\alpha}(t) \}) \bar{B}^T(t, \{ \bar{f}(t) \}, \\
& \{ \hat{\alpha}(t) \}) ] + M [ \overset{\vee}{\bar{\gamma}}_x(t, \{ \bar{f}(t) \}, \{ \hat{\alpha}(t) \}) ( 1 + \Pi(t) ) \overset{\vee}{\bar{\gamma}}_x^T(t, \{ \bar{f}(t) \}, \\
& \{ \hat{\alpha}(t) \}) \bar{B}^T(t, \{ \bar{f}(t) \}, \{ \hat{\alpha}(t) \}) ] \} \{ M [ \bar{B}(t, \{ \bar{f}(t) \}, \{ \hat{\alpha}(t) \}) \times \\
& \times \overset{\vee}{\bar{\gamma}}_x(t, \{ \bar{f}(t) \}, \{ \hat{\alpha}(t) \}) ( 1 + \Pi(t) ) \overset{\vee}{\bar{\gamma}}_x^T(t, \{ \bar{f}(t) \}, \{ \hat{\alpha}(t) \}) \times \\
& \times \bar{B}^T(t, \{ \bar{f}(t) \}, \{ \hat{\alpha}(t) \}) ] \}^{-1} ; \quad (20)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{C}(t) = & M [ \overset{\vee}{\bar{\psi}}_x(t, \{ \bar{f}(t) \}, \{ \hat{\alpha}(t) \}) - \bar{A}(t) M [ \bar{\alpha}(t, \{ \bar{f}(t) \}, \\
& \{ \hat{\alpha}(t) \}) - \bar{B}(t) M [ \bar{B}(t, \{ \bar{f}(t) \}, \{ \hat{\alpha}(t) \}) \overset{\vee}{\bar{\psi}}_x(t, \\
& \{ \bar{f}(t) \}, \{ \hat{\alpha}(t) \}) ] ] . \quad (21)
\end{aligned}$$

Здесь  $\frac{\delta}{\delta \bar{x}}$  и  $\frac{\delta}{\delta \hat{\alpha}}$  — операторы вариационных производных;  $t z$  — оператор следа матрицы.

Для вычисления математических ожиданий в системе уравнений (19) — (21) необходимо знать совместное распределение векторов  $\bar{f}(\tau)$  и  $\hat{\alpha}(\tau)$  при любом  $t_0 \leq \tau < t$ . Это распределение определяется уравнением для характеристической функции  $f(t, \bar{u}_f, \bar{u}_{\hat{\alpha}})$ , соответствующим системе стохастических дифференциальных уравнений (11), (18):

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} f(t, \vec{u}_F, \vec{u}_d) = & M[\{j \vec{u}_F^T \vec{\varphi}_F^v(t, \{\vec{F}(t)\}, \{\hat{d}(t)\}) - \\
& - \frac{1}{2} \vec{u}_F^T \vec{\gamma}_F^v(t, \{\vec{F}(t)\}, \{\hat{d}(t)\}) \vec{\gamma}_F^v T(t, \{\vec{F}(t)\}, \{\hat{d}(t)\}) \vec{u}_F - \\
& - [1 + j \vec{u}_F^T \vec{\gamma}_F^v(t, \{\vec{F}(t)\}, \{\hat{d}(t)\}) - \exp\{j \vec{u}_F^T \vec{\gamma}_F^v(t, \{\vec{F}(t)\}, \\
& \{\hat{d}(t)\})\} \Pi(t) + j \vec{u}_d^T \vec{A}(t) \vec{a}(t, \{x(t)\}, \{\hat{d}(t)\}) + j \vec{u}_d^T \vec{B}(t) \times \\
& \times \vec{b}(t, \{x(t)\}, \{\hat{d}(t)\}) \vec{\varphi}_x^v(t, \{\vec{F}(t)\}, \{\hat{d}(t)\}) + j \vec{u}_d^T \vec{c}(t) - \\
& - \frac{1}{2} \vec{u}_d^T \vec{B}(t) \vec{b}(t, \{x(t)\}, \{\hat{d}(t)\}) \vec{\gamma}_x^v(t, \{\vec{F}(t)\}, \{\hat{d}(t)\}) \vec{\gamma}_x^v T(t, \\
& \{\vec{F}(t)\}, \{\hat{d}(t)\}) \vec{b}^T(t, \{x(t)\}, \{\hat{d}(t)\}) \vec{B}^T(t) \vec{u}_d - [1 + \\
& + j \vec{u}_d^T \vec{B}(t) \vec{b}(t, \{x(t)\}, \{\hat{d}(t)\}) \vec{\gamma}_x^v(t, \{\vec{F}(t)\}, \{\hat{d}(t)\}) - \\
& - \exp\{j \vec{u}_d^T \vec{B}(t) \vec{b}(t, \{x(t)\}, \{\hat{d}(t)\}) \vec{\gamma}_x^v(t, \{\vec{F}(t)\}, \{\hat{d}(t)\})\}] \times \\
& \times \Pi(t) \} \exp\{j \vec{u}_F^T \vec{F}(t) + j \vec{u}_d^T \hat{d}(t)\}].
\end{aligned}$$

Таким образом, возможность применения различных методов оптимизации алгоритмов свидетельствует о том, что динамические модели случайных процессов в задачах адаптивной фильтрации имеют конструктивный характер не только при формализации различных уровней априорной неопределенности, но и с точки зрения ее преодоления.

**Л и т е р а т у р а:** 1. Стратонович Р. Л. Принципы адаптивного приема.— М.: Сов. радио, 1973.— 144 с. 2. Репин В. Г., Тартаковский Г. П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем.— М.: Сов. радио, 1977.— 432 с. 3. Липцер Р. Ш., Ширяев А. Н. Статистика случайных процессов.— М.: Наука, 1974.— 696 с. 4. Липцер Р. Ш., Ширяев А. Н. Теория мартингалов.— М.: Наука, 1987.— 512 с. 5. Каллианпур Г. Стохастическая теория фильтрации.— М.: Наука,

1987.— 320 с. 6. *Крылов Н. В.* Управляемые процессы диффузионного типа.— М.: Наука, 1977.— 374 с. 7. *Эллиотт Р.* Стохастический анализ и его приложения.— М.: Мир, 1986.— 351 с. 8. *Бертсекас Д.* Условная оптимизация и методы множителей Лагранжа.— М.: Радио и связь, 1987.— 400 с. 9. *Кизаков И. Е., Гладков Д. И.* Методы оптимизации стохастических систем.— М.: Наука, 1987.— 304 с. 10. *Пугачев В. С., Сеницын И. Н.* Стохастические дифференциальные системы.— М.: Наука, 1985.— 560 с.

УДК 551.501

Е. Г. Прошкин

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ МЕТОДОМ РАДИОАКУСТИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

Используемые в настоящее время традиционные прямые методы измерений метеорологических величин уже не удовлетворяют практику метеорологических наблюдений ни по оперативности, ни по объему получаемой информации.

Поэтому в последние годы развиваются неконтактные дистанционные методы и средства зондирования атмосферы, которые позволяют оперативно, без использования средств доставки метеорологических датчиков в исследуемую область пространства, получать информацию о процессах, протекающих в пограничном слое атмосферы. Эти методы основаны на том, что в реальной атмосфере происходит рассеяние и поглощение используемых излучений, которые приводят к изменению частоты, амплитуды и частотного спектра зондирующих сигналов.

К таким дистанционным методам относится и радиоакустическое зондирование (РАЗ). Отличительной особенностью этого метода является использование искусственно создаваемой звуковыми волнами периодической структуры плотности воздуха, распространяющейся в атмосфере со скоростью звука. Сведения о температуре и влажности воздуха, скорости и направлении ветра получаются путем анализа доплеровского сдвига частоты и амплитуды, рассеянных на звуковой посылке, электромагнитных волн.

Метод РАЗ может быть успешно использован для исследования термодинамических свойств атмосферы над сушей и океаном, кратковременного прогнозирования неблагоприятных метеорологических ситуаций,

приводящих к повышенным уровням загрязнения атмосферного воздуха, прогнозирования условий аномального распространения УКВ, метеорологического обеспечения авиации.

Исследования метода РАЗ и создание аппаратуры начались в Харьковском государственном техническом университете радиоэлектроники в 1967 г. Ниже приводятся основные результаты этих исследований.

Анализ метода, выполненный с привлечением результатов теоретических исследований явления дифракции света на ультразвуковых волнах и распространения звука в неоднородной атмосфере, позволил получить выражение для коэффициента отражения электромагнитных волн от звуковой посылки

$$\rho^2 = \frac{P_{пр}}{P_{пер}} = B \frac{n^2}{R^2} \left[ \frac{\sin \pi n \left( \frac{2\lambda_a}{\lambda_e} - 1 \right)}{\pi n \left( \frac{2\lambda_a}{\lambda_e} - 1 \right)} \right]^2 \cdot \exp \left[ - \int_0^{R_{\max}} \alpha(R) dR \right], \quad (1)$$

где  $P_{пр}$  — мощность принимаемого радиосигнала;  $P_{пер}$  — мощность излучаемого радиосигнала;  $n$  — количество длин волн в звуковой посылке;  $\alpha$  — коэффициент затухания звука в атмосфере;  $R$  — высота зондирования;  $B$  — коэффициент, зависящий от параметров аппаратуры и среды;  $\lambda_a$  — длина звуковой волны;  $\lambda_e$  — длина электромагнитной волны.

Из выражения (1) следует, что при изменении частоты звука мощность дифрагированного электромагнитного излучения изменяется по закону  $\sin x/x$ , то есть имеет лепестковый характер. Максимум рассеяния электромагнитной энергии от звуковой посылки наблюдается в случае выполнения условия Брэгга  $\frac{\lambda_e}{\lambda_a} = 2$ . Отражательная способность звуковой посылки пропорциональна  $\frac{1}{n^2}$ . С точки зрения увеличения мощности отраженного сигнала выгодно увеличивать  $n$ , однако при этом повышается критичность выполнения условия Брэгга и ухудшается пространственная разрешающая способность. При бистатическом способе зондирования (приемная и передающая антенны радиосигнала разнесены в пространстве) и использовании звуковых посылок большой протяженности условия резонансного отражения, особенно в нижней части трассы, выполняются только от части посылки, вследствие чего нарушается прямая зависимость  $P_{пр}$  от  $n^2$ . Аналогичное явление наблюдается и при значительных градиентах температуры вдоль трассы зондирования.

Снос звуковой посылки горизонтальным ветром приводит к смещению сфокусированного пятна электромагнитного излучения относительно точки приема, вследствие чего снижается высота зондирования. Для компенсации сдвигового действия ветра на звуковую посылку предложен способ,

предусматривающий перемещение акустического излучателя в сторону, противоположную направлению ветра.

Выполненные исследования показали, что основные метеорологические величины, за исключением давления воздуха, могут быть определены методом РАЗ.

Определение температуры воздуха оказалось возможным благодаря тому, что скорость звука в воздухе зависит от температуры. Эта зависимость в неподвижном воздухе описывается соотношением Лапласа  $C_{зв} = A\sqrt{T}$  и при наличии ветра  $C_{зв} = A\sqrt{T} \pm U_p$ , где  $A$  — коэффициент, слабо зависящий от влажности и давления воздуха;  $T$  — температура;  $U_p$  — составляющая скорости ветра в направлении распространения звука. Результаты длительной эксплуатации систем РАЗ показали, что за время осреднения измеренных значений температуры происходит также осреднение значений  $U_p$  и, как правило, погрешность измерения температуры не превышает 0,5 К [1]. В случае необходимости повышения точности измерения температуры значения  $U_p$  могут быть определены с помощью акустического метода зондирования. Учитывая, что величина доплеровского сдвига частоты отраженных сигналов при радиоакустическом зондировании связана со скоростью звука соотношением  $f_g = 2C_{зв}/\lambda_e$ , возможно определить температуру воздуха

$$t^{\circ}C = \left[ \frac{f_g \cdot \lambda_e}{2A} \right]^2 - 273,15. \quad (2)$$

Для уменьшения методической погрешности из-за отсутствия априорных данных о распределении влажности вдоль трассы распространения звуковых волн необходимо выполнять наземные измерения влажности воздуха традиционными для метеорологии методами и вводить поправку значений  $A$ , а также учитывать бистатистический способ зондирования при расчете температуры воздуха.

Выполненный расчет относительной погрешности измерения температуры показал, что при однократном зондировании  $\sigma_T/T = 4 \cdot 10^{-3}$ . Для снижения погрешности необходимо производить многократное зондирование. Так, например, при  $T = 273K$  и количестве зондирований  $n = 16$   $\sigma_T = 0,273K$ .

Для определения скорости и направления ветра разработаны следующие способы зондирования.

Зондирование с помощью однопозиционной системы в четырех, трех или двух направлениях [1]. Для определения полного вектора скорости ветра при наклонном зондировании в четырех направлениях необходимо решить систему четырех уравнений вида  $C = C_{зв} + \vec{U} \cdot \vec{V}$ , где  $C$  — скорость

распространения звуковых волн в направлении зондирования;  $C_{зв}$  — скорость звуковых волн, определяемая значениями температуры и влажности воздуха;  $\vec{U} \vec{V}$  — проекция скорости ветра на нормаль к звуковой волне. Необходимо отметить, что вертикальная составляющая скорости ветра рассмотренным способом определяется с большой погрешностью и поэтому целесообразно производить наклонное зондирование только в трех направлениях (рис. 1, а). Если угол  $\beta$  выбрать равным  $45^\circ$ , то горизонтальная составляющая скорости ветра определяется выражением

$$U = \frac{\sqrt{2}}{8} \cdot \frac{\lambda_p}{\sin d} \sqrt{(f_{g_2} - f_{g_1})^2 + (f_{g_2} - f_{g_3})^2}, \quad (3)$$

а направление ветра — выражением

$$\varphi = \arctg \frac{f_{g_2} - f_{g_1}}{f_{g_2} - f_{g_3}}, \quad (4)$$

где  $f_{g_1}$ ,  $f_{g_2}$ ,  $f_{g_3}$  — доплеровский сдвиг частот радиосигнала в направлениях 1, 2 и 3.

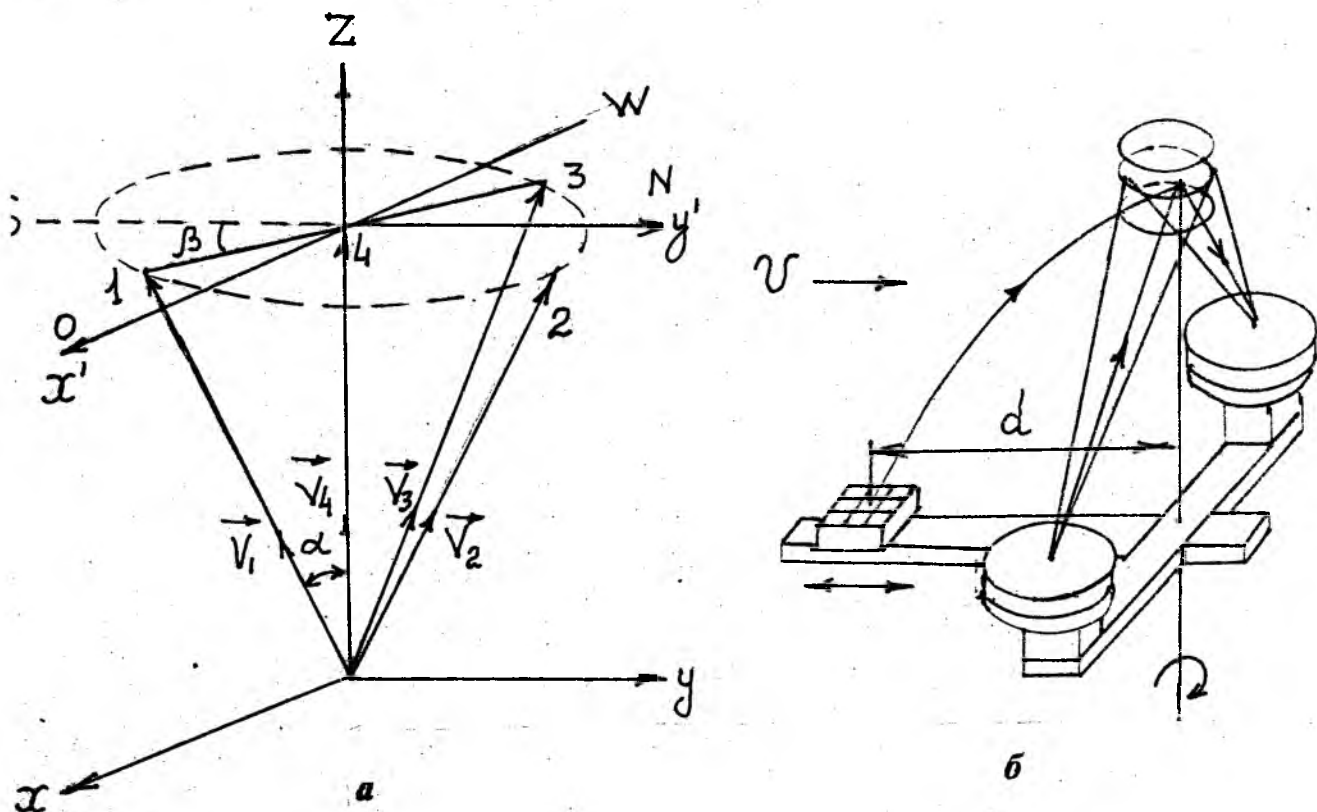


Рис. 1. Определение скорости и направления ветра способом наклонного зондирования (а) и способом смещения акустического излучателя (б)

Недостатком метода является его сложность и значительное влияние скорости ветра на высоту зондирования.

Лучшие результаты измерения параметров ветра получаются при зондировании только в двух противоположных направлениях: по ветру и против ветра. Направление ветра определяется по максимальному или минимальному значениям сдвига доплеровской частоты сигнала, найденным при круговом развороте антенного устройства. При этом горизонтальная составляющая скорости ветра

$$V = \frac{\lambda_e}{4} (f_{g_1} - f_{g_3}) \cdot \cos \alpha, \quad (5)$$

Среднее значение скорости ветра в исследуемом слое атмосферы может быть найдено путем измерения величины выноса акустического излучателя в сторону, противоположную направлению ветра и времени распространения звуковой посылки от момента ее излучения до приема максимального значения отразившегося от посылки радиосигнала.

Величина выноса определяется из условия

$$d = \frac{V(R)}{C_{зв}} \cdot R, \quad (6)$$

где  $V(R)$  — среднее значение ветра в слое.

Сущность измерения скорости и направления ветра заключается в следующем. При выполнении кругового разворота антенного устройства вокруг вертикальной оси по максимуму сигнала, отраженного от звуковой посылки, определяется направление ветра (рис. 1, б). По измеренным значениям  $d$  и  $\Delta t$  находится скорость ветра в слое.

Более оперативный метод измерения скорости ветра основан на анализе пространственного распределения интенсивности радиосигнала, отраженного от сферических поверхностей акустического пакета. Перемещающийся в горизонтальном направлении под действием ветра акустический пакет вызывает также перемещение сфокусированного им "пятна", которое, проходя через раскрыв приемной антенны, приводит к изменению амплитуды радиосигнала. Время прохождения "пятна" через раскрыв антенны обратно пропорционально скорости ветра. Произведя измерения амплитуд сигнала через равные промежутки времени  $\Delta t$  на нарастающем участке ( $A_1$ ), вблизи максимума ( $A_2$ ) и на спаде ( $A_3$ ), вычислим скорость ветра по формуле

$$V = \frac{K_{\phi}}{2\Delta t} \sqrt{\frac{1}{2} \rho_{\Pi} \left( \frac{A_2^2}{A_1 \cdot A_3} \right)}, \quad (7)$$

где  $K_{\phi}$  — параметр фокусировки, определяемый площадью раскрыва антенн.

Определение влажности воздуха методом РАЗ оказалось возможным благодаря существующей частотной зависимости поглощения звука в атмосфере. Поэтому для определения влажности разработан способ двухчастотного зондирования, основанный на том, что отношение мощностей радиосигналов, отраженных от звуковых посылок различной частоты, при выполнении резонансной дифракции зависит как от дальности зондирования, так и от разности коэффициентов поглощения звуковых волн в реальной атмосфере. По измеренной величине разности коэффициентов поглощения  $\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$ , которая зависит от концентрации паров воды, температуры воздуха и частоты звукового излучения, определяется значение влажности. Температура находится путем измерения доплеровского сдвига частоты любого из двух эхосигналов.

Минимальные значения погрешности определения влажности достигаются в области положительных температур при малых значениях относительной влажности и составляют при устойчивой стратификации атмосферы порядка 5 %. С увеличением турбулентности атмосферы погрешность определения влажности возрастает.

Для анализа влияния атмосферы на условия распространения радио и оптического диапазонов волн необходимо знать высотное распределение коэффициента преломления воздуха.

Так как метод и аппаратура РАЗ позволяют дистанционно получать данные о вертикальных профилях температуры и влажности воздуха, а атмосферное давление может быть измерено прямыми методами у поверхности земли или океана с последующим пересчетом по барометрической формуле для заданных значений высот, оказалось возможным определять профили показателя преломления для радио и оптического диапазонов волн косвенным методом, используя формулу Дебая [2].

Учитывая полученные значения погрешностей определения температуры и влажности воздуха методом РАЗ и погрешность измерения давления примененными в исследованиях барометрами, для случая устойчивой стратификации атмосферы получим  $\sigma_N \approx 3N$  единицы. Выполненные оценки погрешности определения  $N$  свидетельствуют о целесообразности использования метода РАЗ для получения данных непрерывного характера о профиле показателя преломления в условиях устойчивой стратификации атмосферы, то есть в условиях, когда возможно распространение дециметровых и более коротких радиоволн за линию горизонта. Исходя из требований, предъявляемых к аппаратуре РАЗ и путей их реализации [3], были разработаны и реализованы три модификации одночастотных систем и двухчастотная

**система РАЗ.** Использование дециметрового диапазона радиоволн позволило создать мобильные системы, пригодные для маршрутных измерений метеовеличин и использования в экспедициях по изучению термодинамических свойств пограничного слоя атмосферы в различных регионах страны. В акустическом канале двухчастотной системы используются сигналы частоты 3,4 и 6,8 кГц. Для измерения температуры воздуха, скорости и направления ветра до высот 400 м система работает в режиме одночастотного излучения звукового сигнала частотой 3,4 кГц. Измерение влажности воздуха до высот 150 м осуществляется в режиме двухчастотного излучения сигналов. Наличие в составе аппаратуры моностатического акустического локатора позволяет дополнительно к метеовеличинам, определяемым радиоакустическим зондированием, измерять вертикальную составляющую скорости ветра, получать сведения о пространственно-временном характере атмосферной турбулентности, определять высоту верхней границы туманов.

В системе реализован принцип внутренней когерентности доплеровского радиолокатора, предусмотрено устройство компенсации воздействия ветра на дальность зондирования, применена подстройка частоты звука для выполнения условий резонансной дифракции, осуществлена квазиоптимальная фильтрация сигнала с использованием следящего фильтра. Реализация бистатического способа зондирования обеспечивает высокую степень развязки между передающим и приемным трактами доплеровского радиолокатора, работающего в режиме непрерывного излучения электромагнитных волн, использование которого обосновано узкополосностью метода РАЗ, а также требованием обеспечения малой "мертвой" зоны.

Требуемая интенсивность звукового излучения обеспечивается решеткой, состоящей из большого количества рупорных электродинамиков.

Для экспериментального определения погрешностей измерения метеовеличин проведены сравнительные измерения системами РАЗ и контактными датчиками, установленными на восьми уровнях 300-метровой высотной метеорологической мачты. При оценке погрешности измерения анализировались значения среднеквадратического отклонения  $\sigma_{cp}$  измерений метеовеличин системой РАЗ от результатов измерений тех же величин датчиками, установленными на мачтах. Для анализа привлекались данные зондирования, полученные в разное время года и суток и в различных метеорологических условиях. В результате проведенных сравнительных измерений установлено, что погрешности определения метеовеличин методом РАЗ не превышают: температуры 0,5 К, скорости ветра 1 м/с, направления ветра 10°, влажности (при устойчивой стратификации атмосферы) 10%. Выполненный анализ сравнительных измерений свидетельствует о соответствии полученных точностных характеристик с априорными оценками.

Исследование термодинамического состояния пограничного слоя атмосферы в прибрежной зоне при ясном небе и при наличии туманов проводилось на полигоне Одесского гидрометеорологического института. Радиоакустическое и акустическое зондирование производилось в условиях, контролируемых с помощью средств дистанционного радиозондирования и наземного автоматизированного аппаратурного комплекса, метеорологические датчики которого располагались на высотах 2 м и 16,5 м.

В качестве примера на рис. 2 приведены результаты измерения профилей температуры  $T$ , влажности  $H$ , скорости ветра  $V$  и индекса преломления воздуха  $N$ . Крестиками обозначены значения метеовеличин, полученные при радиозондировании, а точками (на уровнях 2 м и 16,5 м) — датчики наземного аппаратурного комплекса в согласованные с РАЗ сроки.

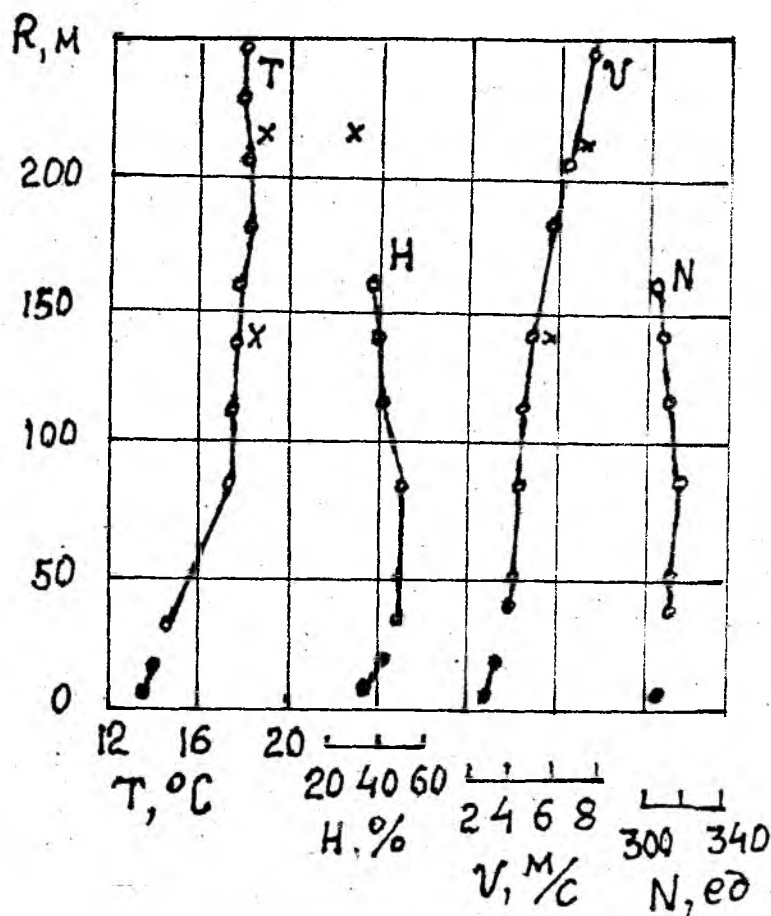


Рис. 2. Результаты измерения температуры  $T$ , влажности  $H$ , скорости ветра  $V$  и индекса преломления воздуха  $N$ .

На рис. 3 изображены пространственно-временные структуры полей температуры воздуха (а) и ветра (б) по данным РАЗ и наземных метеонаблюдений с одновременной регистрацией изменения высотного положения области повышенного отражения для моностатического акустического зондирования при адвективном тумане.

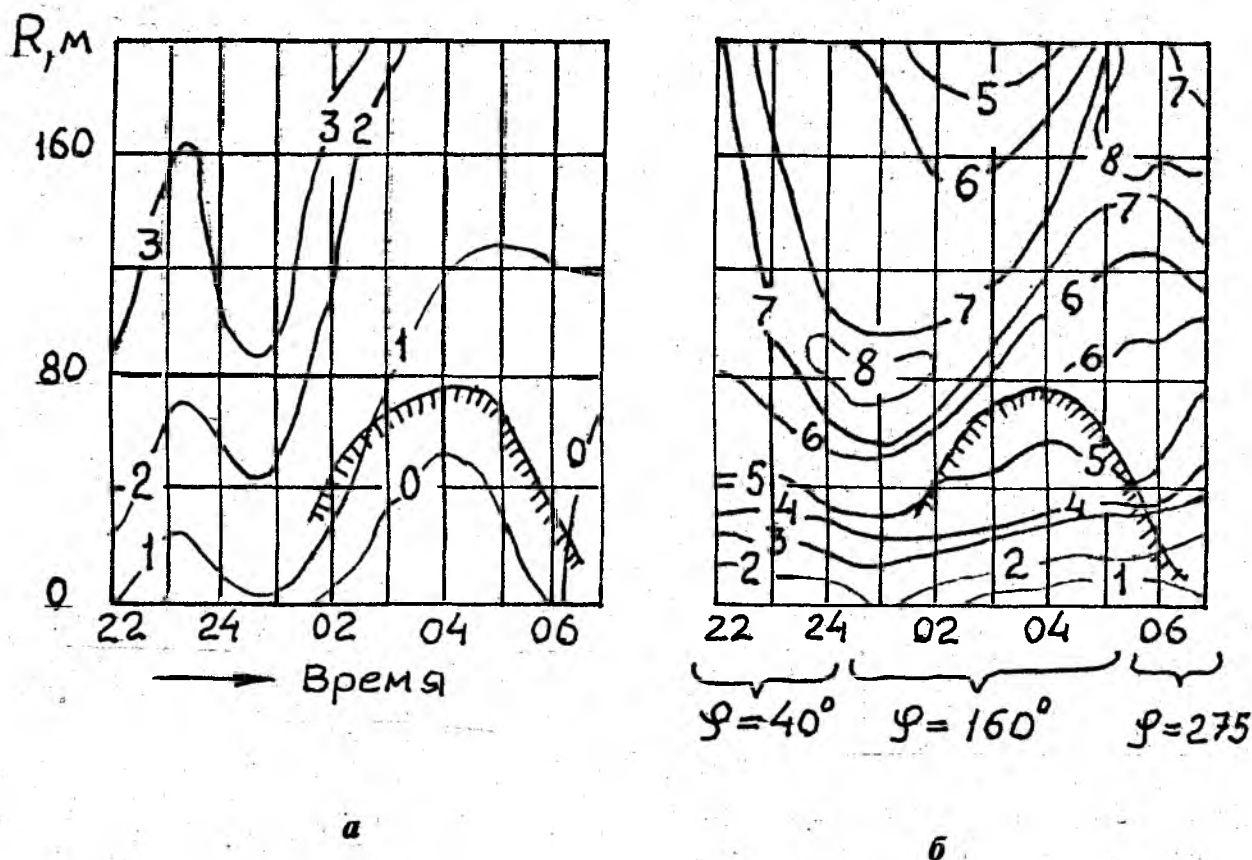


Рис. 3. Пространственно-временные структуры полей температуры воздуха (а) и ветра (б)

Л и т е р а т у р а: 1. Бабкин С. И., Прошкин Е. Г., Ульянов Ю. Е. Экспериментальные результаты температурно-ветрового зондирования атмосферы радиоакустическим методом // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана.— 1984.— Т. 6.— С. 495—500. 2. Современная радиолокация / Под ред. Ю. Б. Кобзарева. — М., 1969. — 704 с. 3. Прошкин Е. Г. Радиоакустическое зондирование в системе контроля загрязнения атмосферного воздуха.— 1987.— 115 с.— Деп. в УкрНИИНТИ 05.05.87.— № 1382-Ук 87.

