АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК

1985 т. XIX, № 4

УДК 523.531

ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ МЕТЕОРНОГО КОМПЛЕКСА ВБЛИЗИ ОРБИТЫ ЗЕМЛИ.
I. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Ю. И. ВОЛОЩУК, Б. Л. КАЩЕЕВ

Показано, что механизм образования и эволюции метеорных роев, состоящих из процессов, приводящих к концентрации, с одной стороны, и к рассеянию с другой, приводит к гиперболическому распределению интенсивности метеорных роев.

В проблеме математического моделирования явлений и процессов окружающего мира четко различаются два направления. Первое связано со стремлением получить количественную модель, второе — с попытками построить описание процесса, дающее качественное представление о тех или иных его особенностях. Второй подход привлекателен тем, что для его реализации не требуется вводить ограничений и предположений, которые неизбежны в первом случае и почти всегда являются субъективными. Он базируется на фундаментальных общефизических законах. Для выяснения общих закономерностей распределения метеорного вещества в пространстве воспользуемся вторым подходом, взяв за основу только самые общие представления о происхождении и эволюции метеорного комплекса.

Примем, что большинство мелких (масса $M \leqslant 1$ г) метеорных тел в Солнечной системе являются продуктами дезинтеграции комет. При этом в рамках задачи, которая рассматривается в настоящей работе, возможные источники самих комет, механизмы, переводящие их во внутренние области Солнечной системы и т. п., нас не интересуют. Для нас важно, что в Солнечной системе существует источник постоянного пополнения межпланетного пылевого облака и в качестве такого источника выступает вынос пылевой материи газовым потоком в результате прогревания ядра кометы солнечными лучами.

Современные представления о природе кометных ядер позволяют в общих чертах описать процесс формирования метеорных роев [7].

Световое давление увлекает из головы в хвост кометы лишь самые мелкие пылинки, а на более крупные не оказывает практически никакого влияния. Потоки испаряющихся газов сообщают им небольшие скорости, составляющие сотые доли процента орбитальной скорости ядра. Поэтому частицы продолжают двигаться вместе с ядром кометы практически вдоль той же орбиты по квазипараллельным путям. Со временем они растягиваются вдоль всей кометной орбиты, образуя эллиптический рой. Одновременно происходит и утолщение роя. Главная роль здесь принадлежит планетным возмущениям. Рой приобретает сложную структуру, состоящую из множества пересекающихся, все время меняющих свою форму, более тонких, иногда почти нитевидных роев. Но пока существует кометное ядро, его орбита является осью роя, где поддерживается более высокая пространственная плотность частиц за счет пополнения новыми, молодыми частицами [7].

Таким образом, структура метеорного комплекса устанавливается в результате компромиссного взаимодействия двух противодействующих факторов: концентрации и рассеивания.

Будем рассматривать комету как некоторую систему, генерирующую метеорные тела. Пусть в момент t система находилась в состоянии x, где x — число частиц, выброшенных из ядра к этому моменту. Тогда в момент $t+\Delta t$ система будет находиться в состоянии x с вероятностью

$$P_x(t+\Delta t)=(1-\lambda_x\Delta t)P_x(t)+\lambda_{x-1}\Delta t P_{x-1}(t), \tag{1}$$

где $\lambda_x\Delta t$ — вероятность перехода системы в состояние $x+1$ на интервале $(t, t+\Delta t)$.

В первом приближении можно принять, что вероятность перехода за время $(t, t+\Delta t)$ пропорциональна числу частиц x в момент t, т. е.

$$\lambda_x=\lambda x, \quad x>1, \quad \lambda>0. \tag{2}$$

Орбиту кометы можно отобразить точкой k в пятимерном пространстве $\{e, q, i, \omega, \Omega\}$ элементов орбит. Тогда орбиты частиц, генерируемых ею, отображаются на счетное множество точек Y группирующихся вокруг k. С течением времени мощность этого множества растет: во-первых, с каждым новым оборотом комета выбрасывает все новые и новые тела, во-вторых, происходит дробление более крупных тел на фрагменты под воздействием различных механизмов (влияние корпускул солнечного ветра; столкновения частиц, движущихся по близким орбитам; разрушения из-за большого вращательного момента; электростатическое разрушение [10] и т. п.)

