

СИНТЕЗ ЯВЛЕНИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ЗОННОГО РЕЗОНАНСА

Теоретический и практический интерес представляют исследования интенсивных резонансных явлений и свойств в параметрических системах в сильных полях накачки. Эти явления и свойства характеризуются большим разнообразием нелинейных процессов, что вызывает значительные трудности при их изучении. При этом наблюдается широкий класс смешанных колебаний [1], нелинейное изменение дисперсионных свойств конденсированных сред [2], параметрические процессы и явления в многоуровневых и многофотонных квантовых приборах [3], стационарная генерация и хаотические колебания в лазерах на динамических решетках [4], невырожденная одночастотная параметрическая генерация в средах со слабой сверхпроводимостью [5].

Однако в этих и других основополагающих работах не рассматривались совместно влияние явления интегральной модуляции энергоемких параметров активных сред (конденсированных веществ, элементов [6]) и механизма параметрического зонного взаимодействия (PZnV) в зонах МХЧ [7]. Математическое описание этой проблемы приводит к системе нелинейных дифференциальных уравнений в частных или обыкновенных производных с переменными коэффициентами [8]. Решение такой системы в элементарных функциях получить невозможно. Это главные трудности при исследовании и понимании явления параметрического зонного резонанса (PZnR).

Целью работы является общее описание синтеза явления параметрического зонного резонанса (параметрическая зонная динамика колебаний в зонах МХЧ).

Основой классической теории параметрического резонанса в параметрической системе (контуре) является глубина модуляции параметра ($m < 1$) и относительная расстройка ($\xi = 1, 2, 3 \dots$, где ξ – номер зоны неустойчивости Матье). Последние (m, ξ) определяют диаграмму устойчивых и неустойчивых зон Матье, т.е. центральную задачу классической теории. Однако, как показали исследования [5-8], при сильных полях накачки уже в первой зоне неустойчивости ($\xi = 1$) глубина модуляции параметра достигает предельного значения ($m = 1$), а в высших зонах неустойчивости не изменяется. Кроме того, расстройка контура, начиная со второй зоны неустойчивости, не является натуральным рядом чисел ($\xi \neq 2, 3, 4 \dots$). Исключением является первая зона неустойчивости. Это не укладывается в классические представления, т.к. глубина модуляции параметра и расстройка контура теряют физический смысл [5-7].

Исходным положением теории явления PZnR является теория нелинейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами (математическая модель). Эта система описывает физическую параметрическую зонную систему (PZnS), включающую цепь накачки (накачку) и резонансный контур (контур), индуктивно связанные между собой. Пусть напряжение накачки имеет вид $u = U_m \cos \omega t$, где U_m и ω – соответственно амплитуда и частота накачки. Нелинейная зависимость магнитной индукции B от напряженности магнитного поля H аппроксимируется гиперболическим синусом $H = \alpha \operatorname{sh} \beta B$, где α и β – постоянные коэффициенты. После соответствующих преобразований математическая модель приведена к нелинейному уравнению Хилла, в которое явно введена накачка.

Его решение для тока i , параметрически возбуждаемого в контуре, получено в виде [9]:

$$i = I_0 G (\sqrt{\omega(t)})^{-1} \sin[\int \omega(t) dt + \varphi_0], \quad (1)$$

$$G = \exp(-\int \delta(t) dt); \quad \omega^2(t) = \frac{1}{L_\tau C} - \frac{RL'_\tau}{2L_\tau^2} - \frac{R^2}{4L_\tau^2}, \quad (2)$$

$$\delta(t) = -\ln \operatorname{ch}(B_m \sin \omega t) + \frac{R}{2LC} \int \operatorname{ch}(B_m \sin \omega t),$$

$$L_\tau = \frac{L_c}{\operatorname{ch}(B_m \sin \omega t)}; \quad B_m = \frac{\beta U_m}{2\omega S}; \quad L_c = \frac{w^2 S}{\alpha \beta l}, \quad (3)$$

$$L'_\tau = -\frac{L_c B_m \cos \omega t \operatorname{sh}(B_m \sin \omega t)}{\operatorname{ch}^2(B_m \sin \omega t)},$$