А. И. Терещенко

## ВОЗМОЖНОСТИ И ПРОБЛЕМЫ СВЧ-ЭНЕРГЕТИКИ

Радиосвязь, телевидение, радиолокация, радионавигация, телеизмерения, телеуправление в условиях Земли и в космическом пространстве — это далеко не полный перечень областей радиоэлектроники, которые получили развитие в связи с использованием электромагнитного излучения диапазона сверхвысоких частот (СВЧ) \*. А для радиоастрономии и радиоспектроскопии СВЧ-техника вообще явилась основой их возникновения.

Не приводя других примеров, можно считать обоснованным мнение о весьма важной роли СВЧ-диапазона для технического прогресса в настоящем и будущем. Такое утверждение отнюдь не противоречит общей концепции развития науки и техники в эпоху информатики. Более того, названные выше области радиоэлектроники, решающие задачи получения, передачи и преобразования информации для ее конкретного использования, можно с полным правом рассматривать не только как начальный этап эпохи информатики, но в некотором смысле и как ее фундамент. Многие основные положения информатики были сформулированы и развиты в связи с решением теоретических и технических проблем радиолокации. Это же касается и важнейших вопросов передачи и преобразования информации, возникших и решавшихся в связи с задачами радионавигации, телевидения, телеуправления и т. д. Таким образом, вклад теории и техники сверхвысоких частот в информатику неоспорим.

Наряду с этим следует отдать должное и энергетическим применениям электромагнитного излучения, которые зачастую тесно связаны с информационными. Эта связь наблюдается на протяжении всей истории использования электричества.

Первым техническим устройством, работавшим на постоянном токе, был электрический телеграфный аппарат — устройство информационного назначения. Затем последовало использование энергии постоянного тока для

---

\* Условимся считать этот термин синонимом международного термина "микроволны", не подразделяя диапазон  $3 \cdot 10^8$ — $3 \cdot 10^{11}$  Гц на ультравысокие, сверхвысокие и крайне высокие частоты. Это можно мотивировать единством физических процессов, сходством конструкций технических средств, а также удобством и краткостью изложения.

нагрева (в осветительных и сварочных приборах), для производства механической работы (электродвигатели), осуществления химических реакций (электролиз) и т. д. Аналогично происходило и развитие применений переменного тока, вначале также использовавшегося в целях связи. Но по мере создания генераторов большой мощности главными применениями переменного тока стали энергетические.

Следующий виток спирали развития связан с токами высокой частоты. Здесь тоже решение задач энергетики (установки токов высокой частоты для нагрева и поверхностного упрочнения стальных деталей и инструмента, индукционной плавки металлов, нагрева и сушки диэлектрических материалов) стало возможным лишь после создания мощных генераторов.

В развитии радиотехники наблюдалась вполне четкая тенденция повышения рабочей частоты — перехода от длинных волн к более коротким, затем ультракоротким, наконец, к освоению диапазона СВЧ (дециметровые, сантиметровые и миллиметровые волны). Волны от длинных до коротких использовались и используются лишь для целей связи. Об энергетических применениях здесь речь не идет в силу ряда причин, которые будут отмечены в дальнейшем. Ультракороткие волны, наряду с применениями в области связи, радиовещания и телевидения, могут служить для нагрева вещества (при прессовании термопластов), а также для теплового воздействия на ткани человеческого организма в терапевтических целях.

Переходя к диапазону СВЧ, подчеркнем, прежде всего, то, что энергетические применения подразумевают наличие источника (генератора), линии передачи энергии от него к потребителю, а также объекта, воспринимающего энергию, где для практических целей производится преобразование энергии электромагнитного поля (ЭМП) в какой-либо другой вид энергии (механическую, тепловую, химическую). Из литературы, где освещаются эти вопросы, следует указать [1].

Создание генератора радиоизлучения высокой мощности в настоящее время не представляет особых трудностей. В связи с требованиями радиолокации и телеуправления на больших расстояниях, включая космические, были разработаны мощные и сверхмощные генераторы на электровакуумных приборах магнетронного типа. Необходимость в мощных приборах непрерывного генерирования возникла вначале при создании генераторов радиопомех. Дальнейшее решение задач СВЧ-энергетики стимулировало разработку приборов еще большего уровня мощности, и на сегодня многорезонаторные клистроны и приборы магнетронного типа не только обеспечивают требования, предъявляемые к уровню мощности, но и имеют значительные резервы. И это при КПД, достигающих у клистронов 75 %, а у приборов магнетронного типа еще более высоких. Основные трудности возникают в связи

с задачей теплоотвода, которая даже при столь значительных КПД достаточно сложна. Согласно мнению, высказанному П. Л. Капицей, ограничивающим фактором для сверхмощного генератора СВЧ является только необходимость обеспечения соответствующего источника электропитания прибора.

Теперь обратимся к вопросам, связанным с передачей СВЧ-энергии от генератора к потребителю. Специфика требований, предъявляемых к линии передачи, зависит от конкретного назначения всей системы. В технологических установках тракт, связывающий генератор (обычно оформленный в виде модуля, включающего источник электропитания) и нагрузку, имеет малую длину. Здесь используется обычный коаксиал или волновод.

Наличие мощных генераторов с высоким КПД обеспечивает эффективное преобразование энергии постоянного тока в сверхвысокочастотную. Поскольку обратное преобразование — детектирование (выпрямление) — позволяет получить постоянный электрический ток, открывается возможность замены линии электропередачи СВЧ-трактом. В [2] рассматривается такой тракт на волноводе круглого сечения с волной  $H_{01}$ , обеспечивающей минимальные потери. Но трудности возбуждения именно данного типа волны при отсутствии других (паразитных) типов волн, а также необходимость в преобразователях на входе и выходе тракта вызывают сомнения в перспективности этого варианта. Делается вывод о том, что он если и применим, то в случаях, когда требуется непосредственно использовать энергию СВЧ без преобразования в электрический ток. Однако здесь вряд ли потребуются длинные тракты.

Задача может решаться и с помощью прямоугольного волновода увеличенного сечения, где при условии существования волны только основного типа ( $H_{10}$ ) можно снять ряд ограничений. Уменьшения затухания можно достичь изготовлением волновода с внутренней поверхностью из сверхпроводника (тем более высокотемпературного), что потребует применения криогенной системы. Существенные изменения внесло бы создание сверхпроводников, работающих при комнатных температурах, но тогда конкурентоспособными оказались бы проводные линии электропередачи.

Существуют проекты, где высокоскоростное транспортное средство должно перемещаться внутри трубы, являющейся направляющей и одновременно волноводом, обеспечивающим энергопитание двигателя. Принципиально такая идея осуществима, но из-за многочисленных технических трудностей будет реализовываться, вероятно, лишь в случае существенных экономических преимуществ по сравнению с другими вариантами.

Совершенно иная ситуация возникает, когда выполнение линии электропередачи в виде проводящей структуры затруднительно (переход через широкую водную преграду) или вообще невозможно. Здесь эффективным

может оказаться использование СВЧ-луча, связывающего, например, космические корабли между собой либо с Землей. Проблема была поставлена еще в 60-е гг. и разрабатывалась достаточно детально как теоретически, так и путем проведения модельных испытаний. По этому поводу опубликовано много оригинальных работ, а также обзоров (например [3]).

Особенно мощным стимулом для данных исследований явилась идея солнечных космических электростанций (СКЭС) [4], которую предполагалось осуществить уже в 90-х гг. Грандиозные проекты предусматривали создание геостационарных спутников с находящимися там солнечными батареями, а также питаемыми от них системами клистронных или амплитронных генераторов. Последние должны были располагаться на элементах фазированной антенной решетки, создающей направленный луч, передающий СВЧ-энергию. Соответственно на Земле должны быть приемные антенны с выпрямляющими устройствами (ректенны), осуществляющими преобразование СВЧ в постоянный ток. Экономические расчеты показывают, что СКЭС могли бы существенно дополнить скудеющие энергоресурсы Земли за счет использования даровой энергии солнечного излучения.

Экспериментально опробована передача энергии СВЧ-лучом от одной наземной антенны к другой, а также на парящую в воздухе модель вертолета с винтом, вращаемым электродвигателем. Высказан ряд интересных предложений по использованию такого вида энергоснабжения для поднятых над Землей телевизионных ретрансляторов и других объектов. Таким образом, возможность передачи энергии СВЧ-лучом доказана, а целесообразность ее реального использования, вероятно, подтвердится в недалеком будущем, хотя технические трудности огромны. Но в случае СКЭС они вряд ли уменьшатся и при альтернативном варианте — передаче энергии лазерным лучом [3].

Возвращаясь от проблем “большой” энергетики и космических масштабов к земным, перейдем к вопросам использования СВЧ-энергии, доставленной потребителю. Здесь, в “нагрузке”, полезный эффект обязательно связан с преобразованием в какой-либо другой вид энергии.

Давление электромагнитных волн (пондеромоторный эффект) используется в измерителях проходящей мощности. Осуществлено также несколько вариантов электродвигателей, где СВЧ-энергия непосредственно (без выпрямления) преобразуется в механическую работу. Но с начала 60-х гг. до настоящего времени переход от весьма привлекательных идей и опытов на миниатюрных моделях к практически полезным и энергетически выгодным конструкциям не произошел.

К устройствам, преобразующим энергию ЭМП СВЧ в движение, относятся линейные и циклические (микротроны) ускорители заряженных частиц, используемые в ядерной физике, медицине и ряде других областей

применения. Однако связанные с этим проблемы весьма специфичны и достаточно обширны, поэтому в настоящей работе рассматриваться не будут.

Круг вопросов, касающихся преобразования СВЧ-энергии в тепловую и химическую, с достаточным основанием может быть отнесен к области технологии. Под термином “технология” (по предложению В. Ф. Дорфмана [5]) подразумевается “организация естественных процессов, направленная на создание искусственных объектов”. Такое определение представляется обобщающим: и “совокупность способов и приемов добычи, обработки сырья, материалов, искусства реализации промышленных процессов”, и “набор закономерностей, заимствованных из разных наук с целью оптимизации производства”, и дальнейшее развитие и распространение этих понятий на сферу информатики.

Технологические процессы, осуществляемые с помощью СВЧ-энергии, являются не “формообразующими”, а “материаловедческими”, изменяющими свойства материала — вещества, на которое воздействует электромагнитное поле. Теоретическое рассмотрение этого процесса методами электродинамики СВЧ возможно, но затруднения возникают в связи с недостаточной изученностью электрофизических свойств веществ и их изменений по разным причинам. Кроме того, необходимо учитывать неоднородность и анизотропию обрабатываемого материала по его объему, соотношение размеров объекта и длины волны, сложную структуру ЭМП (обычно образуемую суперпозицией полей многих типов волн или колебаний) и т. д. Поэтому теория в состоянии дать лишь самые общие, идеализированные выводы, далеко не всегда коррелирующие с практическими результатами.

Значительный интерес представляют тепловые эффекты при взаимодействии ЭМП СВЧ с неидеальными диэлектриками. Здесь нередко применяется обобщающий термин “СВЧ-нагрев” ([1, 7] со ссылками на многочисленные оригинальные работы), касающийся комплекса вопросов от диэлектрических свойств материи до использования тепловых эффектов в практических целях.

Анализ показывает, что переменное электрическое поле в связи с явлением упругой дипольной поляризации производит переориентацию молекул вещества, причем потери при этом процессе проявляются в виде нагрева вещества. Мощность, выделяемая в единицу времени,

$$P = 0,566 \varepsilon' \cdot \operatorname{tg} \delta \cdot f \cdot E^2 \cdot 10^{-12} \text{ Вт/см}^3$$

Из этого выражения следует, что она зависит от электрофизических свойств вещества (характеризуемых диэлектрической проницаемостью и тангенсом угла диэлектрических потерь), от напряженности электрического поля и частоты его изменения. Приведенная формула показывает, что сильнее

будут нагреваться вещества с более высокими  $\epsilon'$  и  $\operatorname{tg}\delta$ . С другой стороны, отсюда видны и условия обеспечения минимального нагрева. Выделяемая в обрабатываемом объекте энергия растет пропорционально квадрату напряженности электрического поля, пока не будет ограничена электрическим пробоем.

Обратим внимание на увеличение эффективности преобразования энергии ЭМП в тепловую с ростом частоты. Но на более высоких частотах должны уменьшаться геометрические размеры пространства, где осуществляется воздействие ЭМП на объект (реактора-волновода или объемного резонатора). Это неприемлемо для промышленных установок, в которых приходится использовать наиболее низкочастотный участок СВЧ-диапазона. Вообще же для технологических применений разрешается использование только пяти очень узких поддиапазонов СВЧ, остальные частоты отданы связи, телевидению, радиолокации. Такое распределение, ущемляющее интересы СВЧ-энергетики, было произведено в период, когда она еще не получила широкого распространения и должного признания.

Из технологических применений СВЧ-энергии наибольшее относится к обработке пищевых продуктов, производимой как в бытовых микроволновых печах, так и в крупных промышленных установках. Эти вопросы достаточно подробно освещены в [8, 9] и большом количестве других публикаций. Положительный эффект достигается благодаря значительной глубине проникновения СВЧ-поля в продукт, что обеспечивает быстроту и равномерность нагрева. Размораживание, разогрев готовых блюд, выпечка, жаренье и другие кулинарные операции осуществляются намного эффективнее, чем при традиционных способах, основанных не на генерации тепла внутри, а на подведении его к поверхности объекта.

Эти же особенности СВЧ-нагрева позволяют успешно применять его для сушки древесины, предварительного обжига фарфоро-фаянсовых изделий. И если при выпечке теста или приготовлении котлет отсутствие привычной корочки может рассматриваться как недостаток (устраняемый дополнительным инфракрасным нагревом), то здесь объемный нагрев уменьшает повреждение поверхностного слоя выходящими изнутри объекта парами воды. При помощи СВЧ удобно осуществлять также сушку окрашенных поверхностей, мест склеивания и т. п.

Во всех перечисленных выше случаях в той или иной мере используется зависимость степени нагрева от диэлектрических свойств вещества. Так, в кулинарии это позволяет экономить энергию, расходуя ее только на нагрев продукта, а не посуды, изготавливаемой из стекла, фарфора, бумаги — радиопрозрачных, а значит, и не нагреваемых в поле СВЧ материалов.

Аналогично нагревается и сушится краска или клей, а не материал, на который они нанесены.

В связи с указанными обстоятельствами необходимо знать электрофизические свойства обрабатываемых при помощи СВЧ материалов и их изменения в процессе обработки, чтобы избежать нежелательных эффектов и использовать полезные.

Приведем взятые из нашей практики некоторые примеры того, что происходит при СВЧ-обработке материалов, неоднородных по объему, и как эти явления могут быть нейтрализованы или использованы.

При размораживании (дефростации) наблюдается реструктуризация кристаллов льда (примерно при  $-40^{\circ}\text{C}$ ), что приводит к разрыву содержащих воду тканей. На этом эффекте основано изготовление рыбной муки, используемой как удобрение. В то же время при размораживании консервированной глубоким охлаждением крови повреждение эритроцитов значительно ухудшает ее свойства. Чтобы избежать этого, было предложено [10, 11] начинать процесс, подвергнув кювету с кровью высокому давлению (около 2200 атм). При этом кровь, охлажденная до температуры жидкого азота, переходит в жидкое состояние. Далее осуществляется СВЧ-нагрев с постепенным снятием давления, в результате чего опасной рекристаллизации льда удается избежать, и свойства крови не нарушаются. Данный пример демонстрирует целесообразность комбинированного воздействия на объект с учетом его специфики.

СВЧ-нагревом можно во много раз сократить время изготовления бетонных изделий. Еще большее ускорение твердения бетонных смесей достигается введением в состав кристаллогидрата, например  $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$  [12]. Выделяющаяся под действием СВЧ кристаллизационная вода не испаряется, а идет на гидратацию цемента, в связи с чем бетон делается из сухой смеси, и энергия на испарение воды не тратится. Выбор соответствующей солевой добавки позволяет повысить прочность и влагостойкость бетона; меняя скорость нагрева, можно изготовить пористый бетон.

Весьма эффективно обезвоживание (дегидратация) химических реактивов, например изоамилового спирта [13]. Процесс обезвоживания в сравнении с традиционными методами ускоряется в десятки раз. При этом характерно, что испаряется не спирт (обладающий меньшими диэлектрическими потерями), а вода. Подобные технологические процессы требуют глубокого изучения электрофизических свойств и их изменения в процессе СВЧ-обработки вещества.

Значительный интерес представляют термомеханические эффекты, проявляющиеся при воздействии СВЧ на неоднородные материалы. Локальный нагрев и тепловое расширение отдельных областей может привести к разрушению материала, раскалыванию камня, каменного угля, бетонных плит.

Этот же принцип используется для дробления зерна, семян подсолнечника, бобов какао и кофе. Некоторые другие аспекты термомеханического воздействия будут отмечены при рассмотрении медико-биологических и микробиологических применений СВЧ-энергии [14].

Исключительные возможности представляют технологические процессы, использующие химические преобразования в результате действия СВЧ. Так, достаточно хорошо исследована и применяется полимеризация при изготовлении изделий из пенополиуретана, стеклопластика на основе эпоксидных смол, при вулканизации резины и т. п. Применение СВЧ-облучения оказывает каталитическое действие или усиливает действие других катализаторов, ускоряя реакцию и улучшая качество продукта.

Соответствующим выбором частоты можно вызвать резонансные эффекты, связанные с возбуждением колебательных или колебательно-вращательных движений атомов, атомных групп в молекулах, молекул и молекулярных структур. Данное направление, открывающее возможности осуществления реакций получения химических продуктов с особыми свойствами, не идущих в других условиях, еще очень мало разработано.

Очень перспективно использование в химии плазменных реакций в условиях сверхвысокочастотного безэлектродного разряда. Регулируя состав и давление парообразных веществ в реакторе (объемном резонаторе, возбуждаемом мощным генератором), а также частоту и напряженность СВЧ-поля, можно обеспечить условия для взаимодействия присутствующих в разряде молекул, атомов, ионов, электронов, свободных радикалов. Таким образом удалось осуществить синтез на основе реакций атом-газ многих органических соединений, изготавливать необходимые в микроэлектронике пленки и покрытия из различных материалов, получать при взаимодействии газов с металлическими порошками карбиды, сульфиды, нитриды и другие соединения.

Чрезвычайно обнадуживает использование биологических, микробиологических и биохимических эффектов, обусловленных воздействием СВЧ-поля. В диатермии (нагревание тканей тела в лечебных целях) переход от высоких частот к сверхвысоким позволяет фокусировать излучение в определенных областях. При этом исключительно сложной является необходимость учета различного воздействия поля на неоднородные по свойствам ткани, чтобы не вызвать необратимых повреждений и других вредных последствий. Некоторые органы и ткани (глаза, почки, семенники и др.) из-за отсутствия или слабого кровообращения, а следовательно, и плохого теплоотвода особенно уязвимы. Но по этой же причине можно подавлять деятельность клеток злокачественных опухолей, нагреваемых сильнее, чем окружающие ткани.

Неоднородность диэлектрических свойств по объему органов и тканей, предназначенных для трансплантации, существенно затрудняет использование СВЧ-нагрева при размораживании этих объектов, консервированных для длительного хранения методом глубокого охлаждения. С целью уменьшения трудностей возможно использование более низких частот, устройств с бегущей волной, а также прерывистого (импульсного) облучений для выравнивания температуры отдельных участков объекта за счет теплопроводности.

СВЧ-поле воздействует на микрофлору, что используется при пастеризации соков, молочных продуктов, герметически упакованных хлебобулочных и кондитерских изделий. Стерилизация, то есть полное уничтожение микроорганизмов, достигаемая нагревом до более высоких температур, применяется и для пищевых продуктов, и для медицинского инструмента. Аналогичным образом может производиться дезинсекция — уничтожение насекомых, проникших в продукты растительного происхождения (зерно, крупу, муку, чай, табак). Успешно уничтожается домовая грибок в древесине и кирпичной кладке, насекомые, повреждающие мебель.

Описанные технологические процессы основаны на тепловых эффектах. Однако имеются сведения и о нетепловом (специфическом) действии СВЧ-облучения [15]. Например, тесто и клейстер из муки или крахмала, обработанные СВЧ, обладают повышенной вязкостью и значительно дольше пригодны к употреблению. Это объясняется биохимическими процессами — инактивацией фермента амилазы, денатурацией клейковины, модификацией белка, приводящей к большему поглощению и связыванию воды.

Имеются некоторые основания трактовать “специфическое” действие СВЧ как тепловое действие, проявляющееся в микроскопических “деталях” клеточной структуры. Но, пожалуй, более обоснованно объяснение этих эффектов селективным нетепловым действием излучения на биомембраны и примембранные слои и резонансными явлениями [16]. Последние имеют место на дискретных частотах в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах волн и в зависимости от интенсивности и модуляционно-временных параметров могут оказывать как нормализующее, так и неблагоприятное действие на отдельные органы и организм в целом [17].

Итак, некоторые направления СВЧ-энергетики развиваются по линии крупномасштабных приложений, целесообразность и экономическая эффективность которых уже достаточно ясны, но реализация требует огромных средств и преодоления серьезных технических трудностей. Осуществляется промышленное внедрение известных и разработка новых технологических процессов, основанных на использовании СВЧ-энергии. Одновременно ведутся углубленные теоретические и экспериментальные исследования, требующие совместных усилий ученых различных специальностей, ранее не ощу-

щавших необходимости в кооперации. СВЧ-техника становится незаменимым инструментом для возникших относительно недавно и интенсивно развивающихся наук "межотраслевого" характера, таких, как биофизика, биохимия и т. п. Наконец, делаются успешные попытки выяснения причин и механизмов ряда чрезвычайно сложных, в том числе и новооткрытых явлений, вносящие важнейший вклад в решение общей проблемы взаимодействия электромагнитного излучения с веществом.

#### **В ы в о д ы:**

1. СВЧ-энергетика — область радиоэлектроники, тесно связанная с другими областями науки и техники, имеющая быстро расширяющийся круг практических применений и в связи с этим несомненные перспективы дальнейшего развития.

2. Современные генераторы обеспечивают получение на частотах СВЧ-диапазона любых, необходимых для практических целей, уровней мощности.

3. Разработаны и испытаны эффективные системы передачи СВЧ-энергии от генератора к потребителю как небольшой протяженности (волноводы), так и космических масштабов (направленным лучом). СВЧ-луч способен обеспечить высокую экономическую эффективность передачи энергии с солнечных космических электростанций на Землю и между космическими объектами. Однако при этом конкурентоспособным является и лазерный луч.

4. Наиболее разработанными и внедренными являются технологические процессы и устройства, использующие тепловые эффекты для обработки пищевых продуктов. Наряду с этим СВЧ-технологии могут успешно применяться в плазменной химии, горнодобывающей промышленности и ряде других областей техники.

5. Доказана целесообразность использования СВЧ для получения разнообразных биологических, микробиологических и биохимических эффектов и ряда медицинских применений. Эту сферу приложения СВЧ-энергетики следует рассматривать как исключительно перспективную, но требующую дальнейшего глубокого изучения особенностей действия СВЧ на биологические объекты.

6. В последнее время особое внимание привлекают нетепловые (специфические) эффекты в результате действия СВЧ-излучения малых мощностей, а также резонансные явления. Они представляют собой своеобразную "нижнюю границу" динамического диапазона, где СВЧ-энергетика смыкается с информатикой.

**Л и т е р а т у р а:** 1. СВЧ-энергетика / Под ред. Э. Окресса.— М., 1971.— Т. 1.— 464 с.; Т. 2.— 272 с.; Т. 3.— 248 с. 2. *Тиходеев Н. Н.* Передача электроэнергии сегодня и завтра.— Л., 1975.— 272 с. 3. *Нейлос Э. Дж.* Новые разработки в области направленной передачи электромагнитной энергии // ТИИЭИР.— 1978.— Т. 66.— № 3.— С. 5—22. 4. *Ванке В. А., Лопухин В. М., Саввин В. Л.* Проблемы солнечных космических электростанций // УФН.— 1977.— Т. 123.— Вып. 4.— С. 633—655. 5. *Дорфман В. Ф.* Научные основы развития технологии // Вопр. философии.— 1985.— № 5.— С. 153—161. 6. *Терещенко А. И.* Воздействие СВЧ-энергии на вещество // Радиотехника.— 1978.— Т. 32.— № 1.— С. 4—15. 7. *Пюшнер Г.* Нагрев энергией сверхвысоких частот.— М., 1968.— 312 с. 8. *Рогов И. А., Горбатов А. В.* Физические методы обработки пищевых продуктов.— М., 1974.— 584 с. 9. *Рогов И. А., Некрутман С. В.* Сверхвысоко-частотный и инфракрасный нагрев пищевых продуктов.— М., 1976.— 212 с. 10. А. с. № 542500, СССР. М. Кл<sup>2</sup>. А 23В 4/06. Способ размораживания биологических объектов / *А. И. Терещенко, Н. С. Пушкарь, В. Л. Мироненко, Ю. П. Тимошенко.*— Б. И.,— 1977.— № 2. 11. *Tereshchenko A. I.* Microwave field influence on some chemical and biological objects // Proc. of 8-th European Microwave Conference.— Paris.— 1978.— P. 243—250. 12. *Кононов А. Б., Контарь А. А., Терещенко А. И.* Некоторые возможности создания быстротвердеющих бетонных смесей с помощью СВЧ-энергии // ЭОМ.— 1977.— № 6.— С. 50—53. 14. *Терещенко А. И.* Работает СВЧ.— М., 1977.— 64 с. 15. *Пресман С. А.* Электромагнитные поля и живая природа.— М., 1968.— 288 с. 16. *Исмаилов Э. Ш.* Биофизическое действие СВЧ-излучений.— М., 1987.— 144 с. 17. *Искин В. Д.* Биологические эффекты миллиметровых волн и корреляционный метод их обнаружения.— Харьков, 1990.— 244 с.

УДК 517.93:621.373.42:621.3.018.3

В. И. Гомозов

## К ТЕОРИИ УСТАНОВЛЕНИЯ ЧАСТОТЫ АВТОКОЛЕБАНИЙ

7 мая 1995 г. исполнилось 100 лет со дня изобретения первого радиоприемника А. С. Поповым. Это событие и созданный вскоре радиотелеграф положили начало интенсивному развитию радиотехники, в частности методов и устройств генерирования электромагнитных колебаний. Первые искровые и дуговые генераторы впоследствии успешно сменились разнообразными типами автономных и неавтономных электронных автогенераторов,

относящимися к специфическому классу нелинейных физических объектов — автоколебательным системам.

Теория установления частоты автоколебаний, выявляющая причины, характер и величину выбегов частоты в переходных процессах при различных начальных условиях, имеет важное прикладное значение. Знание последнего является определяющим при выборе оптимальных режимов работы, методов параметрической и автоматической стабилизации частоты, путей уменьшения модуляционных частотных искажений при импульсной и угловой модуляции колебаний задающих генераторов и гетеродинов разнообразных радиотехнических систем. Особое значение эти вопросы приобрели в связи с широким использованием в радиотехнических системах сложных сигналов с высокой скоростью внутримпульсной, внутрипериодной и межпериодной модуляции частоты или фазы.

Работы по формированию вышеуказанных видов сигналов для радиолокации, проводимые автором под руководством Я. Д. Ширмана и Н. Д. Колпакова еще в 1961—1965 гг. [1], показали настоятельную необходимость учета переходных процессов при высокоскоростной частотной модуляции генераторов [2, 3], уточнения и развития нелинейной теории установления частоты автоколебаний. Некоторые результаты последнего направления исследований уже частично публиковались автором, начиная с 1975 г. [20—24, 26—29]. Ниже делается попытка их обобщения, сопоставления этих результатов с ранее известными теоретическими и экспериментальными данными, появившимися в последние 20 лет.

## 1. Состояние и необходимость развития теории установления частоты автоколебаний

При любых прикладных исследованиях должны рассматриваться три равноправные составляющие: физический объект, его математическая модель и метод математического исследования этой модели.