Условие (2) позволяет в качестве модели «порождения» частиц в результате дезинтеграции кометных ядер выбрать простой или линейный процесс рождения [1]. Тогда число частиц x (мощность множества Y) за время t описывается распределением Юла — Фарри [1]:

$$P_x(t)\begin{cases} e^{-\lambda t}(1-e^{-\lambda t})^{x-1}, & x=1,2,\ldots, \\ 0, & x=0. \end{cases} \tag{3}$$

Учтем теперь, что нарастающий характер процесса ограничен некоторым временем t, зависящим от химического состава ядра, его структуры, орбиты кометы и др. В простейшем случае примем, что вероятность прекращения интенсивного увеличения мощности множества Y постоянна в каждый момент времени. Это приводит к показательному распределению случайной величины t с параметром μ:

$$P(t)=\mu e^{-\mu t}. \quad (4)$$

Стационарное распределение интенсивности метеорных роев (мощность множеств Y), порождаемых описанным механизмом, найдем усреднением (3) по t:

$$P(x)=\int_0^\infty P_x(t)P(t)\,dt=\alpha B(x,\alpha+1). \quad (5)$$

Здесь $B(x, \alpha+1)$ — бета-функция, $\alpha=\frac{\mu}{\lambda}$ — характеристический показатель.

Тогда при $x\to\infty$ имеет место асимптотическая сходимость (5) к закону распределения Ципфа — Парето [3]:

$$P(x)=\frac{A}{x^{1+\alpha}}. \quad (6)$$

Рассмотренная модель, приводящая к гиперболическому распределению интенсивности метеорных роев в результате взаимодействия двух противодействующих факторов концентрации и рассеивания, является упрощенной. Конечно, механизм образования и эволюции метеорных роев много сложнее. Здесь не учтена роль кратковременных вспышек яркости комет, структурных особенностей ядер, гравитационных полей и др. Не учтены в рассмотренной качественной модели и многие механизмы рассеивания роев. Однако следует подчеркнуть, что все эти и другие возможные процессы также можно разделить на две группы: процессы, приводящие к концентрации, и процессы, приводящие к рассеянию. Таким образом, можно ожидать, что переход к более сложным моделям образования и эволюции метеорного комплекса не должен изменить вид закона. Изменится только значение параметров μ, λ и α.

Распределение (6), определяющее вероятностную структуру пространства $\{e, q, i, \omega, \Omega\}$, можно получить и другим путем, используя «термодинамический» подход [9], применяемый обычно для анализа равновесного распределения молекул в газе.

Будем рассматривать комплекс метеорных тел как некоторую замкнутую термодинамическую систему, т. е. такую, в которой отсутствует обмен энергией между нею и внешней средой. Строго говоря, условие замкнутости системы нарушается, если существуют частицы, движущиеся по гиперболическим орбитам. Однако, как отмечено в книге [6], «до сих пор нет ни одного случая надежного обнаружения метеорных тел, приходящих к нам из межзвездного пространства». Даже сторонники существования таких частиц (школа С. К. Всехсвятского) отмечают, что число гиперболических частиц не превышает 0,1—1%. Таким образом, если такие частицы и существуют, их вклад таков, что метеорный комплекс в Солнечной системе можно рассматривать как замкнутую систему.

Далее, метеорный комплекс в первом приближении можно рассматривать *и как систему, находящуюся в стационарном равновесном* состоянии (по крайней мере на протяжении времени жизни тех частиц, для которых строится настоящая модель). Случайные переходы элементов системы из одного состояния в другое не нарушают в целом равновесия всей системы.

Введение математической формализации при изучении эволюционных процессов опирается на использование определенных принципов отбора [8]. Одним из важнейших для замкнутых систем является второй закон термодинамики, другим — принцип минимума диссипации энергии. В совокупности они приводят к известному в статистической физике принципу максимума энтропии [5]:

$$-\int P(x)\ln P(x)\,dz=H=\max. \tag{7}$$

Распределение $P(x)$, удовлетворяющее (7), имеет вид [9]:

$$P(x)=\frac{1}{z}\,e^{-\Lambda E(x)}. \tag{8}$$

Здесь Λ — множитель Лагранжа, $E(x)$ — энергия системы в состоянии x, z^{-1} — нормировочный множитель.

Принимая, как и раньше, что усилия, затрачиваемые в системе для генерирования каждой следующей частицы, обратно пропорциональны числу уже существующих и решая вариационную задачу (7), приходим опять к распределению Ципфа — Парето (6).

В метеорной астрономии это не единственный пример проявления гиперболических закономерностей. Распределение метеорных тел по массе также подчиняется обратностепенному закону

$$P(M)\sim M^{-s}, \tag{9}$$

где s — параметр распределения.