где I_0 – начальная амплитуда тока; G – динамический коэффициент усиления; $\omega(t)$ и φ_0 – мгновенная частота и начальная фаза тока I_0 ; $\int \delta(t) dt$ – интегральный коэффициент усиления и гашения колебаний; $\delta(t)$ – характеристическая функция; C и R – емкость конденсатора и потери в контуре; L_τ и L'_τ – динамическая индуктивность и скорость ее изменения.

Предложенное решение (1) справедливо только в течение полупериода $\frac{T_i}{2}$ тока накачки (при симметричной характеристике нелинейности) или периода T_L модуляции индуктивности L_τ . К началу следующего периода T_L начальное значение амплитуды тока I_0 может быть увеличено (усиление) или уменьшено (гашение). Последнее обусловлено выполнением условий параметрического зонного резонанса [9]. Для дальнейшего описания синтеза явления РЗнК введем следующие определения, связанные с зонами МХЧ. Выше было отмечено, что при интенсивной накачке, начиная со второй зоны неустойчивости Матье, наблюдается их смещение, при этом расстройка контура $\xi \neq 2, 3, 4, \dots$. Это связано с нелинейным изменением мгновенной и «средней» частоты ω_n ($\overline{\omega_n}$) параметрических зонных колебаний (PZnK) с увеличением интенсивности накачки.

Однако установлено, что в смещенных (новых критических частотах накачки ν), теперь уже зонах МХЧ, частота PZnK ω_n находится в рациональном отношении с частотой ν . Это свойство при-

нято за определение расстройки квазигармоник: $n = \left(\frac{2\omega_n}{\nu} \right)^2 = 1, 2, 3, \dots$ – номер приведенной зоны

МХЧ. Следует отметить, что для первой зоны неустойчивости Матье и МХЧ выполняется условие $\xi = n = 1$. Связь расстройки квазигармоник n и реальных смещенных зон МХЧ определяется пара-

метрической зонной расстройкой $\zeta = \left(\frac{2\omega_n f(B_m)}{n\nu} \right)^2 \neq 2, 3, 4, \dots$, где $f(B_m)$ – нелинейная поправка,

обусловленная интенсивностью накачки. В принципе отсчет зон МХЧ можно начать с любой зоны, приняв ее за начало отсчета.