Начало нелинейной теории автономных и неавтономных автоколебаний положили зарубежные и отечественные ученые: Мейснер, Г. Беркгаузен, Г. Мельер, Б. Ван-дер-Поль, Л. И. Мандельштам, Н. Д. Папалекси, А. Н. Крылов, А. А. Андронов, А. А. Витт, Н. М. Крылов, Н. Н. Боголюбов, Ю. Б. Кобзарев и др. Весомый вклад в развитие этой теории и ее приложений внесли затем Я. Грошковский, Б. К. Шембель, С. И. Евтянов, А. А. Дородницын, К. Ф. Теодорчик, В. М. Лопухин, В. Ф. Коваленко, Ю. А. Митропольский, Дж. Роу, Л. А. Вайнштейн и др.

В рамках указанной теории при определенных допущениях

большинство автономных или неавтономных электронных автогенераторов описываются предложенными еще в 20-е гг. математическими моделями вида однородного или неоднородного нелинейных дифференциальных уравнений Ван-дер-Поля, считающимися достаточно строгими, универсальными и применяемыми многими вплоть до последних лет [4, 5, 9, 15—17, 19, 25 и др.]. Предложены также приближенные математические модели вида алгебраических или интегральных уравнений с переменными коэффициентами, полученными на основе символического метода анализа изохронности автоколебаний или уравнений баланса активных и реактивных мощностей [6—8, 10, 11, 13, 14, 17 и др.], а также вида символических укороченных уравнений, адекватных уравнениям Ван-дер-Поля [12, 19 и др.].

В силу нелинейности таких моделей и сложности их анализа длительное время обосновывались и совершенствовались различные методы их математического исследования. Наибольшее применение нашли приближенные асимптотические и символические методы решения, которые в основном сводятся к разновидностям методов “малого параметра” [9, 16, 18, 19, 25 и др.]. Однако достижения по совершенствованию самих математических моделей оказались недостаточными. Именно неполное соответствие математических моделей физическому объекту, а не приближенность методов математического исследования обусловило то, что сложившееся состояние развитой в вышеуказанных работах теории установления и нелинейных поправок для частоты (фазы) автоколебаний отстало от современных требований. Это убедительно иллюстрируется следующими основными примерами.

Известны приближенные и точное численное решения однородного уравнения Ван-дер-Поля

$$(d^2u/d\tau^2) + u = \varepsilon(1-u^2)(du/d\tau) \quad (1)$$

для классического автономного автогенератора томпсоновского типа с резонансной колебательной системой, работающего в мягком режиме самовозбуждения. Уравнение (1) и его решения, как считается, описывают основные физические процессы в широком круге известных видов автономных автогенераторов, поскольку их эквивалентные схемы для переменных составляющих токов при определенных допущениях могут сводиться к классическим резонансным схемам: триодной (транзисторной) с внешней обратной связью или диодной (динатронной) с внутренней обратной связью [9—19]. На рис. 1 и 2 приведены графики известных приближенных (сплошные и штриховые кривые), а также полученных в [27] точных численных (пунктирные кривые) решений уравнения (1) для безразмерной амплитуды  $U$  и относительной частоты  $\omega/\omega_0$  автоколебаний в зависимости от  $\varepsilon\tau$

при значениях  $n_0 = 1,1; 2; 40$  и  $\epsilon = 0,1$  ( $KS_{a0}R = g_0R = 3, Q_0 = 20$ ). Здесь:  $\epsilon = (KS_{a0}R - 1) / Q_0 = (g_0R - 1) / Q_0$  — малый параметр;  $\tau = \omega_0 t$  — безразмерное время;  $K, KS_{a0}R$  (или  $g_0R$ ),  $S_{a0}$  и  $g_0$  — приведенный коэффициент обратной связи, полный коэффициент передачи по цепи

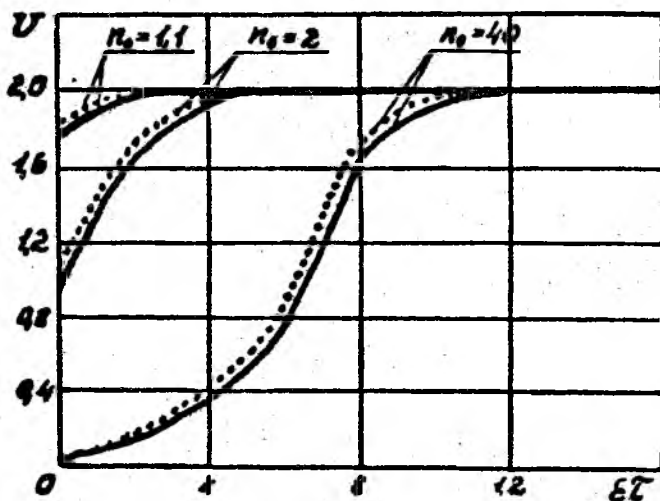


Рис. 1. Графики установления амплитуды автоколебаний, рассчитанные по Ван-дер-Полю

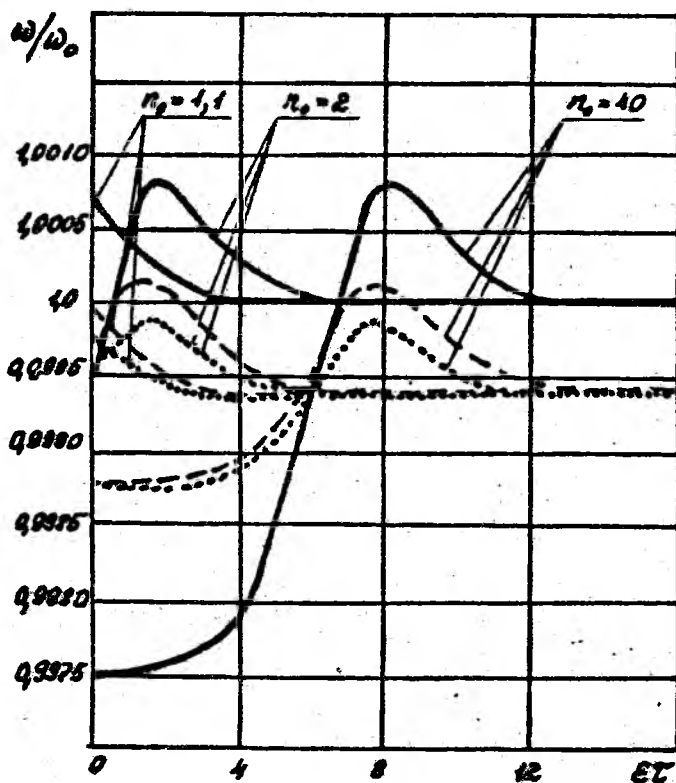


Рис. 2. Графики установления частоты автоколебаний, рассчитанные по Ван-дер-Полю

обратной связи (коэффициент регенерации), крутизна вольт-амперной характеристики  $i_a(Ku_a)$  и отрицательная дифференциальная активная проводимость в исходной рабочей точке нелинейного активного элемента автогенератора (эквивалентного триода, транзистора, полупроводникового диода, эквивалентного диода магнетрона или отражательного клистрона и т. д.);  $Q_0, \omega_0, R, L_0$  и  $C_0$  — нагруженная добротность, резонансная частота, сопротивление при резонансе, индуктивность и емкость нерегенерированного эквивалентного колебательного контура автогенератора с учетом межэлектродных и вносимых нагрузкой сопротивлений;  $\mu_0 = U_{ст} / U_0$  — параметр, характеризующий начальные условия автоколебаний;  $U_0$  и  $U_{ст,1}$  — начальное и стационарное значения  $U = (Ku_a / E_s) [KS_{a0} R / (KS_{a0} R - 1)]^{1/2} = (U_a / E_s) [g_0 R / (g_0 R - 1)]$ ;  $E_s$  — напряжение насыщения аппроксимированной неполным кубическим полиномом характеристики  $i_a(Ku_a)$ . Изображенные на рис. 1 и 2 сплошные кривые рассчитаны по соотношениям работы [15], а штриховые кривые — по соотношениям работ [9, 16, 25].

Известны также приближенные решения нелинейного дифференциального уравнения отражательного клистрона, адекватного по своей сути уравнению Ван-дер-Поля, но полученные методом вариации постоянных с использованием начальных и предельных условий, которые определялись из дополнительной системы уравнений баланса активных и реактивных составляющих мощности [17]. Для клистрона же в работе [14] квазистационарным методом получены точные численные решения системы укороченных уравнений для амплитуды и частоты автоколебаний, составленной только на основе уравнений баланса активных и реактивных составляющих мощности. В обоих случаях расчетные графики для установления относительной амплитуды автоколебаний практически идентичны изображенным на рис. 1. На рис. 3 приведены графики для относительного приращеня частоты  $\Delta\omega / \Delta\omega_{ст}$  при установлении автоколебаний в зависимости от  $\mu$  при  $\chi_{ст} = 1,24$  ( $g_0 R = \chi_{ст} / 2\gamma_1(\chi_{ст}) \cos \delta_3 \approx 1,6$ ) и значениях  $\mu_0 = 4,3 \cdot 10^2$  и  $1,84 \cdot 10^5$ , рассчитанные по соотношениям работы [17, с. 353—355] (штриховые кривые 1 и 2) и работы [14] (сплошная кривая 3). Здесь:  $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ ;  $\Delta\omega_{ст} = \omega_{ст} - \omega_0$ ;  $\omega$  и  $\omega_{ст}$  — текущее и установившееся стационарные значения частоты автоколебаний;  $\mu = t/\tau_3 = \epsilon\tau / 2(g_0 R - 1)$  — относительное время;  $\omega_0$  и  $\tau_3 = 2RC_0$  — резонансная частота и постоянная времени эквивалентного контура резонатора клистрона;  $\mu_0 = U_{ст} / U_0 = \chi_{ст} / \chi_0$ ;  $\chi_{ст}$  и  $\chi_0$  — стационарное и начальное значения параметра группировки электронов;  $\gamma_1(\chi_{ст})$  — функция Бесселя первого рода первого порядка от  $\chi_{ст}$ ;  $\gamma_3 = t_{пр} / \tau_3$  и  $\delta_3$  — относительное время пролета и отклонение от оптимального значения угла пролета электронов в пространстве дрейфа клистрона. Отличие графиков 2 и 3,

изображенных на рис. 3, отражает влияние времени  $t_{np}(\gamma_3=0$  и  $\gamma_3=0,1)$  на установление и выбег частоты автоколебаний.

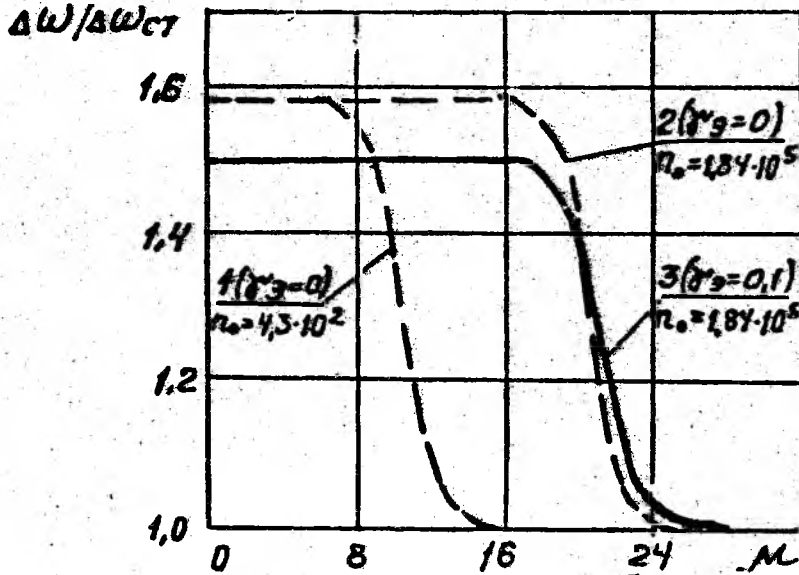


Рис. 3: Графики установления частоты колебаний отражательного клистрона, рассчитанные по [14, 17]

И, наконец, известны выражения для зависимостей частоты от амплитуды (кривых неизохронности) автоколебаний и, в частности, для классического автогенератора томпсоновского типа, полученные квазистационарными символическими методами как на основе совместного анализа баланса активных и реактивных составляющих полной проводимости эквивалентной схемы автогенератора [6, 7], так и на основе решения системы символических укороченных уравнений [18].

С помощью кривых неизохронности наглядно сопоставляются результаты всех указанных выше работ [6, 7, 9, 14—18, 25]. Такие кривые, рассчитанные автором при одинаковых условиях ( $K S_{a0} R = 3$  и  $\varepsilon = 0,1$ ) для всех рассмотренных выше примеров, изображены на рис. 4, где обозначено  $\delta_0 = 1/Q_0$  и  $\delta U = U/U_{ст}$ . График 1 соответствует первому приближению решения уравнения (1) для частоты автоколебаний с удержанием членов только первого порядка малости [9; 16, с. 81]. График 2 соответствует совпадающим по результатам первым приближениям решений, полученных двумя различными методами с удержанием членов второго порядка малости [15, 18]. График 3 соответствует совпадающим по результатам вторым приближениям решений, полученных тремя различными методами с удержанием членов второго порядка малости [16, с. 82; 18, 25]. График 4 соответствует первому приближению решения с удержанием членов второго порядка малости, полученного в [7, с. 154—156]. График 5 соответствует совпадающим по результатам первым приближениям решений, полученных двумя различными методами с удержанием членов второго порядка малости при усло-

вид, что  $\operatorname{tg} \delta_3 = 1/Q_0$

[14; 17, с. 354—355]. График 6 соответствует точному численному решению уравнения (1) [27].

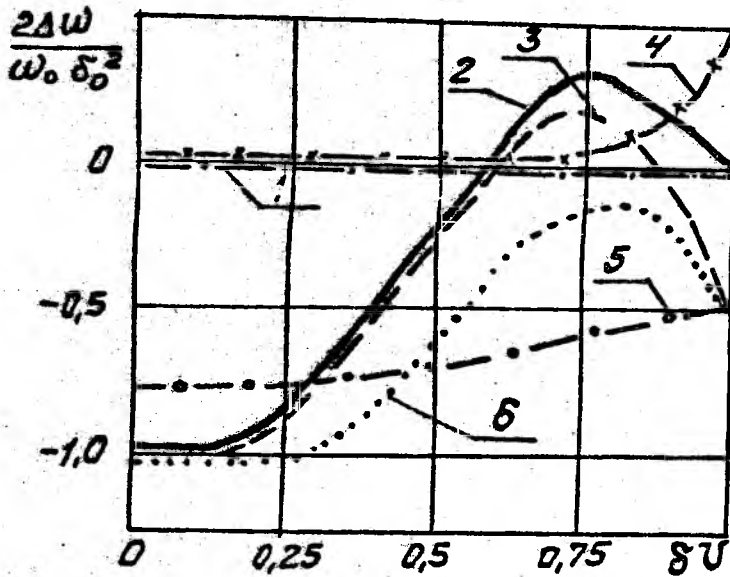


Рис. 4. Графики кривых неизохронности автогенераторов, рассчитанные по известным работам

Анализ графиков, приведенных на рис. 1—4, их сопоставление между собой и с экспериментальными данными [2, 3, 20, 22, 24, 26, 27] показывает следующее.

Решения для установления амплитуды автоколебаний  $U(\varepsilon\tau)$  или  $U(\mu)$  устойчивы, практически одинаковы во всех работах [9, 14—17, 25 и др.]. Их первые, вторые приближения и точное численное решения совпадают за исключением небольших отличий по времени запаздывания при  $Q_0 \approx 5 \dots 10$  (см. рис. 1). Экспериментально подтверждаются как аperiodический характер кривых  $U(\varepsilon\tau)$  при всех значениях  $Q_0$ , так и их величина выбега и стационарное значение.

Решения для установления частоты автоколебаний  $\omega(\varepsilon\tau)/\omega_0$ ,  $\Delta\omega(\mu)/\Delta\omega_{ст}$  или  $2\Delta\omega(\delta U)/\omega_0\delta_0^2$  неустойчивы. Их первые, вторые приближения и точное численное решения в большинстве своем отличаются как по характеру получаемых кривых, так и по их величинам выбега, начальному и стационарному значениям (рис. 2—4). Так, первое приближение решения уравнения (1) с удержанием членов первого порядка малости дает для  $\omega(\varepsilon\tau)/\omega_0 = \text{const} = 1$  или  $2\Delta\omega(\delta U)/\omega_0\delta_0^2 = \text{const} = 0$ , что означает мгновенное установление частоты без переходного процесса (см. рис. 4, график 1). Вторые приближения решений уравнения (1) или адекватных ему укороченных символических уравнений совпадают с первыми

приближениями их решений при удержании членов второго порядка малости и с точным численным решением уравнения (1) только качественно по характеру кривых, но отличаются количественно по величинам выбега и стационарного значения частоты автоколебаний (см. рис. 2, рис. 4, графики 2, 3 и 6), а также существенно качественно и количественно отличаются от полученных в [7, 14, 17] решений с дополнительным учетом в первом приближении баланса фаз через баланс реактивных составляющих проводимостей или мощности автоколебаний (см. рис. 3, рис. 4, графики 4 и 5). Экспериментально не подтверждаются вытекающие из уравнения (1) или адекватных ему символических укороченных уравнений ни колебательный характер процессов установления частоты при всех  $\mu_0 \geq 1,3$  при аперiodическом характере установления амплитуды автоколебаний (см. рис. 1 и 2, кривые для  $\mu_0 = 2$  и 40; рис. 4, графики 2, 3 и 6), ни убывающий характер изменения частоты с отрицательным значением  $d\omega/d\tau$  при  $\mu_0 < 1,3$  (см. рис. 2, кривые для  $\mu_0 = 1,1$ ; рис. 4, графики 2, 3 и 6 при  $\delta U \geq 0,8 \dots 0,85$ ), ни величины выбегов частоты  $\Delta\omega/\omega_0$ , ни относительные значения  $\omega_{ст}/\omega_0$ . Это означает, что математическая модель Ван-дер-Поля и адекватные ему укороченные символические уравнения, достаточно полно отражая баланс амплитуд, энергетические соотношения и установление амплитуды, недостаточно отражает баланс фаз и процессы установления частоты автоколебаний. Этот вывод, в определенной мере, подкрепляется результатами, полученными в [7, 14, 17], поскольку при принятии в них подходе устраняется одно из основных отличий от экспериментальных данных — колебательный характер установления частоты при аперiodическом установлении амплитуды автоколебаний (см. рис. 4, графики 4 и 5). Однако величины выбега частоты и относительные значения  $\omega_{ст}/\omega_0$ , полученные и в [7, 14, 17], также существенно отличаются от экспериментальных данных.

Проведенный выше анализ свидетельствует о настоятельной необходимости развития теории установления частоты, в частности уточнения математической модели автоколебаний.

## 2. Уточненная математическая модель и результаты исследования установления частоты автоколебаний

Уточнение математической модели автоколебаний осуществлялось автором для ряда типов автогенераторов и тремя различными путями: символическим методом на основе алгебраических уравнений для кривых неизохронности [21—23], уточнением дифференциальных уравнений состояния для

электрических эквивалентных схем на основе законов Кирхгофа [26, 27], уточнением обобщенных дифференциальных векторных уравнений электродинамики на основе уравнений Максвелла [28, 29].

Для краткости, законченности и наглядности сопоставления поставленную задачу и полученные результаты целесообразно рассмотреть также на классическом примере автономного автогенератора томпсоновского типа с резонансной колебательной системой, работающего в мягком режиме самовозбуждения. При этом для упрощения и исключения эффектов, относящихся в данном случае к второстепенным, как и при выводе уравнения Ван-дер-Поля, пренебрегается пролетно-волновыми и рядом других эффектов: инерцией или временем пролета электронов, емкостью объемного заряда в промежутке сетка-катод эквивалентного триода или анод-катод эквивалентного диода, током сетки эквивалентного триода и его влиянием на колебательный резонансный контур. Как и для модели Ван-дер-Поля, принимается также одночастотный режим колебаний в резонансном контуре и аппроксимация вольт-амперной характеристики эквивалентных триода или диода  $i_a(u_a)$  неполным кубическим полиномом [9, 16, 18, 25 и др.].

При таких допущениях эквивалентную схему автогенератора, как известно, можно свести к параллельному резонансному контуру, к которому в качестве нелинейного активного элемента в точках  $\alpha$ - $\delta$  (рис. 5) подключен эквивалентный диод с вольт-амперной характеристикой для переменных составляющих

$$i_a(Ku_a) = (s_{a0}K)u_a - (s_{a0}K^3/3E_s^2)u_a^3 = -g_0u_a + (g_0/3E_s^2)u_a^3. \quad (2)$$

При уточнении эквивалентной комплексной проводимости нелинейного активного элемента такого автогенератора, что необходимо для более точного учета баланса фаз, можно полагать известными амплитуды  $K$ - $x$  гармоник анодного тока  $I_{aK}$  и напряжения  $U_{aK}$ . Тогда можно воспользоваться уравнениями Б. К. Шембея [11, 13], подтвержденными также более строгим методом в [28], в соответствии с которыми реактивная мощность первой гармоники  $P_{P1}$ , развиваемая на нелинейном сопротивлении, и эквивалентная реактивная проводимость нелинейного активного элемента  $\bar{B}_3$  на основной частоте соответственно равны

$$P_{P1} = -\sum_{k=2}^{\infty} k P_{Pk}; \quad \bar{B}_3 = -\sum_{k=2}^{\infty} k (U_{aK} / U_{a1})^2 B_k^2, \quad (3)$$

где  $P_{Pk}$  — реактивные мощности  $K$ - $x$  гармоник, начиная со второй, выделяемые на линейной нагрузке нелинейного активного элемента;

$B_k$  — реактивная проводимость линейной нагрузки для  $k$ -й гармоники. Для случая рассматриваемой линейной нагрузки вида параллельного колебательного контура [27]

$$B_k = \frac{\omega C_0}{k} \left[ k^2 - \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right], \quad U_{ak} = - \frac{I_{ak}}{k \omega C_0}, \quad \left( \frac{U_{ak}}{U_{a1}} \right)^2 = \left( \frac{I_{ak}}{k I_{a1}} \right)^2$$

и тогда

$$\bar{B}_3 = -\omega_0 C_0 \sum_{k=2}^{\infty} \frac{[k^2 - (\omega/\omega_0)^2]}{k^2} \left( \frac{I_{ak}}{I_{a1}} \right)^2, \quad \bar{C}_3 = -C_0 \sum_{k=2}^{\infty} \frac{[k^2 - (\omega/\omega_0)^2]}{k^2} \left( \frac{I_{ak}}{I_{a1}} \right)^2. \quad (4)$$

Знак минус перед правыми частями выражений (4) означает, в том числе и по терминологии Б. К. Шембея, что  $\bar{B}_3$  и, в частности,  $\bar{C}_3$  характеризует источник, а не потери реактивной мощности. Таким образом, в принятых допущениях схема замещения нелинейного активного элемента автогенератора, как показано на рис. 5, кроме общепринятого отрицательного (ввиду противофазности  $i_a$  и  $u_a$ ) нелинейного активного сопротивления ( $-\bar{R}_3 = u_a / i_a$ ) как источника активной мощности на основании изложенного дополняется еще отрицательной нелинейной емкостью ( $-\bar{C}_3$ ) как источником реактивной мощности, которые оба являются функциями амплитуд тока  $i_a$  или напряжения  $u_a$ . Этим принципиально важным элементом отличается схема рис. 5 от общепринятых ранее.

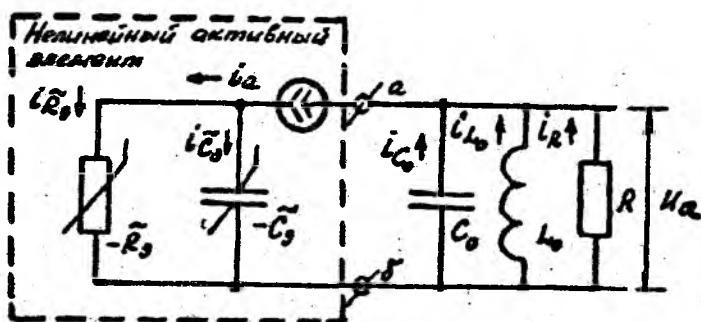


Рис. 5. Уточненная эквивалентная схема замещения автогенератора

В первом приближении напряжение на контуре схемы рис. 5 при высоких значениях  $Q_0$  записывается в виде [9, 16]

$$u_a(t) = U_a \cos \psi = U_a \cos \int \omega dt, \quad (5)$$

где  $U_a, \omega$  — в общем случае медленные функции времени  $t$ ,

зависимость от которого для упрощения записей опущена. Тогда, подставляя (5) в (2), можно получить

$$i_a = I_{a1} \cos \int \omega dt + I_{a3} \cos 3 \int \omega dt,$$

где 
$$I_{a1} = S_{a0} K U_a [1 - (K U_a / 2 E_s)^2] = g_0 U_a [1 - (U_a / 2 E_s)^2], \quad (6)$$

$$I_{a3} = -\frac{1}{3} S_{a0} K U_a (K U_a / 2 E_s)^2 = -\frac{1}{3} g_0 U_a (U_a / 2 E_s)^2.$$

В свою очередь, на основании (2), (4) и (6), учитывая наличие в рассматриваемом случае только одной высшей третьей гармоники, можно записать

$$\bar{C}_3 = -C_0 \frac{[g - (\omega/\omega_0)^2] (K U_a / 2 E_s)^4}{81 [1 - (K U_a / 2 E_s)^2]^2} = -C_0 \frac{[g - (\omega/\omega_0)^2] (U_a / 2 E_s)^4}{81 [1 - (U_a / 2 E_s)^2]^2}, \quad (7)$$

$$\bar{R}_3 = -\frac{1}{K S_{a0} [1 - \frac{1}{3} (K U_a / 2 E_s)^2]} = -\frac{1}{g_0 [1 - \frac{1}{3} (U_a / 2 E_s)^2]}. \quad (8)$$

Для анализа автоколебаний на основной частоте  $\omega$  при указанных на рис. 5 направлениях токов и напряжений можно составить исходное уравнение состояния

$$\frac{1}{R} U_a(t) + \frac{1}{L_0} \int U_a(t) dt + C_0 \frac{dU_a(t)}{dt} + \frac{U_a(t)}{\bar{R}_3} + \bar{C}_3 \frac{d^2 U_a(t)}{dt^2} = 0. \quad (9)$$

После преобразования уравнения (9) с учетом медленности изменения функций  $U_a(t)$  и  $\omega(t)$  при сравнительно высокой добротности  $Q_0$ , квазигармонического характера автоколебаний, выполняя замены и операции, близкие к используемым при выводе уравнения Ван-дер-Поля, в [27] можно получить следующее дифференциальное уравнение автоколебаний для рассматриваемого случая:

$$\frac{d^2 u}{d\tau^2} + u = \varepsilon (1 - u^2) \frac{du}{d\tau} + \frac{8 \varepsilon^2 u^4}{81 (1 - 2u^2)^2} \left[ \frac{d^2 u}{d\tau^2} + \frac{4}{(1 - 2u^2)u} \left( \frac{du}{d\tau} \right)^2 \right], \quad (10)$$

где  $u = [KS_{a0}R / (KS_{a0}R - 1)]^{1/2} (KU_a / E_s) = [g_0R / (g_0R - 1)]^{1/2} (U_a / E_s)$  -

безразмерное напряжение;  $\mathcal{L} = (KS_{a0}R - 1) / 4KS_{a0}R = (g_0R - 1) / 4g_0R$ .

Уравнение (10), являющееся уточненной математической моделью автоколебаний, отличается от модели Ван-дер-Поля дополнительными нелинейными членами с малым коэффициентом  $8\mathcal{L}^2/81 < 1$ , зависящими от  $u^4, u^3, u^2, (du/d\tau)^2$  и  $d^2u/d\tau^2$ . Для квазигармонических автоколебаний они имеют порядок малости  $\varepsilon^2$ , поскольку  $8\mathcal{L}^2/81 = \varepsilon^2 (Q_0 / KS_{a0}R)^2 / 162 = \varepsilon^2 (Q_0 / g_0R)^2 / 162$ , и учитывают влияние дополнительно введенной  $\tilde{C}_3$  на фазовый угол электронной проводимости активного элемента (тока смещения), резонансную частоту и частоту свободных колебаний регенерированного эквивалентного контура автогенератора. Пренебрегая этими членами, из (10) получим уравнение Ван-дер-Поля (1), а если принять  $\mathcal{L} = 0$ , то  $KS_{a0}R = g_0R = 1, \varepsilon = 0$  и уравнение (10), как и уравнение (1) при  $\varepsilon = 0$ , преобразуем в уравнение  $(d^2u/d\tau^2) + u = 0$  для незатухающих колебаний в идеальном резонансном контуре без потерь.

Из уравнения (10), как и из уравнения (1), известным методом асимптотических разложений по степеням малого параметра  $\varepsilon$  [16], вводя обозначения  $\mathcal{L}^2 = \varepsilon^2 \gamma$  и  $\gamma = Q_0^2 / 16 (KS_{a0}R)^2 = Q_0^2 / 16 (g_0R)^2$ , учитывая также, что  $\mathcal{L}u^2 < 1$ , и удерживая составляющие разложения в ряд второго члена правой части уравнения (10) не выше порядка  $\varepsilon^2$ , получим следующую систему уточненных укороченных дифференциальных уравнений для амплитуды и частоты автоколебаний [29]:

$$\frac{dU}{d\tau} = \frac{\varepsilon U}{2} \left( 1 - \frac{U^2}{4} \right), \quad \frac{d\psi}{d\tau} = \frac{\omega}{\omega_0} = 1 - \varepsilon^2 \left( \frac{1}{8} - \frac{U^2}{8} + \frac{7U^4}{16^2} - \frac{\gamma U^4}{16} \right). \quad (11)$$

Из системы уравнений (11) получим уточненное уравнение для второго приближения кривой неизохронности

$$\frac{2\Delta\omega(\delta U)}{\omega_0 \delta^2} = - \frac{2\varepsilon^2}{\delta^2} \left( \frac{1}{8} - \frac{\delta U^2}{2} + \frac{7\delta U^4}{16} - \gamma \delta U^4 \right), \quad (12)$$

где  $\delta U = U / U_{CT} = [1 + (n_0^2 - 1) \exp(-\varepsilon\tau)]^{-1/2}$ ,  $\gamma = \mathcal{L}^2 / \varepsilon^2$ .

