

СВЕРХНАПРАВЛЕННОСТЬ В СТАТИСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ АНТЕНН

Я.С. ШИФРИН, В.В. ДОЛЖИКОВ, В.Ю. РАДЧЕНКО

Рассматриваются задачи статистического синтеза линейной непрерывной антенны на максимум ее среднего коэффициента направленного действия (КНД) и среднего коэффициента усиления (КУ). Изложена процедура решения этих задач, ключевым элементом которой является учет случайных ошибок в антенне на начальном этапе решения задачи синтеза, что приводит к существенному подавлению эффекта сверхнаправленности (СН). Приведены графики, иллюстрирующие степень подавления СН в зависимости от параметров ошибок, величины омических потерь и размеров антенны.

Ключевые слова: сверхнаправленность, статистическая теория антенн, случайные ошибки.

ВВЕДЕНИЕ

Как известно из общей теории антенн, задача синтеза антенны ограниченных размеров может быть точно решена для диаграммы направленности (ДН) с ограниченным спектром (реализуемых ДН). ДН, не обладающие этим свойством, можно синтезировать лишь приближенно. Интересно, однако, что и в этом случае, в принципе, можно получить ДН сколь угодно близкую к заданной нереализуемой ДН или, имея, например, линейную антенну размера L , получить КНД значительно больший, чем $2L/\lambda$, или получить ДН с шириной значительно меньшей, чем $60^\circ \lambda/L$, характерные для «эталонной» системы – синфазной антенны с равномерным амплитудным распределением. Это явление получило название сверхнаправленности (СН), а соответствующие антенны называют сверхнаправленными. Реализация сверхнаправленности достигается созданием в антенне осциллирующего амплитудно-фазового распределения (АФР) источников с периодом меньшим, чем половина длины волны и с большими пиковыми значениями (амплитудами) их. Следствием этого являются ряд однозначно взаимосвязанных недостатков СН антенн: большие потери и низкий КПД, узкополосность, малая эффективность излучения, жесткие требования к точности установки и поддержанию необходимого АФР источников. По мере углубления в область СН, период осциллирующей АФР уменьшается, а их амплитуды растут. Соответственно, усиливаются и отмеченные выше недостатки СН антенн. И, тем не менее, интерес к созданию таких антенн не ослабевает, поскольку очень заманчивым представляется иметь антенну небольших размеров с достаточно высокими характеристиками. К тому же, такие недостатки, как большие потери и низкий КПД, могут быть существенно ослаблены, если при построении антенны использовать высокотемпературные сверхпроводящие материалы или если антенна работает при низких температурах. В ряде случаев можно вполне смириться и с такими

недостатками СН антенн, как их узкополосность и низкая эффективность излучения. Существенным остается такой недостаток этих антенн, как их высокая чувствительность к случайным ошибкам (флуктуациям) в АФР источников, всегда присутствующим в реальных антеннах. Именно эти случайности принципиально лимитируют достижимую СН антенн и затрудняют их практическую реализацию.

Исследование влияния случайностей на те или иные характеристики антенн составляет предмет статистической теории антенн (СТА). Поэтому интересующий нас вопрос о влиянии случайностей на СН является одним из аспектов СТА, и его надо изучать, используя понятия и аппарат этой теории. В основе его рассмотрения лежит та или иная задача статистического синтеза антенны, характерной особенностью которой является учет имеющихся в антенне случайных ошибок на этапе постановки задачи. Что же касается критериев, по которым проводится синтез, то они аналогичны тем, которые используются в детерминированной теории синтеза антенн и приводят к появлению эффекта СН. Однако теперь эти критерии формулируются на «языке» СТА, то есть с использованием антенных параметров, присущих СТА. Так, например, вместо задачи о максимизации КНД мы имеем задачу о максимизации среднего КНД, задача о минимизации ширины ДН заменяется задачей о минимизации ширины средней ДН и т.д. При этом и сам эффект СН определяется по тому, насколько максимум среднего КНД превышает величину, равную $2L/\lambda$, или насколько ширина средней ДН меньше величины $60^\circ \lambda/L$ и т.п. Меняется и представление о чувствительности антенны к случайным ошибкам в АФР. В задачах детерминированного синтеза чувствительность к случайным ошибкам характеризует, насколько сильно изменится оптимальная ДН (или значения оптимизированного параметра – КНД, ширины ДН и т.д.) при появлении ошибок в АФР. Если же синтез проводится в статистической по-

становке, то присутствие случайных ошибок в АФР уже учтено при постановке задачи синтеза и найденная ДН (или значение рассматриваемого параметра) оптимальна именно для заданных ошибок. Тем не менее, понятие чувствительности можно сохранить и в задачах статистического синтеза, если вложить в него другой смысл, и, соответственно, иначе его определять. Целесообразно ввести понятие чувствительности оптимизируемого параметра к «чужим» ошибкам. В такой трактовке чувствительность будет определять, каким реально будет значение параметра, по которому проводился синтез, если в процессе реализации оптимального АФР или в ходе эксплуатации антенны значения дисперсии α и (или) радиуса корреляции случайных ошибок ρ будут немного отличаться от их значений, принятых при постановке задачи статистического синтеза. Помимо чувствительности, в задачах синтеза используется также понятие устойчивости решения. В задачах статистического синтеза устойчивость решения характеризует, насколько будет отличаться значение оптимизируемого параметра от его предельно возможного значения, если при синтезе (например, по незнанию) ориентировались на значения α и ρ , несколько отличающиеся от их реальных значений. Иными словами, устойчивость решения характеризует степень изменения оптимизируемого параметра при малом изменении дисперсии и (или) радиуса корреляции ошибок при постановке задачи синтеза.

