

применить известные методы минимизации Хафтена-Мили или Хола-Ауфенкомпа.

Если  $P$  — множество всех непустых слов под алфавитом  $X$ , тогда все множества  $O_1, O_2, \dots, O_q$  представляют собой регулярные события.

Автомат синтезирован по регулярным событиям и одновременно минимизирован в работе [1]. Задача минимизации значительно усложняется, когда множество  $P$  является собственным подмножеством множества  $Q = \{e\}$ .

В заключение сформулируем нерешенную задачу, представляющую интерес.

**Задача 1.** Найти минимальный автомат Мура, реализующий разбиение множества  $T_m$ .

В данной статье эта задача решена для автомата Мура с заключительными состояниями.

В задаче 1 класс автоматов Мура значительно расширяется. Поэтому можно ожидать, что  $M_{\min}$  содержит меньше состояний, чем  $M_{\min}^{(F)}$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Глушков. Синтез цифровых автоматов. М., Физматгиз, 1962.
2. А. Гил. Введение в теорию конечных автоматов, пер. с англ. М., «Наука», 1966.

## К ДИНАМИКЕ СИСТЕМЫ ПОДДЕРЖАНИЯ РАВНОВЕСИЯ ЧЕЛОВЕКА

*В. А. Внуков, Ю. П. Шабанов-Кушнаренко*

В различных технических системах все чаще встречаются задачи об устойчивости равновесия различных динамических систем под действием неконсервативных нагрузок. В таких системах в качестве неконсервативных нагрузок действуют следящие или циркуляционные силы, которые являются функциями деформации системы и не определяются с помощью стационарного однозначного потенциала.

В связи с космическими исследованиями определенный интерес представляет задача о поддержании равновесия многозвенной вращательной системы, в которой отсутствуют следящие нагрузки.

Рассмотрим случай, когда система подвергнута только консервативному нагружению, а в шарнирах связи действуют восстанавливающие моменты, которые с помощью некоторого управляющего механизма обратной связи управляют положением равновесия системы по определенному закону.

В качестве модели динамической системы выберем многозвенный маятник с неподвижной точкой опоры, звенья которого

(рисунок) могут двигаться только во фронтальной плоскости. Маятник состоит из  $N$  абсолютно жестких тел с различными весами, массами и геометрическими размерами. Во всех шарнирах, последовательно соединяющих звенья системы, действуют восстанавливающие моменты, зависящие от движения звеньев, свойств и структуры системы.

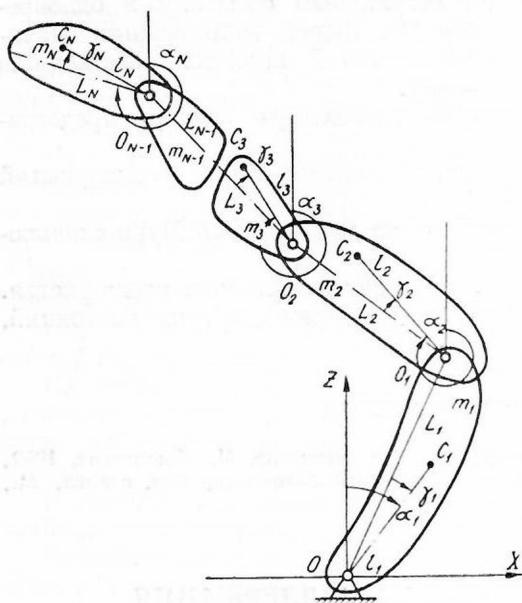


Схема модели.

На систему наложены следующие ограничения:

- 1) движение звеньев — плоское;
- 2) диссипативными силами и силами трения в шарнирах связи надо пренебречь;
- 3) распределение масс в пределах каждого звена постоянно и не зависит от взаимного расположения звеньев;
- 4) считается, что связи между звеньями стационарные, а система голономна.