Первое уравнение системы (11) для амплитуды автоколебаний совпадает, а второе уравнение для частоты автоколебаний и уравнение для кривой неизохронности (12) отличаются от соответствующих уравнений модели

Ван-дер-Поля дополнительными членами  $\gamma U^4/16$  и  $\gamma \delta U^4$ . Они и приводят к апериодическому характеру установления частоты для всех  $n_0$  при апериодическом характере установления амплитуды автоколебания и существенно влияют на величины  $\Delta\omega/\omega_0$  и  $\omega_{ст}/\omega_0$ .

Отличия полученных точных численных решений уравнений (1) и (10) для зависимостей  $U(\varepsilon\tau)$  при одинаковых значениях  $n_0, \varepsilon, KS_{a0}R$  (или  $g_0R$ ) и  $Q_0$  по характеру и величине пренебрежимо малы. Они сводятся к несущественным смещению по  $\tau\varepsilon$  в верхней части кривых и увеличению получаемой из (10) стационарной безразмерной амплитуды автоколебаний (например при  $KS_{a0}R=g_0R=2$  до  $U_{ст}=2,007$  и при  $KS_{a0}R=g_0R=3$  до  $U_{ст}=2,037$  вместо  $U_{ст}=2$ , получаемой из (1) для всех значений  $KS_{a0}R$ ). В то же время полученные результаты точных численных решений для  $\omega(\varepsilon\tau)/\omega_0$  не только количественно, но и качественно существенно отличаются друг от друга. Графики  $\omega(\varepsilon\tau)/\omega_0$  при  $\varepsilon=0,05$  ( $KS_{a0}R=g_0R=2$ ,  $Q_0=20$ ) и  $n_0=1,1; 2; 40$ , полученные из уравнений (1) и (10), приведены, соответственно, пунктирными и сплошными линиями на рис. 6. Как видно, зависимости  $\omega(\varepsilon\tau)/\omega_0$ , полученные из уравнения (10), по сравнению с таковыми для уравнения (1) имеют в 14...26 раз большие выбеги частоты и апериодический, а не колебательный характер при всех значениях  $n_0$ . При  $n_0 < 1,3$  зависимости  $\omega(\varepsilon\tau)/\omega_0$  для решений уравнения (10) хранят нарастающий характер установления частоты, не изменяя его на убывающий, как это имеет место для решений уравнения (1) (см. рис. 2 и 6).

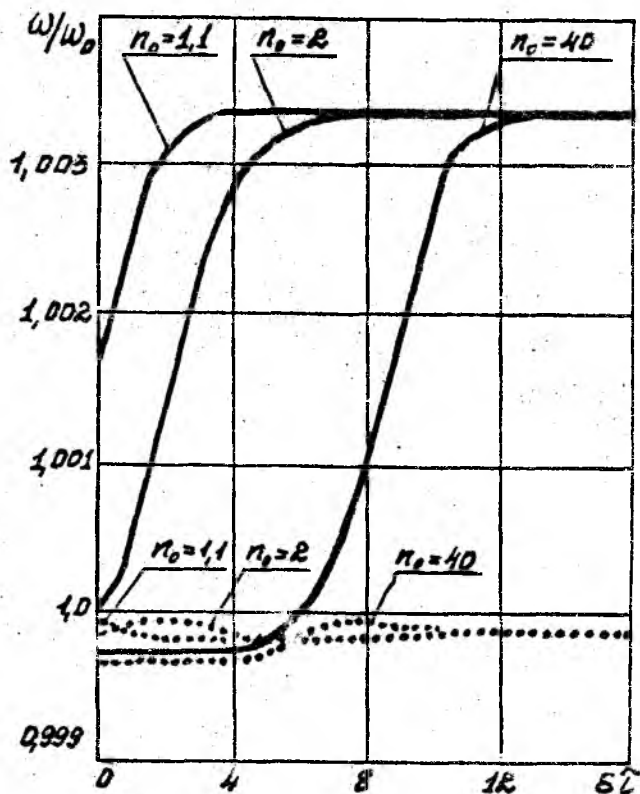


Рис. 6. Графики установления частоты автоколебаний, рассчитанные по Ван-дер-Полю и уточненному уравнению (10)

Результаты расчетов по уравнению (10) хорошо согласуются с данными экспериментов. На рис. 7 изображены экспериментальные графики в функции от  $\mu = \tau/2Q_0 = \varepsilon\tau/2(KS_{00}R-1)$  нормированных переходных характеристик для частоты  $H_\omega(\mu) = [\omega(\mu) - \omega(0)] / [\omega_{ст} - \omega(0)]$  (кривые с крестиками) и амплитуды  $H_U(\mu) = [U(\mu) - U_0] / (U_{ст} - U_0)$  (пунктирные кривые) колебаний триодного автогенератора с трансформаторной обратной связью и резонансной колебательной системой ( $\omega_0 = 25$  МГц), полученные при двух режимах его работы:  $n_0 = 1,5; \varepsilon = 0,028 (KS_{00}R = 1,37$  и  $Q_0 = 13,2)$  и  $n_0 = 45; \varepsilon = 0,056 (KS_{00}R = 1,82$  и  $Q_0 = 14,7)$ . Здесь же приведены соответствующие им зависимости  $H_\omega(\mu)$  (сплошные кривые) и  $H_U(\mu)$  (штриховые кривые), рассчитанные на основе уравнения (10). Наблюдаемые при этом расхождения между теоретическими и экспериментальными графиками с учетом принятых допущений несущественны. Они почти соизмеримы с погрешностями измерений, оценки относительных среднеквадратичных значений которых при измерении параметров режима работы автогенератора составляли  $\hat{p}_{\alpha_0}, KS_{00}R, n_0 \leq (7...10) \cdot 10^{-2}$ , амплитуды и мгновенной частоты автоколебаний  $\hat{p}_U \leq (3...5) \cdot 10^{-2}$  и  $\hat{p}_\omega \leq (0,5...1,5) \cdot 10^{-6}$ .

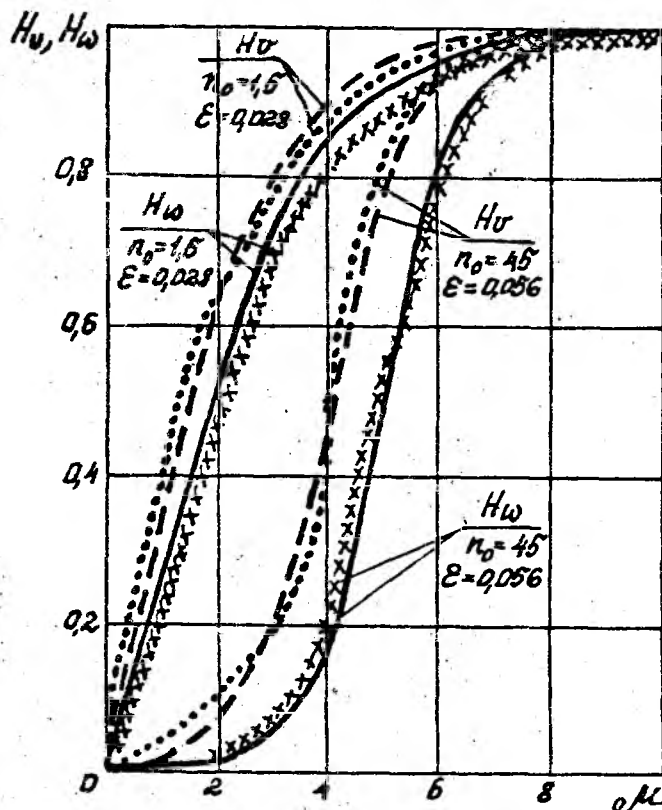


Рис. 7. Уточненные теоретические и экспериментальные графики установления амплитуды и частоты автоколебаний

Таким образом, уравнение (10), полученное на основе уточнения схемы замещения нелинейного активного элемента автогенератора, и вытекающие из него уравнения второго приближения (11) и (12) являются более точной математической моделью автоколебаний, которая адекватно описывает не только баланс амплитуд, энергетические соотношения и установление амплитуды, но и баланс фаз, установление и выбеги частоты колебаний в автогенераторе. Она позволила устранить имевшие место для математической модели Ван-дер-Поля существенные расхождения теоретических и экспериментальных данных о характере установления частоты автоколебаний.

Применение данного подхода и математические модели для ряда других типов автогенераторов, их обобщение с учетом пролетно-волновых эффектов на основе уравнений Максвелла изложены в [22—24, 26, 27, 29], где также получено хорошее соответствие теоретических и экспериментальных данных. Однако эти вопросы выходят за рамки данной статьи.

**Л и т е р а т у р а:** 1. Ширман Я. Д., Алмазов В. Б., Голиков В. Н. и др. О первых отечественных исследованиях по сверхширокополосной радиолокации // Радиотехника и электроника.— 1991.— Т. 36.— № 1.— С. 96—100. 2. Гомозов В. И. Влияние инерционности генераторов на спектр флуктуирующей частоты при шумовой модуляции // Изв. вузов. Радиоэлектроника.— 1977.— № 11.— С. 64—70. 3. Гомозов В. И. Анализ устройств частотной модуляции и автоподстройки с учетом нестационарных процессов в генераторах // Радиотехника и электроника.— 1978.— Т. 23.— № 4.— С. 759—770. 4. Van-der-Pol B., Appleton E. V. On a Type of Oscillation Hysteresis in a Simple Triode Generator // Philosophical Mag.— 1922.— January. 5. Van-der-Pol B. On Oscillation Hysteresis in a Triode Generator with Two Degrees of Freedom // Philosophical Mag.— 1922.— April. 6. Кобзарев Ю. Б. Зависимости частоты лампового генератора от режима // Вестн. электротехники.— 1931.— № 10.— С. 31—43. 7. Крылов Н. М., Боголюбов Н. Н. Новые методы нелинейной механики в их приложении к изучению работы электронных генераторов.— М.; Л.: Гостехиздат, 1934.— Ч. 1.— 243 с. 8. Шембель Б. К. Стабилизация частоты радиопередающих устройств // Проблемы новейшей физики.— ГГИ, 1934.— Вып. XX.— С. 21—33. 9. Ван-дер-Поля Б. Нелинейная теория электрических колебаний.— М.: Связьтехиздат, 1935.— 46 с. 10. Groszkowski I. Podstawy elektrycznej stabilizacji czestotliwosci.— Warszawa, 1938. 11. Шембель Б. К. Эквивалентное полное сопротивление нелинейного элемента электрической системы // Тр. ВНИИМ.— Л., 1940.— Вып. 3(45).— С. 7—21. 12. Евтянов С. И. Расчет частоты автоколебаний // Радиотехника.— 1946.— № 2.— С. 17—24.

13. *Грошковский Я.* Генерирование высокочастотных колебаний и стабилизация частоты.— Варшава, 1947 / Пер. под ред. Б. К. Шембея.— М.: ИИЛ, 1953.— 254 с. 14. *Голант М. Б., Коваленко В. Ф.* Установление колебаний в отражательном клистроне // Тр. НИИ МПСС СССР.— М., 1952.— Вып. 1(9).— С. 3—18. 15. *David E.* RF Phase Control in Pulsed Magnetrons // Proc. IRE.— 1952.— № 6.— P. 669—685 / Пер. ВРЛТ.— 1953.— № 1.— С. 126—158. 16. *Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А.* Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний.— М.: Гостехиздат, 1955.— 488 с. 17. *Гвоздовер С. Д.* Теория электронных приборов СВЧ.— М.: Гостехиздат, 1956.— 527 с. 18. *Евтянов С. И.* Установление частоты автоколебаний // Научн. докл. высш. шк. Радиотехника и электроника.— 1959.— № 1.— С. 9—18. 19. *Вайнштейн Л. А., Солнцев В. А.* Лекции по сверхвысокочастотной электронике.— М.: Сов. радио, 1973.— 400 с. 20. *Волин С. А., Гомозов В. И., Степаненко В. А.* Спектральный метод определения постоянной времени установления частоты автогенераторов СВЧ с электронной перестройкой // Изв. вузов. Радиоэлектроника.— 1975.— № 10.— С. 85—89. 21. *Гомозов В. И., Колпаков Н. Д.* К вопросу об установлении частоты автоколебаний: Республ. межвед. сб. “Радиотехника”.— Харьков: Выща шк., 1976.— Вып. 38.— С. 89—95. 22. *Гомозов В. И., Дьяченко И. П.* Расчет времени установления частоты колебаний отражательного клистрона // Изв. вузов. Радиоэлектроника.— 1976.— № 10.— С. 58—61. 23. *Гомозов В. И., Лошаков В. А., Сухаревский О. И.* Установление частоты колебаний генераторов на диодах Ганна // Там же.— № 11.— С. 3—10. 24. *Антонов С. В., Гомозов В. И., Лошаков В. А.* Экспериментальное исследование установления частоты колебаний генераторов на диодах Ганна // Там же.— 1979.— № 10.— С. 93—98. 25. *Вакман Д. Е.* Теория триодного генератора во втором приближении // Радиотехника и электроника.— 1982.— Т. 27.— № 1. С. 126—132. 26. *Гомозов В. И., Ламехов Э. Г.* Установление колебаний в автогенераторах М-типа // Изв. вузов. Радиоэлектроника.— 1985.— № 10.— С. 63—68. 27. *Гомозов В. И.* Об одной уточненной математической модели автоколебаний. Математическая физика и нелинейная механика.— К.: Наук. думка, Ин-т математики АН УССР, 1986.— Вып. 6(40).— С. 1—6. 28. *Гомозов В. И., Гончаренко С. Ю., Лошаков В. А.* Математическая модель автоколебаний, уточненная на основе уравнений Максвелла.— Там же.— С. 6—10. 29. *Митропольский Ю. А., Гомозов В. И., Лошаков В. А., Яцюк В. Т.* Вопросы теории управляемых по частоте автогенераторов.— К.: Ин-т математики АН Украины. Препринт 91.45, 1991.—17 с.

Г. И. Чурюмов

## СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ТЕОРИИ И ПРАКТИКИ МАГНЕТРОННЫХ ПРИБОРОВ С АЗИМУТАЛЬНОЙ СИММЕТРИЕЙ

### 1. Введение

Магнетронные приборы с азимутальной симметрией представляют собой наиболее часто применяемую на практике часть ЭВП СВЧ М-типа, в которых замкнутый электронный поток, движущийся в скрещенных статических электрическом и магнитном полях, взаимодействует с электромагнитным полем замедляющей системы (ЗС) (взаимодействие М-типа). Практический интерес разработчиков радиоэлектронной аппаратуры к данным приборам обусловлен их высокими эксплуатационными параметрами, к числу которых относятся высокий КПД, достигающий 50—60, а в отдельных случаях 70 и более процентов, относительно простая конструкция и эксплуатация, малые рабочие напряжения, небольшие размеры и вес на единицу мощности, высокая фазовая стабильность и линейность фазочастотной характеристики в течении импульса (что особенно важно для работы в доплеровских РЛС и РЛС с активными фазированными антенными решетками). Применение холодных вторичноэмиссионных катодов, выполненных, например, из платины с водяным охлаждением, позволяет реализовать такие перспективные режимы работы, как режим безмодуляционного питания (или самомодуляции), а также значительно повысить надежность и долговечность магнетронных приборов (срок службы превышает 5000 ч). Широкий перечень достоинств приборов М-типа обуславливает их применение в различных радиоэлектронных системах (РЭС) при решении задач радиолокации, радионавигации, связи, радиопротиводействия и радиоэлектронного подавления, промышленного и бытового СВЧ-нагрева [1—4].

Рассматривая и обобщая задачи, связанные с проектированием перспективных РЭС, в настоящее время можно выделить как актуальные следующие направления развития магнетронных приборов:

проектирование и разработка приборов (усилителей и генераторов) М-типа для работы в диапазоне частот до 100 и более ГГц;

повышение коэффициентов усиления (в перспективе до 25—30 дБ) и КПД (до 70 и более процентов) в приборах дециметрового и сантиметрового диапазона длин волн;

снижение уровня шумов (основного, внутримпульсного, межимпульсного, случайного и интермодуляционного);

совершенствование режимов работы (импульсного и непрерывного), а также методов модуляции (в том числе и входным СВЧ-сигналом (режим самомодуляции или безмодуляторного питания);

улучшение частотной стабильности, а также совершенствование методов перестройки частоты (как электромеханических, так и электронных), обеспечивающих рост скорости и диапазона перестройки;

уменьшение уровня побочных колебаний (ПК) и внетрактовых излучений, а также исследование возможностей управления уровнем ПК.

Значительный прогресс в создании новых ламп связывается с решением вопросов их сверхминиатюризации [5]. Это требует применения качественно иных технологий (например, технологий, основанных на достижениях вакуумной микроэлектроники [6]), а также создания новых видов материалов для производства катодов, магнитно-фокусирующих систем (МФС), внутривакуумных развязок и т. п. Важным моментом, который способствует процессу разработки новых конструкций приборов и совершенствованию режимов их работы, является применение ЭВМ в практике моделирования физических процессов, а также в расчетах выходных характеристик (макропараметров) и их оптимизации на этапе проектирования [7].

В настоящей статье рассматривается современное состояние теории и практики приборов магнетронного типа с азимутальной симметрией, а также проводится анализ перспективных путей их развития. Необходимо отметить, что из-за ограниченного объема статьи проведенные исследования касаются, в основном, направления, связанного с созданием нетрадиционных конструкций приборов, и отражают, в целом, частный взгляд автора на общую ситуацию проблематики приборов со скрещенными полями.

## 2. Теория

Практическое решение проблемы разработки приборов с улучшенными выходными параметрами находится в прямой зависимости от состояния развития их теории. Исторически вопросы теории ЭВП СВЧ М-типа развивались эволюционно по мере совершенствования конструкций ламп и режимов их работы. Усложнение функций современных РЭС, а также возрастающая конкуренция со стороны ЭВП СВЧ-типа (клистронов, в том числе многолучевых и ЛБВ на связанных резонаторах) предъявляют все более жесткие требования к предельным макропараметрам приборов М-типа как на частоте основного (рабочего) сигнала, так и на частотах ПК и внетрактовых

излучений. Естественно, что проектирование приборов с предельно высокими эксплуатационными параметрами (режим больших амплитуд) возможно только с помощью методов нелинейного анализа. Однако отсутствие самосогласованной нелинейной аналитической теории приборов М-типа (несмотря на отдельные попытки ее создания [8]) усложняет теоретический анализ. Поэтому для его осуществления применяются численные методы либо несамоогласованный аналитический подход. В последнем случае упор делается на приближенные аналитические модели, при разработке которых вводятся априорные допущения о состоянии электронного облака (модели жесткой, инерционной и безынерционной спиц пространственного заряда (ПЗ) [9]) или известные энергетические представления о характере энергообмена [7]. Недостатком несамоогласованных аналитических моделей является изначальная необходимость использования ряда физических параметров, значения которых должны определяться из проводимых расчетов (например, выбор величины объемной плотности ПЗ и закона ее пространственного распределения в установившемся режиме, динамики изменения угла рассогласования между ВЧ волной и электронным потоком, анодного тока и др.). Поэтому требуется последующее уточнение полученных результатов с помощью более сложных (самоогласованных) численных моделей, практическая реализация которых рассматривается как вычислительный эксперимент.

Применительно к задачам физической электроники СВЧ существует два принципиально отличных друг от друга подхода постановки вычислительного эксперимента. В основе первого подхода лежит совместное решение неоднородной системы дифференциальных уравнений Максвелла для электромагнитного поля и уравнения движения потока заряженных частиц при соответствующих граничных и начальных условиях [10, 11]. Для решения данной самосогласованной системы уравнений используется метод конечных разностей [12] (для электромагнитного поля) в сочетании с методом крупных частиц (или макрочастиц) [13]. При этом динамика движения макрочастиц удовлетворяет законам классической механики при описании поведения многих тел (детерминированный подход в отличие от статистического, который чаще применяется при исследовании процессов в неограниченной плазме) [14]. Количество крупных частиц в расчетах выбирается из условия, что оно адекватно отражает суть физических процессов, протекающих в электронном облаке, обеспечивая минимальный уровень погрешности вычислений (“вычислительных шумов”) [15]. Анализ показывает, что метод конечных разностей при решении задач взаимодействия многих тел требует применения мощных супер-ЭВМ, обладающих высоким быстродействием и большой оперативной памятью.

Второй подход более прост и основывается на совместном решении интегродифференциальной системы уравнений, состоящей из трех независимых уравнений: уравнения возбуждения для вихревой компоненты поля, уравнения Пуассона для потенциальной его составляющей (поле ПЗ) и уравнения движения для потока заряженных частиц [16, 17]. Ее решение проводится численно на ЭВМ для замкнутого пространства взаимодействия (многопериодная модель [18]) либо для его отдельной части — сектора с центральным углом, равным  $2\pi/\gamma$ , где  $\gamma$  — постоянная распространения ВЧ волны, значение которой равно числу замедленных длин волн (квазипериодическое приближение) [19]. Такой подход позволяет реализовать двумерные и трехмерные математические модели приборов, применяя их как при исследовании физических процессов и явлений, так и при решении задач автоматизированного проектирования.

Начало применения методики вычислительного эксперимента к исследованию приборов М-типа относится к концу 50-х гг. и связано с работами Файнштейна и Кайно, Седина, Халла и Куерса, Ганди и Роу, а также М. Б. Цейтлина, Г. Г. Моносова и др. При этом использовались двумерные самосогласованные математические модели приборов с инжектируемым электронным потоком (лампа бегущей волны М-типа (ЛБВМ)) и с распределенной эмиссией в квазипериодическом приближении. Особенно широкое распространение данный подход получил после опубликования работы Кули и Таки, предложивших алгоритм быстрого преобразования Фурье [20], а Хокни использовал его для решения уравнения Пуассона при определении сил ПЗ [21]. В результате удалось более чем на порядок сократить время моделирования и тем самым увеличить количество макрочастиц на ВЧ периоде, доведя их в расчетах с 100—200 до 1000—3000 [19]. Исследования были продолжены в работах А. С. Рошала, А. Г. Шеина, Д. М. Трубецкова, В. Б. Байбурина, А. А. Шадрина и др. Необходимо отметить, что применение квазипериодического приближения упрощает процесс моделирования, но в то же время ограничивает его возможности при исследовании, например многовидовых и многочастотных режимов работы. Для решения подобных задач используются многопериодные математические модели. Несмотря на трудоемкость их реализации (количество макрочастиц в расчетах увеличивается пропорционально количеству замедленных длин волн, то есть электрической длине лампы), в некоторых случаях они являются единственным путем теоретического исследования процессов многочастотного взаимодействия (например, при анализе возбуждения карматронного вида и высших временных гармоник основного сигнала в лампах обратной волны (ЛОВМ) и амплитронах [9]). Разработкой двумерных многопериодных моделей

приборов М-типа завершился второй этап развития методики вычислительного эксперимента.

Вторая половина 80-х гг. явилась началом третьего этапа развития численных методов. Особенность этого этапа — развитие метода конечных разностей применительно к задачам моделирования физических процессов в электронных приборах СВЧ [22]. В настоящий момент разработаны двумерные математические модели приборов и проводятся исследования по созданию трехмерных моделей. Интерес к таким исследованиям огромен даже несмотря на их трудоемкость и необходимость применения супер-ЭВМ. Объясняется это возможностями, которые открывает такой подход перед исследователями, максимально полно отражая суть изучаемых физических процессов и явлений. В последнее время наметилась тенденция, связанная с бурным развитием специализированного программного и аппаратного обеспечения с целью создания условий для максимального приближения вычислительного эксперимента к натурному (физическому) эксперименту. Для этого применяются специальные программные интерфейсы, позволяющие осуществить “прямую и обратную” связь между непрограммирующим пользователем (разработчиком) и ЭВМ, что дает возможность оперативно вмешиваться в ход эксперимента на любой стадии его проведения. В результате открывается новый (четвертый) этап развития вычислительного эксперимента, связанный с возможностью его интеллектуализации.

В целом, оценивая положительный опыт применения вычислительного эксперимента в практике физического исследования и проектирования магнетронных приборов, необходимо отметить, что такой опыт позволяет не только значительно расширить круг изучаемых физических явлений, но и яснее представить особенности их изменения во времени. Достаточно убедительно это показано на примере исследования таких физических процессов, как фазовая группировка электронного потока, особенности вторичноэмиссионного размножения частиц, ограничения эмиссии ПЗ, неустойчивость электронного облака в статическом режиме работы и др. Более ясной предстает природа явлений насыщения и срыва усиления на рабочем виде колебаний в магнетронных усилителях, а также процесса возбуждения колебаний в магнетронах и т. п. Сравнение вышеперечисленных подходов постановки вычислительного эксперимента показывает, что оптимальным (с точки зрения масштабов и частоты применения) является использование квазипериодического приближения (в дву- и трехмерном случаях) как при решении задач автоматизированного проектирования, так и на этапе исследования механизма электронно-волнового взаимодействия во вновь создаваемых приборах с целью проверки их работоспособности и определения предельных макропараметров. Применение более сложных моделей (двумерных

многопериодных и моделей, в основе которых лежит метод конечных разностей) целесообразно только в отдельных единичных расчетах, когда требуется провести анализ (или уточнение) физических процессов и явлений (в том числе и аномальных), недоступных для исследования с помощью более простых моделей.

Перспективы теоретических исследований в области электроники приборов М-типа связываются с дальнейшим развитием как аналитических, так и численных методов анализа нелинейных процессов (вычислительный эксперимент). В первом случае интерес вызывает поиск новых методов аналитического решения нелинейных уравнений (например, солитонный подход к исследованию динамики приборов М-типа [23]). При этом особое внимание обращается на анализ ПК и внетрактовых излучений (в том числе и на методики исследования шумовых (хаотических) колебаний [24]) в широком спектре частот и различных режимах работы. Кроме того, представляют практический интерес исследования, связанные с совершенствованием методологии вычислительного эксперимента и направленные на его упрощение за счет применения более "быстрых" алгоритмов [25]. Разработанное специализированное программное обеспечение предполагается использовать для целей автоматизированного проектирования как самих приборов, так и отдельных элементов их конструкций и режимов (например, ЗС в основной и высших полосах пропускания, МФС, тепловых потерь и т. п.).

Необходимо отметить, что рассмотренные вопросы теории касались только конструкций классических приборов со скрещенными полями, основу электронного механизма в которых составляет взаимодействие электронного потока с моно- или полигармонической ВЧ волной (электронно-волновая система "электронный поток + ВЧ волна"). В то же время поиск принципиально новых подходов и методов повышения эффективности взаимодействия в приборах М-типа привел к разработке нетрадиционных конструкций данных приборов, основу работы которых составляют системы типа "два электронных потока + ВЧ волна" и "электронный поток + две ВЧ волны" [26, 27]. Теоретические исследования механизма взаимодействия в данных приборах (как в линейном приближении, так и в режиме большого сигнала) практически не проводились, что делает актуальной задачу детального и обстоятельного изучения их работы.

### 3. Практика

За последние 25—30 лет конструкции классических приборов М-типа с азимутальной симметрией практически не претерпели изменения. В определенной степени это связано со значительными техническими и

технологическими трудностями, сопровождающими процесс разработки новых конструкций ламп. Отчасти причина этого заключается в недостаточном финансировании поисковых НИОКР, а также в недостатках организации процесса исследований и расстановки научных кадров, включая творческую кооперацию промышленных лабораторий и аналогичных структур академических институтов и высшей школы.

Разработкой приборов М-типа занимаются многие ведущие фирмы — признанные мировые лидеры в области производства элементной базы для РЭС. Среди наиболее крупных компаний можно выделить “Raytheon”, “Litton”, “Varian” и “Hughes” (США), “Thomson-CSF” (Франция), EEV (Великобритания), НПО “Исток” (Россия) и др. Значительный прогресс в совершенствовании конструкций магнетронных генераторов для бытовых СВЧ-печей достигнут японскими фирмами и связан с вопросами снижения уровней ПК и внеэлектронных излучений [28]. Учитывая тенденции развития ЭВП СВЧ, остановимся на “узловых точках” проблемы совершенствования конструкций магнетронных приборов с азимутальной симметрией.

На рис. 1 представлена обобщенная классификационная схема магнетронных приборов с азимутальной симметрией. Схемы пространства взаимодействия данных приборов для наглядности приведены на рис. 2. Как видно, кроме классических конструкций, состояние развития которых подробно освещено в литературе [1, 3], предлагается принципиально новое направление совершенствования приборов М-типа, связанное с созданием нетрадиционных конструкций. Разработка такого направления обусловлена необходимостью решения ряда проблем, затронутых в настоящей статье. В частности, это касается вопросов увеличения коэффициента усиления, осуществление устойчивой работы приборов с замкнутым электронным потоком в режиме безмодуляторного питания (самомодуляции), снижения уровня шума, использования режима внешней синхронизации и т. д. С этой целью приведем несколько практических примеров конструктивного построения нетрадиционных приборов. Так, например, в течение последних нескольких лет фирма “Raytheon” (США) ведет разработку усилителя М-типа с повышенным коэффициентом усиления [29]. В результате создан прибор QKS 5028 с катодным способом возбуждения, схема пространства взаимодействия которого представлена на рис. 2, в (случай слабой связи на схеме, представленной на рис. 1, когда ВЧ развязка между волнами катодной и анодной ЗС превышает 20 дБ). Данный прибор, обеспечивая на частоте 3200 МГц усиление 23 дБ при выходной импульсной мощности 1.25 МВт, нашел применение в комплексе AEGIS — одной из наиболее перспективных РЭС [30].

