

УТОЧНЕНИЕ ФОРМЫ РЕЗОНАНСНОЙ КРИВОЙ РЕЗОНАТОРОВ СТОЯЧИХ ВОЛН

Известно, что добротность колебательной системы (резонатора) определяется формулой [1]:

$$Q = 2\pi f \frac{W_{зан}}{P_{рас}}, \quad (1)$$

где f – значение частоты (резонансной); $W_{зан}$ – энергия, запасенная в резонаторе на резонансной частоте, величина которой зависит от объема резонатора и характера (структуры) колебаний, возбуждаемых в резонаторе; $P_{рас}$ – мощность, рассеиваемая в резонаторе за период, которая зависит от структуры колебания, а также от значения поверхностного сопротивления материала стенок резонатора (объемные резонаторы с проводящими стенками), поверхностного сопротивления, потерь в диэлектрике и потерь на излучение (металлодиэлектрические, полосковые и микрополосковые резонаторы), потерь в диэлектрике и потерь на излучение (диэлектрические резонаторы) и т. д.

На основании (1) можно утверждать, что чем больше величина запасенной в резонаторе энергии и чем меньше потери, тем больше значение добротности. В то же время получить описание формы резонансной характеристики из (1) нельзя.

Форма резонансной кривой, как правило, описывается таким известным соотношением [2]:

$$S(a) = \frac{1}{\sqrt{1+a^2}}, \quad (2)$$

где $a = Q \frac{2\Delta f}{f_p} = \frac{\Delta f}{\Delta f_p}$ – обобщенная расстройка; Δf – величина отклонения частоты от резонансного значения f_p ; Δf_p – полуширина полосы пропускания резонатора по уровню $1/\sqrt{2}$.

Выражение (2) было получено при рассмотрении условий резонанса в колебательном контуре с сосредоточенными параметрами (R, C, L) и в настоящее время используется для описания всех типов резонансных систем. Более того, практически при всех экспериментальных исследованиях, построенных на измерении значения добротности резонаторов, ее величина находится как отношение значения резонансной частоты к значению полосы пропускания ($Q = f_p / 2\Delta f_p$), получаемое как следствие из формулы (2).

По мнению автора формула (2) не совсем справедлива при описании некоторых типов резонансных систем.

Рассмотрим характер колебаний в резонаторах стоячих волн. К этому типу колебательных систем может быть отнесено значительное число резонансных систем, используемых на практике начиная с диапазона акустических волн и заканчивая оптическим диапазоном.

Предположим, что в резонаторе отсутствуют потери, а сам резонатор имеет форму линии, закрытой на концах торцевыми стенками.

Тогда характер преобразования сигнала в резонаторе за время одного колебания можно описать оператором:

$$\dot{S}(t, f) = \dot{\Gamma}_1 \dot{\Gamma}_2 \dot{K}_{np} \dot{K}_{обр}, \quad (3)$$

где $\dot{\Gamma}_1 = \left| \dot{\Gamma}_1 \right| \cdot e^{j\varphi_1}$, $\dot{\Gamma}_2 = \left| \dot{\Gamma}_2 \right| \cdot e^{j\varphi_2}$ – коэффициенты отражения сигнала от торцевых стенок;

$\dot{K}_{np} = \left| \dot{K}_{np} \right| \cdot e^{j\beta l}$, $\dot{K}_{обр} = \left| \dot{K}_{обр} \right| \cdot e^{j\beta l}$ – коэффициенты, характеризующие изменение сигнала

ла при его прохождении по линии в прямом и обратном направлениях; $\beta = 2\pi/\lambda_l = 2\pi f/v_{фл}$ – постоянная распространения линии; $\lambda_l, v_{фл}$ – длина и фазовая скорость волны в линии; l – длина линии.