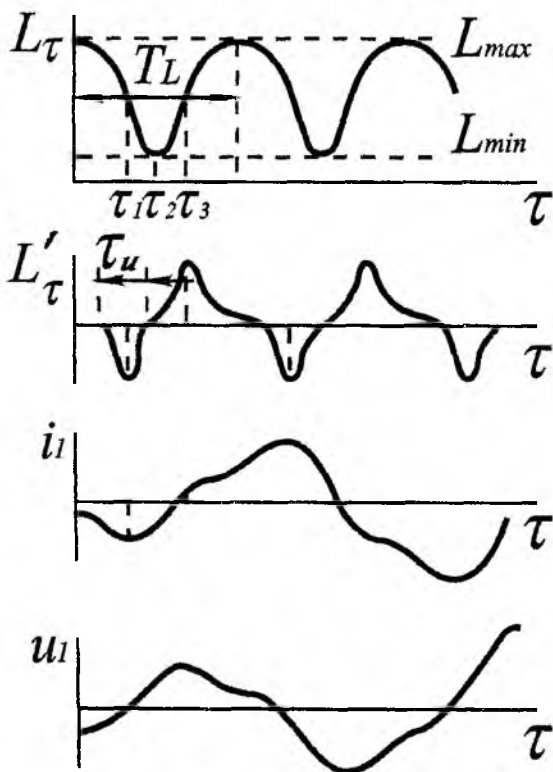


Рис. 1

На рис. 1 для первой зоны МХЧ ($n = \zeta = 1$) приведены рассчитанные по формулам (1)-(3) соответственно: закон изменения L_τ и скорость ее изменения L'_τ , кривые резонансного тока i_1 (при $B_m = 1, 0$) и напряжение на контуре $u_1 = u_c + i_1 R$ ($u_c = \frac{1}{C} \int i_1 d\tau, \tau = \omega t$). Анализ кривых L_τ и L'_τ показывает, что за период T_L (полупериод тока накачки $\frac{T_i}{2} = T_L$) при увеличении накачки уменьшается L_τ и увеличивается L'_τ , последняя принимает колоколообразную форму отрицательного импульса ($L'_\tau < 0$) с длительностью τ_u . При уменьшении накачки ($B_m \rightarrow 0$) L_τ возвращается в исходное состояние ($L_\tau = L_c$, релаксация L_τ), полярность импульса меняет знак – становится положительной ($L'_\tau > 0$).

Так как физическим смыслом (размерность) L'_τ является активное сопротивление, то при $L'_\tau < 0$ в контур вносится отрицательное, а при

$L'_\tau > 0$ – положительное сопротивление. В работе [7] доказана универсальность скорости изменения энергоемкого параметра активной среды (элемента) различной природы, являясь сомножителем произведения фундаментальных разнополярных обменных импульсов (пазонов) соответствующих обобщенных координат (напряжения или тока, силы или скорости), а другим сомножителем которого могут быть обобщенные координаты (импульс – пазон энергии) или произведение соответствующих координат (импульс – пазон мощности). Далее будут использоваться «термины» разнополярный и (или) «обменный» пазон.

Конкретизируем понятие «непрерывно-дискретное вложение и отбор разнополярных пазонов». Пусть (рис.1) в начальный момент времени $\tau = 0$ амплитуда собственных колебаний тока i_1 равна некоторой начальной величине I_0 . При этом динамическая индуктивность L_τ имеет максимальное (исходное) значение L_{\max} , (которая равна статической $L_c = L_\tau = L_{\min}$ при $\tau_{in} = 0$), а $L'_\tau = 0$. Напряжение на контуре u_1 соответствует напряжению на емкости конденсатора C . С увеличением времени (первая четверть периода $\frac{T_i}{4}$) увеличивается амплитудное значение B_m и увеличивается вносимое отрицательное сопротивление.

В контур вносится (непрерывно за время τ_u) пазон энергии ($\Delta E_L = i_1^2 L'_\tau$), что способствует непрерывному увеличению амплитуды параметрически возбужденных колебаний в контуре (i_1 и u_1 , рис. 1). Максимальное значение вносимой энергии в контур происходит в момент времени $\tau = \tau_1$ (рис. 1), когда динамическая индуктивность L_τ проходит через первую точку перегиба (критическая точка или точка равновесия), а амплитуда скорости ее изменения имеет отрицательное максимальное значение. В момент времени $\tau_2 = \frac{T_L}{2} = \frac{T_i}{4}$ накачка B_m достигает максимального амплитудного значения, динамическая индуктивность принимает значение L_{\min} , а скорость $L'_\tau = 0$. В этот момент магнитный сердечник некоторое время находится в насыщении и, как выше было отмечено, $m \Rightarrow 1$.

В следующую четверть периода накачки амплитуда B_m уменьшается, L_τ за время τ_u возвращается (происходит релаксация) в исходное состояние ($L_\tau = L_c$). Знак полярности импульса L'_τ изменяется на положительный и начинается непрерывный отбор энергии из контура за время τ_u действия положительного пазона ΔE_L . Это сопровождается непрерывным явлением параметрического гашения возбужденных PZ₁K. Кроме того, теперь к собственным активным потерям контура добавляется (суммируется) положительное сопротивление, обусловленное $L'_\tau > 0$. Максимальный отбор энергии происходит в момент времени τ_3 , когда амплитуда положительного импульса L'_τ достигает максимального значения (вторая точка перегиба за период T_L).