Несколько иной подход к решению проблемы увеличения коэффициента усиления предложен в [26]. Для этого используется комбинированный

усилитель, схема пространства взаимодействия которого представлена на рис. 2, б. В НПО "Исток" (Россия) создан экспериментальный макет такой лампы, которая в *S*-диапазоне обеспечивает коэффициент усиления, превышающий 20 дБ. Это на 6—8 дБ выше, чем у ламп классической конструкции (амплитронов), работающих в таком же электрическом режиме.



**Рис. 1. Классификационная схема приборов М-типа с азимутальной симметрией**

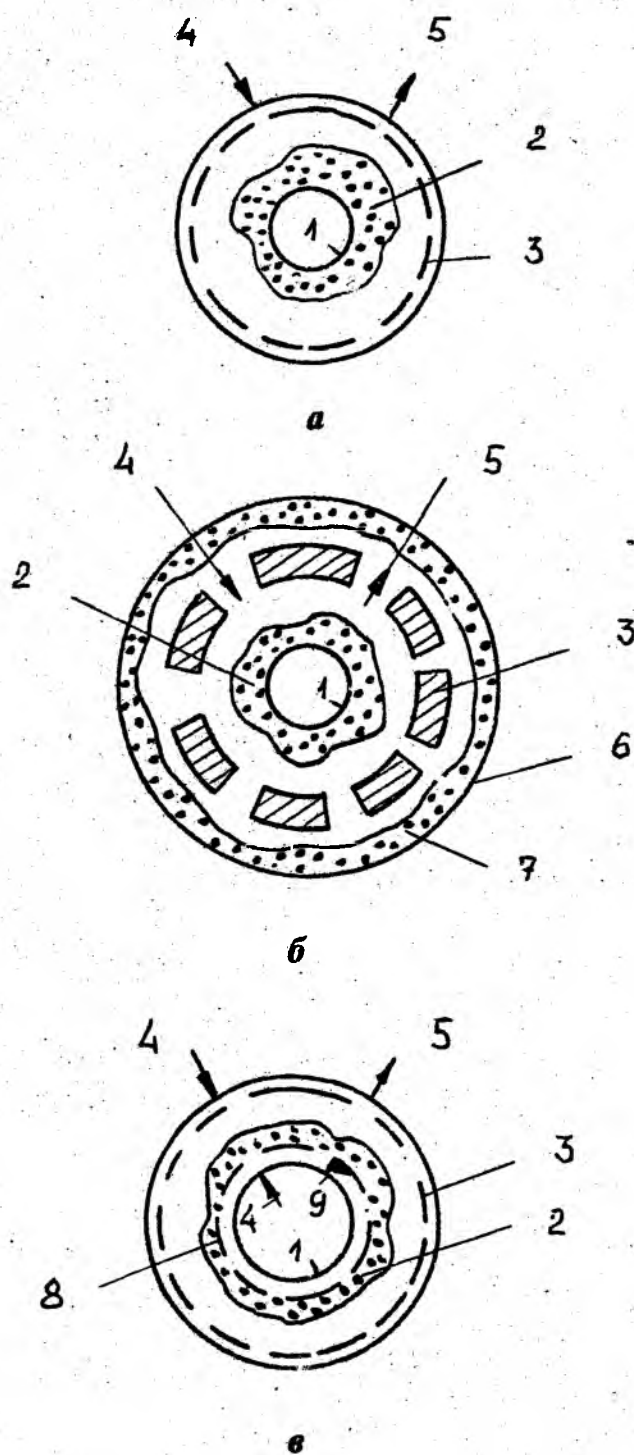


Рис. 2. Схемы пространства взаимодействия классических (а) и не-традиционных (б, в) приборов М-типа: 1 — катод; 2 — электронный поток; 3 — анодная ЗС; 4 — вход; 5 — выход; 6 — второй катод; 7 — второй электронный поток; 8 — катодная ЗС; 9 — согласованная катодная нагрузка

Практическая реализация схемы, представленной на рис. 2, в, для случая сильной связи между волнами (см. рис. 1), распространяющимися в катодной и анодной ЗС (развязка не превышает 7 дБ) [27], позволила разработать усилитель, устойчиво работающий в режиме безмодуляторного питания (самомодуляции) и обеспечивающий в  $S$ -диапазоне при постоянном анодном напряжении 8,5 кВ коэффициент усиления 10—12 дБ, КПД более 40 % и анодный ток (в импульсе) 1 А в рабочей полосе частот, превышающей 6 %. Для сравнения необходимо отметить, что разработанный ранее фирмой "Litton" (США) усилитель прямой волны (дематрон) в режиме управления входным СВЧ-сигналом в том же частотном диапазоне имел коэффициент усиления 12 дБ при КПД не более 30 %.

#### 4. Заключение

Таким образом, анализ состояния теории и практики магнетронных приборов с азимутальной симметрией показывает, что интерес к приборам М-типа не ослабевает и обусловлен, с одной стороны, усложнением функциональных возможностей современных РЭС, а с другой — все возрастающей конкуренцией со стороны приборов 0-типа (клистронов и ЛБВ на связанных резонаторах).

В области теории основное внимание обращается на развитие нелинейных методов анализа (аналитических и численных) и их применение к исследованию предельных выходных параметров и режимов работы приборов. Здесь огромными возможностями обладает вычислительный эксперимент как метод теоретического исследования.

Улучшение выходных параметров и совершенствование режимов работы приборов возможно за счет усложнения их конструкций (нетрадиционные приборы). Полученные экспериментальные результаты обнадеживают, убедительно показывая, что нетрадиционный подход к развитию приборов М-типа является перспективным на пути укрепления их позиций в тех областях, где применение данных приборов оказывается более предпочтительным по сравнению с другими источниками электромагнитного излучения.

**Л и т е р а т у р а:** 1. *Wadwa R. P. Crossed — field microwave devices // Journal institute electronics & telecommunications ingenering. — 1978. — V. 24. — № 10—11. — P. 413—437.* 2. *Кузьмина В. Г., Савин В. Б. О перспективах разработки и производства электровакуумных приборов СВЧ в США // Зарубежная радиоэлектроника. — 1978. — № 10. — С. 98—107.* 3. Шлифер Э. Д. Электровакуумные приборы СВЧ М-типа. Коаксиальные и обращенно-коаксиальные магнетроны. "Электроника" (Итоги науки и техники

- ВИНИТИ). — М., 1985. — Т. 17. — С. 169—209. 4. *Савин В. Б., Кузьмина В. Г.* Развитие и применение вакуумных приборов СВЧ в зарубежных странах // Зарубежная радиоэлектроника. — 1990. — № 6. — С. 98—107. 5. *Gulyaev Y. V., Sinitsyn N. J.* Super-minituarization of low-power vacuum microwave devices // IEEE Trans. on Electron Devices. — 1989. — V. 36. — № 11. — P. 2742—2743. 6. *Herman M. A.* Vacuum microelectronics — present status and development trends // International Conference of Microelectronics. — 1992. — V. 1783. — P. 16—30. 7. *Кураев А. А., Байбурун В. Б., Ильин Е. М.* Математические модели и методы оптимального проектирования СВЧ-приборов. — Минск: Наука и техника, 1990. — 256 с. 8. *Tomac G. E.* A nonlinear theory for a microwave crossed-field amplifier. — Int. Electron. Dev. Meet. — Washington, 1980. — P. 176—179. 9. *Цейтлин М. Б., Фурсаев М. А., Бецкий О. В.* Сверхвысокочастотные усилители со скрещенными полями. — М.: Сов. радио. — 1978. — С. 278. 10. *Buneman O.* The advance from 20 electrostatic to 30 electromagnetic particle simulation // Computer physics communications. — 1976. — N 12. — P. 21-31. 11. *Dawson J. M.* Particle simulation of plasmas // Reviews of modern physics. — 1983. — V. 55. — N 2. — P. 403—446. 12. *Рихтенмайер Р., Мортон К.* Разностные методы решения краевых задач. — М.: Мир, 1972. — 321 с. 13. *Харлоу Ф. Х.* Численный метод частиц в ячейках для задач гидродинамики // Вычислит. методы в гидродинамике. — М.: Изд-во иностр. лит., 1967. — С. 316—342. 14. *Власов А. А.* Теория многих частиц. — М.: Гостехиздат, 1950. — 324 с. 15. *Поттер.* Вычислительные методы в физике. — М.: Мир, 1976. 16. *Лопухин В. М.* Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электронными потоками. — М.: Изд-во техн.-теорет. лит. 1953. — С. 324. 17. *Вайнштейн А. А.* Электромагнитные волны. — М.: Сов. радио, 1957. — 580 с. 18. *MacGregor D. M.* Computer modeling of crossed-field tubes // Appl. of Surface Sciences. — 1981. — N 8. — P. 213—224. 19. *Yu S. P., Kooyers G. P., Buneman O.* Time-depend computer analysis of electron-wave intereaction in crossedfields // J. of Appl. Physics. — 1965. — V. 36. — N 8. — P. 2550—2559. 20. *Cooly J. W., Takey J. W.* An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series // Math. Comput. — 1965. — N 19. — P. 75—81. 21. *Hockney R. W.* A fast direct solusion of Poissen's equation using Fourier analysis // J. of the ACM. — 1965. — V. 12. — N 1. — P. 95—113. 22. *Drobot A.* Simulation thechniques for selfconsistent treatment electron dynamic in high microwave tubes. — Int. Electron Dev. Meet. — Washington, 1981. — P. 662—665. 23. *Tomac G. E.* Solitons and microwave crossed-field amplifier charateristics. — Int. Electron. Dev. Meet. — Washington, 1981. — P. 7—11. 24. *Riypoulus S. A.* Feedback-induced noise in crossing field devices // IEEE Trans. Plasma Sci. — 1992. — V. 20. — N 3. — P. 360—369.

25. Хокни Р., Иствуд Дж. Численное моделирование методом частиц.— М.: Мир, 1987. — 637 с. 26. Сергеев Г. И., Чурюмов Г. И. Комбинированный усилитель М-типа. Патент РФ, № 1780452, приоритет 06.08.90. 27. Сергеев Г. И., Чурюмов Г. И. Способ гашения генерации паразитных колебаний в паузах между СВЧ-импульсами и устройство для его осуществления. Положительное решение по заявке № 5059782/10(025817), подана 08.05.92. 28. Harada A., Kitakaze S., Oguro T. Reduction of 5th harmonic electromagnetic interference from magnetrons and microwave ovens // J. of microwave power and electromagnetic energy. — 1987. — V. 22. — N 1. — P. 3—13. 29. Macmaster G. H. Current status of crossed-field devices // Int. Electron Devices Meet., San Francisco, Calif., 1988. — Dec. 11—14. P. 38—361. 30. Андрианова Е. П. и др. Параметры лучших зарубежных СВЧ-приборов. — М.: ОНТИ НПО “Исток”, 1990. — 126 с.

УДК 621.382.029.

В. И. Осинский, К. С. Сундучков

## СВЧ-УСТРОЙСТВА И СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВ АЗВ5

*В работе рассматриваются твердотельная элементная база и ряд новых СВЧ-приборов: МШУ конвертеров; монолитных коммутаторов и делителей частоты; станций приема спутниковых телевизионных сигналов и передатчиков телевидения станций спутниковой связи и др. Показано, что на основе современных технологий материалов группы АЗВ5 возможно создание отечественной СВЧ элементной базы и аппаратуры на ней, которые решают проблему импортозаменимости. Анализ приведен на основе работ, выполненных в АО НПП “Сатурн” (г. Киев).*

### 1. Введение

Комплекс физико-технологических и схемотехнических методов обработки СВЧ-сигналов и создание устройств и систем принято называть СВЧ-технологиями (microwave technology) [1], которые являются базовыми технологиями высокоразвитых стран и обеспечивают им уверенное превосходство в ведущих областях производства и культуры. Акционерное общество “Научно-производственное предприятие “Сатурн” обладает современным комплексом СВЧ-технологий. Предприятие создано в 1968 г.

для разработки и выпуска высокочувствительных приемно-усилительных устройств СВЧ для систем специального назначения. Сегодня "Сатурн" — это ведущее предприятие Украины в области электроники СВЧ и оптоэлектроники. В нем проводятся разработки в следующих направлениях:

СВЧ—технологии и оборудование, определяющие уровень и конкурентоспособность радиотехнических систем, телевидения, телеметрии, распознавания и сопровождения целей; волоконно-оптических линий связи;

технологии и промышленный выпуск гибридно-интегральных и монокристаллических, аналоговых и цифровых схем и приборов на основе материалов группы АЗВ5 для СВЧ и КВЧ электронных, оптоэлектронных и сенсоэлектронных устройств;

технологии, оборудование и промышленный выпуск медицинских приборов и другой аппаратуры широкого потребления.

Разработка аппаратуры основывается на наукоемких энергосберегающих и ресурсосберегающих технологиях: молекулярно-лучевой и мостридной эпитаксиях, электронно-лучевой литографии, ионном легировании, СВЧ плазмохимическом травлении, современных электрофизических и оптических методах исследования твердых материалов и др. Использование современных технологий позволяет обеспечивать сверхскоростную передачу информации при существенно более низких требуемых мощностях передатчиков, источников питания и массогабаритных параметрах и при обеспечении более высокой надежности аппаратуры.

## 2. Материалы и технологии

Подлинную революцию в радиотехнике произвело изобретение в 1949 г. транзистора и разработка особо чистых кристаллов кремния, что позволило создать современную микроэлектронную технологию, благодаря которой произошел качественный скачок во всех областях радиоэлектроники, созданы современная компьютерная техника и высокочастотные системы связи.

Освоение сверхвысокочастотного диапазона электромагнитных волн вплоть до оптического потребовало использования более сложных твердотельных систем. В первую очередь это соединения элементов третьей и пятой групп периодической системы, полупроводниковые свойства которых были открыты в начале 50-х гг. Фосфида и арсенида галлия и индия обладают широким спектром таких фундаментальных параметров, как ширина запрещенной зоны  $E_g$ , подвижность носителей заряда, показатели оптического поглощения  $\alpha$  и преломления  $n$ , структура энергетических зон  $\Gamma, X, L$ . Так, ширина запрещенной зоны в этой группе материалов изменяется от 2,4 до 0,6 эВ, подвижность электронов от  $10^5$  до  $10^2$  см<sup>2</sup>/В, С. Большой интерес

к материалам АЗВ5 первоначально был обусловлен их способностью к 100 %-ной излучательной рекомбинации носителей тока, что позволило создать в начале 60-х гг. высокоэффективные полупроводниковые источники света — светодиоды и лазеры с КПД преобразования тока в свет более 50 %. Благодаря возможности управления не только примесями, но и основным составом материалов были созданы гетеропереходы с характеристиками, существенно превосходящими *гомо p-n* переходы в кремнии.

Настоящий бум в исследованиях и технике гетероструктур начался после изобретения в 1962 г. Ж. Алферовым и Р. Казариновым двойной гетероструктуры и реализации на ней лазеров, устойчиво работающих при комнатных температурах. Прошедшие три десятилетия интенсивных исследований и разработок в области гетероэлектроники показали, что это направление по вкладу в радиоэлектронику соизмеримо с изобретением транзистора, а гетеролазеры являются наиболее перспективными приборами современного информационного общества.

Работы по оптоэлектронике стимулировали глубокие всесторонние исследования способности материалов АЗВ5 к генерации и усилению сверхвысокочастотных и акустических сигналов, регистрации ионизирующих излучений и других физических величин. В настоящее время самым совершенным и распространенным материалом после кремния является арсенид галлия. В гетероструктурах наиболее широкое применение нашли системы арсенида галлия — алюминия и впервые введенные нами 30 лет тому назад многокомпонентные твердые растворы [2].

Применение арсенида галлия в СВЧ-электронике обусловлено удачным сочетанием в нем высокой подвижности электронов  $\mu = 8500 \text{ см}^2/\text{Вс}$  при 300 К с большой шириной запрещенной зоны ( $E_g = 1,4 \text{ эВ}$ ), что позволяет при комнатных температурах получать транзисторные структуры с низким уровнем шумов в диапазоне до 30-50 ГГц. Значительного снижения уровня шумов и увеличения частоты можно достигнуть на фосфите индия и твердых растворах при использовании квантовомеханических эффектов в гетероструктурах. Физико-технологической основой получения гетероструктур является свойство соединения АЗВ5 образовывать между собой непрерывные ряды твердых растворов, т. е. атомы третьей и пятой группы способны заменять друг друга в соответствующих подрешетках во всем диапазоне концентраций. Это позволяет целенаправленно с помощью ЭВМ формировать зонную структуру полупроводников, получая необходимые их свойства и параметры. Так, при добавлении алюминия в арсенид галлия увеличивается  $E_g$ , а при замене части атомов галлия на атомы индия возрастает  $\mu$ . Замена части атомов мышьяка на атомы фосфора увеличивает  $E_g$ , снижая значение  $\mu$ . Возможно управлять и другими параметрами материала

и характеристиками его зонной структуры, в том числе диффузионными и дрейфовыми, рекомбинационными, диэлектрическими, оптическими, акустическими и теплофизическими. Центр тяжести конструирования и создания функциональных СВЧ-устройств переносится из области схемотехнических решений в область конструирования зонной структуры на атомном уровне полупроводника, которую можно назвать зонной инженерией, или инженерией волновых функций электронов  $\Psi$ , основанной на решении уравнений Шредингера для движения электронов в изменяющемся по заданному закону поле кристаллической решетки полупроводника.

Примерами оптоэлектронных и СВЧ-приборов, реализованных на основе принципов зонной инженерии, являются гетеролазеры со сверхрешетками, полевые транзисторы с высокой подвижностью электронов (HEMT-структуры), а также различные варианты зонисторов — транзисторов с переменной шириной запрещенной зоны. Такие распределенные структуры представляют большой интерес для функциональных устройств, сочетающих в себе методы твердотельной СВЧ микроэлектроники, интегральной оптоэлектроники и цифровой обработки информации. Наиболее перспективно получение четверных твердых растворов арсенида-фосфида галлия-индия методами газофазной, молекулярно-лучевой и химической эпитаксии на подложках арсенида галлия или фосфида индия. В этих методах обеспечивается прецизионный контроль процессов и их высокая управляемость как по входящим, так и по растущим монослоям с соответствующей обратной связью через ЭВМ.

Полупроводниковые материалы, основные типы и параметры приборов, которые определяют характеристики аппаратуры в области как сверхвысоких вплоть до оптических частот, так и сверхбольших информационных потоков, приведены в табл. 1.

Кроме целенаправленного формирования зонной структуры важным резервом в микроэлектронике является использование наряду с электрическими оптических сигналов, которые позволяют осуществлять гальваническую развязку элементов и каналов связи между ними, вести параллельную обработку больших массивов информации.

Конструктивно и технологически полупроводниковые оптоэлектронные элементы полностью совместимы с СВЧ-элементами на основе соединений АЗВ5, они легко модулируются частотами в десятки и сотни гигагерц. Для решения практических задач необходимо создание эпитаксиальных структур некогерентных и лазерных излучателей и фотоприемников СВЧ-диапазона, совмещенных с транзисторными МИС и элементами интегральной оптики, что в ближайшие 10—20 лет она может быть осуществлена лишь на гетероструктурах соединений АЗВ5 и их твердых растворов.

Таблица 1

## СВЧ и оптоэлектронные приборы

Прибор	Материал	F <sub>max</sub> , ГГц; бит/с		I <sub>0</sub> , А; T <sub>ш</sub> , К λ, нм	Критический размер, мкм	Инте- грация
		теорети- чески	реально			
Транзистор	Si	10 <sup>11</sup>	5 · 10 <sup>9</sup>	10 <sup>-12</sup> А, 200 К	0,2	10 <sup>5</sup>
МДП-транзистор	Si	10 <sup>9</sup>	10 <sup>8</sup>	10 <sup>-13</sup> А, 200 К	0,1	10 <sup>7</sup>
Транзистор Шоттки (ПТШ)	GaAs	10 <sup>11</sup>	10 <sup>10</sup>	80 К	0,1	10 <sup>3</sup>
	InGaAs	10 <sup>12</sup>	10 <sup>11</sup>	60 К	0,2	
ПНЧ с высо- кой НЕМТ	AlGaAs	5 · 10 <sup>12</sup>	10 <sup>11</sup>	20 К	200 А	10 <sup>3</sup>
	InGaAs	10 <sup>13</sup>	5 · 10 <sup>11</sup>	10 К	200 А	—
Гетеробип. тран- зистор (НВТ)	AlGaAs	3 · 10 <sup>12</sup>	5 · 10 <sup>11</sup>	50 К	0,1	10 <sup>5</sup>
	InGaAs	10 <sup>13</sup>	10 <sup>12</sup>	25 К	0,1	
Светодиод	AlGaAs	10 <sup>8</sup>	5 · 10 <sup>7</sup>	850 нм	1	
	InGaAsP	10 <sup>9</sup>	5 · 10 <sup>8</sup>	1500 нм	1	
Квантовый светодиод	AlGaAs	10 <sup>11</sup>	10 <sup>10</sup>	850 нм	500 А	
	InGaAs	10 <sup>12</sup>	5 · 10 <sup>10</sup>	1500 нм		
Гетеро- лазер (ГЛ)	AlGaAs	10 <sup>9</sup> · 10 <sup>3</sup>	10 <sup>8</sup> · 10 <sup>2</sup>	850 нм	200 А	10 <sup>3</sup>
	InGaAsP	10 <sup>11</sup> · 10 <sup>3</sup>	3 · 10 <sup>10</sup> · 10 <sup>2</sup>	1500 нм	200 А	10 <sup>2</sup>
	AlGaAsP	10 <sup>12</sup> · 10 <sup>3</sup>	10 <sup>9</sup> · 10 <sup>12</sup>	540 нм	0,1	10 <sup>2</sup>
Управляемый ГЛ	AlGaAs	10 <sup>11</sup> · 10 <sup>3</sup>	10 <sup>10</sup> · 10 <sup>2</sup>	1500 нм	40 А	—
Фотопри- емник	Si	10 <sup>10</sup>	10 <sup>9</sup>	10 А; 850 нм	0,5	10
	InGaAsP	10 <sup>12</sup>	10 <sup>11</sup>	10 А; 1500 нм	0,3	10

В АО НПП "Сатурн" создаются сверхскоростные оптоэлектронные интегральные схемы для волоконнооптических линий связи (ОЭИС ВОЛС), работающих в гигабитном диапазоне скоростей. Для передающих и приемных модулей ВОЛС применяются лазерные диоды (ЛД) и фотоприемники на основе InGaAs/InP гетероструктур, работающих на длинах волн 1,3 и 1,5 мкм, которые интегрируются с малошумящими усилителями и формирователями сигналов.

Повышения степени интеграции и удешевления твердотельных устройств на соединениях АЗВ5 можно достигнуть их интеграцией с традиционными элементами на кремнии [3], например реализацией однокристалльного микропроцессора спутниковой связи (ОМСС).

Сначала на кремнии создаются микропроцессорная СБИС управления работой станции, фотоприемные и усилительные низкочастотные схемы.

Затем селективной эпитаксией через сверхрешеточные слои выращиваются многослойные гетероструктуры в системе арсенид-фосфид галлия-индия, в которых создаются входные транзисторы типа НЕМТ на частоты до 60 ГГц с шумовой температурой до 30 К, гетеролазеры и необходимые элементы интегральной оптики.

На планарной и обратной сторонах структуры производится токовая металлизация и формируются солнечные элементы для питания микропроцессора. Усиленные в транзисторе СВЧ-сигналы поступают в активные области гетеролазеров, где происходит их дополнительное усиление по мощности и преобразование в пространственно-временной когерентно-оптический сигнал, который после фурье-преобразования в интегрально-оптической структуре подается на пространственные структуры фотоприемников, которые осуществляют дешифрацию и управление выходными устройствами. Возможна и чисто электронная стратегия построения микропроцессора на основе последовательного преобразования частоты в цифровой код, однако оптоэлектронный вариант за счет избавления от наводок и помех облегчает создание приемопередающей станции и за счет параллельности обработки снижаются требования к качеству материалов.

Предлагаемая технология позволяет создавать более сложные радиооптические многоканальные системы матричного типа, как, например, фазированные антенные решетки с волоконно-оптическим управлением и обработкой информации, основанной на принципах когерентных оптических процессоров.

### 3. Устройства для СВЧ-систем

На основе рассмотренных СВЧ-технологий в АО НПП "Сатурн"

разработана и создана большая гамма аппаратуры, назначение и основные параметры которой рассматриваются ниже.

*Криогенные усилители* предназначены для усиления слабых СВЧ-сигналов в приемных системах дальней космической связи и радиоастрономии. Они состоят из двух идентичных блоков транзисторных усилителей, блоков питания, микропроцессорных блоков связи, диагностики и управления, а также микрокриогенной системы. Основные технические характеристики: диапазон рабочих частот, перекрываемый лиферами 3—40 ГГц; коэффициент усиления по мощности в полосе 12 % — 50 дБ; шумовая температура 10—80 К; потребляемая мощность 5 кВт; масса 300 кг.

*Малощумящие транзисторные СВЧ-усилители* применяются в приемных станциях спутниковой связи, во входных цепях, радиоизмерительных и радиоастрономических устройствах и системах.

Они созданы в объемном, гибридно-интегральном и монолитном исполнении, а оригинальные схемотехнические решения позволяют максимально реализовать возможности используемых транзисторов, в основном собственной разработки. В табл. 2 приведены основные параметры трехкаскадных линейных усилителей СВЧ, выполненных на подвешенной поликоровой подложке в гибридно-интегральном исполнении.

Таблица 2

Основные параметры трехкаскадных линейных усилителей СВЧ

Диапазон частот, ГГц	1,5	4,0	8,0	12	20
Тш, К      НЕМТ	30—40	40—50	60—80	80—100	150
$\Delta F=500$ МГц    FET	60—80	70—90	120—130	160—180	250

*Малощумящие СВЧ-конвертеры* состоят: из коаксиально-волноводного перехода, унифицированного несущего корпуса с СВЧ-гермовводом, трехкаскадного транзисторного усилителя, гетеродина, усилителя промежуточной частоты, вторичного источника питания, выходного коаксиально-полоскового перехода. Основные параметры конвертера приведены ниже.

Тш, К FET/HEMT	8 дБ	80/35	80/35	150/75
Входные частоты, ГГц	39,2	2,45—2,69	3,6—4,2	10,95—11,7
Выходные частоты, ГГц	0,85—2,05	0,95—1,19	0,95—1,95	0,95—1,70
Неравномерность АЧХ, дБ	3	3	3	3
Напряжение питания, В	14—16	12—18	12—18	15—18
КСВНвх, не более	3	4	4	4
Насыщение при $\Delta K_u=1$ , мВт		2	2	2
Усиление, дБ, не менее	30—37	58	58	52
Заграждение зеркального канала, дБ, не менее		60	60	40
Вход волноводный, мм		72x34	58x25	19x9,5
Выход коаксиальный, мм		7/3	7/3	7/3

В фильтрах зеркального канала используются подложки из керамики со значением  $\epsilon = 80$ , что позволяет в 1,5—2 раза увеличить заграждение фильтра и в 2—2,5 раза снизить потери в полосе пропускания фильтра по сравнению с поликоровыми подложками (табл. 3).

Таблица 3

### Характеристики фильтров зеркального канала

$f_0$ , ГГц	$\Delta f_0$ , ГГц	$L_0$ , дБ	$\Delta L_0$ , дБ	$L_z$ , дБ	Отстрой-ка, ГГц	Габариты, мм, материал
0,75	0,08	1,0	0,5	40,0	0,24	46x22x1,0; ТБ-8; E=38
1,15	0,05	1,5	0,5	40,0	0,11	42x15x1,0; ТБ-8; E=38
6,0	0,4	1,0	0,5	30,0	1,55	5x4x0,5; ТБНС; E=80
10,1	0,6	1,5	0,5	30,0	1,45	5x4x0,5; ТБ-8; E=38
11,95	0,5	2,0	0,5	25,0	0,8	14x10x1,0; поликор; E=9,8

СВЧ — делители частоты (ДЧ) широко применяются в системах фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) задающих генераторов и гетеродинов приемников, в синтезаторах частот косвенного синтеза, являющихся основой современных систем связи, РЛС, РРС, частотомеров и измерительных систем различного назначения. Получены следующие основные параметры ДЧ: диапазон рабочих частот 0,25...4 ГГц; коэффициент

деления 2; уровень входной мощности не более 2 мВт; динамический диапазон входного сигнала не менее 10 дБ; уровень выходной мощности не менее 0,2 мВт; диапазон рабочих температур минус 60...85°С; энергопотребление не более 0,8 Вт; КСВН вх/вых не более 2,5.

*Монолитные коммутаторы* на основе GaAs ПТШ применяются в широком диапазоне частот в перспективных приемных устройствах радиосвязи, радиолокации и широкополосной радиоизмерительной аппаратуре. Высокое быстродействие, очень малое потребление по цепям управления и широкополосность выгодно отличают их от приборов на *p-i-n* диодах (табл. 4).

Таблица 4

Характеристики монолитных коммутаторов на основе GaAs ПТШ

Тип переключателя	Диапазон рабочих частот, ГГц	Потери в открытом состоянии, дБ	Потери в закрытом состоянии, дБ
1x1	0—6	1,0—2,0	40—60
1x1	0—12	1,0—2,5	30—50
1x2	0—6	1,5—3,0	30—50
1x2	0—12	1,5—4,0	25—50
1x3	0—4	1,5—3,0	30—50
1x3	0—8	1,5—3,5	25—50
1x4	0—4	1,5—3,5	25—50
2x2	0—2	1,5—3,0	30—50

*Приемопередатчик станции связи через ИСЗ* является СВЧ-частью оборудования наземной станции, осуществляющей многоканальную телефонную связь с использованием отведенного для этой цели ствола на ИСЗ.

