

МЕТОД СТРУКТУРНОГО СИНТЕЗА ДЕРЕВООБРАЗНЫХ АВТОМАТОВ

А. П. Стахов, Н. В. Алипов

Харьков

Новая эпоха современной электроники — эпоха микроэлектроники — характеризуется применением интегральных схем и интегральных подсистем, которые позволили значительно повысить надежность ЦВМ [1] и обусловили необходимость разработки методов построения дискретных автоматов [ДА], использующих в качестве «элементарных» автоматов интегральные подсистемы.

В настоящее время промышленность выпускает в интегральном исполнении сумматоры, счетчики, регистры [1]. Очевидно, что задача построения ДА, для которых «элементарными» автоматами служат интегральные подсистемы (сумматоры, счетчики, регистры и др.), не является тривиальной. Представляется целесообразным начать ее решение с рассмотрения некоторых сравнительно простых классов ДА. В этой работе рассматриваются автоматы Мура, особенность задающего графа которых состоит в том, что в каждую его вершину за исключением начальной [2], входит только одна стрелка (рис. 1, а). Такой граф называется деревом. В дальнейшем ДА указанного класса будем называть деревообразными. Примерами деревообразных автоматов являются различные программные устройства, устройства управления преобразователей «аналог-код» и др.

Согласно [2] дискретный автомат, являющийся автоматом Мура, можно задать направленным графом, вершинам которого соответствуют состояния автомата a_i и выходные сигналы $y_i = \lambda(a_i)$, а стрелкам — входные сигналы x_j . Стрелка x_j , ведущая из вершины a_i в вершину a_l , соответствует переходу автомата из состояния a_i в состояние a_l , вызываемому входным сигналом x_j . Функция $y_i = \lambda(a_i)$ является функцией выходов ДА.

Пусть $X = \{x_0, x_1, \dots, x_k\}$ — входной алфавит ДА, включающий пустой символ $x_0 = \alpha(x_j \in X)$; Y — выходной алфавит ДА ($y_n \in Y$); $A = \{a_0, a_1, \dots, a_{N-1}\}$ — множество состояний ДА ($a_l, a_i \in A$; N — число состояний автомата); a_0 — начальное состояние автомата.

Граф, представляющий автомат M , будем называть автоматом M , вершину, представляющую состояние a_i , — состоянием a_i , стрелку, ведущую из вершины a_i в вершину a_l , — переходом автомата из состояния a_i в состояние a_l , вершину графа — начальным состоянием автомата a_0 .

Деревообразный автомат начинает работу с начального состояния a_0 и заканчивает ее после достижения некоторого состояния a_l , которое назовем конечным. На рис. 1, а состояния $a_7, a_8, \dots, a_{15}$ являются конечными. Функция переходов для них считается неопределенной.

В процессе работы автомата наблюдается некоторая последовательность состояний

$$a_0, a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_l} \quad (1)$$

Последовательность (1) назовем путем автомата, число l — длиной пути.

Каждой последовательности (1) соответствует некоторое входное слово

$$x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_l}. \quad (2)$$

Если a_{i_l} — конечное состояние, то символ x_{i_l} входного слова (2) назовем его конечным символом, а множество всех последовательностей (2) — множеством допустимых входных слов.

Введем ряд определений.

I. Длина деревообразного автомата — длина максимального из путей, которые ведут из начального состояния в конечное.

II. Пути, имеющие одинаковую длину, — равноценные.

III. Деревообразный автомат длины m $A_k(m)$ — k -симметричный длины m , если относительно каждого неконечного состояния задается k исходящих стрелок и все пути, которые ведут в конечные состояния, являются равноценными путями длины m .

Поставим в соответствие деревообразному автомату длины m (в общем случае несимметричному) I-симметричный автомат длины m $A_I(m)$ таким образом, что s -му состоянию $A_I(m)$ ($s = 0, 1, 2, 3, \dots, m$) отвечает путь деревообразного автомата длины s . Из введенных определений вытекает справедливость следующего предложения.

IV. Равноценным путям соответствует одно и то же состояние автомата $A_I(m)$, который назовем сужением деревообразного автомата в ширину.

Пример. Деревообразный автомат задан графом на рис. 1, а. Тогда сужением деревообразного автомата является автомат на рис. 1, б. Из способа задания автомата $A_I(m)$ вытекает, что этот автомат определяет длину входного слова, поступившего на вход деревообразного автомата.