Отбор энергии сопровождается уменьшением амплитуды PZ₁K (формы кривых i_1 и u_1 деформируются, рис. 1). Однако процесс суммарного экспоненциального (действие явления параметрического гашения) затухания PZ₁K в контуре не приводит к их полному затуханию или до первоначального значения при $\tau = 0$. Это обусловлено тем, что заряд на емкости C определяется параметрически возбужденным током i_1 , который к концу периода T_L имеет амплитуду больше, чем в начале периода ($\tau = 0$) за счет вложенного пазона энергии накачки. Поэтому при переходе тока i_1 через нуль, вся магнитная энергия переходит в электрическую энергию, следовательно, заряд на конденсаторе, а, следовательно, и напряжение u_1 будет иметь большую величину к концу периода T_L . Кроме того, направление (фаза) тока i_1 , при прохождении через нуль (момент времени τ_3) определяется фазой напряжения u_1 (рис.1).

Действие второго полупериода тока накачки снова сначала уменьшает, потом увеличивает амплитуду L_τ , что обуславливает соответственно вложение и отбор разнополярных пазонов и снова дополнительное приращение i_1 и u_1 в конце T_L . Следовательно, с каждым полупериодом тока на-

качки амплитуда тока в контуре будет увеличиваться по экспоненциальному закону (1) до его стационарного значения. Как и в классической теории, стационарный режим определяется нелинейностью PZnS, ограниченной конечной мощностью источника накачки и взаимным влиянием активных потерь цепи накачки и контура, приводящие к расстройке контура.

Более сложные и многообразные процессы и явления происходят в высших зонах МХЧ. На рис.2 для девятой зоны ($n = 9$, $B_m = 6$) МХЧ приведены аналитические кривые (1)-(3): один период интегральной модуляции [6] L_τ , ее производная L'_τ и серия затухающих PZnK (i_9 и u_9) за период T_L . Магнитный сердечник находится в режиме насыщения более длительное время: $\theta_c = \tau'_2 - \tau_2$ (рис.2). Поэтому на этом интервале размах изменения L_τ величина постоянная $\Delta L_\tau = L_{\max} - L_{\min} = const$, следовательно, m не имеет физического смысла.

В моменты времени τ_1 и τ_3 наблюдаются соответственно отрицательные и положительные максимумы амплитуд производной L'_τ . Кривая L'_τ принимает форму остроконечного импульса, его длительность τ_u уменьшается, а амплитуда увеличивается. За период T_L происходит непрерывное вложение за время τ_u обменного пазона в первый полупериод PZ₉K, (рис.2) амплитуды тока i_9 и напряжения u_9 увеличиваются. При этом изменяется полная фаза в сторону увеличения частоты PZnK. За интервал времени θ_c наблюдается затухающий колебательный режим. Огибающая затухающих колебаний зависит только от собственных потерь в контуре.

В момент времени τ'_2 начинает действовать положительный обменный пазон. За время длительности τ_u затухание снова определяется суммарным действием собственных и вносимых потерь ($L'_\tau > 0$). Это приводит к более быстрому затуханию, т.е. аperiodическому режиму. Отбор энергии из контура начинается с девятого полупериода PZ₉K. Снова изменяется полная фаза, которая при этом затягивается и уменьшается частота PZ₉K. Аperiodический процесс нарушается очередным вложением обменного пазона в начале следующего периода T_L . Таким образом, за период T_L интегральной модуляции L_τ в контуре параметрически возбуждается серия затухающих PZ₉K и их параметрическое гашение, приводящее к аperiodическому режиму. Кроме того, наблюдается частотная и фазовая модуляции колебаний и непрерывно-дискретный обмен энергии. Вложение и отбор энергии происходят непрерывно за время τ_u , а непрерывная энергия накачки квантуется – преобразуется в разнополярные обменные пазоны.