Для передачи используется частота 14,325 ГГц, для приема — 11,525 ГГц. Как на приемной, так и на передающей стороне используется двойное преобразование частоты. Новые схемные решения позволяют применять как частотное разделение каналов по принципу “один канал на несущую” (ОКН), так и временное разделение каналов. Система состоит из трех блоков: приемопередатчика, первичного источника питания и выносного МШУ, устанавливаемого непосредственно у облучателя антенны вне помещения. Имеется дистанционное управление коэффициентами усиления

передатчика и приемника, а также независимая индикация уровня принимаемого сигнала. Рабочая полоса ствола 38 МГц; промежуточная частота 70 МГц; шумовая температура приемника (вместе с МШУ) 150 К; мощность передатчика (номинальная) 1 мВт; сигнал в тракте 70 МГц по входу передатчика и выходу приемника 1 мВт; диапазон регулировки коэффициента передачи передатчика 40 дБ; диапазон регулировки коэффициента усиления приемника 30 дБ; уровень ИМИ 3-го порядка в приемнике и передатчике при указанных уровнях в тракте 70 МГц—40 дБ; относительная стабильность частоты гетеродинов  $10^{-7}$ ; вход приемника — волновод 23x10 мм; остальные высокочастотные соединения — коаксиальные 7/3; потребляемая мощность 60 Вт; максимальная длина кабелей, соединяющих систему с каналобразующим оборудованием, 50 м.

*Станция приема спутникового телевидения (СТВ)* предназначена для индивидуального и коллективного приема телевизионных программ в диапазоне принимаемых частот 4 ГГц; 11 ГГц; 12 ГГц непосредственно с ретрансляторов, расположенных на ИСЗ с геостационарной орбитой.

Станция СТВ с телевизионной передающей системой обладает возможностью приема и ретрансляции на расстояние 5—7 км ТВ спутниковых программ, включая возможность проектирования региональной студии спутниковых и региональных программ телевидения, в том числе на коммерческой основе с кодированием.

Состав приемной станции СТВ определяется ее конкретным назначением, пожеланиями заказчика и может включать в себя антенную систему, конвертер, тюнер, узлы сопряжения, а также элементы деления и магистрального усиления при многоабонентном или многоканальном студийном приеме, включая одновременный прием с нескольких спутников.

Станция СТВ может быть оснащена несколькими видами антенных систем с диаметром параболического рефлектора 1,5 м; 1,8 м; 2,5 м различных как по схеме построения, так и по конструкции. Среди указанного класса антенн выгодно отличается шестилепестковая секционная антенна с диаметром рефлектора 1,8 м. Она обладает хорошими электрическими параметрами и удобна при проведении монтажных работ и при транспортировке.

*Цифровая радиорелейная станция диапазона 14,4...15,35 ГГц “Энергетик”* предназначена для организации радиорелейных линий связи между АТС в городах и сельских районах, передачи информации и телеуправления в энергосетях. Кроме того, при смене модема аппаратуру “Энергетик” можно использовать для передачи телевизионной программы или передачи смешанной информации. Имеется система служебной связи и телесигнализации. В комплект оконечных станций радиорелейной линии входят два блока индикации, сигнализирующие о работоспособности каждой

промежуточной станции. Станция "Энергетик" стыкуется со стандартной аппаратурой ИКМ-30 или ИКМ-120 в коде НВ83 (МКТТ, 6703), установленной на расстоянии до 500 м. Диапазон частот 14,4...15,35 ГГц; число дуплексных стволов 1; скорость передачи 2,048 Мбит/с (30 телевизионных каналов); 8,448 Мбит/с (120 телевизионных каналов); 34 Мбит/с (4x120 телевизионных каналов); мощность передатчика 100 мВт; коэффициент шума приемника 6 дБ; аппаратура "Энергетик" имеет цифровой вход и выход, что позволяет осуществить выделение информации на каждой промежуточной станции. Напряжение питания минус 24 В; мощность потребления 40 Вт.

*Телевизионная передающая система "Экспансия"* мощностью 10 Вт (в разработке 25 Вт; 40 Вт) предназначена для трансляции телевизионных программ в любом из радиоканалов ДМВ (21...60) IV, V диапазона телевизионного вещания (470...790) МГц. Она состоит из четырех функционально законченных блоков, каждый из которых может иметь широкий спектр применений: формирователь радиоканала; преобразователь радиоканала; блоки усилительные; антенная система. Аппаратура может эксплуатироваться без постоянного присутствия персонала с интервалами между очередными профилактическими работами не менее 180 суток, широком интервале рабочих температур (минус 40—45 °С). Оснащена оригинальной передающей антенной (вес менее 5 кг) с высоким коэффициентом усиления (не менее 6 дБ). Схемно-конструкторское решение позволяет проводить обработку и преобразование сигналов на малых уровнях, что обеспечивает малые нелинейные искажения видеосигнала (менее 8 %).

## 5. Заключение

Комплекс СВЧ-технологий создания современной элементной базы на материалах группы АЗВ5, методов и средств обработки сигналов, конструирования и производства аппаратуры позволяет АО НПП "Сатурн" реализовать устройства и системы с параметрами, соответствующими международному уровню. Разрабатываемые новые технологии зонной инженерии гетероструктур многокомпонентных полупроводников, интеграции элементов и широкого использования оптоэлектронных принципов создают перспективу дальнейшего существенного повышения информационной способности и функциональных возможностей радиоэлектронной аппаратуры.

**Л и т е р а т у р а:** 1. *Sunduchkov K. S., Shelkovnikov B. N. Microwave Devices for Communication Systems Receivers. Proceedings IV International Symposium on Recent Advances in Microwave Technology. — New Delhi; Agra (India),*

1993. — December. — P. 140—143. 2. *Сирота Н. И., Осинский В. И.* Излучение р-п переходов на кристаллах твердых растворов фосфида индия — арсенида галлия: Докл. АН СССР. Сер. физика.— 1966. — № 2.— С. 171. 3. *Осинский В. И., Привалов В. И., Тихоненко О. Я.* Оптоэлектронные структуры на многокомпонентных полупроводниках. — Минск: Наука и техника, 1981. — 208 с.

УДК 621.372.413

Ю. Е. Гордиенко

## РЕЗОНАНСНЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ В ДИАГНОСТИКЕ МИКРОСЛОИСТЫХ СТРУКТУР

В исследованиях взаимодействия электромагнитных волн СВЧ-диапазона с естественными и искусственными средами можно выделить два направления. Одно связано с резонансными эффектами (ЭПР, ФМР, циклотронный резонанс и др.). Второе включает исследование свойств в широком диапазоне частот. Прикладные аспекты второго направления также весьма разнообразны: от изучения явлений на молекулярном уровне до модификаций и диагностики микросред. Если ограничиться только диагностическим разделом, то в нем по аппаратурному признаку также можно выделить два направления, базирующихся на резонансных и нерезонансных измерительных преобразователях (датчиках). Бесспорным преимуществом последних является возможность исследований в диапазоне частот без существенной реконструкции технического средства.

Цель данной статьи — попытка определить и обобщить преимущества резонансных измерительных преобразователей (ИП) в диагностике микрослоистых сред. Такая задача не покажется тривиальной, если сравнить объем исследований по резонансным и нерезонансным ИП [1—4].

К микрослоистым средам можно отнести широкий класс объектов, включающих, в том числе, высокополимеры, биосреды, композитные материалы, эпитаксиальные структуры для микроэлектроники, терморadiационно-стойкие оболочки и др. В целом это многослойные объекты, взаимодействие которых с электромагнитными волнами и колебаниями определяется толщиной, взаимным расположением, электрическими и магнитными параметрами слоев. Диагностика их фактически означает многопараметровый послойный контроль, специфическими особенностями которого являются требования по неразрушаемости и высокой локальности [4, 5].

## 1. Общие формулировки и оценки

Резонансные ИП в диапазоне частот до 10 ГГц можно разделить на вихретоковые, емкостные и резонаторные. В первых двух четко выделяется взаимодействие объекта отдельно с магнитным или электрическим полем колебаний соответственно. В третьей разновидности взаимодействие носит общий характер с возможным преобладанием электрической или магнитной компоненты (ИП Н и Е-типа [6]).

Основными выходными сигналами измерительной информации являются изменение добротности  $\Delta Q/Q$  и резонансной частоты  $\Delta f/f_0$  ИП, связанные с влиянием объекта. Многопараметровость диагностики достигается за счет обеспечения многофакторности и изменения условий взаимодействия. Например, исследование в силовых электрических, магнитных, механических и других полях; при термо-, фото- и радиационном воздействии и т. п.

Улучшение метрологических показателей может достигаться формированием производных от указанных выше выходных сигналов измерительной информации. Например, изменение коэффициента передачи (отражения) ИП, фазовый сдвиг прошедшей (отраженной) волны и др.

Вопросы неразрушаемости и локальности контроля решаются, соответственно, наружным расположением объекта и специальной концентрацией полей в апертуре измерительного отверстия, через которое исследуемый объект воздействует на резонансное колебание ИП.

Качественные представления о взаимосвязи чувствительности и локальности ИП при диагностике микрослоистых сред получаются из анализа достаточно общего выражения относительного изменения его добротности

$$\frac{\Delta Q}{Q} = 1 - \left(1 + \frac{\Delta f}{f_0}\right) \left(1 + \frac{\Delta W}{W_{30}}\right) \left(1 + \frac{\Delta P_c}{P_c} + \frac{P_{обр}}{P_c}\right)^{-1}, \quad (1)$$

где  $\Delta f/f_0$  — относительное изменение резонансной частоты ИП, вызванное влиянием объекта;

$\Delta W/W_{30}$ ;  $\Delta P_c/P_c$  — соответствующее изменение запасаемой энергии и мощности собственных потерь в ИП;

$P_{обр}$  — мощность потерь в объекте.

Практика и последующие теоретические обобщения показывают, что обычно  $\Delta f/f_0 \approx \Delta W/W_{30} \ll 1$ ;  $\Delta P_c/P_c \ll 1$ . Следовательно, достаточно очевидным представляется общее заключение: для достижения практически приемлемой чувствительности ИП по этому сигналу измерительной

информации необходимо выполнение условия  $P_{обр} > P_c$ . Если ввести понятие коэффициента включения объекта в поле резонансного ИП

$$\eta = \frac{\int_{V_{обг}} \epsilon''(\mu'') EE^* (HH^*) dV}{\int_V \epsilon'(\mu') EE^* (HH^*) dV}, \quad (2)$$

то указанному соотношению можно придать определенный количественный вид  $Q_0 \eta \gg 1$ . В знаменателе (2) предполагается интегрирование по всему объему поля ИП.

Ограничение на соотношение  $Q_0 \eta \gg 1$  накладывают два фактора: снижение добротности ИП воздействием образца до предела, при котором ИП перестает фактически быть резонансным, и ограниченность возможности одновременно повысить локальность контроля. Последняя определяется объемом интегрирования в числителе (2).

При диагностике однослойных объектов решение этой компромиссной задачи находится на путях снижения собственных потерь в ИП и концентрации поля в его измерительной апертуре. При многопараметровой диагностике многослойных структур кроме этих направлений следует использовать еще и перераспределение поля в слоях за счет его продольных особенностей в апертуре.

Изменение резонансной частоты ИП  $\Delta f/f_0$  также важный выходной сигнал измерительной информации. При его формировании и обработке справедливы те же рекомендации, что и для  $\Delta Q/Q$ .

Из опыта современных разработок в рассматриваемой области следует, что определенный выигрыш в достижении максимального отношения сигнал/шум по обоим выходным сигналам дает применение автодинного способа их формирования [8, 9]. В связи с этим вопросы оптимизации связи ИП с ВЧ питающей и детектирующей цепями приобретают специфический по сравнению с традиционным рассмотрением смысл [9].

Во всех случаях, по-видимому, следует отказаться от прямых измерений добротности и амплитуды колебаний на контуре, поскольку предельная чувствительность и разрешающая способность контроля непосредственно связаны с погрешностью оценки этих сигналов. Применение высокоточных способов измерения добротности существенно усложнит технические средства контроля. Погрешность оценки амплитудного сигнала в значительной мере определяется стабильностью режима ВЧ генератора и воспроизводимостью характеристик ВЧ детектора. В связи с отмеченным

представляется перспективным формирование связанного с  $\Delta Q/Q$  выходного сигнала модуляционным методом [5, 13].

## 2. Основные теоретические соотношения

Теория вихретоковых [10], емкостных [13] и СВЧ-резонансных ИП [4—6, 11, 12, 15] развивалась отдельно. Несмотря на вытекающую из физических явлений общность процессов, определяющих сигналы измерительной информации, в настоящее время вряд ли существует настоятельная необходимость создания общей теории. Такая потребность может возникнуть при переходе к ИП на основе полосковых или щелевых резонансных элементов [17]. Строгое решение полной электродинамической задачи для них, по-видимому, станет основой такой теории. Сейчас представляется допустимым ограничиться только лишь изложением важных, на наш взгляд, достижений в каждой отдельной области.

Специфика теории СВЧ-резонансного апертурного ИП заключается в наличии условия на бесконечности и особенностей на ребре в возникающих краевых задачах электродинамики. Применение аппарата функций Грина [14, 15], по нашему мнению, во всех практически интересных случаях улучшает обусловленность прямых численных методов решения таких задач.

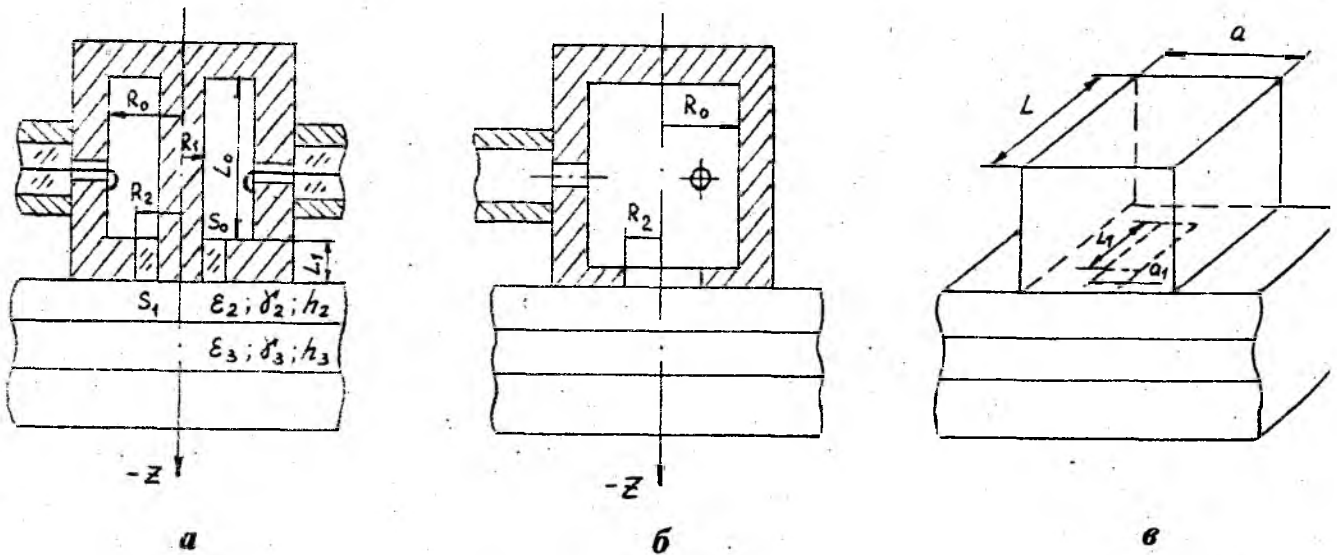


Рис. 1. Схематическое изображение резонансных ИП

Рассмотрение представленных на рис. 1 схематических моделей охватывает практически все известные СВЧ-апертурные резонаторные ИП для неразрушающей диагностики микрослоистых структур.

Построенное по методике, изложенной в [15], решение задачи

о зависимости добротности и резонансной частоты от параметров диагностируемой структуры сводится к интегральным уравнениям вида

$$\int_{S_0} [\epsilon_1 G_1(s_1, L_1 - 0; s_1', L_1 - 0) + \epsilon_0 G_0(s_1, L_1 + 0; s_1', L_1 + 0)] \psi_0(s') ds' = 0; \quad (3)$$

$$[\epsilon_1 G_1(s_1 + 0; s_1' + 0) + \epsilon_2 G_2(s_1 - 0; s_1' - 0)] \psi_1(s') ds' = 0,$$

где  $G_{0,1,2}$  — составляющие тензорных функций Грина для различных областей, участвующие в определении тангенциальных компонент поля по обе стороны отверстий  $S_0$  и  $S_1$ ;

$\psi_0$  и  $\psi_1$  — неизвестные функции из класса определяемых условиями типа Мейкснера, посредством которых можно описать поле на отверстиях  $S_0$  и  $S_1$ .

Конкретные выражения  $G_0$ ,  $G_1$  и  $G_2$  определяются типом ИП и рабочим видом колебаний в нем. В частности, для цилиндрических резонаторных ИП с аксиальной симметрией измерительного отверстия и рабочими видами колебаний  $H_{011}$ ,  $E_{021}$  и ТЕМ их можно представить следующим рядом:

$$G_{0,1} = \sum_{n=0}^{\infty} F_{0,1}(\kappa_n) \psi_{0,1}(\kappa_n \frac{r}{R_{0,1}}) \psi(\kappa_n \frac{r'}{R_{0,1}}) g_{0,1}(\kappa_n L_{0,1}); \quad (4)$$

$$G_2 = - \int_0^{\infty} \frac{1 - \gamma_2}{1 + \gamma_2} \frac{\epsilon_2}{\gamma_2} J_1(\kappa r) J_1(\kappa r') \kappa d\kappa, \quad (5)$$

где  $\psi_{0,1}(r)$  и  $\psi_{0,1}(r')$  — поперечные составляющие собственных функций Грина соответствующих координатных областей ИП;  $F_{0,1}$  — нормирующие множители;  $g_{0,1}$  — значения продольных составляющих на границах  $S_0$  и  $S_1$ .

Для  $H_{011}$ ,  $E_{021}$  и ТЕМ колебаний функции  $G_{0,1}$  имеют свой вид, устанавливаемый, например, с помощью соотношений работы [18].

Исследования показывают, что сходимость такого ряда во всех случаях рассматриваемых ИП контролируется произведением  $\psi_{0,1}(r) \psi_{0,1}(r')$ , а при  $r \rightarrow r'$  ряд вообще расходится. Выделяя плохо сходящуюся часть и находя главный член асимптотики при  $\kappa_n \rightarrow \infty$ , можно (4) представить в виде

$$G_{q1} = \frac{1}{2\pi} \left\{ \ln \left| 2 \sin \frac{\pi(r-r')}{2(\bar{R}-1)\bar{R}_0} \right| - \ln \left[ 2 \sin \frac{\pi}{2(\bar{R}-1)} \left( \frac{r+r'}{\bar{R}_0} - 2 \right) \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \cos \frac{n\pi}{(\bar{R}-1)} \left( \frac{r}{\bar{R}_0} - 1 \right) \cos \frac{n\pi}{(\bar{R}-1)} \left( \frac{r'}{\bar{R}_0} - 1 \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + F_{q1}(\chi_n) \Psi_{q1}(\chi_n r) \Psi_{q1}(\chi_n r') g(\chi_n, L_{q1}) \right] \right\}, \quad (6)$$

где  $\bar{R} = R_0/R_1$  и  $\bar{R} = R_1$  для рис. 1, а;  
 $\bar{R} = 5$  и  $\bar{R} = R_0$  для рис. 1, б.

Второе слагаемое в (6) отражает логарифмический характер особенностей этих функций, выделенный в явном виде.

Функция  $G_2(s_1, s'_1)$  описывает диагностируемый объект. При его слоистой структуре для универсализации и компактности ее представления в [15] показано использование рекуррентных соотношений.

$\mathcal{Y}_2$  — функция параметров слоистой среды, приведенной по указанным рекуррентным соотношениям к первому слою.

Как и в рассмотренном выше случае интеграл имеет невысокую сходимость и особенность в точках  $r = r'$ . Осуществляя похожую по методике процедуру, его можно представить в виде

$$G_2 = -2 \int_0^{\infty} \frac{\epsilon_2}{\delta_2} \frac{J_1(kr) J_1(kr')}{1 + \mathcal{Y}_2} k dk + \quad (7)$$

$$+ \int_0^{2\pi} \frac{e^{jk_2 \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \psi}}}{\sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \psi}} - 1 \cos \psi d\psi + \frac{4}{r'+r} (1D-1B),$$

где  $\epsilon_2, \delta_2$  — относительная диэлектрическая проницаемость и постоянная распространения  $\delta_2 = (\epsilon_2^2 - k_2^2)^{1/2}$  в первом слое:  $J_1(kr)$  ;

$J_1(kr')$  — функции Бесселя;

$1D, 1B$  — эллиптические интегралы вида

$$ID = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 \psi d\psi}{\sqrt{1-\nu^2 \sin^2 \psi}} ; \quad IB = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2 \psi d\psi}{\sqrt{1-\nu^2 \sin^2 \psi}} ;$$

$$\nu = \frac{2\sqrt{rr'}}{\sqrt{r+r'}} . \quad (8)$$

В выражении (7) первые два интеграла хорошо сходящиеся и легко вычисляются одним из способов численного интегрирования. Эллиптические интегралы  $ID, IB$  имеют при  $r \rightarrow r'$  главную особенность логарифмического типа, подобную указанному выше ряду в выражении (6).

Выделение указанных особенностей в явном виде позволяет в поставленной задаче перейти к следующему интегральному уравнению.

$$\int_{R_1}^{R_2} \ln \left| \frac{r-r'}{R_1} \right| \varphi(r') dr' + \int_{R_1}^{R_2} \left[ \tilde{G}_2(r, r') \Big|_{z=+0} + \tilde{G}_{0,2}(r, r') \Big|_{z=0} \right] \varphi(r') dr' = 0, \quad (9)$$

где  $\tilde{G}_{0,2} = -\ln \left| \frac{r-r'}{R_1} \right| + G_{0,2}$ .

Функция  $\varphi(r')$  для удовлетворения условий Мейкснера может быть представлена в виде

$$\varphi(r') = \frac{\tilde{\varphi}(r')}{\sqrt{(r'-R_1)(R_2-r')}} , \quad (10)$$

где  $\tilde{\varphi}(r')$  — непрерывная по Гальдеру на замкнутом интервале  $[R_1, R_2]$  функция.

Далее, используя разложение  $\ln \left| \frac{r-r'}{R_1} \right|$  и  $\varphi(r')$  в ряд по полиномам Чебышева I рода и свойство ортогональности этих полиномов, интегральное уравнение вида (9) сведем к бесконечной СЛАУ I рода. В отличие от алгебраического представления рассматриваемой задачи в работе [15] через СЛАУ I рода, предложенный здесь подход делает ее решение хорошо обусловленным, а его численную реализацию быстро сходящейся.

В итоге характеристическое уравнение для определения зависимости добротности и резонансной частоты ИП от параметров объекта исследования строится из условия равенства нулю определителя СЛАУ II рода. Несмотря на предпринятые меры, позволившие уменьшать практически используемую размерность определителя и рядов, образующих его элементы, процедура численного исследования корней остается сложной и требует значительных вычислительных мощностей. Поэтому такая теория обычно применяется для абсолютной калибровки и оценки систематической погрешности более простых математических моделей.

В частности, нами для исследования и оптимального синтеза ИП на основе цилиндрических резонаторов с  $E_{022}$  или  $H_{012}$  видом рабочих колебаний (см. рис. 1, б) широко использовано так называемое одномодовое приближение [5, 6].

Характеристические уравнения при этом принимают вид

$$\operatorname{th} \gamma_1^{E,H} L = (\gamma^{E,H})^{-1}, \quad (11)$$

где 
$$\gamma^{E,H} = \gamma_{1,2}^{E,H} \frac{1 + \gamma_{2,3}^{E,H} \operatorname{th} \gamma_2 h_2}{\operatorname{th} \gamma_2 h_2} \frac{\operatorname{th} \gamma_3 h_3 + \gamma_{3,4}^{E,H}}{1 + \gamma_{3,4}^{E,H} \operatorname{th} \gamma_3 h_3} \dots$$

$$\gamma_{1,2}^E = -\frac{\epsilon_2 \delta_1}{\delta_2}; \quad \gamma_{1,2}^H = -\frac{\delta_2}{\delta_1}; \quad \gamma_{2,3}^E = \frac{\epsilon_2 \delta_3}{\epsilon_3 \delta_2}; \quad \gamma_{2,3}^H = \frac{\delta_2}{\delta_3} \quad \text{и т. д.}$$

Представленное приближение дает высокую точность оценок при условии, что слоистый объект полностью перекрывает поперечное сечение ИП (т. е.  $R_2 = R_0$ ). При  $R_2 < R_0$  можно вводить постоянный множитель, учитывающий соотношения  $R_2/R_0$ , если исследуется тонкослойный экранируемый с противоположной стороны слоистый объект.

Для исследования резонаторных ИП с укорачивающей емкостью, образованной измерительным щелевым отверстием (см. рис. 1, а), часто используется квазистатическое приближение [4, 12]. Изменение добротности и частоты ИП при этом описывается через вносимую объектом емкость

$$C_{\text{вн}} = C' + jC'' = \frac{2\epsilon_0 R_0}{\epsilon_n (R_2/R_1)} \int_0^\infty \frac{J_0(kR_1) - J_0(kR_2)}{k} J_1(kR_1) \gamma^E dx. \quad (12)$$

Анализ высокочастотных вихретоковых и емкостных резонансных ИП будем производить, используя теоретические соотношения работ [4, 10-12] с преломлением их к резонансному колебательному контуру.

Комплекс приведенных соотношений позволяет осуществить численные исследования различных ИП в широком диапазоне рабочих частот, параметров структуры и изменения геометрии взаимодействия. Учет влияния воздействующих факторов при изотропном их проявлении осуществим через параметры объекта в выражениях  $\chi^{E, H, TEM}$ . При анизотропии соответствующих свойств объектов необходимо дополнительное теоретическое рассмотрение. Чаще всего при этом допустимо ограничиться методом малых возмущений.

### 3. Сравнение характеристик преобразования различных ИП

Под понятием характеристик преобразования в первую очередь подразумевается зависимость выходного сигнала измерительной информации от измеряемого параметра объекта. При более широкой его трактовке предполагается учет влияющих факторов.

Рассмотрим вначале диапазонные особенности характеристик преобразования различных ИП на примере весьма распространенного случая измерения электропроводности (или  $tg \delta_2$ ) однослойного объекта. На рис. 2 приведены такие характеристики СВЧ ИП  $H_{012}$  (рис. 1, б), емкостного (рис. 1, а) и вихретокового типов для режимов их работы, близких к оптимальным по отдельным критериям.

Например, рабочая частота  $H_{012}$  ИП выбрана в области 35...40 ГГц для одновременного обеспечения приемлемых размеров и высокой собственной добротности.

Геометрия и рабочая частота емкостного ИП выбраны из условия уменьшения влияния высших типов колебаний, приемлемой точности реализации геометрии и высокой добротности.

Вихретоковые ИП рассматривались в широком диапазоне рабочих частот.

Характеристики преобразования рассчитывались с ориентацией на реально достижимое значение собственной добротности. Однако некоторая свобода выбора этой величины была использована для уравнивания  $(\Delta Q/Q)_{max}$  у всех ИП.

При диагностике незранирующих объектов ИП Н-типа позволяют реализовать широкий диапазон измерений  $tg \delta_2$  для различных  $h_2$  с высокой чувствительностью путем оптимального выбора зазора между объектом и отдельным металлическим экраном. Этот зазор определяет степень

включения объекта в СВЧ-поле ИП и на рис. 2 он количественно учтен значением  $\beta_0 h_0$ . Основным их преимуществом по сравнению с ИП емкостного типа является слабое влияние зазора между объектом и ИП. (Этот фактор, как показано ниже, весьма существенно сказывается на погрешности емкостных и вихретоковых ИП).

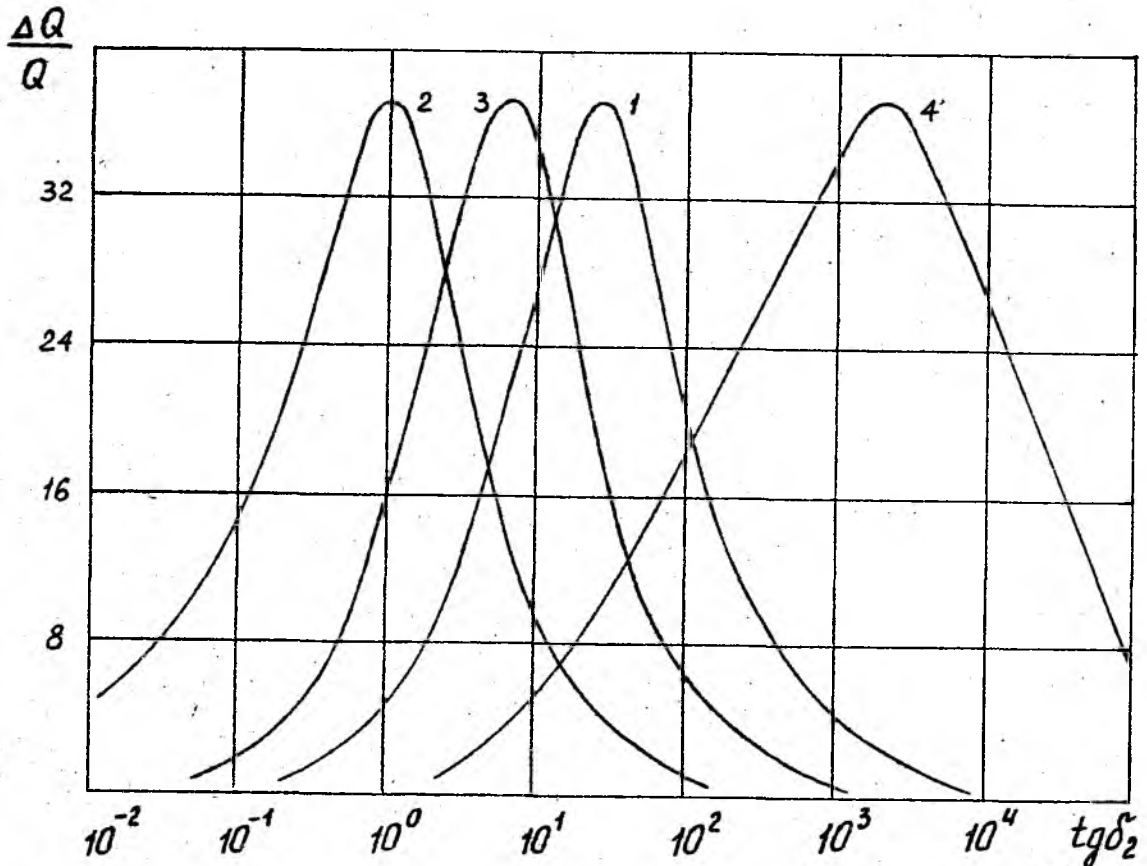


Рис. 2. Характеристики преобразования различных ИП: 1 —  $H_{012}$  ИП;  $\beta_0 h_0 = 0$ ; 2 —  $H_{012}$  ИП;  $\beta_0 h_0 = 0,1$ ; 3 — ИП емкостного типа ( $f_0 = 0,5$  ГГц); 4 — ИП вихретокового типа ( $f_0 = 37,5$  ГГц)

Кроме того, возможность изменять в широких пределах степень включения объекта (то есть параметр  $\eta$ ) выбором  $\beta_0 h_0$  позволяет практически в любом диапазоне  $\text{tg} \delta_2$  (или  $y^H$  для многослойной среды) реализовывать сравнимую чувствительность на заданной рабочей частоте. Следовательно, с помощью одного конструктивно не изменяемого ИП, работающего на заданной частоте, можно измерять  $\text{tg} \delta$  материалов в диапазоне  $10^{-4} \dots 10^5$  при вариации толщины слоев  $\beta_2 h_2$  от  $10^{-2}$  до  $3,0$ . В случае емкостных и ВЧ вихретоковых ИП такая возможность существенно более ограничена. Вместе с тем емкостные ИП имеют значительно более высокую чувствительность при диагностике микрослоистых структур на проводящих и сильно легированных полупроводниковых подложках. Этот вопрос достаточно широко освещен в [4, 11, 12].