Зададимся геометрическими и механическими

параметрами звеньев: их массами, моментами инерции относительно соответствующих осей и величинами  $I_k$ ,  $L_k$  и  $\gamma_k$ , смысл которых очевиден из рисунка, где

$XOZ$  — неподвижная система координат;

$O_k$  — ось  $k$ -го шарнира;

$m_k$  — масса  $k$ -го звена;

$\alpha_k$  — обобщенная координата  $k$ -го подвижного звена;

$L_k$  — расстояние между осями  $k$ -го и  $(k + 1)$ -го шарниров;

$l_k$  — расстояние от оси  $k$ -го шарнира до центра масс  $k$ -го звена;

$\gamma_k$  — угол, определяющий положение центра масс  $k$ -го звена относительно продольной оси;

$C_k$  — центр тяжести  $k$ -го звена;

$I_k$  — момент инерции  $k$ -го звена относительно  $k$ -го шарнира.

В качестве обобщенных координат выберем углы  $\alpha_k$ . Для каждого звена этот угол образуется вертикалью, проходящей через ось вращения звена, и линией, соединяющей ось вращения с центром масс.

Уравнения движения звеньев системы можно записать с помощью уравнений Лагранжа

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial \alpha_k} = Q_k \quad (k = 1, 2, \dots, N).$$

Кинетическая энергия системы  $T$  равна сумме кинетических энергий звеньев:

$$T = \sum_{k=1}^N T_k.$$

Для плоского движения по формуле Кенига

$$T_k = \frac{1}{2} (m_k v_k^2 + I_{c_k} \dot{\alpha}_k^2),$$

где  $v_k$  — скорость центра масс  $k$ -го звена;

$I_{c_k}$  — момент инерции  $k$ -го звена относительно центра масс звена.

Координаты центра масс  $i$ -го звена системы относительно неподвижной системы координат  $XOZ$  запишем в виде

$$X_i = \sum_{j=1}^{i-1} L_j \sin(\alpha_j - \gamma_j) + l_i \sin \alpha_i;$$

$$Z_i = \sum_{j=1}^{i-1} L_j \cos(\alpha_j - \gamma_j) + l_i \cos \alpha_i.$$

Тогда, проведя дифференцирование координат во времени и определив обобщенные силы системы, получаем уравнения движения звеньев в виде

$$\begin{aligned} \sum_{i=k}^N m_i \left\{ \left[ \sum_{j=1}^{i-1} L_j \ddot{\alpha}_j \cos(\alpha_j - \gamma_j) + l_i \ddot{\alpha}_i \cos \alpha_i \right] \left[ (1 - \delta_{i-k}) L_k \cos(\alpha_k - \gamma_k) + \right. \right. \\ \left. \left. + \delta_{i-k} l_k \cos \alpha_k \right] + \right. \\ \left. + \left[ \sum_{j=1}^{i-1} L_j \ddot{\alpha}_j \sin(\alpha_j - \gamma_j) + l_i \ddot{\alpha}_i \sin \alpha_i \right] \left[ (1 - \delta_{i-k}) L_k \sin(\alpha_k - \gamma_k) + \right. \right. \\ \left. \left. + \delta_{i-k} l_k \sin \alpha_k \right] \right\} - L_k \sum_{i=k}^N m_i (1 - \delta_{i-k}) \left[ \sum_{j=1}^{i-1} L_j \dot{\alpha}_j^2 \sin(\alpha_j - \alpha_k - \right. \\ \left. - \gamma_j + \gamma_k) + l_i \dot{\alpha}_i^2 \sin(\alpha_i - \alpha_k + \gamma_k) \right] - l_k \sum_{i=k}^N m_i \delta_{i-k} \times \\ \times \left[ \sum_{j=1}^{i-1} L_j \dot{\alpha}_j^2 \sin(\alpha_j - \alpha_k - \gamma_k) + l_i \dot{\alpha}_i^2 \sin(\alpha_i - \alpha_k) \right] + \\ + I_k \ddot{\alpha}_k = P_k l_k \sin \alpha_k + L_k \sin(\alpha_k - \gamma_k) \sum_{i=k+1}^N P_i + M_k(t), \end{aligned}$$

где

$$k = 1, 2, \dots, N; \quad \delta_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{при } i = k, \\ 0 & \text{при } i \neq k; \end{cases} \quad (1)$$

$\delta_{ik}$  — символ Кронекера.