Детально вопрос о трансформации эффекта СН в СТА рассмотрен в работах [1,2], посвященных задачам статистического синтеза линейной непрерывной антенны с малыми фазовыми ошибками – по максимуму среднего КНД, максимуму среднего КУ (коэффициента усиления), минимуму ширины средней ДН, а также по минимуму среднего СКО реализуемой ДН от заданной комплексной ДН. В этих работах рассматривается задача детерминировано-статистического синтеза [3], когда искомым является регулярное АФР, которое, будучи реализованным с заданными случайными ошибками, обеспечит оптимум искомой средней характеристики. Результаты работ [1,2] по статистическому синтезу линейной системы по заданной комплексной ДН в сжатом виде опубликованы в работе [4]*. К сожалению, ряд важных и интересных результатов работ [1,2], в частности, по статистическому синтезу непрерывной антенны с максимумом среднего КНД и максимумом среднего КУ в периодической открытой печати не публиковались. Восполнение этого досадного пробела и составляет цель данной статьи. Подобное рассмотрение представляется практически весьма важным, ибо оно способствует решению вопроса о том, насколько все же можно продвинуться в область СН при желании реализовать более высокое значение указанных

* В работе [4] учитываются как фазовые, так и амплитудные ошибки в распределении источников.

параметров антенны и насколько приемлемыми при этом будут проявления СН по другим ее параметрам. Последнее следует из того, что, как отмечалось выше, все черты СН связаны друг с другом, например, через коэффициент СН [1, 2].

1. СРЕДНЯЯ ДИАГРАММА НАПРАВЛЕННОСТИ

Рассмотрим линейную систему непрерывно распределенных и одинаково ориентированных источников длиной L со случайными фазовыми ошибками. ДН (комплексный множитель) такой системы можно записать в виде [5]:

$$f(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^{+1} A_0(x) e^{i[\varphi(x)+ux]} dx, \quad (1)$$

где $u = \pi L \sin \theta / \lambda$, θ – угол, отсчитываемый от нормали к оси системы, λ – длина волны, $A_0(x)$ – АФР источников в отсутствие случайных ошибок, $x = 2z/L$ – относительная координата, z – координата вдоль антенны, $\varphi(x)$ – случайная функция, описывающая флуктуации фазы.

Будем считать, что ошибки распределены нормально, с нулевым средним значением, и однородны вдоль антенны, то есть их дисперсия постоянна, а корреляционная функция зависит лишь от разности координат. Коэффициент корреляции примем в гауссовой форме. При указанных допущениях относительно фазовых ошибок средняя ДН по полю и средняя ДН по мощности описываются выражениями [5]

$$\overline{f(u)} = e^{-\alpha/2} f_0(u), \quad (2)$$

$$\overline{|f(u)|^2} = e^{-\alpha} \left\{ |f_0(u)|^2 + \frac{\alpha}{4\pi^2} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\alpha^{p-1}}{p!} \times \right. \\ \left. \times \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} A_0(x) A_0^*(x_1) e^{-\frac{(x-x_1)^2}{c_p^2} + i(x-x_1)u} dx dx_1 \right\}, \quad (3)$$

где

$$f_0(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^{+1} A_0(x) e^{iux} dx \quad (4)$$

ДН в отсутствие ошибок, $\alpha = \sigma_0^2$ – дисперсия ошибок (σ_0 – СКО ошибок); c – радиус корреляции в относительных единицах, связанный с абсолютным радиусом корреляции ρ их соотношением $c = 2\rho/L$; $c_p = c/\sqrt{p}$.

Если в (3) раскрыть скобки, то первое слагаемое дает квадрат среднего поля (когерентное слагаемое), а второе – дисперсию поля (некогерентное слагаемое). Это слагаемое, характеризующее искажение средней ДН, обусловленное случайными ошибками в АФР, приводит к «размыванию» (сглаживанию) средней ДН [5]. Отсюда ясно, что использование при статистическом синтезе средней ДН должно ослабить проявление черт СН в ДН антенны (крутые фронты, слишком узкие ДН и т. д.).

Представим далее регулярное АФР в виде ряда по полной системе базисных функций $\psi_n(a, ax)$

$$A_0(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n \psi_n(a, ax), \quad (5)$$

где $a = \pi L/\lambda$, $\psi_n(a, ax)$ – собственные функции интегрального уравнения с вещественным симметричным ядром [6]

$$\lambda_n(a) \psi_n(a, u) = \int_{-a}^a \frac{\sin a(u-v)}{\pi(u-v)} \psi_n(a, v) dv, u, v \in [-a, a]. \quad (6)$$

Здесь $\lambda_n(a)$ – собственные значения уравнения (6), положительные вещественные числа, перенумерованные так, что

$$1 > \lambda_0 > \lambda_1 > \lambda_2 > \dots > 0.$$

Функции $\psi_n(a, ax)$ обладают свойством двойной ортогональности на интервалах $[-a, a]$ и $(-\infty, \infty)$ и связаны с вытянутыми угловыми сфероидальными функциями $S_{0n}(a, u/a)$, нормированными по Фламмеру [7], следующим образом:

$$\psi_n(a, ax) = \frac{1}{\sqrt{a}} \frac{\sqrt{\lambda_n(a)}}{k_n(a)} S_{0n}(a, x), \quad (7)$$

где коэффициенты $k_n(a)$ определяются соотношением

$$k_n^2(a) = \int_{-1}^1 S_{0n}^2(a, x) dx. \quad (8)$$

Подставляя (5) в (2) и (3), после некоторых преобразований получим для средних ДН по полю и по мощности следующие выражения

$$\overline{f(u)} = e^{-\alpha/2} f_0(u) = e^{-\alpha/2} \sum_{n=0}^{\infty} a_n \psi_n(a, u), \quad (9)$$

$$\overline{|f(u)|^2} = e^{-\alpha} \left\{ |f_0(u)|^2 + \alpha \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{m,n} \frac{\alpha^{p-1}}{p!} a_n a_m^* I_{nm}^{(p)}(a, c_p, u) \right\}. \quad (10)$$