Диапазон измерения  $tg\delta$ , перекрываемый ИП этого типа, меньше по сравнению с  $H_{012}$  ИП и практически составляет  $10^{-1} \dots 10^3$ . Следует отметить, что для обеспечения широких пределов измерения электропроводности полупроводников (от  $10^{-5}$  до  $10^3 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ ) необходимо изменять рабочую частоту СВЧ емкостного ИП от  $5 \cdot 10^3$  Гц до  $10^{10}$  Гц. Это сопряжено с трудностями аппаратурного плана и потребностью в наборе отдельных ИП на каждую рабочую частоту. Однако весьма важным достоинством такого ИП является возможность достижения высокой локальности измерений (порядка  $5 \text{ мм}^2$ ).

Вихретоковые ИП эффективны для диагностики сильно легированных полупроводниковых пластин и слоев с поверхностным сопротивлением менее  $1 \text{ Ом}/\square$ . Основная область их применения — измерение поверхностного сопротивления проводящих слоев [1, 10]. Однако для диагностики резистивных слоев с поверхностным сопротивлением более  $10 \text{ Ом}/\square$ , а также для отдельного измерения толщины и электропроводности слоев вихретоковые ИП практически не применяются.

Анализ показывает, что этот пробел хорошо восполняется  $H_{012}$  ИП, который можно представить аналогом вихретокового ИП на СВЧ. При соотношении толщины проводящей пленки и глубины скин-слоя в материале  $h_2/d_2 < 1$  характеристика такого ИП на частотах 30...60 ГГц располагается в области значений поверхностного сопротивления от 1 до  $10 \text{ Ом}/\square$  и может управляться выбором величины  $\beta_0 h_0$ .

Выходные сигналы измерительной информации, связанные с изменением резонансной частоты резонаторных ИП, в большей степени ориентированы на оценку толщины слоев. Соотношение характеристик преобразования рассматриваемых ИП по этому параметру приблизительно такое же, как и для  $\Delta Q/Q$  за исключением вихретокового. Для него зависимость имеет такой же характер, как и от  $tg\delta$ , и отдельное определение толщины и электропроводности слоев на одной частоте практически невозможно.

#### 4. Некоторые особенности осуществления диагностики микрослоистых структур

При осуществлении радиоволновой диагностики микрослоистых объектов весьма важной является задача исключения влияния зазора между ИП и объектом на результаты измерений. СВЧ ИП Н- и Е-типа разрабатывались преимущественно с учетом необходимости ее разрешения [5, 16]. Поэтому измерительное отверстие, как правило, выполняется по линии СВЧ-тока (лучше нулевого тока). Емкостные и вихретоковые ИП практически невозможно выполнить с исключением влияния зазора. Поэтому указанная

проблема решается аппаратно [1—4, 10]. На рис. 3 представлены в относительных единицах зависимости  $\Delta Q/Q$  от величины зазора для различных ИП. Зависимости  $\Delta f/f$  имеют практически такой же характер, если выполняется условие  $Q\eta \gg 1$ . Следовательно, комбинированный выходной сигнал измерительной информации типа обобщенной расстройки резонансного ИП исследуемым образом должен значительно меньше зависеть от вариации величины зазора. В ряде случаев более удобно выделять отношение сигналов, связанных с  $\Delta Q/Q$  и  $\Delta f/f$ , которое зависит от  $\operatorname{tg} \delta$  и инвариантно в некоторых пределах к изменению величины зазора.

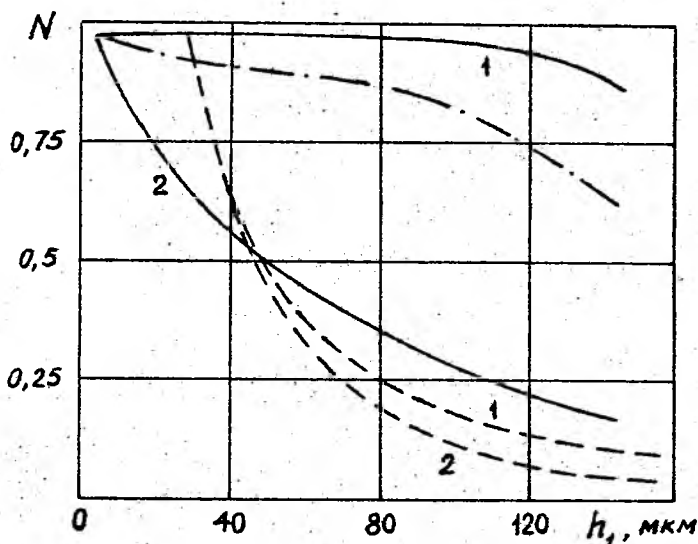


Рис. 3. Влияние зазора на изменение выходного сигнала различных ИП:

- 1 —  $H_{012}$  ИП; 2 — ИП вихретокового типа;
- - - - - ИП емкостного типа; 1 —  $\operatorname{tg} \delta_2 = 0,3$ ; 2 —  $\operatorname{tg} \delta_2 = 30$ ;
- · · · ·  $E_{022}$  ИП

Указанная задача является, по сути, частью общей проблемы осуществления многопараметрового контроля многослойных объектов аппаратно комплектными средствами. Для одного рабочего ИП это фактически означает формирование набора выходных сигналов измерительной информации, не являющихся линейной комбинацией сигналов  $\Delta Q/Q$  и  $\Delta f/f$ , или от их производных. Определенные возможности в этом плане предоставляет модуляционный метод диагностики [5].

Вид характеристик на рис. 2 свидетельствует о том, что на основе всех рассматриваемых ИП его можно реализовать.

Сущность модуляционного метода сводится к выделению сигнала на СВЧ-детекторе, связанного с периодической модуляцией какого-либо

параметра объекта. Самое широкое распространение получило использование явления фотопроводимости для безэлектродного измерения ряда параметра полупроводниковых материалов. Наряду с измерением времени жизни носителей по кинетике релаксации фотопроводимости стали развиваться методы измерения удельного сопротивления по абсолютной величине сигнала фотопроводимости при СВЧ-питании образца в поле резонаторного ИП. Однако наибольший интерес при многопараметровом контроле вызывает возможность формирования выходных сигналов, независимых от глубины модуляции. Здесь наиболее эффективным представляется  $H_{012}$  ИП. СВЧ-модуляционный метод диагностики при этом основывается на выделении отношения сигналов, связанных с модуляцией электрических параметров объекта, при различном значении  $\beta_0 h_0$ .

Как показали теоретические и экспериментальные исследования, из-за существенного влияния модуляции на перераспределение поля в таком резонаторе модуляционная характеристика нелинейна по параметру  $\beta_0 h_0$ . В результате отношение при различных  $\beta_0 h_0$ , будучи независимым от глубины модуляции и условий выделения и обработки, зависит только от контролируемых параметров объектов. Выбором соответствующей пары  $\beta_0 h_0$  можно изменять чувствительность по заданному параметру.

Модуляционные методы могут базироваться также на периодическом изменении зазора между образцом и ИП; апертуры ИП; экранирования СВЧ прозрачного образца.

Приведенный здесь неполный анализ различных резонансных ИП дает основание говорить о их высокой эффективности при многопараметровой диагностике многослойных микроструктур. Использование комбинации ИП различного типа, а также различных выходных сигналов, включая модуляционные, уже в настоящее время может обеспечить диагностику двух- и трехслойных объектов по нескольким параметрам (например, толщина, электропроводность, параметры подвижных носителей заряда).

**Л и т е р а т у р а:** 1. Приборы для неразрушающего контроля материалов и изделий: Справочник / Под ред. В. В. Клюева. — М., 1986. — Т. 1, 2. — 485 с. 2. Арапов Ю. Г., Давыдов А. В. Волноводные методы измерения электрофизических параметров полупроводников на СВЧ: Обзор // Дефектоскопия. — 1978. — № 11. — С. 63—87. 3. Матис И. Г. Электроемкостные преобразователи для неразрушающего контроля. — Рига, 1977. — 255 с. 4. Неразрушающие бесконтактные СВЧ-резонаторные методы локального контроля полупроводниковых материалов: Обзор / Ахманов В. Б., Детинко В. М., Медведев Н. В. и др. // Дефектоскопия. — 1986. — № 1. — С. 23—35. 5. Гордиенко Ю. Е. СВЧ-диагностика слоистых

- полупроводниковых материалов: Дис. ... д-ра физ.-мат. наук. — Харьков, 1984. — 397 с. 6. *Гордиенко Ю. Е.* Определение характеристик объемных резонаторов со слоистым заполнением // Радиотехника. — 1982. — Вып. 60. — С. 17—23. 7. *Григулис Ю. К.* Электромагнитный метод анализа слоистых полупроводниковых и металлических структур. — Рига, 1970. — 270 с. 8. *Гордиенко Ю. Е., Овчаренко Л. А.* Автодинный измеритель толщины полупроводниковых пленок // Зав. лаб. — 1984. — № 7. — С. 36—38. 9. Общие характеристики и особенности автодинного эффекта в автогенераторах /Е. М. Гершензон, Б. Н. Тумаков, В. Т. Бузькин и др. // Радиотехника и электроника. — 1982. — № 1. — С. 104—112. 10. *Соболев В. С., Шкарлет Ю. М.* Накладные и экранные датчики. — Новосибирск, 1967. — 140 с. 11. *Детинко М. В., Нечаев А. И.* Расчет П-образного коаксиального резонатора, заполненного плоскостроистой средой с потерями // Радиотехника и электроника. — 1985. — Т. 30. — № 5. — С. 1066—1071. 12. СВЧ-резонаторный метод измерения удельного сопротивления и толщины эпитаксиальных пленок /Г. Н. Данилов, М. В. Детинко, Н. В. Медведев // Электрон. техника. Сер. 1. — 1982. — Вып. 6 (342). — С. 16—19. 13. *Воробейчиков Э. С., Наливайко Б. А.* Фотомодуляционный бесконтактный метод измерения удельного сопротивления высокоомных пленок // Электрон. техника. Сер. 8. — 1971. — № 1 (7). — С. 39—43. 14. *William A. C.* The resonant frequency and tuning characteristics of a narrow — gap reentrant cylindrical cavity // IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique. — 1976. — V. 24. — N 4. — P. 182—187. 15. *Гордиенко Ю. Е., Овчаренко Л. А.* Характеристики объемных СВЧ-резонаторов, апертурно нагруженных слоистой полупроводниковой средой // Радиотехника. — 1988. — Вып. 85. — С. 54—63. 16. *Champlin K. S., Glover G. H.* Influence of waveguide contact on measured complex permittivity of semiconductors // Journ. of Applied Physics. — 1966. — V. 37. — N 6. — P. 2355—2360. 17. *Сидорин В. В.* Метод неразрушающего контроля удельного сопротивления полупроводниковых материалов // Зав. лаб. — 1988. — № 9. — С. 64—67. 18. *Панченко В. А.* Тензорные функции Грина уравнений Максвелла для цилиндрических областей // Радиотехника. — Харьков: Изд-во Харьк. ун-та, 1970. — Вып. 5. — С. 82—91.

В. Ф. Шнюков, А. Е. Лушкин

## О МЕХАНИЗМЕ ЭМИССИИ МЕТАЛЛОПОРИСТЫХ КАТОДОВ

Прогресс в различных областях современной науки и техники выдвигает все более жесткие требования к электровакуумным приборам (ЭВП) различного назначения. Для обеспечения работы мощных ЭВП с большим сроком службы, широко используемых в радиолокации и радионавигации, в интенсивно развивающейся в последнее время космической связи необходимы высокоэффективные термокатоды, способные длительное время работать в режиме большого токоотбора при сравнительно низких рабочих температурах.

Металлопористые катоды (МПК) в настоящее время считаются наиболее перспективными для использования в электровакуумных приборах большой мощности. В то же время их сегодняшние параметры требуют существенного улучшения как в плане повышения эффективности, так и в плане увеличения срока службы.

В литературе имеется большое количество работ, посвященных изучению свойств МПК. При этом изучались катоды с различным материалом и пористостью губки, размерами ее зерен, составом активного вещества, материалом наносимой на рабочую поверхность МПК с целью повышения эмиссии пленки тугоплавких металлов, ее толщиной и т. д. Эти вопросы освещены в ряде обзоров как более ранних [1], так и опубликованных позже [2—7]. Однако, несмотря на большое количество экспериментального материала, механизм эмиссии металлопористых катодов до настоящего времени окончательно не выяснен. Предполагается, что за их активность отвечают различные части поверхности. С одной стороны, это могут быть монослойные пленки барьерной компоненты на зернах губки, а с другой — кристаллиты, рассматриваемые как оксидные микрокатоды. Существенный вклад в эмиссию могут вносить также выходящие на поверхность катода поры губки, заполненные активным веществом. В то же время вопрос о том, какой из указанных факторов является определяющим, до настоящего времени остается открытым. Между тем без знания механизма эмиссии МПК их дальнейшее совершенствование невозможно.

Как показал детальный анализ литературных данных, создавшееся положение во многом обусловлено тем, что сравнение свойств МПК не всегда производится с учетом их технологических параметров. В то же время в зависимости от них вклад различных частей поверхности МПК

в отбираемый ток эмиссии может быть различным. Это фактически означает, что катоды могут характеризоваться различными механизмами эмиссии.

С учетом изложенного в Киевском университете проведен широкий круг исследований физико-химических и эмиссионных свойств металлопористых катодов [8—18]. Эти исследования позволили ответить на многие вопросы, важные как для выяснения механизма эмиссии катодов, так и с точки зрения их практического использования. Ниже дан краткий обзор этих работ.

Проведенные исследования являются комплексными и выполнены с помощью различных современных методик. Сюда относятся высоковакуумная масс-спектрометрия, позволяющая с учетом проведенной калибровки определять количества испаряющегося вещества, методики электронной Оже-спектроскопии и растровой микроскопии, методика эмиссионной микроскопии, надежная методика по измерению эмиссионных свойств термокатодов в импульсном и стационарном режимах и др.

При проведении исследований использовались торцевые катоды с плоской рабочей поверхностью диаметром 3,6 мм. В качестве активного вещества использовался алюминат бария-кальция состава  $3BaO \cdot 0,5CaO \cdot Al_2O_3$ . Губка изготовлялась из смеси порошков рения и вольфрама ( $Re$  80 % вес.). Около 70 % зерен рения и 60—70 % зерен вольфрама имели размеры порядка 1 мкм. Различная пористость губки обеспечивалась различным давлением ее прессования, которое составляло 0,7, 1,0 и 1,4 ГПа. При давлении прессования  $P = 1,0$  ГПа пористость губки готового катода находилась на уровне 25...27 %. Напыляемые на рабочую поверхность катодов пленки  $Os-Ir-Al$ ,  $Re$  и  $Ni$  имели толщину 0,3 мкм. Работа выхода катодов определялась по методу полного тока.

Проведенные исследования показали, что вклад различных частей поверхности катодов в отбираемый ток эмиссии существенно зависит от параметров губки.

Этот вывод вытекает из результатов изучения испарения и эмиссионных свойств образцов (табл. 1).

В случае образцов с малым давлением прессования губки ( $P = 0,7$  ГПа) основной вклад в испарение активного вещества вносят поры, заполненные этим веществом, так как доля поверхности катода, занятая порами, в рассматриваемом случае велика. Размеры эмиттирующих участков рабочей поверхности такого катода при этом относительно велики и соизмеримы с размерами пор.

При увеличении давления прессования губки с 0,7 до 1,0 ГПа скорости испарения  $W_a$  и  $W_{a0}$  из образцов, а также размеры эмиттирующих участков существенно уменьшаются (уменьшается доля поверхности, занятая порами), хотя работа выхода катодов, как следует из табл. 1, остается

на прежнем уровне, что объясняется изменением состава эмиттирующих участков. Однако при дальнейшем увеличении давления прессования губки ( $P = 1,4$  ГПа) наблюдается не уменьшение, а, наоборот, увеличение скорости испарения бариевой компоненты. Возрастает и количество эмиттирующих участков на поверхности катода. Работа выхода при этом становится существенно меньше.

Таблица 1

Значения скоростей испарения Ва и ВаО из металлопористых катодов с различной пористостью губки без пленки и с пленкой Os-Ir-Al разной толщины при  $T=1300$  К, а также работы выхода этих образцов, вычисленных по методу полного тока

Давление прессования губки, ГПа	Тип катода	$N_{\text{Ва}}$ ат · см <sup>-2</sup> · с <sup>-1</sup>	$N_{\text{ВаО}}$ мол · см <sup>-2</sup> · с <sup>-1</sup>	Работа выхода, эВ
0,7	Без пленки	$7 \cdot 10^{12}$	$6 \cdot 10^{11}$	2.02
1,0	Без пленки	$5 \cdot 10^{11}$	$5 \cdot 10^{10}$	2.04
1,4	Без пленки	$2.5 \cdot 10^{12}$	$3.1 \cdot 10^{11}$	1.92
0,7	С пленкой 0,3 мкм	$2.5 \cdot 10^{12}$	$3 \cdot 10^{11}$	1.92
1,0	С пленкой 0,3 мкм	$3 \cdot 10^{12}$	$4 \cdot 10^{11}$	1.92
1,4	С пленкой 0,3 мкм	$2.5 \cdot 10^{12}$	$3.2 \cdot 10^{11}$	1.92
1,0	С пленкой 0,6 мкм	$2.5 \cdot 10^{12}$	$3 \cdot 10^{11}$	1.92
1,0	С пленкой 0,1 мкм	$5 \cdot 10^{11}$	$1 \cdot 10^{11}$	2.02

Увеличение испарения активного вещества катодов при уменьшении пористости губки и наблюдаемый при этом характер изменения их эмиссионных свойств можно объяснить только с учетом образования на их поверхности кристаллитов — объемных образований, состоящих из ВаО и СаО

[19], имеющих малую, характерную для оксидного катода (ОК), работу выхода. Действительно, чем больше поверхность катода, занятая кристаллитами, тем выше должна быть и скорость испарения активного вещества в расчете на единицу геометрической поверхности. По-видимому, в том случае, если кристаллитами занята вся поверхность МПК, скорость испарения должна быть наибольшей и находиться на уровне, характерном для обычного ОК.

В соответствии с [20] кристаллиты образуются в результате миграции

по поверхности зерен губки вытекающего из пор двумерного газа  $Va(Ca)$ , его пересыщения и конденсации на центрах кристаллизации в присутствии газа как адсорбирующегося из окружающей среды, так и вытекающего из пор. Путь миграции  $Va(Ca)$  по любой подложке (а значит, и область, занятая кристаллитами) существенно зависит от ее чистоты, увеличиваясь с повышением степени очистки, и может достигать сотен микрон [21]. Поскольку места выхода  $Va(Ca)$  в МПК расположены близко, отход газовых молекул по зернам губки должен быть затруднен по сравнению со случаем миграции  $Va$  из одиночного отверстия [22]. При этом чем меньше размер зерна губки при прочих равных условиях, тем меньшим должен быть и путь миграции  $Va(Ca)$  по зерну. Это, на наш взгляд, является причиной наличия в ряде случаев объемных образований только непосредственно на границе поры и зерна губки. Не исключено, что именно этим обусловлены и имеющиеся в литературе противоречивые сведения о размерах кристаллитов на зернах губки, где наряду с диаметром кристаллитов в 3—5 мкм [23] указываются величины порядка 0,1—1 мкм [19]. В наших экспериментах возможность образования кристаллитов показана при исследовании совместно нанесенных на монокристалл вольфрама пленок  $VaO$  и  $CaO$  [15] и совместно нанесенных пленок бария и скандия [17].

Не вызывает сомнения тот факт, что образование кристаллитов на зернах губки исследуемых катодов имеет место при всех значениях ее пористости, однако вклад их в испарение активного вещества и эмиссию МПК при разных давлениях прессования различный. По-видимому, при малой пористости (больших давлениях прессования) вследствие возрастания числа зерен губки на единицу рабочей поверхности МПК вклад кристаллитов в испарение активного вещества (не говоря уже об эмиссии) становится решающим, что и отражают приведенные выше результаты эксперимента. В подавляющем большинстве литературных источников указывается на уменьшение испарения активного вещества при уменьшении пористости губки. На наш взгляд, этот факт обусловлен различиями в размерах пор и наблюдаемая в литературе закономерность при проведении наших экспериментов тоже имеет место, но только при изменении давления прессования губки с 0,7 до 1,0 ГПа.

Важную роль для выяснения механизма эмиссии металлопористых катодов играют и результаты, полученные при изучении влияния пленок тугоплавких металлов, наносимых на рабочую поверхность МПК, на их свойства (см. табл. 1).

В соответствии с литературными данными нанесение пленок приводит к заметному уменьшению скоростей испарения компонентов активного

вещества и тем большему, чем толще наносимая пленка [24]. Этот результат вполне закономерен и логичен. Он хорошо соответствует и полученным нами результатам, согласно которым нанесение пленок тугоплавких металлов, например, на М-катод [25] для создания эмиттера сложной формы, сопровождается уменьшением испарения активного вещества [26]. Уменьшение испарения бариевой компоненты наблюдалось нами при нанесении пленок  $Os - Ir - Al$  на МПК с большой пористостью губки ( $P = 0,7$  ГПа) [11]. В то же время для образцов с меньшей пористостью губки картина существенно иная. В этом случае нанесение пленок  $Os - Ir - Al$  сопровождается не уменьшением, а, наоборот, увеличением испарения активного вещества [8, 9, 11].

Такой характер изменения скоростей испарения  $Va$  и  $VaO$  при нанесении пленок  $Os - Ir - Al$  будет иметь место, если эффективная площадь поверхности МПК, с которой происходит испарение, возрастает. В силу того, что в осмированных образцах площадь, занимаемая порами, возрасти не может, вполне закономерным является предположение о том, что при нанесении пленки  $Os - Ir - Al$  увеличивается число кристаллитов на поверхности катода. Этот вывод подтверждается результатами, полученными методом электронной Оже-спектроскопии в [14], согласно которым нанесение пленки  $Os - Ir - Al$  сопровождается заметным увеличением содержания  $Va$ -компоненты на эмиттирующей поверхности катодов.

Таким образом, проведенные эксперименты показывают, что в зависимости от пористости губки нанесение пленки  $Os - Ir - Al$  может как уменьшать, так и увеличивать скорости испарения активного вещества МПК. При этом очень важным является тот факт, что металлопористые катоды с различной пористостью губки при наличии пленки на рабочей поверхности обнаруживают одинаковые скорости испарения компонентов (см. табл. 1).

При нанесении пленки  $Os - Ir - Al$  и число отдельно эмиттирующих участков, и их интегральная площадь на поверхности, по сравнению с катодами без пленки, увеличиваются в 5—8 раз, а работа выхода таких образцов значительно уменьшается. При этом величина отбираемого тока эмиссии и характер распределения эмиссии по поверхности катодов, покрытых пленкой, не зависит от пористости губки. Эти результаты хорошо согласуются с приведенными выше результатами по испарению активного вещества.

Наблюдаемый характер изменения эмиссионных свойств и испарения  $Va$  и  $VaO$  имел место при толщинах наносимых пленок 0,3 и 0,6 мкм. В то же время влияние на испарение и эмиссию пленок толщиной 0,1 мкм было слабым. В этом случае в связи с тем, что наносимая пленка

относительно тонкая и распределена по поверхности катода, судя по всему, неравномерно, существенного возрастания количества кристаллитов на рабочих поверхности может и не наблюдаться. Показательно, что если при температуре  $T = 1300$  К потоки активного вещества из образцов, покрытых пленками, в 5—8 раз больше, чем из непокрытых, то повышение температуры катодов приводит к уменьшению этого различия, а при  $T = 1500$  К и выше скорости испарения компонентов из образцов обоих типов становятся близкими друг к другу. Именно при этих температурах увеличение эмиссии, достигаемое при помощи нанесения на поверхность МПК металлических пленок, становится небольшим [27] и происходит разрушение кристаллитов [28]. Примерно в этом же интервале температур поверхность монокристалла вольфрама освобождается от кристаллитов в соответствии с данными [15], полученными Оже-спектрометрическим методом.

В ряде литературных источников [3, 4] высказывается сомнение относительно возможности увеличения испарения активного вещества из образцов при нанесении пленки  $Os - Ir - Al$ . В связи с этим необходимо специально отметить, что указанный выше характер изменения скоростей испарения  $W_a$  и  $W_{a0}$  и эмиссионных свойств МПК при нанесении пленок наблюдался многократно и не на одной партии катодов, поэтому такой вывод достаточно надежен. По нашему мнению, именно увеличением площади поверхности катода, занятой толстым слоем активного вещества, до величины ее геометрической площади объясняется улучшение свойств МПК при нанесении на его поверхность М-покрытия [29].

Совокупность проведенных экспериментов и рассмотренные выше результаты позволяют заключить, что эмиссионная способность исследованных МПК может определяться и порами губки, заполненными активным веществом, и кристаллитами активного вещества на поверхности МПК, то есть в обоих случаях объемными частицами.

Вклад объемных частиц в отбираемый с металлопористого катода ток эмиссии подтверждают результаты по его взаимодействию с водородом [12, 13], аналогичные наблюдаемым нами для ОК [30—32], где эмиссия заведомо определяется объемными образованиями. Как и в случае ОК, изменение эмиссионных свойств в атмосфере водорода здесь определяется давлением водорода в приборе, температурой катода в процессе проведения экспериментов и исходным состоянием катода (температурой его предварительного прогрева). Полная воспроизводимость результатов, образование в катоде при взаимодействии с водородом больших количеств избыточного металла, скорость испарения которого в этот период иногда на порядок превышает наблюдаемую до запуска водорода, характер изменения эмиссионных свойств катода в атмосфере водорода, который может быть

объяснен в предположении, что полная его работа выхода определяется внешней и внутренней работой выхода монокристаллов активного вещества, находящегося в порах и кристаллитах, — все эти результаты наблюдаются и при взаимодействии ОК с водородом.

Но, по-видимому, было бы неправильным считать, что вклад в ток эмиссии, отбираемый с МПК, вносят только поры и кристаллиты. Эксперименты показали, что, наряду с ними, вклад в эмиссию может вносить и пленка активного вещества на зернах губки или на поверхности пленок тугоплавких металлов, наносимых на рабочую поверхность катода. При определенных условиях он может быть основным. Так, нанесение пленок и  $Os - Ir - Al$ , и  $Re$  одинаковой толщины приводит к уменьшению работы выхода катодов [10]. Однако распределение эмиссии по поверхности образца при наличии пленки  $Re$  отличается от наблюдаемого для осмированных катодов. Если при нанесении пленки  $Os - Ir - Al$  существенно возрастает, как указывалось выше, количество отдельных эмиттирующих участков (кристаллитов) на поверхности катода и практически полностью отсутствует эмиссия с участков поверхности, расположенных между кристаллитами, то при нанесении пленки  $Re$ , наоборот, свечение именно этих участков становится ярче. Характерно, что нанесение пленки  $Re$  не сопровождается увеличением испарения активного вещества. По-видимому, увеличение эмиссии участков между кристаллитами и приводит к увеличению интегральной эмиссии, отбираемой с катода. Такой результат при нанесении пленки  $Re$ , как показал анализ, может быть объяснен, с одной стороны, большей энергией связи компонентов активного вещества с  $Re$ , а с другой — существенным возрастанием в этом случае пути миграции активного вещества, который зависит от условий отхода находящихся на подложке адсорбируемых газов (у образцов без пленок миграция идет по зернам губки, размеры которых малы, а при наличии пленки  $Re$  — по пленке). Это подтверждается, например, литературными данными [33], в соответствии с которыми катоды с губкой, состоящей из зерен  $Re$ , имеющих большие размеры (~ 45 мкм), характеризуются высокими эмиссионными свойствами. Подтверждением такого подхода к объяснению полученных результатов является и экспериментальный факт, заключающийся в том, что увеличение общепринятого времени высокотемпературного активирования катодов с нанесенной на поверхность пленкой  $Re$  приводит к существенному улучшению их эмиссионных параметров [10].