Известно, что достоверность теории подтверждается опытом. Поэтому для проверки теоретических результатов и более глубокого понимания механизма PZnV были созданы экспериментальные методы и средства измерения и визуализации параметров физических процессов и явлений в зонах МХЧ [8-13]. Ограничимся анализом только кривых динамической индуктивности L_τ и напряжения u_n на контуре, но при этом увеличим число исследуемых зон МХЧ. Осциллограммы кривых L_τ и u_n ($n = 1, 2, 3, 4, 5$ и 9) в первой (рис. 3), второй (рис. 4), третьей (рис. 5), четвертой (рис. 6), пятой (рис. 7) и девятой (рис. 8) зонах МХЧ синхронизированных по фазе.

Как видно из этих кривых, при последовательном переходе в высшие зоны МХЧ, магнитные сердечники в режиме насыщения находятся более длительное время (увеличивается интервал θ_c) за период T_L . Форма кривой L_τ приближается к прямоугольной, при этом $\Delta L = L_{\max} - L_{\min} = const$ ($m \Rightarrow 1$). Уменьшается площадь, ограниченная L_τ и осью времени и называемая интегральной индуктивностью $L_u = \int_0^{T_L} L_\tau dt$. Понятие L_u положено в основу критерия оценки глубины явления инте-

гральной модуляции динамической индуктивности $m_u = 1 - \frac{L_u}{L_c T_L}$ [6], который применим и при $m < 1$, а когда $m \Rightarrow 1$ ($n \geq 2$) теряет физический смысл глубина модуляции m . Кроме того, в отличие от расчетных кривых L_τ (рис.1 и 2), на экспериментальных осциллограммах L_τ заметно взаим-

ное влияние тока резонансного контура на ток цепи накачки. Это заметно по изменению формы L_τ (рис.3-8) в виде дополнительной модуляции в интервале θ_c . В зоне неустойчивости $n = 1$ это отражается на форме вершины L_τ и на виде деформации напряжения u_1 (рис. 1 и 3).

Анализ кривых PZnK (напряжений u_1, \dots, u_5, u_9) показывает, что в первой зоне МХЧ возможны гармонические колебания, т.к. энергия вносится в каждый полупериод i_1 , а максимальный отбор энергии обычно совпадает с моментом времени, когда ток $i_1 = 0$. Начиная со второй зоны ($n \geq 2$), МХЧ, нелинейно изменяется форма PZnK, начинает проявляться механизм PZnV, обусловленный образованием разнополярных пазонов. Вложение отрицательного пазона происходит в каждый первый полупериод параметрически возбужденных колебаний за период T_L . При этом амплитуда PZnK изменяется по экспоненциальному закону согласно динамическому коэффициенту усиления (2), т.е. наблюдается амплитудная модуляция. При переходе в очередную зону МХЧ добавляется полупериод затухающих параметрически возбуждаемых колебаний. Это заметно начиная с третьей зоны ($n = 3$) МХЧ. Как было отмечено (рис. 2) форма огибающей (экспоненты) определяется собственными потерями в контуре.

Процесс отбора энергии из контура происходит (кроме первой зоны неустойчивости) в каждый n -й полупериод PZnK за период T_L . В результате влияния положительного пазона затухающий колебательный процесс переходит в аperiodический режим (параметрическое гашение), что также способствует амплитудной модуляции PZnK. Аналогичная закономерность получена и теоретически (рис. 1, 2). Причем характерно, что в четных зонах МХЧ ($n = 2, 4, 6, \dots$) фазы (полярности) аperiodических импульсов PZnK не изменяются при периодическом процессе, а в нечетных ($n = 3, 5, 7, \dots$) периодически изменяются на противоположные. При этом амплитудная и фазовая модуляции PZnK определяются законом внешнего воздействия, который обуславливает принцип интегральной модуляции параметра L_τ и механизм PZnV. Следовательно колебательные процессы протекают согласовано и упорядоченно, т.е. когерентно.