Таким образом, поведение многозвенной вращательной системы описывается системой  $N$  нелинейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка, причем задание определенного закона изменения управляющего момента  $M_k(t)$  каждого звена позволит описать движение звеньев в режиме поддержания равновесия. Очевидно, что регуляторные возможности, заложенные в этом моменте, будут, в свою очередь, зависеть от свойств и структуры объекта управления.

В целях практического применения рассмотрим нашу задачу для случая системы поддержания равновесия человека во фронтальной плоскости. Поскольку нас интересует поддержание равновесия человеком не только при стоянии на месте, но и при ходьбе, то проанализируем более общий случай: равновесие на одной ноге. В таком положении более всего наглядны процессы управления в системе поддержания равновесия человека.

В проекции на фронтальную плоскость тело человека можно представить в виде отдельных крупных и мелких подвижных звеньев: ног, рук, головы, туловища и др. В связи с многозвенностью системы представляется целесообразным *упростить* кинематическую структуру с сохранением ее функциональных возможностей в поддержании равновесия. Значения параметров  $I_k, m_k, l_k, L_k, P_k, \gamma_k$  определяются на основании средних антропометрических данных\*. Поскольку количество дифференциальных уравнений системы (1) меньше числа неизвестных, следует так построить методику исследований, чтобы найти дополнительные условия для решения системы.

Как видно из приведенных уравнений, для моделирования полученной механической системы необходимо знать законы изменения  $\alpha_k(t)$  и  $M_k(t)$ . В целях исследования и анализа динамики системы поддержания равновесия человека была создана экспериментальная установка, обладающая рядом принципиальных особенностей: 1) отсутствием внешнего трения в точке опоры при колебаниях системы; 2) ожесточением режима равновесия для выявления характерных физических особенностей системы; 3) возможностью снятия «чистых» регуляторных характеристик системы и получения более качественной картины процессов управления при равновесии.

Исходя из возможностей нашей методики, проведем линеаризацию полученных уравнений. При этом учтем следующие факторы:

1) звенья системы из-за отсутствия трения совершают малые колебания относительно статических положений равновесия;

\* Н. А. Бернштейн. Общая биомеханика. М., РИО ВЦСПС, 1926.

2) отсутствует момент  $M_1(t)$ .

Определяющую роль в поддержании равновесия играет подвижность туловища и нижних конечностей. Тогда модель системы можно представить либо в виде четырехзвенника (неопорная нога, туловище, опорная нога до голеностопного сочленения, стопа опорной ноги), либо как трехзвенник (неопорная нога, туловище, вся опорная нога), либо в виде двух вариантов двухзвенной системы (в первом случае подвижность сохраняется только в тазобедренном суставе неопорной ноги; во втором — лишь в тазобедренном суставе опорной).

Будем считать, что поведение системы поддержания равновесия человека описывается двухзвенной моделью, когда подвижность сохраняется только в голеностопном и тазобедренном сочленениях опорной ноги. Тогда из соотношения (1) для  $N = 2$  получим уравнения

$$\begin{aligned} (I_0 + m_2 L_1^2) \ddot{\alpha}_1 + m_2 L_1 l_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1 + \gamma_1) \ddot{\alpha}_2 - \\ - m_2 L_1 l_2 \sin(\alpha_2 - \alpha_1 + \gamma_1) \dot{\alpha}_2^2 = - P_1 l_1 \sin \alpha_1 + \\ + P_2 L_1 \sin(\alpha_1 - \gamma_1) + M_{1\Sigma}(t); \\ m_2 L_1 l_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1 + \gamma_1) \ddot{\alpha}_1 + I_{01} \ddot{\alpha}_2 + \\ + m_2 L_1 l_2 \sin(\alpha_2 - \alpha_1 + \gamma_1) \dot{\alpha}_1^2 = - P_2 l_2 \sin \alpha_2 + M_{2\Sigma}(t), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $M_{1\Sigma} = M_1(t) - M_2(t)$  — суммарный момент мышечных сил в голеностопном сочленении и мышечных сил вышерасположенных звеньев, условно локализованных вокруг оси голеностопного сочленения;  $M_{2\Sigma} = M_2(t)$  — суммарный момент мышечных сил в тазобедренном сочленении и мышечных сил вышерасположенных звеньев, условно локализованных вокруг оси тазобедренного сустава.