В то же время сводить решение вопроса только к размерам подложки, по которой мигрирует активное вещество, по нашему мнению, является неправильным. Обязательным условием для улучшения эмиссионных параметров в случае, когда за эмиссию отвечает пленка активного вещества,

является малая работа выхода образующейся системы адсорбат-адсорбент. С рассматриваемой точки зрения, чем выше энергия связи подложки с активным веществом и ниже работа выхода этой системы, тем больший вклад при прочих равных условиях в величину отбираемого с катода тока эмиссии должна вносить пленка активного вещества на поверхности зерен губки либо нанесенной пленки металла.

Проведенные исследования адсорбционных свойств ряда металлов по отношению к компонентам активного вещества показали, что они наилучшие у никеля [10]. С целью реализации рассмотренного выше подхода были изучены МПК с пленкой  $Ni$  на поверхности их губки. Работа выхода таких катодов на 0,15—0,2 эВ меньше, чем в случае катодов с пленкой  $Os-Ir-Al$ . При этом существенную роль в определении эмиссии, как и для образцов с пленкой  $Re$ , играют участки поверхности, расположенные между кристаллитами: яркость их свечения гораздо выше, чем у катодов с пленкой  $Re$ , и в ряде случаев превышает яркость свечения участков катодов с пленкой  $Os-Ir-Al$ .

Таким образом, анализ всех полученных результатов, характеризующих свойства металлопористых катодов, показывает, что единого механизма их эмиссии, по-видимому, не существует. В зависимости от исходных материалов, используемых при изготовлении катодов, их физических свойств, условий процесса производства и работы катодов определяющий вклад в эмиссию может быть обусловлен либо кристаллитами активного вещества, либо пленками активного вещества, расположенного на зернах губки или на поверхности пленки тугоплавкого металла (или композиции металлов), нанесенной на МПК, либо порами губки, заполненными активным веществом. Не исключено, что при определенных условиях ток эмиссии, отбираемый с катода, будет определяться всеми указанными частями рабочей поверхности МПК. Это, по сути дела, означает, что механизмы эмиссии катодов могут отличаться, чем, по-видимому, и объясняется тот факт, что механизм эмиссии МПК по литературным данным на сегодня остается невыясненным. В связи с этим без знания технологических параметров металлопористых катодов оптимизация и прогнозирование их свойств в процессе работы невозможны.

В заключение можно высказать соображения относительно срока службы металлопористых катодов с различным механизмом эмиссии в предположении, что он определяется запасом активного вещества в катоде.

Казалось бы, что увеличение испарения барьерной компоненты при нанесении пленки  $Os-Ir-Al$  должно уменьшать срок службы МПК. Однако, если учесть, что эмиссионные свойства таких образцов определяются кристаллитами, а эмиссия катода в меньшей степени зависит от температуры, чем от

скорости испарения  $va$  и  $va0$  [9], то при одной и той же величине отбираемого тока эмиссии скорость испарения активного вещества из образца с пленкой может быть существенно меньше, чем из образца без пленки, то есть срок службы будет не уменьшаться, а, наоборот, увеличиваться.

В случае же пленочного механизма эмиссии МПК при нанесении пленок  $Re$  или  $Ni$  увеличение их активности, как показано выше, не сопровождается увеличением испарения  $va$ -компоненты. Это означает, что срок службы таких катодов будет еще больше, чем у катодов с кристаллитным механизмом эмиссии.

**Л и т е р а т у р а:** 1. Кудинцева Г. А., Мельников А. И., Морозов А. В., Никонов Б. П. Термоэлектронные катоды. — М.; Л.: Энергия, 1966. 2. Крылева В. М. Металлопористые катоды. Состояние теории и эксперимента // Обзоры по электронной технике. Сер. 1. Электроника СВЧ. — 1976. — Вып. 5 (370). 3. Козлов В. И. Технология и свойства металлопористых катодов для СВЧ-приборов // Обзоры по электронной технике. Сер. 1. Электроника СВЧ. — М.: ЦНИИ “Электроника”, 1980. — Вып. 6 (709). 4. Козлов В. И. Эмиссионные свойства и долговечность металлопористых катодов для СВЧ-приборов // Обзоры по электронной технике. Сер. 1. Электроника СВЧ. — М.: ЦНИИ “Электроника”, 1983. — Вып. 8 (941). 5. Гнучев Н. М. Контроль состава и структуры поверхности катодов ЭВП // Обзоры по электронной технике. Сер. 1. Электроника СВЧ. — М.: ЦНИИ “Электроника”, 1983. — Вып. 6 (946). 6. Cronin J. L. // IEEE Proceedings. — 1981. — V. 128. — N 1. — P. 19. 7. Cronin J. L. // Microwave J. — 1979. — V. 22. — N 9. — P. 57. 8. Шнюков В. Ф., Михайловский Б. И., Лушкин А. Е. и др. // Радиотехника и электроника. — 1979. — Т. 24. — № 6. — С. 1184. 9. Шнюков В. Ф., Михайловский Б. И., Лушкин А. Е. и др. // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. — 1980. — Вып. 8 (320). — С. 25. 10. Шнюков В. Ф., Михайловский Б. И., Лушкин А. Е. и др.: Тез. докл. XVIII Всесоюз. конф. по эмиссионной электронике. — М., 1981. — С. 178. 11. Шнюков В. Ф., Михайловский Б. И., Лушкин А. Е. и др. // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. — 1982. — Вып. 6 (342). — С. 36. 12. Шнюков В. Ф., Михайловский Б. И., Лушкин А. Е. и др. // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. — 1984. — Вып. 9. — С. 40. 13. Шнюков В. Ф., Михайловский Б. И., Лушкин А. Е. и др. // Электронная техника. Сер. 4. Электровакуумные и газоразрядные приборы. — 1985. — Вып. 1. — С. 8. 14. Шнюков В. Ф., Михайловский Б. И., Лушкин А. Е. и др. // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. — 1986. — Вып. 8 (392). — С. 30. 15. Шнюков В. Ф., Михайловский Б. И., Лушкин А. Е. и др. // Изв. АН СССР. Сер. физическая. — 1991. — Т. 55. — № 12. — С. 2357.

16. Шнюков В. Ф., Михайловский Б. И., Лушкин А. Е. и др. // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. — 1991. — Вып. 5. — С. 24.
17. Шнюков В. Ф., Горчинский А. Д., Лушкин А. Е. // Изв. РАН. Сер. физическая. — 1994. — Т. 58. — № 10. — С. 166.
18. Шнюков В. Ф., Михайловский Б. И., Лушкин А. Е. и др. // Изв. РАН. Сер. физическая. — 1994. — Т. 58. — № 10. — С. 171.
19. Ahmed A. // Sci. Prog. Oxi. — 1969. — V. 57. — P. 259.
20. Дружинин А. В.: Тез. докл. XVI Всесоюз. конф. по эмиссионной электронике. — Махачкала, 1976. — 8—11 сент. — С. 141.
21. Риттнер Е. С., Алерт Р. Г., Ратледж В. К. Изучение механизма работы Л-катода I // Эффективные термокатоды. — М.; Л.: Госэнергоиздат, 1960. — Вып. 2. — С. 284.
22. Дружинин А. В. // Радиотехника и электроника. — 1965. — Т. 10. — № 3. — С. 498.
23. Гурков Ю. В., Дружинин А. В., Куприянова Т. А. и др. // Изв. АН СССР. Сер. физическая. — 1974. — Т. 38. — № 11. — С. 2270.
24. Зябликова А. М., Некрасов В. И. // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. — 1970. — Вып. 7. — С. 157.
25. Дружинин А. В., Кондрашенков Ю. А. // Радиотехника и электроника. — 1978. — Т. 18. — № 7. — С. 1531.
26. Шнюков В. Ф., Лушкин А. Е. // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. — 1978. — Вып. 1. — С. 58.
27. Некрасов В. И., Дружинин А. В. // Радиотехника и электроника. — 1970. — Т. 15. — № 2. — С. 411.
28. Некрасов В. И., Розенфельд Л. Б., Дружинин А. В. и др. // Изв. АН СССР. Сер. физическая. — 1970. — Т. 38. — № 7. — С. 1509.
29. Дружинин А. В. // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. — 1980. — Вып. 8. — С. 27.
30. Пикус Г. Я., Шнюков В. Ф. // Укр. физ. журн. — 1976. — Т. 21. — № 5. — С. 736.
31. Пикус Г. Я., Шнюков В. Ф., Романюк С. С. // Электронная техника. Сер. 4. Электровакуумные и газоразрядные приборы. — 1979. — № 1. — С. 16.
32. Шнюков В. Ф. // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. — 1979. — № 4. — С. 44.
33. Бейкер, Гейнс. Техника электронных ламп. — М.: ИЛ, 1963. — С. 9.

И. В. Кузьмин, А. И. Кузьмин, С. Л. Рудык

## ОСНОВЫ ТЕОРИИ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ, КАЧЕСТВА И ОПТИМАЛЬНОСТИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

### 1. Общие положения и требования к критериям

Под сложной системой (СС) понимается человеко-машинный комплекс, состоящий из машин, автоматов, систем получения, передачи и использования информации, коллективов людей, предназначенный для достижения определенной цели с определенной эффективностью, качеством и оптимальностью.

Под эффективностью понимается полученный эффект (выгода) при выполнении задачи по достижению цели СС, отнесенный к затратам.

Эффективность, качество и оптимальность СС характеризуются определенными критериями.

Под критерием понимается качественный или количественный показатель, позволяющий произвести оценку эффективности, качества и оптимальности при выборе предпочтительного варианта из множества СС при проектировании и эксплуатации.

Критерии могут выражаться на различных уровнях абстракции: лингвистическом, графическом, математическом, информационном и эвристическом.

Критерии являются основой анализа и синтеза СС, а также основой разработки их теорий, они могут быть частными (локальными), обобщенными (глобальными), аддитивными, мультипликативными, смешанными, детерминистскими и вероятностными.

К общим требованиям к критериям эффективности, качества и оптимальности можно отнести:

отражение объективной реальности;

оценку эффективности, качества и оптимальности, лучше "прямо", а не косвенно;

возможность физического и абстрактного толкования, определенную простоту;

возможность вычисления, хотя бы с применением ЭВМ;

нормированность и отражение "крайних" состояний СС, с учетом потенциально и реально возможной;

должен обладать определенной общностью (характеризовать

отдельные подсистемы и систему в целом по всем жизненным циклам);  
легко декомпозироваться на частные показатели и объединяться в обобщенные;

должен иметь определенную теоретичность, то есть позволять разрабатывать новую теорию или развивать старую;

обладать эвристичностью, позволять принимать решения на основе опыта, интуиции и т. д.

Если хотя бы одно из этих требований не выполняется, то критерий является неполным, необходимо его дорабатывать или выбрать новый.

Выбор критерия производится либо на основе субъективного опыта, либо аналитического вывода. В последнем случае критерий получается более объективным.

## 2. Алгоритм выбора критерия оценки эффективности, качества и оптимальности эвристическим методом

Критерии выбираются на основе опыта и интуиции, формулировки решаемых СС задач и применения критериев, основанных на различных теориях.

При разработке теории критериев оценки эффективности, качества и оптимальности автоматизированных систем управления можно сформулировать следующие основные задачи:

построение математических функционально-статистических моделей СС, включая объект управления;

построение математических функционально-статистических моделей функционирования СС;

синтез алгоритмов управления, контроля, диагностики и восстановления;

анализ и синтез СС;

оценка эффективности, качества и оптимальности СС.

Критериями при оценке эффективности, качества и оптимальности при решении этих задач могут служить:

детерминированный критерий в виде логического оператора  $F(t, \tau, z)$ , принимающего всего два значения 0 или 1, основанный на алгебре логики или теории Буля;

статистические критерии: закон распределения вероятностей  $f(t, \tau, x)$  координаты  $x$ , среднее квадратическое отклонение  $G(t, \tau, x)$ , математическое ожидание  $m(t, \tau, x)$ , корреляционная функция  $R(t, \tau, x)$ , коэффициенты эксцесса  $\gamma(t, \tau, x)$  и асимметрии  $\beta(t, \tau, x)$ , основанные на общей теории вероятностей;

статистические критерии: нормальный закон распределения вероятностей  $f(t, \tau, x)$ , математическое ожидание  $m(t, \tau, x)$ , среднеквадратическое отклонение  $\sigma(t, \tau, x)$ , корреляционная функция  $R(t, \tau, x)$ , основанные на теории корреляции;

статистические критерии: вероятность выполнения задачи  $P(t, \tau, x)$ , ошибки первого  $P_1(t, \tau, x)$  и второго  $P_2(t, \tau, x)$  рода, основанные на теории вероятностей;

статистические критерии: риск  $L(t, \tau, x)$ , ошибки первого  $P_1(t, \tau, x)$  и второго  $P_2(t, \tau, x)$  рода, основанные на общей теории принятия решений;

обобщенный функционально-статистический критерий  $\mathcal{E}(t, \tau, x)$ , основанный на общей теории эффективности, качества и оптимальности.

В формулах критериев  $t$  — текущее время,  $\tau$  — время, до которого оцениваются эффективность, качество и оптимальность.

Если обозначить возможность решения задачи критерием 1, неполного — 1—, невозможность решения — 0, то можно составить эвристическую таблицу, или квазиматрицу [2], в которой по горизонтали откладываются номер критерия и его возможности, по вертикали — номер задачи и возможность ее решения, в последней строке указывается число оценок, которые необходимо произвести при оценке по определенному критерию:

	1	2	3	4	5	6
1	0	1—	1—	0	0	1
2	0	1—	1—	0	0	1
3	1—	0	0	1—	1—	1
4	0	0	0	1—	1—	1
5	0	0	0	1—	1—	1
	2	5	3	3	3	1

Таким образом, как видно из эвристической таблицы, наиболее обобщенным и универсальным критерием при решении возможных задач является обобщенный функционально-статистический критерий. Последний можно вывести или синтезировать методом индукции.

### 3. Алгоритм синтеза (вывода) критерия оценки эффективности, качества и оптимальности методом индукции

При выводе обобщенного функционально-статистического критерия оценки эффективности, качества и оптимальности основополагающим положением является понятие эффективности СС:

$$Э(t, \tau) = \frac{B(t, \tau)}{З(t, \tau)}, \quad (1)$$

где  $B(t, \tau)$  — получаемый обобщенный эффект (выгода) при функционировании системы;  $З(t, \tau)$  — обобщенные затраты на систему и ее функционирование [1—4].

На основе этого критерия в [4] дана классификация эффективных, условно эффективных, неэффективных и условно неэффективных СС.

Основные показатели качества СС: точность работы; вероятность выполнения задачи; информационная способность; стоимость; объем; масса; потребляемая энергия и др. в зависимости от назначения и природы СС.

#### 4. Оценка точности СС

Точность работы СС можно оценивать погрешностями или ошибками, подразделяемыми на систематические, величина и момент времени возникновения которых известны, и случайные, величина и момент времени возникновения которых случайны. Если систематические ошибки могут корректироваться заранее, то случайные могут учитываться только после набора статистики в процессе испытания или эксплуатации.

Критериями оценки точности работы СС могут служить среднеквадратическое отклонение или ошибка. При нормальном законе распределения и независимых ошибках среднеквадратическая ошибка (с. к. о.)

$$G(t, \tau) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m G_i(t, \tau)^2}{m-1}}, \quad (2)$$

где  $G_i$  — с. к. о.  $i$ -й части системы из  $m$ .

При ненормальном законе распределения вероятностей ошибок необходимо учитывать моменты более высокого порядка.

Для непосредственного формирования вероятности выполнения задачи СС более удобными критериями оценки точности работы являются ошибки 1-го и 2-го рода.

Ошибка 1-го рода — это вероятность такого события, когда координата  $\tilde{x}$  находится в пределах допуска  $|a, b|$ , а система, принимая решение, ошибается и выводит координату из допуска. Математическая модель ошибки 1-го рода

$$P_{\text{л0}} = \int_a^b f(x) \left[ \int_{-\infty}^{a-x} f(z) dz + \int_{b-x}^{\infty} f(z) dz \right] dx, \quad (3)$$

где  $f(x)$  — дифференциальный закон распределения вероятностей координаты  $x$ ;  $f(z)$  — дифференциальный закон распределения ошибок  $z$ .

Ошибка 2-го рода — это вероятность такого события, когда координата  $x$  вышла за пределы допуска  $|a, b|$ , а система, принимая решение, ошибается и вводит координату в допуск. Математическая модель ошибки 2-го рода

$$P_{\text{н0}} = \int_{-\infty}^a f(x) \int_{a-x}^{b-x} f(z) dz dx + \int_b^{\infty} f(x) \int_{b-x}^{\infty} f(z) dz dx. \quad (4)$$

Интегралы 3 и 4 являются простейшими моделями и вычисляются численным интегрированием (5).

Вероятность выполнения задачи СС  $P(t, \tau)$ .

Точность работы системы и вероятность выполнения задачи — главные характеристики возможности достижения цели СС при функционировании.

На основе формулы общей вероятности и с учетом вероятности выполнения задачи до контроля и управления  $P_0$ , ошибок 1-го и 2-го рода вероятность выполнения задачи такова:

$$P(t, \tau) = \frac{P_0(t, \tau) [1 - P_{\text{л0}}(t, \tau)]}{P_0(t, \tau) [1 - P_{\text{л0}}(t, \tau)] + [1 - P_0(t, \tau)] P_{\text{н0}}(t, \tau)}. \quad (5)$$

Вероятность выполнения задачи характеризует степень приближения системы к цели и может рассматриваться как частный критерий оценки эффективности СС, он может служить также критерием оценки качества и оптимизации (1).

## 5. Информационная способность СС

Во всех сложных системах идут информационные процессы, в которых информация получается, преобразуется, накапливается, передается и используется для принятия решений. Поэтому наиболее общим

показателем эффективности и качества СС является ее информационная способность.

Для систем, алгоритм функционирования которых выбран из условия максимума получения информации, максимальное количество информации, получаемой СС,

$$I_{max}(t, \tau) = \sum_{i=1}^m I_{max_i}(t, \tau), \quad (6)$$

где  $I_{max_i}(t, \tau) = H_{0i}(t, \tau) - H_i(t, \tau);$

максимальное количество информации, получаемой по  $i$ -му каналу из  $m$ ,

$$H_{0i}(t, \tau) = - \left\{ P_{0i}(t, \tau) \log_2 P_{0i}(t, \tau) + [1 - P_{0i}(t, \tau)] \log_2 [1 - P_{0i}(t, \tau)] \right\};$$

начальная энтропия СС по  $i$ -му каналу

$$H_0(t, \tau) = - \left\{ P_i(t, \tau) \log_2 P_i(t, \tau) + [1 - P_i(t, \tau)] \log_2 [1 - P_i(t, \tau)] \right\};$$

остаточная энтропия СС по  $i$ -му каналу после реализации процесса контроля и управления.

По формуле (6) оценивается реальное количество информации, получаемой реальной системой.

На практике при оценке информационной способности СС удобно пользоваться безразмерной нормированной величиной, которую можно получить с помощью введения понятия потенциальной системы при условиях: система работает по алгоритму, выбранному из условия получения максимального количества информации; СС находится в самом неопределенном состоянии.

Количество информации, получаемой потенциальной системой,

$$I_{max_{max}}(t, \tau) = \sum_{i=1}^m I_{max_i}_{max}(t, \tau), \quad (7)$$

где

$$I_{max_i}_{max} = I_{max_i} / P_{0i} = 0,5.$$

## Эффективность СС с учетом реальной и идеальной систем

$$\mathcal{E}_I(t, \tau) = \frac{I_{\max}(t, \tau)}{I_{\max}^{\text{ид}}(t, \tau)} \quad (8)$$

Введение понятия идеальной системы позволяет придать критериям большую эффективность по сравнению с критериями, основанными на понятии номинальной системы (1) — (8).

### 6. Быстродействие СС

Под быстродействием СС понимается время функционирования системы при выполнении задачи. Быстродействие — одна из важных характеристик качества системы, формирующей ее эффективность и оптимальность (1).

При разработке и функционировании СС быстродействие можно оценивать формулой

$$T(t, \tau) = T_{\text{э}}(t, \tau) + T_{\text{с}}(t, \tau), \quad (9)$$

где

$$T_{\text{э}}(t, \tau) = a_{\text{э}} T_{\text{э}0} [1 - P_0(t, \tau)]^{\mu_{\text{Тэ}}}$$

время, затрачиваемое на функционирование при эксплуатации,

$$T_{\text{с}}(t, \tau) = a_{\text{с}} T_{\text{с}0} \left[ \frac{1 - P(t, \tau)}{1 - P_0(t, \tau)} \right]^{\mu_{\text{Тс}}}$$

время, характеризующее быстродействие в зависимости от сложности системы;

$a, T_0, \mu_T$  — коэффициенты, определяемые в процессе проектирования и эксплуатации.

В (1) выполнено исследование формулы (9), показано, что быстродействие  $T$  имеет аналитический  $\text{opt} - T_{\min}$ .

### 7. Оценка стоимости СС

Стоимость СС является очень важным показателем, так как именно этот качественный показатель может определять возможность создания системы.

При разработке и эксплуатации стоимость СС можно оценить по формуле

$$C(t, \tau) = C_3(t, \tau) + C_c(t, \tau), \quad (10)$$

где

$$C_3(t, \tau) = \beta_3 C_{30} [1 - P_0(t, \tau)]^{\mu_{c3}};$$

стоимость эксплуатационного оборудования

$$C_c(t, \tau) = \beta_c C_{c0} \left[ \frac{1 - P(t, \tau)}{1 - P_0(t, \tau)} \right]^{\mu_{cc}};$$

стоимость собственно системы.

Стоимость (10) имеет аналитический  $opt - C_{min}$ .

Оценка обобщенной стоимости (затрат на) СС.

Масса  $G(t, \tau)$ , объем  $V(t, \tau)$  и потребляемая энергия  $E(t, \tau)$  подлежат пока более детальному исследованию, чем это сделано в монографии [1], однако эвристически можно предположить, что законы изменения массы, объема и потребляемой энергии в зависимости от вероятности выполнения задачи являются такими же, как законы изменения быстродействия и стоимости [1].

В практике анализа и синтеза СС важно знать, как можно свести множество критериев к одному качественному показателю, к одной размерности [1].

В качестве обобщенного показателя можно принять обобщенную стоимость (затраты)

$$C_{\Sigma}(t, \tau) = C(t, \tau) + \Delta C_T(t, \tau) + \Delta C_G(t, \tau) + \Delta C_V(t, \tau) + \Delta C_E(t, \tau), \quad (11)$$

где  $C(t, \tau)$  — стоимость СС, определяемая формулой (10);  $\Delta C_T = k_T T$  — дополнительные затраты на получение заданного быстродействия;  $\Delta C_G = k_G G$  — дополнительные затраты на получение заданной массы;  $\Delta C_V = k_V V$  — дополнительные затраты на получение заданного объема;  $\Delta C_E = k_E E$  — дополнительные затраты на получение заданного потребления энергии;  $k_T, k_G, k_V, k_E$  — коэффициенты перевода, соответственно, времени, массы, объема и энергии в стоимость.

Формула (11) может иметь несколько  $opt C_{\Sigma min}$ , что необходимо учитывать при оптимизации СС.

Вывод обобщенного функционально-статистического критерия.

Для оценки эффективности реальной СС можно использовать критерий

$$K_p(t, \tau) = \frac{I_{max}(t, \tau)}{C_{\Sigma}(t, \tau)}, \quad (12)$$

где  $I_{max}$  — максимальное количество информации, получаемой СС;  
 $C_{\Sigma}$  — обобщенная стоимость СС.

Эта формула полностью соответствует основополагающему соотношению, определяющему эффективность (1), выгоду (6) и затраты (11).

Эффективность потенциальной (идеальной) системы на основе формул (1), (7), (10) может быть оценена по формуле

$$K_n(t, \tau) = \frac{I_{max}(t, \tau)}{C(t, \tau)}, \quad (13)$$

где  $C(t, \tau)$  — стоимость без учета дополнительных затрат.

На основе определения эффективности (1), эффективности реальной (12) и потенциальной (13) систем можно написать формулу для обобщенной функционально-статистической оценки эффективности сложной системы

$$\mathcal{E}_{IC}(t, \tau) = \frac{K_p(t, \tau)}{K_n(t, \tau)} = \frac{I_{max}(t, \tau) C(t, \tau)}{I_{max}(t, \tau) C_{\Sigma}(t, \tau)} \quad (14)$$

Таким образом, критерий (14) выведен методом индукции и методом синтеза.

Обобщенный функционально-статистический критерий является действительно обобщенным (глобальным) и удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к критериям оценки качества, эффективности и оптимальности, обобщая при этом частные (локальные) критерии качества в обобщенный.

Критерий (14) рациональных СС изменяется в пределах

$$0 \leq \mathcal{E}_{IC} \leq 1.$$

При этом, если  $\mathcal{E}_{IC} = 0$  — СС бесполезна;  $\mathcal{E}_{IC} = 1$  — идеально полезная СС;  $\mathcal{E}_{IC} < 0$  — нерациональная СС, система, генерирующая неопределенность.

Критерий действительно отражает объективную реальность и не противоречит философскому здравому смыслу.

В [8, 9, 10] критерий (14) обобщен на понятия ресурса  $R$  - и  $Q$  -графов.

**Л и т е р а т у р а:** 1. Кузьмин И. В. Оценка эффективности и оптимизация автоматических систем контроля и управления. — М.: Сов. радио, 1971. — 296 с. 2. Кузьмин И. В., Квятковская Е. А., Нехаевская Н. А., Кузьмин А. И. Методические рекомендации по проблемному чтению курса “Основы теории сложных систем”. — Винница, 1984. — Ч. 1—3. — 142 с. 3. Кузьмин И. В., Кедрус В. А. Основы теории информации и кодирования. — К.: Выща шк., 1977. — 280 с. 4. Мокин Б. И., Головатюк Н. А., Кузьмин И. И. Эффективность и ее проекции в пространстве критериев. — Винница, 1984. — Деп. в УкрНИИНТИ, № 208, Ук-84. 5. Дмитриев М. Д. Точность работы автоматизированных систем контроля. — М.: Энергия, 1970. — 130 с. 6. Кузьмин И. В. и др. Основы моделирования сложных систем. — К.: Выща шк., 1981. — 360 с. 7. Кузьмин А. И. К вопросу об оценке эффективности сложных систем целевого управления. — Винница, 1985. — Деп. в УкрНИИНТИ, № 1013, Ук-85. 8. Кузьмин А. И. Автоматизированные системы целевого управления научно-техническим прогрессом. — Тбилиси: Мецниероба, 1991. — 164 с. 9. Кузьмин И. В., Кузьмин А. И. Оценка эффективности, качества и оптимальности систем целевого управления НТП с помощью  $Q$  -графа. — К.: ИК АН УССР, 1989. — 10 с. 10. Кузьмин И. В., Кузьмин А. И. Критерии оценки качества и эффективности на основе  $Q$  -графа. НТК “Результаты НИР и их внедрение в производство”. — Винница, 1992. — 4 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

<i>Брауде С. Я.</i> Низкочастотная радиоастрономия .....	4
<i>Литвиненко Д. Л., Литвиненко Л. Н., Просвирнин С. Л., Резник И. И.</i> Рассеяние электромагнитных волн на дискретных полубесконечных структурах .....	9
<i>Сухаревский И. В.</i> Асимптотические методы решения некоторых классов задач дифракции волн .....	19
<i>Хижняк Н. А.</i> К теории дифракции электромагнитных волн на идеально проводящих бесконечно тонких экранах .....	41
<i>Третьяков О. А.</i> Эволюционные уравнения для полей в резонаторе с неоднородной, нестационарной и нелинейной средой .....	57
<i>Шифрин Я. С., Бородавко Ю. М.</i> Статистика поля линейной сфокусированной антенны .....	68
<i>Горобец Н. Н.</i> Использование поляризационных эффектов в электродинамике для обеспечения электромагнитной совместимости радиоэлектронных средств .....	82
<i>Варывдин В. С.</i> Новый метод расчета входных импедансов бортовых вибраторных антенн .....	96
<i>Кащеев Б. Л.</i> Рассеяние радиоволн метеорными следами .....	104
<i>Мисюра В. А.</i> Многолетние комплексные радиофизические исследования околоземного и космического пространства .....	117
<i>Ширман Я. Д.</i> К сорокалетию харьковских работ по теории и технике разрешения и сверхразрешения .....	124
<i>Леховицкий Д. И.</i> К теории адаптивной обработки сигналов в системах с центральной симметрией каналов приема .....	140
<i>Литвинов В. В.</i> Потенциальная и реальная эффективность когерентно-импульсных систем СДЦ в обзорных РЛС при однозначном измерении дальности .....	158
<i>Лагутин М. Ф.</i> Лазерная резонансная локация в экологии космического пространства .....	173
<i>Пресняков И. Н.</i> Адаптивная фильтрация случайных процессов на основе их динамических моделей .....	187
<i>Прошкин Е. Г.</i> Определение основных метеорологических величин в пограничном слое атмосферы методом радиоакустического зондирования. ....	196
<i>Терещенко А. И.</i> Возможности и проблемы СВЧ-энергетики .....	205
<i>Гомозов В. И.</i> К теории установления частоты автоколебаний ...	215

<b>Чурюмов Г. И.</b> Современное состояние теории и практики магнетронных приборов с азимутальной симметрией .....	231
<b>Осинский В. И., Сундучков К. С.</b> СВЧ-устройства и системы на основе полупроводников АЗВ5.....	242
<b>Гордиенко Ю. Е.</b> Резонансные измерительные преобразователи в диагностике микрослоистых структур .....	253
<b>Шнюков В. Ф., Лушкин А. Е.</b> О механизме эмиссии металлопористых катодов .....	267
<b>Кузьмин И. В., Кузьмин А. И., Рудык С. П.</b> Основы теории оценки эффективности, качества и оптимальности сложных систем .....	277