Припишем символу входного алфавита x_i ($i = 0, 1, 2, \dots, k$) некоторый вес b_i по правилу

вес b_0 символа $x_0 = \alpha$ равен нулю;

$b_i \neq b_j$ при $i \neq j$ ($i, j = 0, 1, 2, \dots, k$).

Поставим в соответствие деревообразному автомату k -симметричный автомат длины I ($A_k(I)$) следующим образом:

$A_k(I)$ всегда переходит из начального состояния a_0 в состояние a_i^* , если деревообразный автомат совершает переход, вызываемый символом x_i ;

если автомат $A_k(I)$ в момент времени t находился в состоянии a_i , то в момент времени $(t+1)$ он переходит в состояние a_0 ;

функция выходов автомата $A_k(I)$ имеет вид

$$\lambda(a_i^*) = b_i.$$

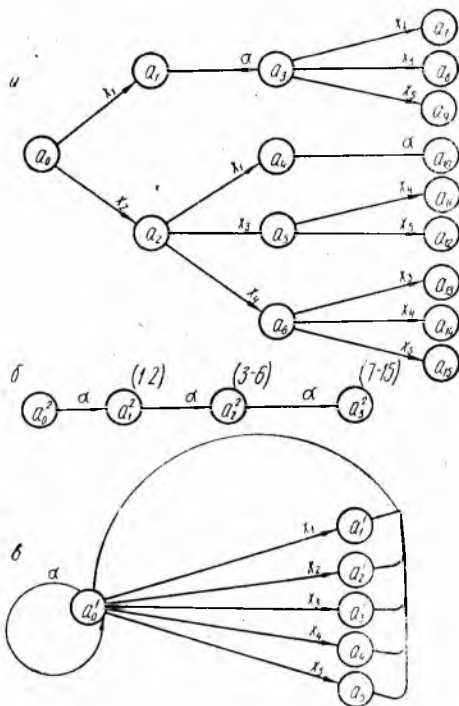


Рис. 1.

Здесь $a_i \in A'$, $A' = \{a_0, a_1, \dots, a_k\}$ — множество состояний автомата $A_k(I)$.

V. Автомат $A_k(I)$ назовем сужением ДА в длину (рис. 1, θ). Согласно способу задания автомата $A_k(I)$ он распознает символы входного алфавита.

VI. Весовой функцией символа x_i входного алфавита назовем функцию

$$q_i(s) = b_i f(s),$$

где $s = 0, 1, \dots, m-1$ — состояния $A_1(m)$;

$f(s)$ — некоторая функция, не равная тождественно нулю.

VII. Весовой функцией входного слова длины $s+1$ назовем рекуррентное выражение

$$Q_{s+1} = Q_s + q_i(s), \quad (3)$$

где $s = 0, 1, \dots, m-1$ — состояния автомата $A_1(m)$;

Q_s — весовая функция входного слова длины s ; $Q_0 = 0$.

Построим автомат Σ , реализующий выражение (3). Считаем состоянием автомата Σ после поступления входного слова длины s значение весовой функции Q_s . Состояние Q_0 — начальное состояние автомата Σ .

Из способа задания весов b_i ($i = 0, 1, \dots, k$) и определений VI, VII вытекает справедливость следующего предложения.

VIII. Символ α не изменяет состояния автомата Σ .

Организуем работу системы автоматов $A_1(m)$, $A_k(I)$ и Σ по следующему алгоритму:

1. Начальное состояние, если П, то 2, иначе 1.

2. Установить автоматы $A_1(m)$, $A_k(I)$ и Σ в начальное состояние, перейти на 3.

3. Распознать входной символ, вычислить значение весовой функции входного слова согласно (3), перейти на 4.

4. Организовать переход автомата из состояния s в состояние $(s+1)$, если на вход системы поступил конечный символ входного слова, то 1, иначе 3.

Здесь П — символ начала работы системы автоматов. Этот алгоритм реализуется автоматом управления АУ. Найдем условия, при которых система $A_1(m)$, $A_k(I)$, Σ , управляемая автоматом АУ, изоморфна деревообразному автомату. Будем считать входной алфавит последнего входным алфавитом системы автоматов $A_1(m)$, $A_k(I)$, Σ . Рассмотрим два случая.

