Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Харківський національний університет радіоелектроніки

Петрова Анжела Юріївна

УДК 519.21

СПЕКТРАЛЬНІ ЗОБРАЖЕННЯ ВЕКТОРНИХ НЕСТАЦІОНАРНИХ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ ТА ПОСЛІДОВНОСТЕЙ ТА ЇХ МОДЕЛЮВАННЯ ЗА СПЕКТРОМ

Спеціальність 01.05.02 – математичне моделювання
та обчислювальні методи

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Харків – 2012

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у Харківському гуманітарному університеті «Народна українська академія», Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України.

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук, професор **Янцевич Артем Артемович**, Харківський Національний університет ім. В. Н. Каразіна, завідувач кафедри вищої математики та інформатики

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор **Єлейко Ярослав Іванович**, Львівський національний університет ім. Івана Франка, завідувач кафедри теоретичної та прикладної статистики механіко-математичного факультету;

доктор фізико-математичних наук, професор **Золотарьов Володимир Олексійович,** Фізико-технічний інститут низьких температур ім. Б. І. Вєркіна НАН України, пров. наук. співробітник математичного відділу

Захист відбудеться «___» ____________ 2012 р. о ____ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради К 64.052.07 у Харківському національному університеті радіоелектроніки за адресою: 66061, м. Харків, пр-т Леніна, 14.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Харківського національного університету радіоелектроніки за адресою: 66061, м. Харків, пр. Леніна, 14.

Автореферат розісланий «___» __________ 2012 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради І. В. Гребеннік

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Стаціонарні випадкові процеси широко використовуються під час розгляду як теоретичних, так і практичних проблем, оскільки стаціонарні випадкові процеси досить адекватно описують усталені режими або близькі до них. Спектральні розкладання таких процесів є суперпозицією гармонічних коливань (з дійсними частотами і некорельованими амплітудами), що легко змоделювати або реалізувати апаратурно. Такі зображення зручні з прикладної точки зору для побудови технічних реалізацій стохастичних систем.

У роботах А. М. Колмогорова був запропонований операторний підхід до побудови кореляційної теорії стаціонарних випадкових функцій, оснований на спектральній теорії самоспряжених або унітарних операторів. Цей підхід розвивався у працях А. М. Яглома, Ю. А. Розанова, Г. Крамера, Л. Карунена, М. Лоева та ін.

Проте в багатьох прикладних задачах доводиться відмовлятися від припущення стаціонарності випадкового процесу і використовувати для їх опису нестаціонарні випадкові процеси (процеси із стаціонарними приростами, випадкові процеси із сепарабельною випадковою кореляційною функцією, «майже» стаціонарні випадкові процеси і т. д.).

Отже, низка прикладних задач вимагає побудови досить загальної кореляційної теорії деяких класів нестаціонарних випадкових функцій. Якщо реалізовувати операторний підхід до побудови теорії нестаціонарних випадкових функцій, то природно в основі цієї теорії має бути спектральний аналіз несамоспряжених або неунітарних операторів.

За останні 40 років було створено спектральну теорію несамоспряжених (або неунітарних) операторів, що стало поштовхом для різних практичних застосувань отриманих теоретичних результатів. Зокрема, М. С. Лівшиц і А. А. Янцевич застосували спектральну теорію несамоспряжених операторів для дослідження випадкових процесів і побудови кореляційної теорії скалярних дисипативних нестаціонарних випадкових процесів скінченного рангу нестаціонарності. Надалі ці дослідження були продовжені в роботах їх учнів (К. П. Кірчев, Л. Аббауї, Є. О. Когут, Н. В. Черемська, Бендука Беррабах, Дж. Ньогоре, Ф. Барруш, В. Ахмад, В. І. Деркач та ін.). Пізніше до розробки теорії нестаціонарних кривих в гільбертовому просторі приєднався В. О. Золотарьов зі своїми учнями, а також ще декілька дослідників, у працях яких було побудовано кореляційну теорію певних класів нестаціонарних скалярних випадкових послідовностей скінченного і нескінченного рангів нестаціонарності; кореляційну теорію неоднорідних полів; вивчено лінійні перетворення кривих і послідовностей у відповідному гільбертовому просторі.

Проте такі важливі класи випадкових функцій, як векторні нестаціонарні випадкові функції, фактично не вивчалися. Відсутня відповідна кореляційна теорія векторних нестаціонарних випадкових функцій скінченного і нескінченного рангу нестаціонарності, немає адекватних як числових, так і функціональних характеристик, які описували б відхилення векторної випадкової функції від стаціонарної векторної функції.

Слід також відзначити фактичну відсутність конкретних технічних або фізичних застосувань побудованої теорії, незважаючи на те, що саме нестаціонарні випадкові функції повинні служити основним апаратом дослідження перехідних процесів або використовуватися для моделювання тих ситуацій, коли припущення про стаціонарність або однорідність (наприклад, випадкових середовищ) порушується.

Актуальним є також і розв'язання зворотної задачі: відновлення за кореляційною функцією самого випадкового процесу, випадкової послідовності або випадкового поля. При цьому бажано, щоб відновлений випадковий процес (послідовність або поле) визначався скінченним або лічeним набором випадкових параметрів.

З цією задачею тісно зв'язана важлива з практичної точки зору проблема моделювання кореляційної функції і самого випадкового процесу по спектру, який для нестаціонарних випадкових процесів та послідовностей природно є комплексним (комплексна частота), або дійснозначним, але нескінченної кратності. Гільбертов підхід, що реалізується в дисертації, дозволяє розв'язати цю проблему моделювання нестаціонарних випадкових векторних процесів по спектру.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

У дисертаційній роботі, яку було виконано відповідно тематиці держбюджетної науково-дослідної роботи в ХНУ ім. В. Н. Каразіна «Модельні зображення несамоспряжених або неунітарних операторів та їх застосування» 3-11-09 (номер держреєстрації 0109U001455) Міністерства освіти і науки України, автор дослідила побудову кореляційної теорії деяких класів нестаціонарних векторних випадкових процесів і послідовностей [2; 4].

Мета і задачі дослідження.

Мета: запропонувати єдиний підхід до побудови кореляційної теорії нових класів нестаціонарних векторних випадкових функцій, оснований на спектральних розкладаннях несамоспряжених операторів в гільбертовому просторі. Такий підхід дозволяє будувати конкретні моделі нестаціонарних випадкових функцій і використовувати їх для опису різних перехідних процесів в еволюційних системах (поширення радіохвиль у статистично неоднорідних і нестаціонарних середовищах, урахування випадкових збурень під час роботи гіроскопа та ін.).

Методи, які розвинені в спектральній теорії несамоспряжених або неунітарних операторів, дозволяють будувати моделі (трикутні та універсальні) тільки за спектром оператора A. Цей факт лежить в основі для моделювання тільки за спектром досить широких класів нестаціонарних векторних випадкових процесів і послідовностей, які у відповідному гільбертовому просторі мають таке ж операторне зображення як і стаціонарні випадкові процеси і послідовності, тобто породжуються рішенням задачі Коші для лінійного однорідного рівняння першого порядку (диференціальне або різницеве) з постійним операторним несамоспряженим (неунітарним) коефіцієнтом.