Здесь

$$a_n = i^n \sqrt{\frac{\lambda_n(a)}{2\pi a}} b_n, \quad (11)$$

$$I_{nm}^{(p)}(a, c_p, u) = \frac{1}{2\pi} \frac{i^{m-n}}{k_n(a) k_m(a)} \times \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 S_{0n}(a, x) S_{0m}(a, x_1) e^{-(x-x_1)^2/c_p^2 + iu(x-x_1)} dx dx_1. \quad (12)$$

Представим выражение для диаграмм направленности (9) и (10) в матричном виде, ограничиваясь $(N+1)$ членом в разложениях АФР и ДН,

$$\overline{f(u)} = e^{-\alpha/2} (\mathbf{a}^{*T} \mathbf{w}), \quad (13)$$

$$\overline{|f(u)|^2} = e^{-\alpha} [\mathbf{a}^{*T} (\mathbf{w} \mathbf{w}^{*T} + \alpha \mathbf{Q}) \mathbf{a}], \quad (14)$$

где \mathbf{a} – вектор размерности $(N+1)$ коэффициентов разложения $f_0(u)$ в ряд по ψ_n , \mathbf{w} – вектор размерности $(N+1)$ с элементами $w_n = \psi_n(a, u)$, $*$ – знак комплексного сопряжения, T – знак транспонирования,

$$\mathbf{Q} = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\alpha^{p-1}}{p!} \mathbf{I}^{(p)} \quad (15)$$

и $\mathbf{I}^{(p)}$ – квадратная матрица размерности $(N+1) \times (N+1)$ с элементами $I_{nm}^{(p)}(a, c_p, u)$.

Слагаемые в (5) можно рассматривать как пространственные гармоники АФР, каждая из которых формирует свою диаграмму направленности, описываемую соответствующим слагаемым из (9). Для гармоник с номерами $n < 2a/\pi$ ($n < 2L/\lambda$) максимум ДН находится в области видимости, поэтому их часто называют активными, а гармоники с $n > 2L/\lambda$, у которых максимум ДН расположен в области мнимых углов – соответственно, реактивными.

Соотношения (9) – (14) справедливы при любых значениях радиусов корреляции c и дисперсии α .

2. СИНТЕЗ ЛИНЕЙНОЙ АНТЕННЫ С МАКСИМАЛЬНЫМ СРЕДНИМ КНД

В качестве исходного, для определения среднего КНД в направлении u_0 используем выражение [5]

$$\bar{D} = 2a \frac{\bar{P}_0}{\bar{P}_\Sigma} = 2a \frac{\overline{|f(u_0)|^2}}{\int_{-a}^a \overline{|f(u)|^2} du}, \quad (16)$$

где \bar{P}_0 – средняя мощность излучения в направлении u_0 ; \bar{P}_Σ – средняя мощность излучения антенны.

С использованием (13) и (14) выражение (16) приводится к следующему виду

$$\bar{D} = 2a \frac{\mathbf{a}^{*T} (\mathbf{w} \mathbf{w}^{*T} + \alpha \mathbf{Q}) \mathbf{a}}{\mathbf{a}^{*T} (\mathbf{L} + \alpha \mathbf{B}) \mathbf{a}}, \quad (17)$$

где элементы матрицы \mathbf{Q} определяются для $u = u_0$ по формуле (15); \mathbf{L} – квадратная матрица размерности $(N+1) \times (N+1)$ с элементами

$$L_{nm} = \lambda(a) \delta_{nm}; \quad \mathbf{B} = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\alpha^{p-1}}{p!} \mathbf{J}^{(p)}$$

– матрицы размерности $(N+1) \times (N+1)$; $\mathbf{J}^{(p)}$ – матрицы размерности $(N+1) \times (N+1)$ с элементами $J_{nm}^{(p)}(a, c_p)$; $J_{nm}^{(p)}(a, c_p)$ – результат интегрирования $I_{nm}^{(p)}(a, c_p, u)$ по u в пределах $[-a, a]$,

$$J_{nm}^{(p)}(a, c_p) = \int_{-a}^a I_{nm}^{(p)}(a, c_p, u) du = \frac{1}{\pi} \frac{i^{m-n}}{k_n(a) k_m(a)} \times \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 S_{0n}(a, x) S_{0m}(a, x_1) \frac{\sin[a(x-x_1)]}{x-x_1} e^{-(x-x_1)^2/c_p^2} dx dx_1. \quad (18)$$

Отыскание оптимального вектора \mathbf{a} , обеспечивающего максимум среднего КНД, сводится к нахождению максимума отношения двух эрмитовых форм – неотрицательно определенной в числителе и положительно определенной в знаменателе. Известно [8], что этот максимум равен максимальному корню характеристического уравнения пучка

$$\det[\mathbf{w}\mathbf{w}^{*T} + \alpha\mathbf{Q} - \mu\mathbf{V}] = 0, \quad (19)$$

где μ – множитель Лагранжа, $\mathbf{V} = \mathbf{L} + \alpha\mathbf{B}$.