Случай А: входной алфавит не содержит символа α . Выходными сигналами системы $A_1(m)$, $A_k(I)$, Σ считаем состояния автомата Σ . Тогда система $A_1(m)$, $A_k(I)$, Σ изоморфна деревообразному автомату, если наблюдается взаимно-однозначное соответствие между множеством допустимых входных слов и множеством весовых функций слов, определяемых по (3).

Значение весовой функции Q_s входного слова длины s зависит от вида функции $f(s)$. При $f(s) = c = \text{const}$ весовая функция x_i -го входного символа $q_i(s) = b_i f(s)$ не зависит от состояния s автомата $A_1(m)$, т. е. $q_i(s) = b_i c$. Другими словами, при $f(s) = \text{const}$ отсутствует необходимость организации $A_1(m)$. Выясним, существуют ли деревообразные автоматы, которые можно задавать автоматами $A_k(I)$ и Σ .

Пусть множество R допустимых входных слов равно множеству всех входных слов алфавита $X = \{x_1, x_2\}$, длина которых не превышает $m = 3$. По определению

$$R = \{x_1, x_2, x_1x_1, x_1x_2, x_2x_1, x_2x_2, x_1x_1x_1, x_1x_1x_2, x_1x_2x_1, x_1x_2x_2, x_2x_1x_1, x_2x_1x_2, x_2x_2x_1, x_2x_2x_2\}. \quad (4)$$

Построим автомат $A_k(I)$. Для этого припишем входным символам x_1, x_2 соответственно веса b_1 и b_2 .

Из построения системы автоматов $A_k(I)$ и Σ следует, что рассматриваемая система ставит в соответствие множеству R следующее множество выходных слов H :

R	H	R	H
x_1	b_1c	$x_1x_1x_2$	$(b_1 + b_1 + b_2)c$
x_2	b_2c	$x_1x_2x_1$	$(b_1 + b_2 + b_1)c$
x_1x_1	$(b_1 + b_1)c$	$x_1x_2x_2$	$(b_1 + b_2 + b_2)c$
x_1x_2	$(b_1 + b_2)c$	$x_2x_1x_1$	$(b_2 + b_1 + b_1)c$
x_2x_1	$(b_2 + b_1)c$	$x_2x_1x_2$	$(b_2 + b_1 + b_2)c$
x_2x_2	$(b_2 + b_2)c$	$x_2x_2x_1$	$(b_2 + b_2 + b_1)c$
$x_1x_1x_1$	$(b_1 + b_1 + b_1)c$	$x_2x_2x_2$	$(b_2 + b_2 + b_2)c$

(5)

Согласно (5) при $f(s) = \text{const}$ не для всякого множества допустимых входных слов имеет место взаимно-однозначное соответствие между множествами выходных и входных слов системы автоматов $A_k(I)$ и Σ .

Для рассмотренного примера зададимся подмножеством допустимых входных слов:

$$R' = \{x_1, x_2, x_1x_1, x_1x_2, x_2x_2, x_1x_1x_1, x_1x_1x_2, x_1x_2x_2, x_2x_2x_2\}.$$

Из (5) вытекает, что в этом случае наблюдается взаимно-однозначное соответствие между множеством R' и множеством выходных слов

$$H' = \{b_1c, b_2c, (b_1 + b_1)c, (b_1 + b_2)c, (b_2 + b_2)c, (b_1 + b_1 + b_1)c, (b_1 + b_1 + b_2)c, (b_1 + b_2 + b_2)c, (b_2 + b_2 + b_2)c\}.$$

Из приведенных рассуждений и независимости функции $f(s)$ от состояний автомата $A_1(m)$ ($f(s) = \text{const}$) вытекает следующее.

IX. Если входной алфавит деревообразного автомата не содержит символа α , то существуют такие деревообразные автоматы, которые изоморфны системе автоматов $A_k(I)$ и Σ , где выходными символами являются состояния автомата Σ . Деревообразные автоматы, задаваемые системой $A_k(I)$ и Σ , назовем деревообразными автоматами I группы. Из (5) следует, что система автоматов изоморфна любому деревообразному автомату, если никакие две суммы из множества H не совпадают, т. е.

$$b_k f(0) + b_l f(1) + b_m f(2) \neq b_r f(0) + b_s f(1) + b_t f(2), \quad (6)$$

где k, l, m, r, s, t принимают значения из множества $\{1, 2\}$ и выполняется хотя бы одно неравенство $k \neq r, l \neq s, m \neq t$. Неравенства (6) выполняются в случае, если $f(s) \neq \text{const}$. Для задания аргументов функции $f(s)$ в систему автоматов нужно ввести автомат $A_1(m)$.