Его появление также можно объяснить действием двух механизмов. С одной стороны, происходит дробление более крупных частиц на $n\geqslant 2$ фрагментов, а с другой — уменьшение массы частиц сокращает их время жизни. Эти два механизма и приводят к распределению вида (9), причем параметр s выступает теперь как отношение параметра, характеризующего время жизни частиц с разной массой, к «параметру дробления» численно равному среднему числу фрагментов, на которые делится частица, выступающему как функция массы. Очевидно, что такой подход к объяснению эмпирического распределения частиц по массе может быть использован для объяснения изменения параметра s в функции массы [6].

При анализе гиперболических распределений можно использовать два подхода: частотный и ранговый. Если r — ранг элемента в выборке, то ранговое распределение имеет вид

$$W(r)=\frac{B}{r^{\beta}},\quad r\geqslant 1, \tag{10}$$

причем $\beta=\alpha^{-1}$, $B=\left(\frac{A}{\alpha}\right)^{1/\alpha}$.

Наличие взаимосвязи между частотным и ранговым распределениями является отражением единой структурной закономерности сложных систем, которую и называют законом Ципфа – Парето [9].

В литературе, где анализируется закон Ципфа – Парето [9, 11, 12 и др.] отмечаются некоторые его свойства, противоречащие традиционному гауссовому представлению о вероятностной природе окружающего мира. Формально негауссов характер этого закона вытекает из обращения в бесконечность моментов распределения, за исключением первых k, где $k<\alpha$. Тогда, если $\alpha<2$, требование применимости центральной предельной теоремы теории вероятностей не выполняется и для описания таких закономерностей нужно использовать аппарат теории предельных (устойчивых) распределений [2]. Практическое применение устойчивых негауссовых распределений встречает серьезные математические затруднения, поскольку в явном виде известны только два из них: распределение Коши ($\alpha=1$) и распределение, соответствующее $\alpha=0{,}5$. Однако уже из самого факта существования глубокой взаимосвязи между эмпирическими закономерностями функционирования сложных систем и теорией устойчивых негауссовых распределений в работе [9] сделан вывод о том, что закон Ципфа – Парето, совпадающий по форме с асимптотикой, определяющей сходимость к устойчивым негауссовым распределениям, играет в теории сложных систем ту же универсальную роль, что и закон Гаусса в стохастических задачах с конечной дисперсией.

Итак, исходя из самых общих качественных представлений о происхождении и эволюции метеорной материи, получена модель вероятностной структуры метеорного комплекса, отражающая его системную природу. Следующим этапом является экспериментальная проверка адекватности модели.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Баруча-Рид А. Т.* Элементы теории марковских процессов и их приложений. М.: Наука, 1969. 511 с.
2. *Гнеденко Б. В., Колмогоров А. Н.* Предельные распределения для суммы независимых случайных величин. Л.– М.: Гостехиздат, 1949. 264 с.
3. *Градштейн И. С., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971. 1108 с.
4. *Добровольский О. В.* Кометы. М.: Наука, 1966. 288 с.
5. Задачи по термодинамике и статистической физике/Под ред. П. Лендсберга. М.: Мир, 1974. 640 с.
6. *Лебединец В. Н.* Пыль в верхней атмосфере и космическом пространстве. Метеоры. Л.: Гидрометеоиздат, 1980. 245 с.

7. *Левин Б. Ю., Симоненко А. Н.* Комета Галлея. М.: Знание, 1984. 64 с.
8. *Моисеев Н. Н.* Модели экологии и эволюции. М.: Знание, 1983. 64 с.
9. *Петров В. М., Яблонский А. И.* Математика и социальные процессы (Гиперболические процессы и их приложения). М.: Знание, 1980. 64 с.
10. *Тохтасьев В. С.* Влияние столкновений между телами на скорость эволюции метеорных потоков.— В кн.: «Метеорное вещество в межпланетном пространстве». Материалы Всесоюзного симпозиума, сентябрь 1980 г., Казань. Москва — Казань: ВАГО, 1982, с. 162—174.
11. *Шрейдер Ю. А., Шаров А. А.* Системы и модели. М.: Радио и связь, 1982. 152 с.
12. *Mandelbrot B.* New methods in statistical economic.— J. Polit. Econ., 1963, v. 71, p. 421—440.

Институт радиоэлектроники
УССР

Поступила в редакцию
11.XI.1984

INVESTIGATION OF THE METEOR COMPLEX STRUCTURE NEAR THE EARTH'S ORBIT

I. THE DESCRIPTION OF A MODEL

Yu. I. VOLOSHCHUK, B. L. KASHCHEEV

It is shown that the generation and evolution of meteor swarms may be divided into two groups: the first group comprises the processes of concentration, the second group — the processes of scattering. This model leads to the hyperbolic distribution of the intensity of meteor swarms.