В работе [9] показано, что максимальный корень (19) находится из соотношения

$$\mu_m = \mathbf{w}^{*T} \left(\mathbf{V} - \frac{\alpha}{\mu_m} \mathbf{Q} \right)^{-1} \mathbf{w}. \quad (20)$$

Соответствующий собственный вектор \mathbf{a} , на котором достигается $\mu_m = \bar{D}_m/2a$, определяется следующим выражением

$$\mathbf{a} = \left(\mathbf{V} - \frac{\alpha}{\mu_m} \mathbf{Q} \right)^{-1} \mathbf{w}. \quad (21)$$

Аналитическое решение (20) невозможно. Однако, если учесть, что элементы матрицы \mathbf{Q} не больше элементов матрицы \mathbf{V} [1], а параметр α/μ_m мал, то можно, используя разложение обратной матрицы по малому параметру [10], найти приближенные решения для величин \bar{D}_m и оптимального вектора \mathbf{a} . Окончательные расчетные формулы оказываются весьма громоздкими [1,2]. Рассчитанные по этим формулам зависимости \bar{D}_m/D_0 (где $D_0 = 2L/\lambda$ – КНД «эталонной» линейной антенны в отсутствие ошибок) от дисперсии и радиуса корреляции фазовых ошибок приведены на рис. 1. На рис. 2 приведены кривые оптимальных нормированных амплитудно-фазовых распределений, полученные в результате синтеза при $\alpha = 0,1$ и $c = 0.2$ (кривая 1) и $c = 1.2$ (кривая 2). Сплошные кривые рис. 1 и кривые рис. 2 строились для антенны поперечного излучения $u_0 = 0$ размером $L = 3\lambda$ ($a = \pi L/\lambda \approx 10$) при $N = 12$.

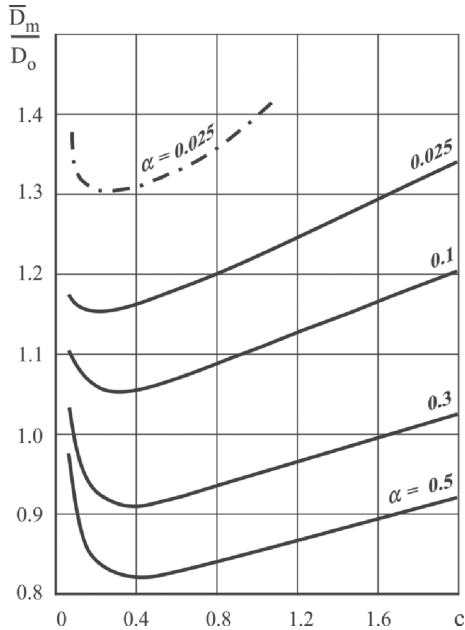


Рис. 1. Зависимость максимального среднего КНД линейной антенны от параметров случайных фазовых ошибок

Как видно из рис. 1, даже при α , равном 0,025 ($\sigma_0 = 9^\circ$), СН по КНД, определяемая как отношение \bar{D}_m/D_0 , не превышает нескольких десятков

процентов. С увеличением дисперсии ошибок величина \bar{D}_m , естественно, уменьшается. Зависимость от радиуса корреляции c оказывается более сложной. При некотором значении c величина \bar{D}_m/D_0 достигает минимума (то есть СН наиболее подавлена). В зависимости от α , соответствующее значение c лежит в пределах 0.15 – 0.4. При дальнейшем увеличении величины c СН растет. Так для $\alpha = 1$ значение \bar{D}_m/D_0 при $c = 0.2$ мало и составляет ≈ 1.06 , а при $c = 1.2$ оно увеличивается до величины ≈ 1.14 . На рис. 2 это проявляется в том, что при переходе от кривой 1 ($c = 0.2$) к кривой 2 ($c = 1.2$) период осцилляций в оптимальном АФР уменьшается, а амплитуда их растет.

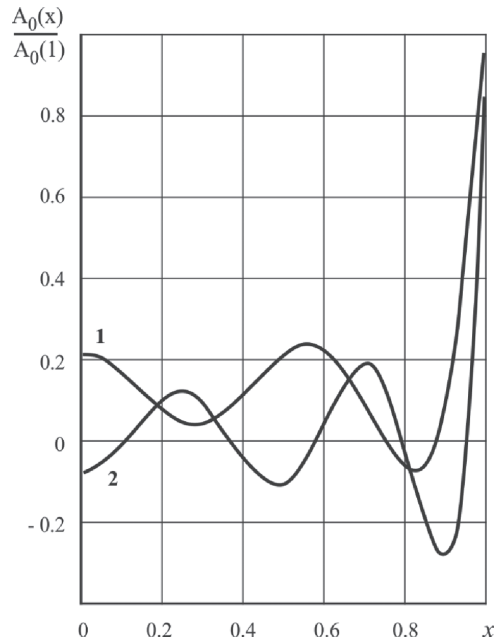


Рис. 2. Кривые оптимальных амплитудно-фазовых распределений

Вернемся снова к рис. 1. На этом рисунке помимо сплошной кривой для $\alpha = 0.025$, соответствующей длине антенны $L = 3\lambda$, приведена также пунктирная кривая, соответствующая тому же значению α , но для более короткой антенны со значением $a = 5$ ($L \approx 1.5\lambda$). Сравнение этих кривых показывает, что при одинаковых параметрах ошибок антенна большей длины имеет меньшее значение \bar{D}_m/D_0 , то есть меньшую сверхнаправленность. Заметная СН может быть реализована лишь в антеннах малых размеров, длина которых не превышает нескольких длин волн. В этом плане полученные результаты существенно отличаются от результатов детерминированного синтеза. При детерминированном синтезе антенны различной длины могут иметь одинаковую степень сверхнаправленности. Характеризуя последнюю отношением $D_m^{(0)}/D_0$ (где $D_m^{(0)}$ – максимальное КНД в отсутствие ошибок, при учете N гармоник), имеем для этой величины следующую оценку [1]

$$D_m^{(0)}/D_0 = 1 + \frac{1}{\pi} \left(\frac{N}{L/\lambda} - 2 \right), \quad N > 2L/\lambda. \quad (22)$$

Как видно из (22), для того чтобы антенны разной длины имели одинаковую степень сверхнаправленности, необходимо, чтобы у них было одинаковым отношение числа учитываемых гармоник к длине антенны, выраженной в длинах волн. При этом и число осцилляций в оптимальных АФР, приходящихся на длину волны, будет у них одинаковым.