Можно построить ряд функций $f(s)$, которые отвечали бы сформулированному требованию. Легко показать, что этому требованию удовлетворяет функция

$$f(s) = 2^{(s-p)}, \quad (7)$$

где $p = \lceil \log_2(b_{\max} + 1) \rceil$, $b_{\max}$ — максимальный вес, а квадратные скобки означают округление до большего целого числа. Функция (7) легко реализуется на сдвигающем регистре.

X. Деревообразные автоматы, задаваемые системой $A_1(m)$, $A_k(I)$, Σ , в которой выходными символами являются состояния автомата Σ , назовем деревообразными автоматами II группы.

Случай Б. Входной алфавит содержит символ α .

Пусть функция $f(s)$ выбрана в соответствии с (7). Если предположить, что выходными символами системы автоматов являются состояния

автомата Σ , то в силу VIII условие изоморфизма между деревообразным автоматом и системой автоматов $A_1(m)$, $A_k(I)$ и Σ не выполняется. Согласно [2] зададим деревообразный автомат множеством входных слов R_α некоторого алфавита X_α , включающего символ α . Из слов, принадлежащих R_α , образуем множество R , выбрасывая символ α . Допустим,

имеет место взаимно-однозначное соответствие между словами из R и множеством весовых функций, построенных, например, с учетом (7). В таком случае согласно VIII два слова из R_α (например, $x_1\alpha x_2$ и x_1x_2) соответствуют одной и той же весовой функции, тогда и только тогда, когда имеют разную длину. Значит, каждое слово из R_α может быть взаимно-однозначно задано весовой функцией Q_s и длиной слова s .

Из приведенных рассуждений следует:

XI. Если входной алфавит содержит символ α , то для любого деревообразного автомата, заданного множеством допустимых входных слов R_α , можно построить изоморфную ему систему $A_1(m)$, $A_k(I)$, Σ при условии, что выходными символами системы является конъюнкция состояний автоматов $A_1(m)$, Σ и между словами из множества R ($R_\alpha > R$) и множеством весовых функций существует взаимно-однозначное соответствие. Деревообразные автоматы, задаваемые системой $A_1(m)$, $A_k(I)$, Σ , согласно XI назовем деревообразными автоматами III группы.

Высказанные предложения относительно представления деревообразного автомата системой $A_1(m)$, $A_k(I)$, Σ дают возможность получить структуры отдельных классов деревообразных автоматов.

Из IX следует структура деревообразного автомата I группы (рис. 2, а), из X — структура деревообразного автомата II группы (рис. 2, б), из XI, X, IX — структуры деревообразного автомата III группы (рис. 2 в, г).

Анализ автоматов $A_1(m)$, $A_k(I)$, Σ показал, что любой из них можно реализовать на интегральной подсистеме.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Долкарт и др. Микроминиатюрные аэрокосмические цифровые вычислительные машины. Изд-во «Советское радио», 1967.
2. В. М. Глушков. Синтез цифровых автоматов. Физматгиз, 1962.
3. А. Гилл. Введение в теорию конечных автоматов. Изд-во «Наука», 1966.

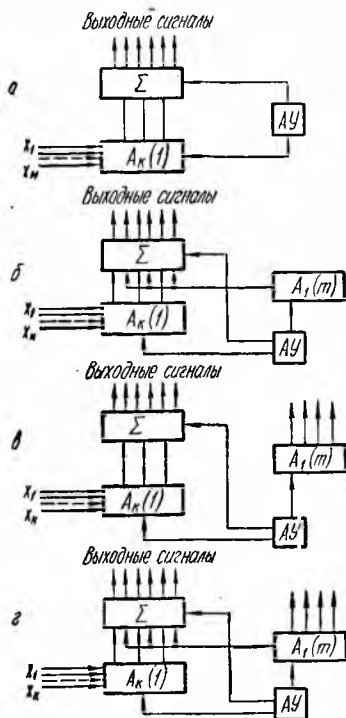


Рис. 2.