Задачі дослідження. Увести характеристики (чисельні і функціональні) векторних нестаціонарних випадкових функцій, за допомогою яких можна встановити зв'язок між характером нестаціонарності і несамоспряженістю або неунітарністю відповідних операторів, що дають операторне зображення векторної випадкової функції в гільбертовому просторі. Необхідність введення таких нових характеристик нестаціонарності, зокрема, пов'язано з тим, що в загальному випадку нестаціонарний випадковий процес не може бути описаний в рамках спектральної щільності як у стаціонарному випадку.

Використовуючи спектральну теорію несамоспряжених операторів, отримати зображення для кореляційних матриць або матриць кореляційних різниць окремих класів нестаціонарних векторних випадкових процесів і послідовностей.

Дати спектральні розкладання відповідних випадкових функцій, застосовуючи теорію лінійних систем, що асоціюються з операторними вузлами і комплексами.

Важлива для практичного застосування і обернена задача: відновлення тільки за спектром модельних зображень для кореляційних функцій за допомогою спектральної теорії несамоспряжених або неунітарних операторів

Об'єкт дослідження – нестаціонарні векторні випадкові процеси.

Предмет дослідження – кореляційні функції нестаціонарних випадкових процесів, послідовностей і полів та їх моделювання за спектром; характеристики (функціональні і числові) відхилення від стаціонарності.

Методи дослідження. Мета дисертаційної роботи реалізується за допомогою синтезу методів функціонального аналізу, теорії операторних вузлів, спектральної теорії несамоспряжених або неунітарних операторів, зокрема, трикутних моделей операторів; моделей комутуючих і некомутуючих сімейств операторів; кореляційної теорії стаціонарних випадкових функцій; теорії еволюційних лінійних асоційованих відкритих систем.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в тому, що:

1) уперше запропоновано єдиний підхід до побудови кореляційної теорії векторних нестаціонарних випадкових процесів і послідовностей, який засновано на гільбертовому підході і відповідних трикутних моделях операторів. В рамках цього уведено нові характеристики нестаціонарності векторних випадкових функцій (інфінітезимальна кореляційна матриця (ІКМ), матриця кореляційних різниць (МКР), ранг нестаціонарності), які дозволили описати структуру відхилення від векторного стаціонарного випадкового процесу або послідовності. На основі трикутних моделей операторів отримано спектральні зображення ІКМ, МКР, а також кореляційних матриць;

2) вперше побудовано кореляційну теорію векторних нестаціонарних випадкових процесів скінченного рангу нестаціонарності, основану на трикутних моделях дисипативних несамоспряжених операторів, отримано модельні зображення для інфінітезимальної кореляційної матриці і матриці кореляційних різниць;

3) уведено новий клас векторних нестаціонарних випадкових процесів нескінченного рангу нестаціонарності, для опису яких будуються нові характеристики нестаціонарності (кореляційна матриця неунітарності), і отримано спектральні зображення для кореляційних матриць неунітарності для різних випадків спектру;

4) за допомогою лінійних перетворень в гільбертовому просторі отримані нові класи нестаціонарних випадкових функцій, а також спектральні зображення відповідних кореляційних функцій;

5) побудовані нові математичні моделі кореляційних функцій і кореляційних матриць для різних випадків спектра, а також удосконалено відновлення випадко-

вих функцій за кореляційною функцією або кореляційною матрицею, або навіть лише за спектром за допомогою спектральної теорії несамоспряжених операторів.

Практичне значення отриманих результатів.

Результати дисертаційної роботи можуть бути використані для математичного моделювання статистичних характеристик випадкового середовища, коли припущення про статистичну стаціонарність (однорідність) порушується: для статистичного опису перехідних процесів в лінійних системах; для аналізу поведінки гіроскопа з врахуванням випадкових коливань платформи; для розрахунків температурних полів із врахуванням зовнішніх нестаціонарних і неоднорідних випадкових впливань (наприклад, у випадку сонячних батарей) та ін.

Побудовані в дисертації кореляційна теорія нестаціонарних випадкових функцій, а також відповідні моделі нестаціонарних процесів і послідовностей використовуються у навчальному процесі Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна під час читання курсів «Кореляційна теорія нестаціонарних випадкових функцій», «Спектральний аналіз випадкових процесів», а також реалізуються під час виконання бакалаврських і магістерських робіт.

Особистий внесок здобувача.

Усі положення, що виносяться на захист, отримано здобувачем особисто. У працях, опублікованих у співавторстві, здобувачем: у [2] побудовано моделі нестаціонарних випадкових послідовностей, що мають задану кореляційну функцію; у [3] отримано зображення для кореляційної функції розв'язання початкової крайової задачі рівняння теплопровідності, проведено обчислювальний експеримент; у [5] дано зображення інфінітезимальної кореляційної функції через кореляційні матриці вхідних і вихідних сигналів, спектральне зображення кореляційної матриці і відповідного векторного процесу у випадку дискретного спектра, що лежить у верхній напівплощині; у [6] отримано спектральне зображення для кореляційної функції дилатації першого порядку еволюційно зображуваної кривої з інфінітезимальним унітарним оператором, а також спектральні зображення для кореляційної функції дилатації першого порядку еволюційно зображуваної послідовності; у [7] дано критерій скінченності індексу неунітарності, установлено зв'язок між матрицею неунітарності і матрицею вхідних і вихідних сигналів, отримано зображення для матриці неунітарності у випадку дискретного спектра; у [9] дано зображення для інфінітезимальної кореляційної функції, матриці кореляційних різниць, на підставі яких можна отримувати різні моделі кореляційних функцій; у [12] одержано вираз для дисперсії товщини плівки; у [13] розглянуто модульний нестаціонарний процес з урахуванням корельованості компонент; у [14] одержані відповідні спектральні розклади векторних нестаціонарних випадкових процесів; у [15] отримана векторна постановка задачі.

Апробація результатів дисертації.

Матеріали дисертаційних досліджень доповідалися, обговорювалися і були схвалені на:

– VII Міжнародній студентській науковій конференції «Актуальні проблеми гуманітарних наук і їх інформаційне забезпечення» (Харків, 22 квітня 2000 р.)

– V Міжнародній науково-практичній конференції студентів, аспірантів і молодих вчених «Системний аналіз і інформаційні технології» (Київ, 1–3 липня 2003 р.),

– Першій міжнародній науковій конференції «Електронна компетентна база. Стан і перспективи розвитку» в рамках третього Міжнародного радіоелектронного форуму «Прикладна радіоелектроніка. Стан і перспективи розвитку» МРФ-2008, Харків – Судак, ХНУРЕ, 30 вересня – 3 жовтня 2008 р.,

– Міжнародній конференції «Сучасні і перспективні системи радіолокації, радіоастрономії і супутникової навігації» в рамках третього Міжнародного радіоелектронного форуму «Прикладна радіоелектроніка. Стан і перспективи розвитку» МРФ–2008, АНПРЕ, ХНУРЕ, 22–24 жовтня 2008 р.,

– Українському математичному конгресі – 2009 (до 100-річчя від дня народження Миколи М. Боголюбова). – Київ : Ін-т математики НАН України, 27–29 серпня 2009 р.,

– Міжнародній науковій-технічній конференції «Інтегровані комп'ютерні технології в машинобудуванні ІКТМ–2009», Харків : Національний аерокосмічний інститут ім. М. Є. Жуковського «ХАІ», 15–18 грудня 2009 р.