Важным результатом проведенных исследований является определение области значений параметров ошибок, при которой СН возможна. На рис. 3 приведены изолинии величины \bar{D}_m / D_0 , для антенны длиной $L = 3\lambda$, позволяющие определить эту область. Это область, лежащая ниже изолинии $\bar{D}_m / D_0 = 1$. Для того чтобы глубже понять роль случайных ошибок в регуляризации задачи синтеза антенны с максимальным средним КНД и установить взаимосвязь параметра регуляризации со статистикой ошибок, рассмотрим уравнение (21) относительного оптимального АФР. Воспользовавшись тем, что $\mathbf{V} = \mathbf{L} + \alpha \mathbf{B}$, запишем его в следующем виде

$$\left[\mathbf{L} + \alpha \left(\mathbf{B} - \frac{1}{\mu_m} \mathbf{Q} \right) \right] \mathbf{a} = \mathbf{w}. \quad (23)$$

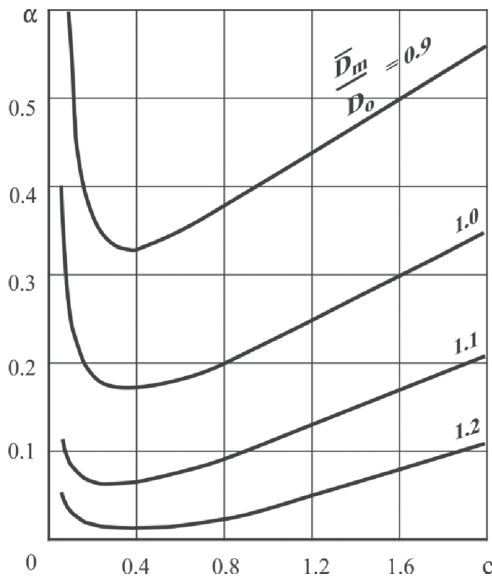


Рис. 3. Изолинии отношения \bar{D}_m / D_0

Это уравнение справедливо при любых α и c . Элементы матриц \mathbf{B} и \mathbf{Q} зависят от дисперсии α и радиуса корреляции c . Наиболее простой вид они приобретают для малых α и c . В этом случае [1], матрицы \mathbf{B} и \mathbf{Q} можно считать диагональными с элементами $J_{nn}^{(1)}(a, c)$ и $I_{nn}^{(1)}(a, c, 0)$, причем $J_{nn}^{(1)}(a, c) = 2aI_{nn}^{(1)}(a, c, 0)$. Введем матрицу $\mathbf{B}_1 = \mathbf{B} - \frac{1}{\mu_m} \mathbf{Q}$ с элементами $J_{nn}^{(1)}(a, c)(1 - 1/\bar{D}_m)$. Тогда (23) примет вид:

$$(\mathbf{L} + \alpha \mathbf{B}_1) \mathbf{a} = \mathbf{w}. \quad (24)$$

В отсутствие ошибок, то есть при $\alpha = 0$, оно переходит в известное уравнение для задачи детерминированного синтеза

$$\mathbf{L} \mathbf{a} = \mathbf{w}, \quad (25)$$

которое относится к некорректным задачам математической физики. Для получения устойчивого решения в этом случае можно, например, ограничить число гармоник в разложении искомого АФР или добавить при решении задачи синтеза дополнительное условие – ограничение на какой-либо параметр антенны: норму тока, добротность, чувствительность к случайным ошибкам и т.п. Как отмечено в [11], типичным для задач синтеза как дискретных, так и непрерывных идеальных (в отсутствие ошибок) антенных систем при наличии различного рода ограничений является операторное уравнение типа

$$(\mathbf{L} + p\mathbf{A}) \mathbf{a} = \mathbf{w}, \quad (26)$$

где p – параметр регуляризации, \mathbf{A} – диагональная матрица, которая в частных случаях может быть единичной*. Параметр p , содержащий неопределенный множитель Лагранжа, определяется из условия выполнения ограничений задачи. Параметр p в определенной мере изменяет элементы главной диагонали матрицы, стоящей в левой части (26), и улучшает ее обусловленность. Однако при этом остается неясным вопрос о целесообразном выборе ограничений на норму тока, добротности и т.д., возникают сложности в нахождении множителя Лагранжа и, соответственно, параметра p . Физически обоснованный учет случайных ошибок на этапе постановки задачи приводит к уравнению (24), которое аналогично (26). При этом α играет роль параметра регуляризации, а \mathbf{B}_1 – роль стабилизирующего функционала, который зависит от радиуса корреляции ошибок.

Аналитически регуляризирующее воздействие случайных ошибок проявляется в существенном подавлении высших (реактивных) гармоник в разложениях АФР и ДН, что приводит к обрыванию ряда для их расчета.

Как показано в [1], при малых ошибках ($\alpha \ll 1$) амплитуда n -й гармоники в разложении ДН по базисным функциям ψ_n определяется выражением

$$a_n = a_{n0} / \left[1 + \alpha \frac{J_{nn}^{(1)}(a, c)}{\lambda_n(a)} \right], \quad (27)$$

где $a_{n0} = \psi_n / \lambda_n$ – амплитуда n -й гармоники в случае «чистой» СН, т.е. при отсутствии ошибок в АФР в антенне. Выражение (27) совпадает с выражением для n -й гармоники в разложении АФР в задаче статистического синтеза непрерывной антенны по заданной комплексной ДН, рассмотренной в [4]. Поэтому, анализируя вопрос об амплитудах активных и реактивных гармоник, их вкладе в решение задачи о синтезе антенны на максимум среднего КНД, можно полностью использовать результаты работы [4] и прежде всего

* В дискретных антеннах вместо матрицы \mathbf{L} имеем матрицу взаимных активных сопротивлений излучателей \mathbf{R} .