Кроме того, за время τ_u действия разнополярных обменных пазонов когерентно изменяется мгновенная частота $\omega(t)$ (3) параметрически возбужденных и параметрически гасимых колебаний за период T_L . Это хорошо заметно для зон МХЧ третьей и больше третьей ($n \geq 3$) при сравнении длительности первого возбужденного и следующего за ним (второго) полупериода. Длительность второго уменьшается, следовательно увеличивается частота ω_n . Это закономерно, т.к. нелинейно изменяется L_τ от величины L_{max} до величины L_{min} за τ_u . В этих же зонах ($n \geq 3$) в пределах интервала времени θ_c квазисобственная частота заметно не изменяется.

Заканчивается затухающий колебательный процесс аperiodическим режимом. При этом амплитуда n -го полупериода PZnK гасится (амплитудная модуляция), а его длительность увеличивается (полная фазовая модуляция). Это следует из проведенного анализа осциллограммы L_τ , u_n (рис. 3-8) и сравнения их с теоретическими (рис. 1, 2). Следовательно, механизм PZnV обеспечивает амплитудную, фазовую и частотную модуляции (явление PZnR). Кроме того, при PZnR происходят непрерывные процессы вложения и отбора энергии за время длительности τ_u , а дискретный процесс –

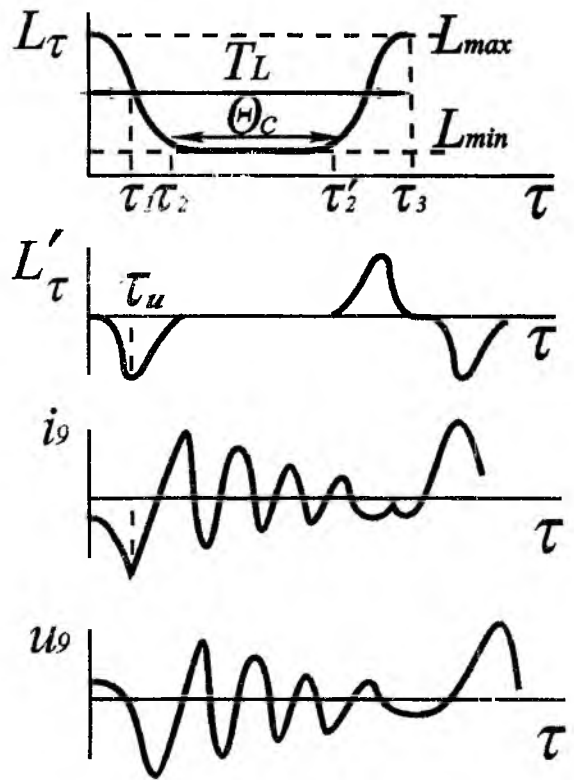


Рис. 2

за период T_L . Причем, механизм PZnV PZnS с непрерывной накачкой происходит без переходных процессов, т.к. обмены разнополярыми пазонами происходят по экспоненциальному закону как 1 первый, так и в n -й полупериоды PZnK в зонах МХЧ.