Условия отсутствия потерь и зеркальности отражения сигнала от торцевых стенок на всех частотах (или, по крайней мере, на частотах рабочего диапазона) приводят к трансформации (3):

$$\dot{S}(t, f) = e^{j2\beta l}. \quad (4)$$

Используя формулу Эйлера и учитывая только ее действительную часть для n -го колебания, из (4) можно получить

$$\text{Re} \dot{S}(t, f) = \cos 2n\beta l. \quad (5)$$

Для резонатора, длина которого равна $\lambda_{рл}/2$:

$$\varphi_{\Sigma} = 2n\beta l = \frac{2\pi n \lambda_{рл}}{\lambda_l} = \frac{2\pi n f}{f_p}, \quad (6)$$

где $\lambda_{рл}$ – резонансная длина волны в линии.

При $f = f_p$ ($\lambda_l = \lambda_{рл}$) все сигналы в резонаторе будут складываться в фазе и амплитуда суммарного сигнала будет определяться количеством колебаний в резонаторе ($A_{\Sigma} = A_{01} \cdot n$). Для полуволнового резонатора длительность одного колебания будет равна периоду ($T = 1/f$).

При отклонении значения частоты от резонансного суммарный набег фаз в резонаторе уже не будет кратным 2π и, соответственно, амплитуда суммарного сигнала будет уменьшаться.

Если ввести дополнительное условие когерентности в течение времени наблюдения на всех частотах рабочего диапазона для внешнего сигнала, вводимого в резонатор, то функция, которая описывает форму резонансной кривой рассматриваемого резонатора, может быть записана следующим образом:

$$S(t, f) = \sum_{k=1}^n \sum_{k=1}^n \cos\left(\frac{2\pi k f}{f_p}\right). \quad (7)$$

Суммарный сигнал будет формироваться из разного количества сумм колебаний сигнала, которые произойдут за время наблюдения. Набег фазы каждого из них зависит от времени его существования в резонаторе и может меняться от 2π до $n \cdot 2\pi$.

Выражение (7) учитывает только те сигналы, которые прошли путь между стенками резонатора. Если не учитывать фазу максимумов, образующихся при сложении колебаний, то типичные формы резонансных кривых, описываемых выражением (7), будут выглядеть так, как показано на рис.1. Видно, что резонансные кривые представляют собой систему из центрального максимума и большого числа боковых максимумов, количество, амплитуда, ширина и место расположения которых на оси частот зависит от количества колебаний в резонаторе. С ростом величины n (или времени наблюдения) будет увеличиваться амплитуда и уменьшаться ширина главного максимума, увеличиваться число боковых максимумов и уменьшаться их относительная амплитуда. Таким образом, будет формироваться постоянно меняющаяся во времени резонансная характеристика, в пределе стремящаяся к дельта-функции на резонансной частоте. Следовательно, при сделанных выше допущениях получается, что форма резонансной характеристики резонатора стоячей волны не является постоянной и меняется в зависимости от времени наблюдения.

Поскольку ширина главного максимума в рассматриваемом случае меняется с изменением $n = ft$ (t – время поддержания колебаний в резонаторе), то можно утверждать, что значение добротности, определяемое как $Q = f_p / 2\Delta f_p$, будет функцией частоты и времени $Q = F(f, t)$, что противоречит выражению (1).

Для полуволнового резонатора волноводного типа условие (6) можно записать:

$$\varphi_{\Sigma} = 2n\beta l = \frac{2\pi n \lambda_{p\beta}}{\lambda_g} = 2\pi n \frac{\sqrt{(\lambda_{кр} f / c)^2 - 1}}{\sqrt{(\lambda_{кр} f_p / c)^2 - 1}} \quad (8)$$

где $\lambda_{кр}$ – критическая длина волны в волноводе; c – скорость распространения электромагнитных волн в вакууме (скорость света).

С учетом (8) изменится соответственно и выражение (7), однако характер изменения функции (7) останется тем же.