Таблица 1

Зависимость амплитуд активных и реактивных гармоник $|a_n|/|a_{n0}|$ от дисперсии α и радиуса корреляций флуктуаций c при $L=3\lambda$

n	α					
	c = 0.4			c = 1.2		
Активные гармоники						
	10 ⁻¹	10 ⁻³	10 ⁻⁵	10 ⁻¹	10 ⁻³	10 ⁻⁵
0	0,911	1	1	0,909	1	1
2	0,918	1	1	0,912	1	1
4	0,927	1	1	0,915	1	1
6	0,884	0,999	1	0,896	0,999	1
Реактивные гармоники						
8	0,283	0,975	1	0,631	0,944	1
10	3,9 · 10 ⁻³	0,284	0,975	8,2 · 10 ⁻²	0,912	0,999
12	1,8 · 10 ⁻⁵	1,8 · 10 ⁻³	0,162	3,6 · 10 ⁻³	0,260	0,974
14	5,6 · 10 ⁻⁸	5,6 · 10 ⁻⁶	5,5 · 10 ⁻⁴	1,0 · 10 ⁻⁴	0,010	0,911
16	1,1 · 10 ⁻¹⁰	1,1 · 10 ⁻⁸	1,1 · 10 ⁻⁶	2,6 · 10 ⁻⁶	2,6 · 10 ⁻⁴	2,6 · 10 ⁻²

При известных параметрах ошибок α и c максимальное число членов ряда N_m , участвующих в формировании оптимального АФР (или максимума среднего КНД), можно оценить из соотношения

$$\alpha \frac{J_{NmNm}^{(1)}(a,c)}{\lambda_{Nm}} \geq 10. \tag{28}$$

Определив значение N_m и подставляя эту величину в соотношение (22) для D_m^0 , получим верхнюю границу максимума среднего КНД для заданных α и c .

3. СИНТЕЗ ЛИНЕЙНОЙ АНТЕННЫ С МАКСИМАЛЬНЫМ СРЕДНИМ КУ

Перейдем теперь к рассмотрению задачи о синтезе линейной антенны на максимум среднего КУ.

По аналогии с определением, принятым в детерминированной теории антенн, определим средний КУ как

$$\bar{G} = 2a \frac{\bar{P}_0}{\bar{P}_\Sigma + \bar{P}_n}, \tag{29}$$

где \bar{P}_n – средняя мощность потерь.

Используя равенство Парсеваля, можно выражение для средней мощности потерь \bar{P}_n представить в виде

$$\bar{P}_n = \chi \int_{-\infty}^{\infty} |f(u)|^2 du, \tag{30}$$

где χ – параметр, определяемый конструкцией антенны и свойствами материалов, из которых выполнена антенна.

Тогда для среднего КУ, с учетом соотношений (13) и (14), получим следующее выражение

$$\bar{G} = 2a \frac{|f(u_0)|^2}{\int_{-a}^a |f(u)|^2 du + \chi \int_{-\infty}^{\infty} |f(u)|^2 du}. \tag{31}$$

кривые для величины $J_{nn}^{(1)}/\lambda_n$, ее зависимости от номера гармоники и радиуса корреляции ошибок c (рис. 4). Эти кривые построены для антенны поперечного излучения длиной $L = 3\lambda$ ($a = 3\pi$).

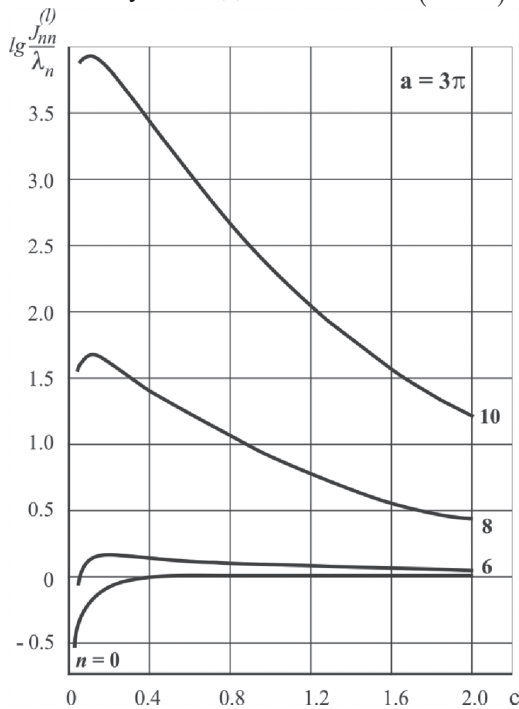


Рис. 4. Графики функций $J_m^{(1)}(a,c)/\lambda_n$

Как видно из этого рисунка, максимальное значение величины $J_{66}^{(1)}/\lambda_6$ составляет величину порядка 1,5 (максимальное значение логарифма $J_{66}^{(1)}/\lambda_6 \approx 0.2$). Из этого факта следует, что при статистическом синтезе на максимум среднего КНД амплитуды активных гармоник a_n ($n \leq 2a/\pi \approx 7$), при любом c мало отличаются от a_{n0} . Для реактивных гармоник ($n > 7$) величина $J_{nn}^{(1)}/\lambda_n$ существенно зависит от c , достигая максимума [1] при $c_{\max} = \sqrt{\pi}/(2n+1)$. При этом в широкой области значений c величины $J_{nn}^{(1)}/\lambda_n \gg 1$ и, соответственно, при не слишком малых α амплитуды реактивных гармоник a_n будут существенно меньше a_{n0} – их значений для случая детерминированного синтеза. Это приведет к быстрому обрыву ряда (5) для АФР и разложения (9) для ДН. Все сказанное (включая соотношение (27)) о зависимости амплитуд разных гармоник от параметров ошибок иллюстрируется приведенной ниже таблицей, заимствованной из работы [4].