Публікації. Основні положення дисертаційної роботи опубліковані у 15 друкованих працях, в тому числі: 7 статей у фахових виданнях, 2 статті у збірниках наукових праць, 6 публікацій у матеріалах міжнародних наукових конференцій:

Структура й обсяг роботи. Дисертаційна робота складається зі вступу, п'яти розділів, висновків, списку використаних джерел, додатків. Повний обсяг дисертації – 197 стор., в тому числі 153 стор. основного тексту, додатків – 24 стор. Дисертація містить 13 рисунків та посилання на 142 літературні джерела.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертаційної роботи. Викладено мету й задачі роботи, об'єкт, предмет і методи дослідження. Сформульовано наукову новизну, практичне значення, відповідність роботи державним науковим програмам.

У першому розділі подається огляд сучасного стану кореляційної теорії векторних випадкових функцій. Детально проаналізовано гільбертовий підхід до кореляційної теорії стаціонарних випадкових функцій, запропонований А. М. Колмогоровим, який і покладено в основу дисертаційної роботи.

Аналіз сучасного стану кореляційної теорії векторних випадкових функцій дозволив сформулювати нерозв'язані проблеми, які і стали предметом дослідження в дисертації.

У другому розділі введено основні функціональні і числові характеристики нестаціонарних векторних випадкових функцій (інфінітезимальна кореляційна матриця, матриця кореляційних різниць, ранг нестаціонарності та ін.). Уведено поняття операторного зображення векторної нестаціонарної функції.

Нехай $\vec{\xi}(t)=(\xi_1(t),\ \xi_2(t),\ \ldots,\ \xi_n(t))$ – випадковий векторний процес (далі $\vec{\xi}(t)$) з безперервною кореляційною матрицею $K_{\alpha\beta}(t,s)=M\xi_\alpha(t)\overline{\xi_\beta(s)}$ і математичним очікуванням $M\xi_j(t)=0$ $(j=\overline{1,n})$. При зануренні векторного випадкового процесу в гільбертовий простір $H_\xi=\overline{\underset{\substack{j,k\\ j=\overline{1,n}}}{\mathrm{V}}\ c_{k,j}\xi_j(t_k)}$ отримуємо *векторну криву* $\vec{x}(t)=\left(x_1(t),x_2(t),...,x_n(t)\right)$. При цьому елементи *кореляційної матриці* $\hat{K}(t,s)=\left(K_{\alpha\beta}(t,s)\right)$ можуть бути одержані як відповідні скалярні добутки в H_ξ: $K_{\alpha\beta}(t,s)=\left\langle x_\alpha(t),x_\beta(s)\right\rangle$, $\alpha,\beta=\overline{1,n}$. Таким чином, для $K_{\alpha\beta}(t,s)$ маємо подвійне зображення

$$K_{\alpha\beta}(t,s)=M\xi_\alpha(t)\overline{\xi_\beta(s)}=\left\langle x_\alpha(t),x_\beta(s)\right\rangle_{H_\xi}.$$

Векторний випадковий процес з неперервною кореляційною функцією має *операторне зображення*, якщо після вкладення цього процесу в гільбертовий простір H_ξ відповідна крива $\vec{x}(t)$ може бути подана у вигляді $x_j(t)=f(t,A_j)\cdot x_{0j}$, де $f(t,A_j)$, – операторнозначна функція оператора A_j і безперервного параметра *t*.

Спектром векторного випадкового процесу будемо називати $\bigcup\limits_{j=1}^{n}\sigma(A_j)$, де $\sigma(A_j)$ – спектр оператора A_j.

У випадку, якщо $f(t,A_j)=e^{itA_j}$, то відповідна крива називається *еволюційно зображуваною*, оскільки $x_j(t)=e^{itA_j}x_{0j}$ є рішенням абстрактної задачі Коші в гільбертовому просторі H_ξ вигляду: $\begin{cases}\dfrac{dx_j}{dt}=iA_jx_j,\\ x_j(0)=x_{0j},\ j=\overline{1,k}.\end{cases}$

Надалі передбачатимемо, що $n=2$ і векторна крива $\vec{x}(t)=\left(x_1(t),x_2(t)\right)$ еволюційно зображувана, тобто має вигляд, $x_j(t)=e^{itA_j}\cdot x_{0j}$, $j=1,2$, де A_j – лінійні обмежені оператори в *H*.

Найпростішим векторним нестаціонарним еволюційно зображуваним процесом називатимемо процес вигляду $(e^{itA}x_{01},e^{itA}x_{02})$, $A\neq A^*$ (відзначимо, що стаціонарний векторний випадковий процес завжди є найпростішим).

Основною функціональною характеристикою нестаціонарності векторного випадкового процесу є *інфінітезимальна кореляційна матриця* – функція-матриця з компонентами $W_{\alpha\beta}(t,s)=-(\partial t+\partial s)K_{\alpha\beta}(t,s)$, $\alpha,\beta=\overline{1,k}$, де $K_{\alpha\beta}(t,s)$ – елементи кореляційної матриці. Очевидно, що $W_{\alpha\beta}(t,s)\equiv 0$ для стаціонарного випадкового векторного процесу.

Векторний випадковий процес назвемо скінченним рангом нестаціонарності (квазістаціонарним), якщо ранги квадратичних форм $\sum\limits_{k,j=1}^{N}\left\langle \vec{a}_k\hat{W}(t_k,s_j),\vec{a}_j\right\rangle_{H_2}$ ($N=1,2,3,\ldots$), де $\vec{a}_k$ – послідовність векторів у комплексному гільбертовому просторі H_2.

Для еволюційно зображуваного векторного випадкового процесу інфінітезимальна кореляційна матриця $\hat{W}(t,s)$ має вигляд

$$W_{\alpha\beta}(t,s)=\left\langle \frac{1}{i}(A_\alpha - A_\beta^*)x_\alpha(t), x_\beta(s)\right\rangle_{H_\xi},\ \alpha,\beta=\overline{1,k}.$$

Нехай $\vec{\xi}(n)=(\xi_1(n),\ \xi_2(n),\ \ldots,\ \xi_k(n))$ – випадкова *векторна послідовність* (далі $\vec{\xi}(n)$) з кореляційною матрицею $K_{\alpha\beta}(n,m)=M\xi_\alpha(n)\overline{\xi_\beta(m)}$ і математичним очікуванням $M\xi_j(n)=0$, $j=\overline{1,k}$. При вкладенні векторної послідовності в гільбертовий простір $H_\xi = \overline{\bigvee\limits_{j,k} c_{jk}\xi_j(k)}$ отримуємо *детерміновану векторну послідовність* $(x_1(n), x_2(n), ..., x_k(n))$. Тоді елементи *кореляційної матриці* $\hat{K}(n,m) = (K_{\alpha\beta}(n,m))$ векторної послідовності можна підрахувати як відповідні скалярні добутки в H_ξ: $K_{\alpha\beta}(n,m)=\langle x_\alpha(n), x_\beta(m)\rangle$, $\alpha,\beta=\overline{1,k}$.