Представим угол  $\alpha_k$  в виде  $\alpha_k = \varphi_k^0 + \varphi_k$ , где  $\varphi_k^0$  — постоянная величина, равная начальному значению угла  $\alpha_k$ , а  $\varphi_k$  меняется в малых пределах. Тогда можно принять, что  $\sin \varphi_k = \varphi_k$ ;  $\cos \varphi_k = 1$  и, следовательно,

$$\begin{aligned} \sin \alpha_k &= \sin \varphi_k^0 + \cos \varphi_k^0 \cdot \varphi_k; \\ \cos \alpha_k &= \cos \varphi_k^0 - \sin \varphi_k^0 \cdot \varphi_k. \end{aligned}$$

Учтем, что  $\gamma_1 = 0$  и  $M_1(t) = 0$ . Тогда линеаризованные уравнения системы запишем в виде

$$\begin{aligned} (I_0 + m_2 L_1^2) \ddot{\varphi}_1 + m_2 L_1 l_2 \cos(\varphi_2^0 - \varphi_1^0) \ddot{\varphi}_2 - \\ - (P_1 l_1 + P_2 L_1) (\varphi_1^0 + \varphi_1) = - M_2(t); \\ m_2 L_1 l_2 \cos(\varphi_2^0 - \varphi_1^0) \ddot{\varphi}_1 + I_{01} \ddot{\varphi}_2 + \\ + P_2 l_2 (\sin \varphi_2^0 - \cos \varphi_2^0 \cdot \varphi_2) = M_2(t). \end{aligned} \quad (3)$$

Момент  $M_2(t)$  является входной величиной для объекта управления в системе поддержания равновесия. Посредством этого момента реализуется управляющее воздействие центральной нервной системы. В свою очередь, изменение момента  $M_2(t)$  проявляется в трансформации реакции опоры во времени  $R(t)$ . В таком случае дополнительное условие для решения системы (3) будем искать в виде зависимости

$$M_2(t) = f(R). \quad (4)$$

Найденное условие (4) позволит проверить и уточнить предлагаемую двухзвенную модель объекта управления системы поддержания равновесия человека.

## ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ СЛУХА

*Г. С. Еремин*

При исследовании слуховой системы методами психофизики на вход анализатора необходимо подавать звуковые посылки с определенными физическими параметрами. Обычно требуется варьировать длительность звукового сигнала, продолжительность паузы между звуками (если предъявляется пара сигналов), форму переднего и заднего фронтов посылки. Регулирование последнего параметра связано со щелчками, возникающими в телефонах испытуемого при резком включении и выключении сигналов.

Известны переключающие схемы, в которых форма фронтов прямолинейна [1] или имеет вид экспоненты [2]. В работе [3] предлагается использовать фронты, совпадающие по форме с полупериодом синусоидальной волны. Это позволит уменьшить длительность фронтов звуковой посылки при значительном ослаблении щелчков включения.

В настоящей работе предлагается устройство, позволяющее изменять по вышеуказанному закону форму фронтов звуковых посылок. Путем незначительных изменений в приводимой ниже функциональной схеме можно задавать произвольным образом закон изменения формы фронтов.

Центральным блоком устройства является аттенюатор, управляемый напряжением. При конструировании аттенюатора использовались схемные решения, описанные в работах [4, 5]. На рис. 1 приведена принципиальная схема этого блока. На первом транзисторе  $ПТ1$  собран фазоинвертор с регулируемой отрицательной обратной связью. Включение в схему полевого транзистора  $ПТ2$  (тип КП102Е) позволило ликвидировать броски эмиттерного тока первого триода, связанные с резкими перепадами в осциллограмме управляющего напряжения  $U_{упр}$ . Третий транзистор выполняет роль сумматора; третий каскад (транзистор  $ПТ4$ ) — усили-