Данные этой таблицы показывают, что даже при очень малых α число реактивных гармоник, эффективно участвующих в формировании оптимального АФР и максимума среднего КНД, весьма невелико. Так, при $\alpha = 10^{-5}$ число этих гармоник при $c=0.4$ равно трем, а при $c=1.2$ равно четырем. При $\alpha = 10^{-3}$ имеем, соответственно, две и три эффективные реактивные гармоники, а при $\alpha = 10^{-1}$ заметный вклад в формировании оптимальных АФР и среднего КНД при обоих значениях c вносит лишь первая реактивная гармоника.

С учетом (9), (10), соотношение (31) может быть записано в следующей матричной форме

$$\bar{G} = 2a \frac{\mathbf{a}^{*T} (\mathbf{w}\mathbf{w}^{*T} + \alpha\mathbf{Q}) \mathbf{a}}{\mathbf{a}^{*T} (\mathbf{L}_\chi + \alpha\mathbf{B}_\chi) \mathbf{a}}, \quad (32)$$

где $\mathbf{L}_\chi = \mathbf{L} + \chi\mathbf{E}$, $\mathbf{B}_\chi = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\alpha^{p-1}}{p!} \mathbf{J}_\chi^{(p)}$, $\mathbf{J}_\chi^{(p)} = \mathbf{J}^{(p)} + \chi\mathbf{E}$,

\mathbf{E} – единичная матрица.

Выражение (32) для среднего КУ имеет формально такой же вид, как и выражение (17) для среднего КНД, если в последнем заменить \mathbf{L} на \mathbf{L}_χ и \mathbf{B} на \mathbf{B}_χ .

Поэтому при решении задачи синтеза антенны на максимум среднего КУ \bar{G}_m можно использовать те же соотношения, что и при решении задачи синтеза на максимальный КНД с учетом указанной выше замены. Приведем результаты ряда соответствующих расчетов [2]. На рис. 5 приведены зависимости величины \bar{G}_m / G_0 (где G_0 – КУ антенны с равномерным амплитудным распределением в отсутствие ошибок и тем же значением величины χ) от параметров случайных ошибок α , c и величины χ .

Как и максимальный средний КНД \bar{D}_m , величина \bar{G}_m уменьшается с ростом дисперсии ошибок α и имеет минимум при определенном значении радиуса корреляции ошибок c . Из рис. 5 видно также, что величина \bar{G}_m / G_0 уменьшается с увеличением χ в антенне. Это означает, что рост величины χ в антенне при наличии в ней случайных ошибок сказывается на снижении максимума среднего КУ сильнее, чем на снижении КУ антенны с равномерным АР, не имеющей ошибок.

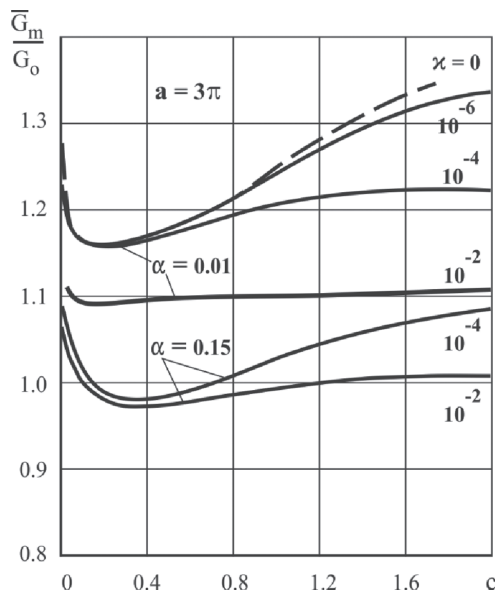


Рис. 5. Зависимость максимального среднего КУ от параметров случайных фазовых ошибок

На рис. 6 приведены (для антенны длиной 3λ) кривые, соответствующие значениям $\bar{G}_m / G_0 = 1$, ограничивающие сверху область значений параметров ошибок α и c , в которой величина

$\bar{G}_m / G_0 \geq 1$. При $\chi > 0$ эти области можно назвать областями сверхусиления.

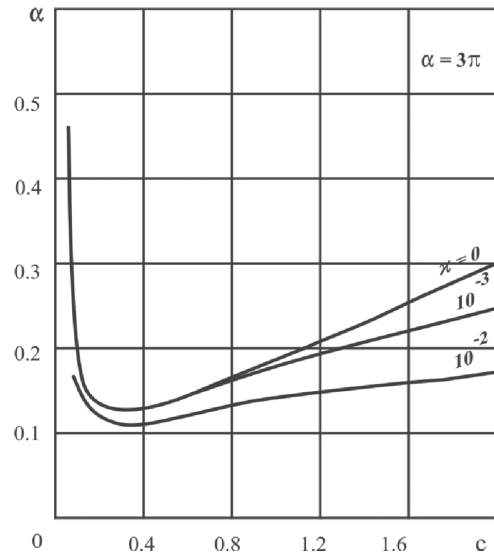


Рис. 6. Область сверхусиления антенны длиной $L = 3\lambda$ для разных значений величины потерь

Область, лежащая ниже кривой $\chi = 0$, определяет значения α и c , при которых можно реализовать режим сверхнаправленности антенны. Последняя, естественно, несколько больше области сверхусиления.

Наличие в антенне, помимо случайных ошибок, также и потерь усиливает степень регуляризации задачи статистического синтеза – уменьшает число гармоник N_m , которое следует учитывать при определении оптимального АФР и максимального среднего КУ. Соотношение (28) для определения числа N_m заменяется соотношением вида

$$\alpha \frac{\chi + J_{N_m N_m}^{(1)}(a, c)}{\lambda_{N_m}} \geq 10. \quad (33)$$

Из сопоставления соотношений (33) и (28) ясно, что в общем случае учет омических потерь уменьшит число N_m . Насколько – зависит от соотношения слагаемых в числителе дроби выражения (33).