Векторна випадкова послідовність має операторне зображення, якщо відповідна векторна послідовність в гільбертовому просторі може бути представлена у вигляді $x_j(n)=f(n,T_j)x_{0j}$, де $f(n,T_j)$ – операторнозначна функція оператора T_j і цілого параметра n.

Спектром векторної випадкової послідовності будемо називати $\bigcup\limits_{j=1}^{n}\sigma(T_j)$, де $\sigma(T_j)$ – спектр оператора T_j.

У випадку, коли $f(n,T_j)=T_j^n$, випадкову векторну послідовність називатимемо еволюційно зображуваною, оскільки $x_j(n)=T_j^n x_{0j}$ є розв'язком задачі Коші для різницевого рівняння в гільбертовому просторі вигляду $\begin{cases} x_j(n+1)=T_j x_j(n), \\ x_j(0)=x_{0j}, \end{cases}$

де T_j – обмежені оператори. Стаціонарна векторна випадкова послідовність завжди еволюційно зображувана.

Матрицю $\hat{W}(n, m) = \left(W_{\alpha\beta}(n, m)\right)$ з елементами

$$W_{\alpha\beta}(n, m) = K_{\alpha\beta}(n, m) - K_{\alpha\beta}(n+1, m+1),\ \alpha, \beta = \overline{1, k},$$

де $K_{\alpha\beta}(n, m)$ – елементи кореляційної матриці, називатимемо *матрицею кореляційних різниць*. Для еволюційно зображуваної векторної випадкової послідовності матриця має вигляд: $\left(W_{\alpha\beta}(n, m)\right) = \left(\left\langle (I - T_\beta^* T_\alpha) x_\alpha(n), x_\beta(m) \right\rangle_{H_\xi}\right)$ (для стаціонарної векторної послідовності $W_{\alpha\beta}(n, m) \equiv 0$).

Розглянемо векторну випадкову послідовність, для якої відповідна послідовність в гільбертовому просторі породжується одним обмеженим неунітарним оператором T: $\vec{x}(t) = (T^n x_{01}, ..., T^n x_{0k})$. Таку векторну випадкову еволюційно зображувану нестаціонарну послідовність називатимемо *найпростішою* (стаціонарна векторна послідовність завжди є найпростішою). Відповідна кореляційна матриця має вигляд: $\left(K_{\alpha\beta}(n, m)\right) = \left(\left\langle T^n x_{0\alpha}, T^n x_{0\beta} \right\rangle\right)$, $\alpha, \beta = \overline{1, k}$, а матрицю кореляційних різниць відповідно:

$$\left(W_{\alpha\beta}(n, m)\right) = \left(\left\langle (I - T^* T) x_\alpha(n), x_\beta(m) \right\rangle\right).$$

Векторна послідовність $\vec{\xi}(n)$ називається *квазістаціонарною* (або має скінченний ранг нестаціонарності), якщо ранги квадратичних форм $\sum_{n, m=1}^{N} \left\langle \hat{W}(n, m) \vec{a}(n), \vec{a}(m) \right\rangle_{H_k}$ обмежені в сукупності, а *рангом нестаціонарності* назвемо $\rho = \max rang \sum_{n, m=1}^{N} \left\langle \hat{W}(n, m) \vec{a}(n), \vec{a}(m) \right\rangle_{H_k}$.

У цьому ж розділі отримано необхідні і достатні умови (в термінах кореляційної матриці) еволюційної зображуваності нестаціонарних векторних випадкових процесів і послідовностей. Ці умови є в якомусь сенсі аналогом теореми Бохнера-Хінчина для стаціонарних випадкових функцій.

У роботі показано, якщо векторна випадкова послідовність еволюційно зображувана та $\dim \overline{(I - T_q^* T_p) H} = r_{p,q} < \infty$, матриця кореляційних різниць $W_{pq}(n, m)$ матиме вигляд:

$$W_{pq}(n, m) = \sum_{\alpha, \beta=1}^{r_{p,q}} \left\langle x_p(n), g_\alpha^{(p)} \right\rangle J_{\alpha\beta}^{(pq)} \left\langle g_\beta^{(q)}, x_q(m) \right\rangle,$$

де $W_{pq}(n, m)$ – самоспряжений оператор, що діє в $\overline{(I - T_q^* T_p)H}$.

Наступні дві теореми, доведені в цьому розділі, пов'язують ранг нестаціонарності і розмірності відповідних неермітових або дефектних підпросторів:

Теорема 1 (*про ранг*). Для того щоб еволюційно зображувана векторна крива $x_j(t) = e^{itA_j} x_{0j}$ $(j = 1, 2)$ була скінченного рангу, необхідно і достатньо, щоб $r_{\alpha,\beta} = \dim \overline{(A_\alpha - A_\beta^*)H} = \dim G_{\alpha\beta} < \infty$.

Наслідок. Для того щоб векторна еволюційно зображувана крива $x(t) = \left(e^{itA} x_{01}, e^{itA} x_{02}\right) \in H_\xi = \overline{\vee \xi_\alpha(t_k)}$ мала скінченний ранг нестаціонарності, необхідно і достатньо, щоб підпростір $G_A = 2\,\mathrm{Im}\, AH$ був скінченно-вимірним ($\dim G_A = r$, $1 \le r < \infty$).

Теорема 2 (про ранг). Для того щоб еволюційно зображувана послідовність $x_j(n) = T^n x_{0j} \in H_\xi = \overline{\vee \xi_j(x_k)}$ $(j = 1, 2)$ була скінченного рангу, необхідно і достатньо, щоб $\dim \overline{(I - T_q^* T_p)H} = r_{p,q} < \infty$ $(p, q = 1, 2)$.

Для опису векторного випадкового процесу з нескінченним рангом нестаціонарності в термінах інфінітезимальної кореляційної матриці вводиться *кореляційна матриця неунітарності* з елементами

$$N_{\alpha\beta}(t,s) = \left(\frac{\partial^2}{\partial t \partial s} - I \right) K_{\alpha\beta}(t,s), \; (\alpha, \beta = 1,2)$$

і відповідним індексом унітарності як максимальний ранг квадратичних форм $\sum\limits_{k,j=1}^{m} \left\langle \hat{N}(t,s)\vec{z}_k, \vec{z}_j \right\rangle$ $(m = 1, 2, \ldots)$, де $\vec{z}_k = \begin{pmatrix} z_k^{(1)} \\ z_k^{(2)} \end{pmatrix}$, $z_k^{(j)}$ – довільні комплексні числа. Очевидно, що для унітарного випадкового процесу (коли оператор, що дає еволюційне зображення, унітарний) $N_{\alpha\beta}(t,s) \equiv 0$.

Отже для того, щоб індекс неунітарності еволюційно уявного векторного випадкового процесу був скінченним, необхідно і достатньо, щоб $\dim \overline{(I - T_j^* T_i)H} < \infty$ $(i, j = 1, 2)$.