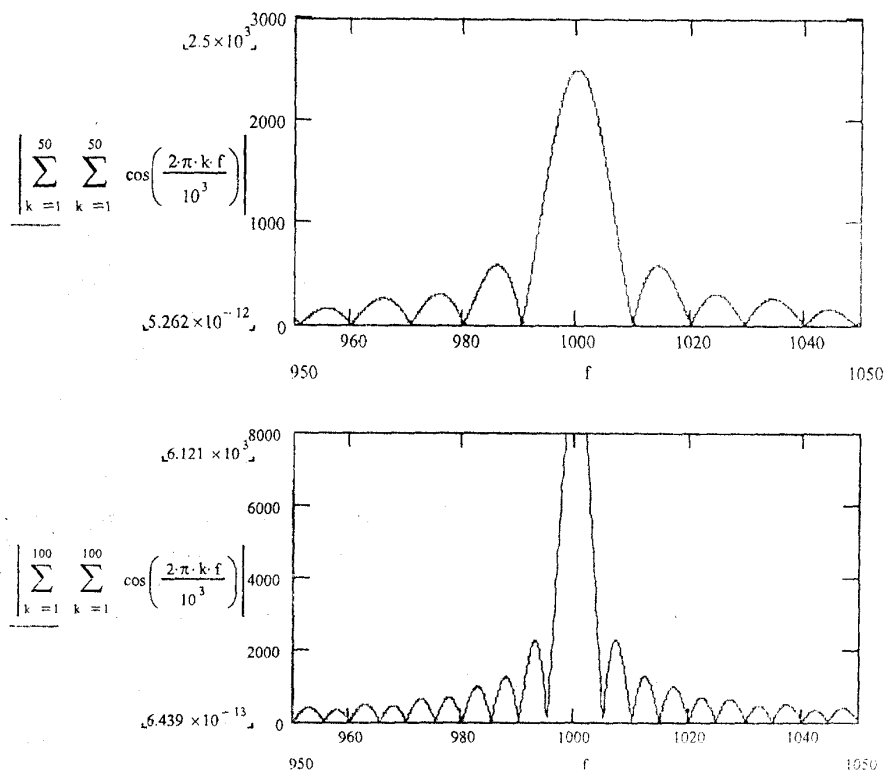


Рис. 1

Влияние активных потерь в резонаторе на форму его резонансной кривой можно учесть путем введения некоторой постоянной затухания α , которая характеризует потери в сигнале за время одного колебания.

Тогда выражение (7) запишется следующим образом:

$$S(t, f) = \sum_{k=1}^n \sum_{k=1}^n e^{-(n-k+1)\alpha} \cos\left(\frac{2\pi k f}{f_p}\right) \quad (9)$$

Используя выражение (9), можно построить графики типичных резонансных характеристик для разных значений постоянной затухания (рис. 2, 3).

