ПРИМЕНЕНИЕ АТОМАРНЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ СИНТЕЗА ДЕКОНВОЛЮЦИОННЫХ ОКОН С ЦЕЛЬЮ РЕСТАВРАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Афанасьев В. А.
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
61166, Харьков, пр. Ленина, 14, каф. высшей математики, тел. (057) 702-13-72,
E-mail: hm@kture.kharkov.ua

A new class of finite deconvolution windows for image restoration is considered. The windows are defined as linear combinations of atomic function shift products. The linear combination coefficients are chosen so as to minimize some functional.

1. Введение

Восстановление (реставрация) изображений – это научное направление по разработке методов и средств компенсации искажений, вносимых в изображения в процессе их формирования, регистрации или передачи. Во многих случаях искажение можно приближенно считать следствием линейного преобразования исходного сигнала. Это происходит, например, в результате турбулентности атмосферы, движения или аберраций оптической системы. Другая особенность наблюдаемого изображения – наличие в нем аддитивных случайных помех (шумов). Шумы возникают в трактах формированиях, передачи и приема сигналов.

В последнее время широкое распространение получили линейные методы восстановления изображений (ВИ), которые применяются в пространственной или частотной областях. Примером могут служить методы инверсной, винеровской фильтрации, оптимальной линейной фильтрации. В этих методах ВИ осуществляется с помощью соответствующих восстанавливающих фильтров в частотной области [1]. Цель доклада – разработка нового класса финитных деконволюционных окон (ФДО) для ВИ в пространственной области. При этом используется статистический подход для описания двумерных сигналов, а также теория атомарных функций, созданная В. А. Рвачевым и В. Л. Рвачевым [2]. Применение ФДО позволяет построить эффективные алгоритмы ВИ, требующие небольшого количества арифметических операций по сравнению с алгоритмами, основанными на преобразовании Фурье.

2. Постановка задачи и метод решения

Задачу ВИ можно свести к следующей постановке. Пусть $J(x,y), N_1(x,y), N_2(x,y)$ – независимые случайные однородные поля (СОП) с нулевым средним значением, у которых спектральные плотности $S(\lambda_1,\lambda_2), S_1(\lambda_1,\lambda_2), S_2(\lambda_1,\lambda_2)$ соответственно предполагаются известными. Истинное изображение $J_u(x,y)$ имеет вид $J_u(x,y) = J(x,y) + A, A > 0$. Наблюдаемое изображение $J_H(x,y)$ представим в форме

$$J_H(x,y) = \iint_{R^2} K(x-\tau, y-\eta)[J_u(\tau,\eta) + N_1(\tau,\eta)]d\tau d\eta + N_2(x,y), \qquad (1)$$

где $K(x,y)$ – функция рассеяния точки, $K(x,y) \in L_1(R^2)$, а $N_1(x,y)$ и $N_2(x,y)$ – шумы на входе и выходе приемника изображений соответственно. Соотношение (1) преобразуем к виду

$$J_H(x,y) = K(x,y) * [J(x,y) + N_1(x,y)] + N_2(x,y) + A_1,$$

где $A_1 = K(x,y) * A = M[J_H(x,y)]$, $M[\tau]$ – математическое ожидание случайной величины τ. Значение A_1 можно определить статистическими методами. Рассмотрим СОП $J_{H0}(x,y) = J_H(x,y) - A_1$. Для него $M[J_{H0}(x,y)] = 0$. Оценку $J_R(x,y)$

изображения $J_u(x,y)$ получаем следующим образом. Сначала находим оценку $J_{R0}(x,y)$ сигнала $J(x,y)$ в виде

$$J_{R0}(x,y) = W(x,y) * J_{H0}(x,y),$$

где $W(x,y)$ – ФДО. Далее, положим $J_R(x,y) = J_{R0}(x,y) + A.$ Функция $W(x,y)$ определяется так:

$$W(x,y) = \sum_{k=1}^{n} c_k h_{\alpha 1}[\beta_1(x - d_{k1})] h_{\alpha 2}[\beta_2(y - d_{k2})], \qquad (2)$$

где $h_\alpha(x)$ – атомарная функция [2],

$h_\alpha(x) = \dfrac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} \prod_{m=1}^{\infty} \dfrac{\sin(t\alpha^{-m})}{t\alpha^{-m}} dt, \alpha > 1; d_{k1}, d_{k2}$ – параметры сдвига, β_1, β_2 – коэффициенты растяжения-сжатия.