У третьому розділі отримано модельні зображення для кореляційних матриць (інфінітезимальної кореляційної матриці (ІКМ)), матриці кореляційних різниць (МКР) і кореляційної матриці неунітарності (КМН)), які основані на трикутних моделях несамоспряжених або неунітарних операторів, і які дозволяють вирішити обернену задачу моделювання випадкового векторного процесу або послідовності, а також відповідних кореляційних матриць (ІКМ, МКР, КМН) за спектром.

Ці модельні зображення є аналогом спектральних зображень Бохнера – Хінчина для кореляційних матриць у стаціонарному випадку.

Так, для найпростішого векторного випадкового процесу, коли A – повний дисипативний оператор з $\dim \overline{2\,\mathrm{Im}\, AH} = 1$ для $K_{\alpha\beta}(t,s)$, отримано зображення

$$K_{\alpha\beta}(t,s)=\int_0^\infty \varphi_\alpha(t+\tau)\overline{\varphi_\beta(s+\tau)}\,d\tau \;\; (\alpha,\beta=1{,}2), \text{ де } \varphi_\alpha(t)=\left\langle e^{itA}x_{0\alpha},g\right\rangle . \qquad (1)$$

Таким чином, щоб кореляційна матриця $K_{\alpha\beta}(t,s)$ була кореляційною матрицею еволюційно зображуваного векторного гаусівського випадкового процесу, що породжується у відповідному гільбертовому просторі повним дисипативним оператором *з дискретним спектром*, необхідно і достатньо, щоб вона мала вигляд (1), де $\varphi_\alpha(t)$ визначається

$$\varphi_j(t)=\left\langle e^{it\hat{A}}\hat{x}_{0j},\hat{g}\right\rangle_{\hat{H}}=\left\langle \hat{x}_{0j},e^{-it\hat{A}^*}g\right\rangle=\sum_{k=1}^{N\le\infty}\hat{x}_{0k}^{(j)}\Lambda_k(t) \text{ (причому } \sum_{k=1}^{\infty}\left|x_{0k}^{(\alpha)}\right|^2<\infty,$$

$$\Lambda_k(t)=\overline{\frac{-1}{2\pi i}\oint_\gamma e^{-it\lambda}\frac{\sqrt{2\operatorname{Im}\lambda_k}}{\lambda-\bar{\lambda}_k}\prod_{j=1}^{k-1}\frac{\lambda-\lambda_j}{\lambda-\bar{\lambda}_j}\,d\lambda},\; \lambda_j=\alpha_j+i\frac{\beta_j^2}{2},\; \sum_{j=1}^{\infty}\beta_j^2<\infty).$$

При доведенні достатності отримуємо і алгоритм відновлення модельної кривої $\hat{x}(t)=e^{it\hat{A}}\hat{x}_0$, яка має задану кореляційну матрицю або інфінітезимальну кореляційну матрицю. Будується за спектром $\left\{\lambda_k=\alpha_k+i\frac{\beta_k^2}{2}\right\}_{k=1}^{\infty}$ трикутна модель дисипативного оператора $\hat{A}$ з одномірною уявною компонентою. Якщо розглянути криву в ℓ_2 виду $e^{it\hat{A}}\hat{x}_{0j}$, де $\hat{x}_{0j}$ – відомі початкові елементи ($\hat{x}_{0j}\in\ell_2$), то інфінітезимальна кореляційна матриця цій кривій збігається із заданою:

$$W_{\alpha\beta}=\varphi_\alpha(t)\overline{\varphi_\beta(s)}, \text{ де } \varphi_\alpha(t)=\left\langle e^{it\hat{A}}\hat{x}_{0j},\hat{g}\right\rangle,\; \hat{g}=\begin{pmatrix}\beta_1^2\\ \beta_2^2\\ \vdots\end{pmatrix}.$$

Якщо у дисипативного оператора *нескінченнократний спектр у нулі*, то кореляційна матриця має вигляд (1), де $\varphi_\alpha(t)$ визначається виразенням

$$\varphi_j(t)=\left\langle e^{it\hat{A}}\hat{x}_{0j},\hat{g}\right\rangle_{\hat{H}}=\int_0^\ell \hat{x}_{0j}(u)J_0(2\sqrt{tu})du,$$

де $\int_0^l\left|\hat{x}_{0j}(u)\right|^2du<\infty$, $J_0(x)$ – функція Бесселя першого роду нульового порядку. Зазначимо, що саме при доказі достатності одержуємо алгоритм для розв’язання оберненої задачі відновлення ІКМ, МКР і КМН за спектром.

У третьому розділі також отримано спектральні зображення для найпростіших нестаціонарних векторних випадкових процесів і послідовностей на основі лінійних систем, що асоціюються з відповідними операторними вузлами (несамоспряженими або неунітарними). Причому, ці спектральні зображення будуються лише за спектром і початковим елементам відповідних випадкових процесів або послідовностей, і тому їх можна розглядати як модельні канонічні зображення.

Так, у випадку, коли A – повний дисипативний оператор з дискретним спектром ($\lambda_k = \alpha_k + i\dfrac{\beta_k^2}{2}$, $\sum\limits_{k=1}^{r}\beta_k^2 < \infty$), для $x_j(t) = e^{itA}x_{0j}$ отримано спектральне зображення $x_j(t) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} x_j(k,t) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} f_{kj}(t)\eta_k$, де $f_{kj}(t)$ визначається з системи диференціальних рівнянь:

$$i\frac{df_{kj}}{dt} + \lambda_k f_{kj} = \sum_{\alpha=1}^{r} U_{k,j}^{(\alpha)}\sqrt{\mu_\alpha}\,M(a_\alpha \overline{\eta}_k), \quad f_{kj}(t)\Big|_{t=0} = f_{kj}(0),$$

$$U_{k+1,j}^{(\alpha)}(t) = U_{k,j}^{(\alpha)} - i\sqrt{\mu_\alpha}\,f_{kj}(t)M(\eta_k \overline{a}_\alpha), \quad U_{1,j}^{(\alpha)}(t) \equiv 0, \ (\alpha = \overline{1,r}),$$

де $f_{kj}(0)$ – коефіцієнт розкладання $x_j(0)$ як вектора гільбертового простору H_ξ в ряд за ортонормованим базисом $\{\eta_k\}$, який з імовірнісної точки зору є системою некорельованих випадкових величин з дисперсіями, що дорівнюють одиниці (отримане зображення є природним узагальненням скалярного випадку, розглянутого в монографії М. С. Лівшица і А. А. Янцевича[1] (глава 8)).

Це зображення є аналогом спектрального розкладання стаціонарного векторного випадкового процесу, але на відміну від стаціонарного випадку «частоти» є комплексними, компоненти $x_j(k,t)$ є некорельованими, як і в стаціонарному випадку, проте функціонально зв'язаними.