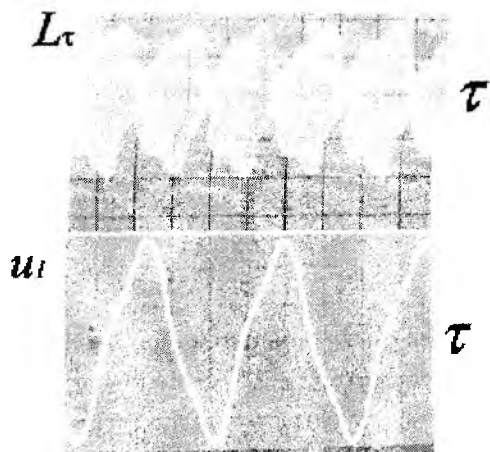


Рис. 3

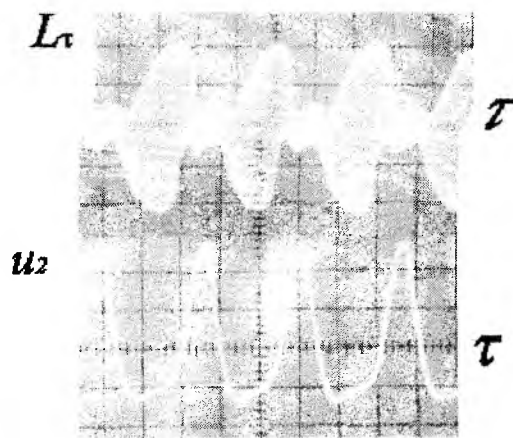


Рис. 4

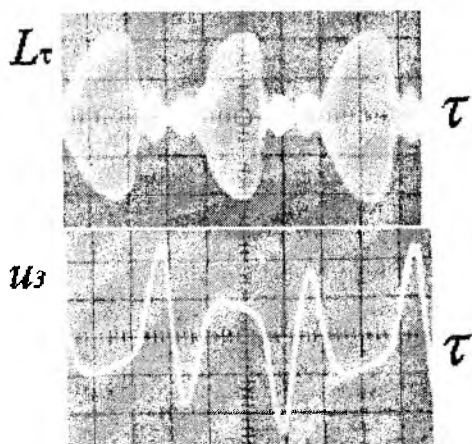


Рис. 5

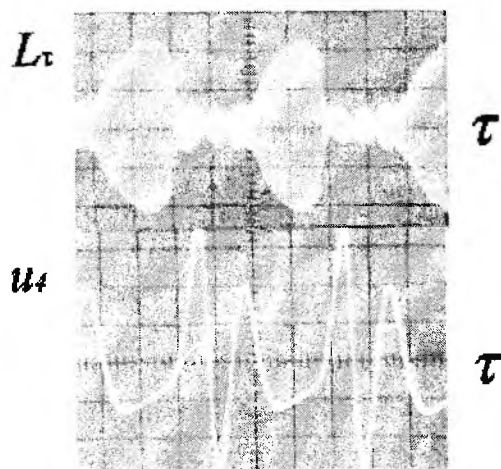


Рис. 6

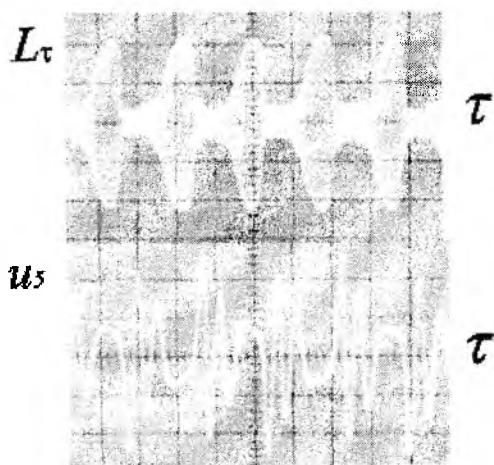


Рис. 7

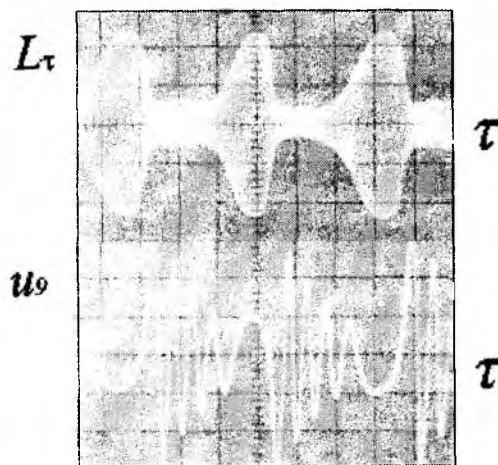


Рис. 8

Резюмируя полученные результаты можно сказать следующее.

1) Установлено явление PZnR, заключающееся в том, что при интегральной модуляции энергетических параметров колебательных систем различной природы в зонах МХЧ происходит амплитудная, фазовая и частотная модуляции собственных колебаний. Явление, обусловлено механизмом PZnV, включающим параметрическое возбуждение, генерирование, затухание и параметрическое гашение PZnK. Явление PZnR в зонах МХЧ происходит согласованно и упорядоченно согласно закону, определяемому непрерывной накачкой, т.е. когерентно.