Заканчивая на этом рассмотрение вопросов синтеза линейной антенны на максимум ее среднего КНД и КУ, отметим, что характеристики антенны, синтезированные с учетом случайных ошибок, являются устойчивыми и мало чувствительными к «чужим» ошибкам. Показано также [1], что при статистическом синтезе значения оптимизируемых параметров получаются более высокими, чем при детерминированном синтезе с последующим учетом влияния случайных ошибок.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные в статье задачи статистического синтеза линейной непрерывной антенны на максимум среднего КНД и максимум среднего КУ показали, что учет случайных ошибок в АФР при постановке задачи синтеза приводит к

регуляризации этих задач, существенному подавлению эффекта СН. Учет дополнительно омических потерь в задаче максимизации среднего КУ усиливает степень регуляризации задачи синтеза. Тем не менее, при определенных значениях параметров случайных ошибок и величины потерь, сверхнаправленность (СН) и сверхусиление (СУ) возможны. Как показали проведенные расчеты для антенн поперечного излучения небольших размеров, выигрыш в направленности и усилении антенны не превышает нескольких десятков процентов. С увеличением размеров антенн этот выигрыш падает. Представляет интерес провести количественные оценки и для антенн осевого излучения, тем более, что общие формулы, полученные в работах [1, 2], пригодны при любой ориентации луча антенны. Как показано в статистической теории синтеза антенных решеток [11], для осевых решеток можно получить выигрыш по КНД и КУ не в десятки процентов, а в несколько раз, что согласуется с имеющимися экспериментальными данными. Такого же результата можно, по-видимому, ожидать и для непрерывных антенн осевого излучения.

Литература

- [1] Шифрин Я.С., Должиков В.В., Радченко В.Ю., Сверхнаправленность в статистической теории антенн. – Х., 1988. – 140 с. Деп. в УкрНИИТИ 5.01.1988, № 85. – Ук88.
- [2] Радченко В.Ю. Сверхнаправленность в статистической теории антенн. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Харьков, 1993 г, Харьковский институт радиоэлектроники.
- [3] Шифрин Я.С. Статистическая теория антенн (Современное состояние, основные направления развития). – Харьков. 1985. 181 с. Деп. в Укр НИИТИ 9.09.85 № 2098.
- [4] Шифрин Я.С., Должиков В.В. Статистический синтез линейной непрерывной антенны по заданной диаграмме направленности // Радиотехника и электроника. – 1994. – Т. 39. – № 8-9. – С. 1329-1335.
- [5] Шифрин Я.С. Вопросы статистической теории антенн. – М.: Советское радио. 1970, 384 с. (англ. перевод Shifrin Y.S. Statistical Antenna Theory Golem Press 1971, 371 p.
- [6] Функции с двойной ортогональностью в радиоэлектронике и оптике (Пер. с англ). Перевод М.К. Размахнина, В.А. Яковлева. – М., Сов. радио, 1971. – 256 с.
- [7] Фламмер К. Таблицы волновых сфероидальных функций – М., ВЦАН СССР, 1962. – 133 с.
- [8] Минкович Б.М., Яковлев В.П. Теория синтеза антенн. – М. Сов. Радио, 1969. – 296 с.
- [9] Cheng D.K., Tseng F.Y. Gain optimization for arbitrary antennas arrays IEEE Trans. Antennas and Propagation, 1965, v.AP-13, № 66, p. 973.
- [10] Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М.: ГИТТЛ, 1953. – 491 с.
- [11] Корниенко Л.Г., Шифрин Я.С. Статистический синтез антенн Гл 13 в кн: Проблемы антенной техники Под ред. Л.Д. Бахраха, Д.И. Воскресенского М., Радио и связь, 1989, с. 275-297.

Поступила в редколлегию 22.08.2011



Шифрин Яков Соломонович, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник ХНУРЭ. Область научных интересов: радиофизика и прикладная электродинамика.



Должиков Владимир Васильевич, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры основ радиотехники ХНУРЭ. Область научных интересов: излучение и рассеяние электромагнитных волн, теория и техника антенн.

УДК 621.396.67

Надспрямованість у статистичній теорії антен / Я.С.

Шифрин, В.В. Должиков, В.Ю. Радченко // Прикладна радіоелектроніка: наук.-техн. журнал. – 2011. Том 10. № 3. – С. 277-284.

Розглядаються завдання статистичного синтезу лінійної неперервної антени на максими її середнього коефіцієнта спрямованої дії (КСД) і середнього коефіцієнта підсилення (КП). Викладено процедуру вирішення цих завдань, ключовим елементом котрих є врахування випадкових помилок в антені на початковому етапі вирішення завдань синтезу, що призводить до суттєвого подавлення ефекту надспрямованості (НС). Наведено графіки які ілюструють ступень подавлення НС залежно від параметрів помилок, величини омичних втрат і розмірів антен.

Ключові слова: надспрямованість, статистична теорія антен, випадкові помилки.

Табл. 01. Іл. 05. Бібліогр.: 11 назв.

UDC 621.396.67

Superdirectivity in statistical theory of antennas // Ya.S.

Shifrin, V.V. Dolzhikov, V.Yu. Radchenko // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. – 2011. Vol. 10. № 3. – P. 277-284.

Problems of linear continuous antenna statistical synthesis to obtain maxima of its mean directivity and mean gain are considered. A technique of solving these problems is given. Its key element is taking into account random errors in the antenna at the initial stage of synthesis problem solution, which leads to significant suppression of superdirectivity (SD). Plots illustrating a degree of SD suppression versus error parameters, ohm loss values and antenna sizes are presented.

Keywords: superdirectivity, statistical theory antennas, random errors.

Tab. 01. Fig. 05. Ref.: 11 items.