У випадку нескінченнократного спектра в нулі (який не має аналога для стаціонарних випадкових процесів) спектральні розкладання здійснюються не за внутрішніми станами гармонійного осцилятора, а за внутрішніми станами «струн» (стан визначається розв'язанням рівняння гіперболічного типу), а саме, для випадкового векторного процесу існує випадкова спектральна міра Z_x $(0 \le x \le \ell)$ і сукупність r функцій $\varphi_\alpha(x)$ $(\alpha = \overline{1,r})$, що задовольняють умовам:

1) $M(\Delta_1 Z \overline{\Delta_2 Z}) = \rho(\Delta_1 \cap \Delta_2)$, де $\Delta_k Z$ – прирости Z_x відповідно на інтервалах Δ_k, а $\rho(\Delta_1 \cap \Delta_2)$ – довжина загальної частини інтервалів Δ_k;

2) $\sum\limits_{\alpha=1}^{r}|\varphi_\alpha(x)|^2 \equiv 1$, $(0 \le x \le \ell)$; 3) $\int\limits_0^{\ell}\varphi_\alpha(x)\overline{\varphi_\beta(x)}dx = \omega_\alpha\delta_{\alpha\beta}$,

[1] Livshits M. S. and Yantsevitch A. A. Operator colligations in Hilbert space, Wiley, New-York, 1979, 210 p.

і таким, в яких процес $z(t)$ може бути поданий у вигляді $z(t)=\int\limits_0^{\ell} f^{(j)}(x,t)dZ_x$,

де функція $f^{(j)}(x,t)$ визначається з системи рівнянь $\begin{cases} i\dfrac{\partial f^{(j)}}{\partial t} = \sum\limits_{\alpha=1}^{r} U_{\alpha}^{(j)}(x,t)\varphi_{\alpha}(x), \\ i\dfrac{\partial U_{\alpha}^{(j)}}{\partial t} = \overline{\varphi_{\alpha}(x)} f^{(j)}. \end{cases}$

У четвертому розділі реалізується новий підхід до побудови широкого класу нестаціонарних випадкових функцій, оснований на лінійних перетвореннях кривих і послідовностей в гільбертовому просторі. Окремі з отриманих результатів є новими навіть для скалярного випадку.

Нехай операторні зображення випадкового процесу в гільбертовому просторі мають вигляд: $x(t)=e^{tT}x_0$, де T – унітарний оператор.

Розглянемо в гільбертовому просторі нову криву (дилатацію) вигляду $y(t)=Bx(t)$, де B – лінійний обмежений оператор.

Розмірність r підпростору $\overline{(I-B^{*}B)H}$ назвемо порядком дилатації. Хай $\dim\overline{(I-B^{*}B)H}=1$, тоді $K_y(t,s)=K_{xx}(t,s)-\Phi(t)\overline{\Phi(s)}$.

Має місце

Теорема 3. Для того щоб $y(t)$ була дилатацією першого порядку кривої $x(t)=e^{tT}x_0$ (T – унітарний оператор), необхідно і достатньо, щоб кореляційна функція $y(t)$ мала зображення

$$K_{yy}(t,s)=\int\limits_0^{2\pi} e^{(t+s)\cos\lambda+i(t-s)\sin\lambda}dF(\lambda)-\Phi(t)\overline{\Phi(s)},$$

де $\Delta F(\lambda)=\left\|\Delta E_{\lambda}x_0\right\|^2$, а $\Phi(t)$ – лінійний функціонал від $x(t)$.

Аналогічні умови отримані для $2\le r<\infty$, а також для випадку, коли T – стиснення з одновимірним дефектним підпростором.

Дослідження лінійних перетворень послідовностей в гільбертовому просторі проводиться за такою ж схемою. Зазначимо, що зображення для кореляційної функції в цьому розділі будується тільки за спектром відповідного оператора, що дає еволюційне зображення випадкового процесу або послідовності, які перетворюються з початкового елементу і за характером відхилення перетворного оператора від унітарного.

У п'ятому розділі побудована в роботі кореляційна теорія векторних нестаціонарних випадкових функцій застосовується при розв'язанні низки прикладних задач, де істотним є статистична нестаціонарність випадкових збурень. Для розгляду цих задач потрібно було побудувати дійснозначні моделі кореляційних функцій і кореляційних матриць. При цьому показано, що дійсна частина кореляційної матриці знову є кореляційною матрицею дійснозначного векторного випадкового процесу.

У цьому розділі розв'язано проблему відновлення деяких класів векторних нестаціонарних функцій за кореляційною матрицею. При цьому важливо, що модельний векторний випадковий процес визначається скінченною або лічeною кількістю випадкових параметрів. Показано також, як можна відновити однорідне випадкове поле за кореляційною функцією.

Далі, як додатки розглянуто вплив сухого тертя в осі підвісу вільного гіроскопа за наявності випадкових коливань платформи, на якій встановлений гіроскоп. Знайдено дисперсію помилки утримання напряму таким гіроскопом з урахуванням нестаціонарних збурень (що виникають, зокрема, при наростанні або загасанні штормових хвиль) або нестаціонарної турбулентності. Показано, що внесок в дисперсію нестаціонарної частини збурень за певних умов істотніший, ніж стаціонарної частини. Розглянуто векторний аналог цієї задачі, а для кутів, що визначають відхилення осі гіровертикалі через сухе тертя в осях підвісу, отримано вираження їх дисперсій, які враховують нестаціонарний характер випадкових збурень.

Як ще один приклад досліджено середньоквадратичну стійкість рівнянь балансу мас для бака змішувача у випадку, коли витрати мають нерегулярний характер. Як конкретний приклад розглянуто випадок, коли вхідний випадковий процес має єдину недійсну точку спектру, тоді стійкість в середньоквадратичному забезпечується нерівністю, що пов'язує постійну часу системи із уявною частиною спектру вхідного випадкового збурення.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі вирішена актуальна науково-прикладна задача побудови кореляційної теорії нових класів нестаціонарних векторних випадкових функцій, яка заснована на спектральній теорії несамоспряжених або неунітарних операторів і теорії лінійних динамічних систем, що асоціюються з операторними вузлами і комплексами.

Основні результати роботи полягають в такому:

1. Проведений аналіз сучасного стану кореляційній теорії векторних випадкових процесів та послідовностей та її застосування показав, що відомі методі аналізу та моделювання не завжди ефективні у задачах зі статистично нестаціонарними даними. Це й привело до необхідності побудови кореляційної теорії окремих класів векторних нестаціонарних випадкових процесів та послідовностей, яка б дозволила ефективно описувати характер відхилення від ймовірнісної стаціонарності.

2. Запропоновано єдиний підхід до побудови кореляційної теорії векторних нестаціонарних випадкових процесів і послідовностей, який засновано на гільбертовому підході і відповідних трикутних моделях операторів. В рамках цього уведено нові характеристики нестаціонарності векторних випадкових функцій (інфінітезимальна кореляційна матриця (ІКМ), матриця кореляційних різниць (МКР),

кореляційна матриця неунітарності (КМН)), які дозволили ввести числові характеристики неунітарності. На основі трикутних моделей операторів отримано спектральні зображення ІКМ, МКР, КМН, а також кореляційних матриць.

3. Гільбертов підхід дозволив по-новому розглянути питання про лінійні перетворення випадкових процесів і послідовностей, як скалярних, так і векторних. Лінійному перетворенню у гільбертовому просторі відповідає перетворення з випадковими параметрами в початковому «просторі станів» випадкових функцій. Такий підхід дозволяє отримувати нові класи нестаціонарних випадкових функцій, а також спектральні зображення відповідних кореляційних функцій.