Неизвестные коэффициенты c_k в (2) найдем из условия минимума функционала

$$I(W) = M[J_{R0}(x,y) - J(x,y)]^2.$$

Набор чисел $d_{k1}, d_{k2}, \beta_1, \beta_2$ позволяет задать форму носителя $W(x,y)$. Предполагая функцию $K(x,y)$ четной по x и y, естественно считать, что и $W(x,y)$ является четной по x и y. Обозначим через $K_1(\lambda_1,\lambda_2), W_1(\lambda_1,\lambda_2)$ преобразования Фурье функций $K(x,y)$ и $W(x,y)$. Пусть

$$F(\lambda_1,\lambda_2) = S(\lambda_1,\lambda_2)[1 - 4\pi^2 K_1(\lambda_1,\lambda_2) W_1(\lambda_1,\lambda_2)]^2 +$$
$$4\pi^2 W_1^2(\lambda_1,\lambda_2)[S_2(\lambda_1,\lambda_2) + 4\pi^2 K_1^2(\lambda_1,\lambda_2) S_1(\lambda_1,\lambda_2)].$$

Тогда

$$I(W) = \iint_{R^2} F(\lambda_1,\lambda_2) d\lambda_1 d\lambda_2. \qquad (3)$$

Отметим, что

$$W_1(\lambda_1,\lambda_2) = \frac{1}{2\pi\beta_1\beta_2} \tilde{h}_{\alpha 1}\left(\frac{\lambda_1}{\beta_1}\right) \tilde{h}_{\alpha 2}\left(\frac{\lambda_2}{\beta_2}\right) \sum_{k=1}^{n} c_k \cos(d_{k1}\lambda_1 + d_{k2}\lambda_2),$$

где $\tilde{h}_\alpha(\lambda) = \prod_{m=1}^{\infty} \dfrac{\sin(\alpha^{-m}\lambda)}{\alpha^{-m}\lambda}.$

Нахождение коэффициентов c_k сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений относительно c_k.

3. Выводы

В ходе исследований получен новый класс ФДО в виде линейной комбинации произведений сдвигов атомарных функций для ВИ, имеющих структуру СОП непрерывного аргумента. Отметим, что в работе [3] рассмотрена задача о нахождении ФДО для ВИ в общей постановке, без привлечения теории атомарных функций. В работе [5] изучались ФДО, построенные на основе атомарных функций, но при иных предположениях относительно шума в наблюдаемом изображении. В работе [4] исследован метод ВИ, которые имеют структуру СОП дискретного аргумента, на основе деконволюционных окон.

Практическая значимость результатов исследования заключается в том, что применение ФДО позволяет создать алгоритмы ВИ, которые требуют небольшого количества арифметических операций по сравнению с алгоритмами, основанными на преобразовании Фурье. Использование атомарных функций в представлении (2) оправдано их хорошими аппроксимационными свойствами, а также тем, что их преобразования Фурье достаточно быстро убывают на бесконечности.

Отметим, что в дальнейшем алгоритмы ВИ на основе ФДО можно применить не только к искаженным и зашумленным СОП, но также к изображениям, которые можно сегментировать на участки, имеющие структуру таких полей. При этом различным участкам соответствуют различные спектральные плотности и функции $K(x,y)$. Кроме того, возможно рассмотрение функций $K(x,y)$ достаточно общего вида, без предположения их четности по x и y. Как следствие, изменится вид функции $F(\lambda_1,\lambda_2)$ в (3).

Список литературы: 1. Василенко Г. И., Тараторин А. М. Восстановление изображений. М.: Радио связь, 1986.302с. 2. Рвачев В. Л., Рвачев В. А. Неклассические методы теории приближений в краевых задачах. Киев: Наукова думка, 1979.194с. 3. Афанасьев В. А., Кравченко В. Ф., Рвачев В. А., Рвачев В. Л. Оптимальные финитные окна для восстановления изображений // Докл. АН СССР.1992. Т.322,№3.с.498-500.4. Кравченко В. Ф., Афанасьев В. А. Реставрация изображений с помощью деконволюционных окон // Измерительная техника. 1992.№3.с.9-10. 5.Афанасьев В. А., Кравченко В.Ф., Рвачев В. А., Рвачев В. Л. Восстановление изображений с помощью деконволюционных окон, построенных на основе атомарных функций // Докл. АН СССР.1991.Т.321,№5.с.938-940.