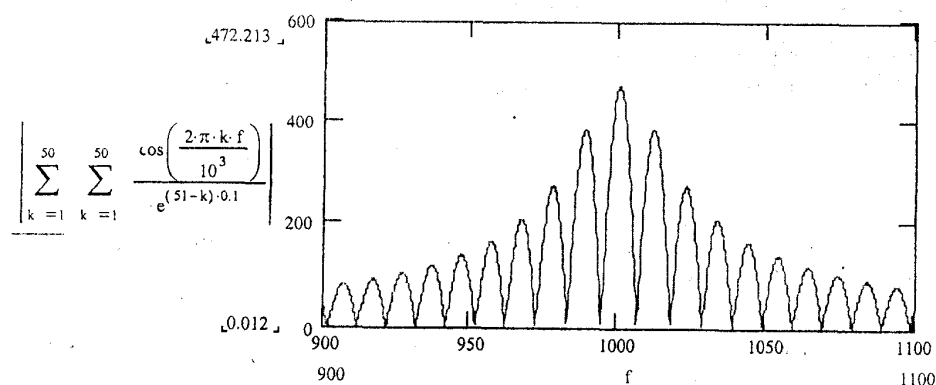


Рис. 2

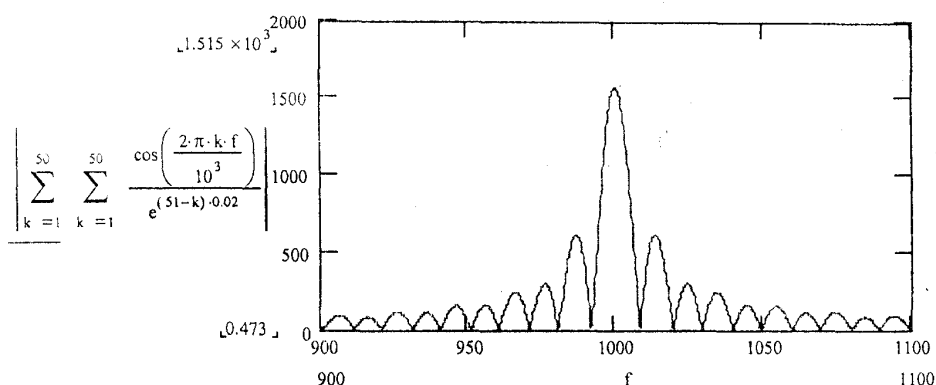


Рис. 3

Из графиков (рис.2 и 3) видно, что уменьшение активных потерь в резонаторе ведет к росту центрального максимума и уменьшению амплитуд боковых максимумов. Однако и зависимость формы резонансной кривой от времени действия внешнего сигнала (значения n), показанная на рис.1 и описываемая выражениями (7) и (9), тоже сохраняется.

Таким образом, форма резонансной кривой резонатора стоячих волн будет зависеть от характера интерференции колебаний в резонаторе и величины активных потерь в нем. Причем, если степень влияния процессов интерференции на форму резонансной кривой будет зависеть от времени действия внешнего сигнала, то степень воздействия активных потерь будет определяться временем установления колебаний в резонаторе, т. е. временем, за которое в резонаторе установится режим, при котором величина мощности потерь за период будет равна мощности входного сигнала.

При малом уровне активных потерь в резонаторе (например, для охлаждаемых и сверхпроводящих резонаторов) основным фактором, влияющим на формирование резонансной характеристики, будет процесс интерференции колебаний.

При значительном уровне потерь (для обычных резонаторов) можно оценить время (или количество колебаний), за которое сформируется резонансная характеристика. Установление колебаний в резонансной системе характеризуется некоторой постоянной переходного процесса τ , которая определяется следующим образом [3]: $\tau = Q/\pi f_p$, где Q – добротность резонатора на резонансной частоте. При этом предполагается, что за время τ амплитуда колебаний в резонаторе достигает величины $A = (1 - 1/e)A_{\text{макс}}$. Для достижения $A \approx 0,95A_{\text{макс}}$ необходимо время $t \approx 3\tau$ ($n \approx 3Q/\pi$). При добротностях резонаторов $\sim 10^3$ на частотах $\sim 10^{10}$

время установления колебаний и, соответственно, формирования резонансной характеристики составит $\sim 10^{-7}$ с, а $n \sim 10^3$. Используя (9) и (8), можно оценить форму резонансной кривой и величину полосы пропускания.

Проведенное рассмотрение приводит нас к выводу о том, что если вести речь о характеристиках собственно резонатора, то таковыми могут быть только значение добротности на определенной частоте (1) и значение резонансной частоты. Значение же полосы пропускания будет определяться соотношением геометрических размеров резонатора и рабочей длины волны, величиной активных потерь, а также характеристиками внешнего сигнала (в частности, его длительностью).

При экспериментальных исследованиях характеристики, подобные построенным на рис.3 и 4 или их огибающим, не наблюдаются, поскольку, во-первых, используемые измерительные генераторы, как правило, не излучают сигналы, когерентные в рабочей полосе частот, а изменения формы резонансной характеристики происходят за время порядка $2l/v_{фг}$.

Список литературы: 1. *Лебедев И.В.* Техника и приборы СВЧ. Том 1. М.: Высш. школа, 1970. 440 с. 2. *Калинников А.М., Степук Я.В.* Колебательные системы. М.: Изд. МО СССР, 1972. 376 с. 3. *Альтман Дж.* Устройства сверхвысоких частот. М.: Мир, 1968. 488 с.

Харьковский институт ВВС

Поступила в редколлегию 22.02.2003