4. Використання спектральної теорії несамоспряжених операторів дозволило побудувати нові математичні моделі кореляційних функцій і кореляційних матриць для різних випадків спектру, а також відновлювати випадкову функцію за кореляційною функцією або кореляційною матрицею, або навіть лише за спектром.

5. Побудовані в роботі моделі нестаціонарних випадкових процесів дозволили врахувати статистичну нестаціонарність під час розв'язання окремих прикладних задач: розрахунок впливу статистичної нестаціонарності на характер відхилення осі гіровертикалі; стохастичний варіант системи керування процесом бака змішувача та інших прикладних задач (розрахунок теплових режимів сонячних батарей; процесів хімічного травлення; статистична обробка результатів вимірів отриманих експериментальних даних декаметровим інтерферометром УРАН–1).

6. Побудована в дисертації кореляційна теорія нестаціонарних випадкових функцій, а також відповідні моделі нестаціонарних процесів і послідовностей використовуються в навчальному процесі Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна під час читання спецкурсів «Спектральний аналіз випадкових процесів» і «Кореляційна теорія нестаціонарних випадкових функцій».

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Петрова А. Ю. О моделировании нестационарных случайных процессов при помощи пары некоммутирующих операторов / А. Ю. Петрова // Радиоэлектроника и информатика / Мин-во образования и науки Украины, Харьк. нац. ун-т радиоэлектроники. – Х. : ХНУРЭ. – 2004. – № 2. – С. 64–68.
2. Петрова А. Ю. Корреляционные функции и квазидетерминированные сигналы / А. Ю. Петрова, В. А. Фадеев, Н. В. Черемская // Вісн. ХНУ. Сер. Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління, вип. 5. – Х., 2005. – № 703. – С. 172–177.
3. Климова Л. В. Об одной вероятностной модели тепловых режимов радиоаппаратуры / Л. В. Климова, А. Ю. Петрова, М. А. Проценко, Н. В. Черемская // Вісн. ХНУ. Сер. Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління, вип. 6. – Х., 2006. – № 733. – С. 160–165.
4. Петрова А. Ю. Корреляционная теория некоторых классов нестационарных случайных функций конечного ранга нестационарности / А. Ю. Петрова // Радио-

электроника и информатика / Мин-во образования и науки Украины, Харьк. нац. ун-т радиоэлектроники. – Х. : ХНУРЭ. – 2007. – №1. – С. 29–34.

5. Янцевич А. А. Спектральная теория некоторых классов нестационарных случайных векторных функций / А. А. Янцевич, А. Ю. Петрова // Радиоэлектроника и информатика / Мин-во образования и науки Украины, Харьк. нац. ун-т радиоэлектроники. – Х. : ХНУРЭ – 2007. – № 4. – С. 37–40.

6. Янцевич А. А. Линейные преобразования кривых и последовательностей в гильбертовом пространстве / А. А. Янцевич, А. Ю. Петрова // Вісн. ХНУ. Сер. Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління, вип. 9. – Х., 2008.– № 809. – С. 162–169.

7. Yantsevitch A. A. About one class of vector random processes with infinite rank of nonstationarity / A. A. Yantsevitch, A. Y. Petrova // Radioelektronika i informatika. – 2008. – № 4. – P. 38–42.

8. Петрова А. Ю. Восстановление случайных полей по корреляционным функциям / А. Ю. Петрова // Вестн. НТУ «ХПИ». Системный анализ, управление и информационные технологии. – Х. : НТУ «ХПИ». – 2003. – Т. 1, № 6. –С. 174–182.

9. Петрова А. Ю. О моделировании вещественнозначных корреляционных функций нестационарных случайных процессов и последовательностей / А. Ю. Петрова, М. А. Проценко, Н. В. Черемская // Технология приборостроения. – Х. : НИТИП. – 2003. – № 2. – С. 25–29.

10. Петрова А. Ю. Некоторые модели нестационарных случайных процессов / А. Ю. Петрова // Актуальные проблемы гуманитарных наук и их информационное обеспечение : материалы VII Междунар. студ. науч. конф., Харьков, 22 апр. 2000 г. / Мин-во образования и науки Украины ; Нар. укр. акад. и др. – Х., 2000. – С. 130.

11. Петрова А. Ю. Восстановление случайных полей по корреляционным функциям / А. Ю. Петрова // Системний аналіз та інформаційні технології : тези доп. учасників V Міжнар. наук.-практ. конф. студ., аспірантів та молодих вчених, Київ, 1–3 липня 2003 р. / Мін-во освіти і науки України. Нац. техн. університет України «КПІ». Ін-т приклад. систем. аналізу / уклад. Д. А. Пінчук. – К. : НТУУ «КПІ», 2003. – С. 93–94.

12. Петрова А. Ю. Застосування моделей нестаціонарних випадкових процесів до операції хімічного рідинного травлення в технологічних процесах мікроелектроніки / В. А. Антонова, А. Ю. Петрова, Н. В. Черемская, А. А. Янцевич // Материалы I Международной научной конференции «Электронная компетентная база. Состояние и перспективы развития» в рамках третьего Международного радиоэлектронного форума «Прикладная радиоэлектроника. Состояние и перспективы развития» МРФ-2008, Харьков – Судак, 30 сент.–3 окт. 2008г. – Х. : ХНУРЭ, 2008. – С. 116–119.

13. Петрова А. Ю. Моделі статистично неоднородних середовищ / А. Ю. Петрова, А. Г. Боев, Н. В. Черемская, А. А. Янцевич // Сборник научных трудов Международной конференции «Современные и перспективные системы радиолокации, радиоастрономии и спутниковой навигации» в рамках третьего Международного радиоэлектронного форума «Прикладная радиоэлектроника. Состояние и перспек-

тивы развития» МРФ–2008, Харьков, АНПРЭ, ХНУРЭ, 22–24 окт. 2008г. – Х. : АНПРЭ, ХНУРЭ, 2008. – Т. 1, ч. 2. – С. 196–198.

14. Петрова А. Ю. Корреляционная теория одного класса векторных нестационарных случайных процессов / А. Ю. Петрова, А. А. Янцевич // Український математичний конгрес – 2009 (до 100-річчя від дня народження Миколи М. Боголюбова), Київ: Ін-т математики НАН України, 27–29 серпня 2009 р. [Електронний ресурс] / Режим доступу: http://www.imath.kiev.ua/~congress2009/Abstracts/JantsevychPetrova.pdf

15. Петрова А. Ю. Влияние на работу гироскопа нестационарных случайных возмущений / А. Ю. Петрова, А. А. Янцевич // Інтегровані комп'ютерні технології в машинобудуванні : матеріали IX наук.-техн. конф. молодих вчених ІКТМ-2009. – Харків, НАУ «ХАІ», 10–13 листопада 2009 р. – Т. 2. – С. 6.

АННОТАЦИЯ

Петрова А. Ю. Спектральные представления векторных нестационарных случайных процессов и последовательностей и их моделирование по спектру. – Рукопись.

Диссертация на соискание научной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, 2012.