2) С одной стороны существует необходимость познания и освоения эффективных нелинейных процессов и явлений в зонах МХЧ, с другой – имеет место принципиальная и техническая невозможность создания на основе существующих теоретических подходов и физических принципов быстродействующих, помехоустойчивых и многофункциональных радио- и вычислительных энергоинформационных параметрических зонных средств. Сформулированное противоречие (проблема) может быть разрешено путем использования установленного нового явления PZnR (параметрической зонной динамики колебаний в зонах МХЧ), фундаментом которого является принцип интегральной модуляции и механизм PZnV;

3) Доказана параметрическая зонная концепция непрерывно-дискретного обмена энергией PZnS непрерывной накачкой, вложение и отбор энергии, обусловлено разнополярными обменными пачками и происходящий без переходных процессов, вложение – в каждый первый и отбор в каждый n -й ($n = 2, 3, 4, \dots$, n – номер зоны МХЧ) полупериод параметрически возбуждаемых колебаний за период T_L . Нарастающие и затухающие по экспоненте процессы в PZnS оказывают обратное (взаимное) влияние на цепь накачки.

Рассмотренный механизм явления PZnR может найти применение при преобразовании энергии одного вида в другой (в том числе высокоэффективными источниками энергии), преобразовании частоты, интенсификации физических процессов, моделировании электро- и термодинамических процессов, гравитационных и биопазонных взаимодействий, явлений микромира и др.

Список литературы: 1. Алифов А.А., Фролов К.В. Взаимодействие нелинейных колебательных систем с источниками энергии. М.: Наука, 1985. 328с. 2. Во Хонг Ань. Теория параметрического взаимодействия электромагнитного излучения большой мощности на твердое тело. М.: Наука, 1985. 200с. 3. Акулин В.Н., Карпов И.В. Интенсивные резонансные взаимодействия в квантовой электронике. М.: Наука, 1987. 312с. 4. Одулов С.Г. и др. Исследования на динамических решетках. М.: Наука, 1990. 272с. 5. Эффект невырожденной одночастотной параметрической генерации / Выставкин А.Н. и др. // Радиотехника и электроника. М.: Наука. 1981 Вып. №8. С. 1706-1711. 6. П.И.Чередников. Некоторые свойства явления аномальной модуляции динамических параметров вещества. Радиотехника. 1999. Вып.112. С. 12-16. 7. П.И.Чередников. Анализ закономерностей параметрического взаимодействия в колебательных системах. Радиотехника. 2001. Вып 121. С.123-130. 8. А.с. 1216822 СССР. МКИ Н03 К 3/13. Способ преобразования сигналов. /ХИРЭ: П.И.Чередников. Опубл. 07.03.86. Бюл. №3. А.с. №1529254 (СССР). Устройство для моделирования динамических объектов. /ХИРЭ: П.И.Чередников. Опубл. 15.12.89. Бюл. № 46; МКИ 606 G 7/48. 10. Расчет и проектирование параметрических систем на высших гармониках: Учеб.пос./Чередников П.И. Харьков.: ХПИ. 1980. 98с. 11. Патент №1681322 (СССР). Способ моделирования эволюции материи/ ХИРЭ. П.И.Чередников. Опубл. 30.09.91. Бюл. №36; МКИ Н 03 К 3/53. 12. Патент №1776354 (СССР). Способ моделирования эволюции квантовой системы и устройство для его осуществления. /ХИРЭ. П.И. Чередников. Опубл. 15.11.92. Бюл. № 42; МКИ G09 В 23/06. 13. А.с. №1356180 (СССР). Устройство для формирования параметрических колебаний и измерения динамических величин его реактивных элементов. /ХИРЭ. П.И. Чередников. Опубл 30.11.87. Бюл. № 44. МКИ Н03 В 19/03.

Харьковский национальный университет радиотехники

Поступила в редколлегию 03.09.2001