Диссертационная работа посвящена разработке единого подхода к построению корреляционной теории нестационарных векторных случайных функций, основанной на треугольных моделях и спектральных разложениях несамосопряженных или неунитарных операторов в гильбертовом пространстве, и позволяющий моделировать векторные нестационарные процессы и последовательности по спектру. Во многих прикладных задачах возникает необходимость использовать для описания нестационарные векторные случайные функции, однако характеристики (функциональные и числовые), которые описывали бы отклонения векторной случайной функции от стационарной, отсутствуют.

В диссертационной работе введены новые характеристики нестационарности: инфинитезимальная корреляционная матрица, матрица корреляционных разностей, корреляционная матрица неунитарности, ранг нестационарности, индекс неунитарности, которые позволили описывать отклонения случайных векторных процессов и последовательностей от стационарных или базовых. Установлена тесная связь нестационарных случайных векторных функций с несамосопряженными или неунитарными операторами, которые дают операторное представление соответствующего векторного случайного процесса или последовательности. Построена корреляционная теория нестационарных векторных случайных процессов конечного ранга нестационарности, использующая треугольные модели диссипативных несамосопряженных операторов, и получены представления для корреляционных матриц, инфинитезимальных корреляционных матриц и матриц корреляционных разностей неко-

торых классов нестационарных векторных случайных процессов и последовательностей. Даны спектральные разложения соответствующих случайных функций с использованием теории линейных систем, ассоциированных с операторными узлами или комплексами.

Построен новый класс нестационарных случайных векторных процессов бесконечного ранга нестационарности, для описания которых введены специфические характеристики нестационарности и получены соответствующие спектральные разложения.

Рассмотрены линейные преобразования в гильбертовом пространстве кривых и последовательностей, которые позволяют получать достаточно широкие классы корреляционных функций и матриц нестационарных случайных процессов или последовательностей из базовых. Изучение прямых задач позволило также решить и обратную задачу о восстановлении случайных процессов, последовательностей и их корреляционных матриц или инфинитезимальной корреляционной матрицы, или матриц корреляционных разностей по спектру.

Результаты диссертационной работы могут быть использованы: при моделировании статистических характеристик случайной среды, когда предположение о статистической стационарности (однородности) нарушается: для статистического описания переходных процессов в линейных системах; при анализе поведения гироскопа с учетом случайных колебаний платформы; при расчетах температурных полей солнечных батарей, находящихся в космическом пространстве, с учетом внешних нестационарных и неоднородных случайных воздействий и др.

Ключевые слова: нестационарные векторные случайные функции, корреляционная функция, ранг нестационарности, инфинитезимальная корреляционная матрица, матрица корреляционных разностей, спектр нестационарной случайной функции, несамосопряженный оператор, неунитарный оператор, треугольная модель оператора, операторный узел, операторный комплекс, открытые ассоциированные системы.

АНОТАЦІЯ

Петрова А. Ю. Спектральні зображення векторних нестаціонарних випадкових процесів та послідовностей та їх моделювання за спектром. – Рукопис.

Дисертація на здобуття вченого ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, 2012.

Дисертаційна робота присвячена розробці єдиного підходу до побудови кореляційної теорії нестаціонарних векторних випадкових функцій, яка заснована на трикутних моделях та спектральних розкладаннях несамоспряжених або неунітарних операторів у гільбертовому просторі, які дозволяють моделювати векторні нестаціонарні випадкові процеси та послідовності за спектром.

У дисертаційній роботі введено нові характеристики нестаціонарності: інфінітезимальна кореляційна матриця, матриця кореляційних різниць, кореляційна

матриця неунітарності, ранг нестаціонарності, індекс неунітарності, які дозволили описати відхилення випадкових векторних процесів та послідовностей від стаціонарних або базових. Установлено тісний зв'язок нестаціонарних випадкових функцій із несамоспряженими або неунітарними векторними операторами.

Побудовано кореляційну теорію нестаціонарних векторних випадкових процесів скінченного рангу нестаціонарності, яку основано на трикутних моделях дисипативних несамоспряжених операторів, та отримано зображення для кореляційних матриць, інфінітезимальної кореляційної матриці та матриць кореляційних різниць деяких класів нестаціонарних векторних випадкових процесів та послідовностей.

Побудовано новий клас нестаціонарних випадкових векторних процесів нескінченного рангу нестаціонарності, для опису яких уведено специфічні характеристики нестаціонарності, а також отримано відповідні спектральні зображення.

Розглянуто лінійні перетворення у гільбертовому просторі кривих та послідовностей, які дозволяють отримувати широкі класи кореляційних функцій та матриць нестаціонарних випадкових процесів або послідовностей з базових. Вивчення прямих задач дозволило також вирішити і зворотну задачу про відновлення випадкових процесів, послідовностей та їх кореляційних матриць або інфінітезимальної кореляційної матриці за спектром.

Результати дисертації використовуються для розгляду низки прикладних задач, для яких статистична нестаціонарність є суттєвою.

Ключові слова: нестаціонарні векторні випадкові функції, кореляційна функція, ранг нестаціонарності, інфінітезимальна кореляційна матриця, матриця кореляційних різниць, спектр нестаціонарної випадкової функції, несамоспряжений оператор, неунітарний оператор, трикутна модель оператора, операторний вузол, операторний комплекс, відкриті асоційовані системи.

ABSTRACT

Petrova A. Yu. Spectral representation of the vector of nonstationary random processes and sequences and their modelling of the spectrum. – Manuscript.

Candidate of Physical and Mathematical Sciences degree dissertation in speciality 01.05.02 – Mathematical Modelling and Computational Approaches. – Kharkiv National University of Radio Elektronics, Kharkiv, 2012.

The dissertation is devoted to development of the united approach to construction of the correlation theory of nonstationary vector random functions, based on the close connection of nonstationarity with nonself-adjoint or nonunitary operators in Hilbert space.

The new characteristics of nonstationarity are introduced: infinitesimal correlation matrix, matrix of correlation differences, correlation matrix of nonunitarity, rank of non-stationarity, index of nonunitarity, which allowed to describe the deflection of random vector processes and sequences from the stationary ones. Spectral representations were

obtained for them and for relevant random functions using the triangle models of operators and open associated systems.

Linear transformations of curves and sequences in Hilbert space, which allow to obtain sufficiently wide classes of correlation functions and matrixes of nonstationary random processes or sequences from the base ones were examined. The task of restoration of random processes, sequences and fields by known correlation function, as well as by the complex spectrum, was solved in the dissertation.

The results of the dissertation are used for to consider correspoding applications, for which the statistical nonstationarity is essential.

Keywords: nonstationary vector random functions, correlation function, rank of nonstationarity, infinitesimal correlation matrix, matrix of correlation differences, spectrum of nonstationary random function, nonself-adjoint operator, nonunitary operator, triangle model of operator, operator node, operator complex, open associated systems.

Підписано до друку 01.03.12. Формат 60×84 $\frac{1}{16}$. Спосіб друку – ризографія.
Умов. друк. арк. 0,9. Тираж 100 прим. Зам. № 54/12.

Надруковано у видавництві Народної української академії

Видавництво Народної української академії
Свідоцтво № 1153 від 16.12.2002.
Україна, 61000, Харків, МСП, вул. Лермонтовська, 27.