Порівняння з аналогами

Наведена методика визначення вхідних, проміжних та вихідних показників, що описують взаємодію між процесами СУЯ відповідно до вимог [1], дозволяє оптимізувати загальну систему показників, що в свою чергу робить більш ефективним контроль і управління ключовими процесами, з яких складається діяльність організації.

Висновки і перспективи

1. Запропоновано досить простий і наочний інструмент опису взаємозв'язків між процесами СУЯ за допомогою інформаційного графа системи показників і матриць сумісності та досяжності.

2. Запропонований підхід є універсальним і може бути застосований для будь-якої організації, діяльність котрої складається з великої кількості складних процесів, що в свою чергу характеризуються значною кількістю показників.

Література: 1. *ДСТУ* ISO 9001-2001. Системи управління якістю. Вимоги. Київ: Держстандарт України. 2001. 23 с. 2. *Віткін Л.М., Хімічева Г.І.*. Методика оцінювання якості ключових процесів підготовки випускника ВНЗ // Вісник Київського університету технологій та дизайну. 2004. №1. С.123-128.

Надійшла до редколегії 24.09.2004

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Павленко Ю.Ф.

Віткін Леонід Михайлович, заступник ректора з якості ВНЗ "Університет економіки і права "КРОК". Наукові інтереси: розроблення теоретичних та практичних підходів щодо впровадження систем управління якістю, зокрема у сфері вищої освіти. Захоплення: подорожі, театр, книги, футбол. Адреса: Україна, 03113, Київ, вул. Лагерна, 30-32, тел. роб. (+38 044)455-69-82, тел. моб. (+38 044) 204-55-23.

Хімічева Ганна Іванівна, канд. техн. наук, доцент кафедри метрології, стандартизації, сертифікації Київського національного університету технологій та дизайну. Наукові інтереси: стандартизація, сертифікація у машинобудуванні, інтегровані системи управління. Захоплення: туризм, спорт, книги, театр. Адреса: Україна, 01011, Київ, вул. Немировича-Данченка, 2, тел./факс: 256-21-99.

УДК 519.6:514.1

СВОЙСТВА КЛАССОВ КОМПОЗИЦИОННЫХ ОБРАЗОВ КОМБИНАТОРНЫХ МНОЖЕСТВ, ОТОБРАЖЕННЫХ В ЕВКЛИДОВО ПРОСТРАНСТВО

ГРЕБЕННИК И.В.

Вводятся новые классы композиционных образов комбинаторных множеств - парных перестановок, парных размещений и парных сочетаний с повторениями. Исследуются свойства образов этих множеств при их отображении в арифметическое евклидово пространство.

Введение

Многие задачи проектирования, управления, контроля описываются моделями комбинаторной оптимизации [1]. При этом во многих случаях области допустимых решений этих задач представляются классическими комбинаторными множествами [2]. Однако для создания адекватных моделей ряда задач необходимо построение комбинаторных множеств с более сложной структурой, отражающей комбинаторную природу решаемой задачи. В частности, такая необходимость возникает при решении многих комбинаторных задач геометрического проектирования [3,4].

При моделировании дискретных экстремальных задач геометрического проектирования в качестве областей допустимых решений выступают комбинаторные множества, порождающие элементы которых сами являются элементами других комбинаторных множеств. В целях построения эффективных моделей задач указанного класса в [5] вводится новый класс комбинаторных множеств со сложной структурой – композиционные образы (k -образы) комбинаторных множеств. В работе [5] приводится и анализируется способ описания k -образов комбинаторных множеств на языке отображений. В связи с этим важной задачей является построение и анализ различных k -образов комбинаторных множеств для использования их в математических моделях задач различных классов.

1. Постановка цели и задач исследования

Опираясь на результаты работы [5], необходимо выделить и описать классы k -образов комбинаторных множеств для использования их в оптимизационных моделях задач со сложной комбинаторной структурой.

Цель данной работы – описание и исследование k -образов комбинаторных множеств, построенных на основе перестановок, размещений и сочетаний как областей допустимых решений комбинаторных задач оптимизации.

Задачи исследования состоят в формулировании и изучении свойств классов k -образов комбинаторных множеств при их отображении в евклидово пространство.

2. Определение множеств парных перестановок, парных размещений и парных сочетаний с повторениями

Ориентируясь на известные модели задач с дискретными параметрами [1,3,4], рассмотрим k -образы комбинаторных множеств, в которых в качестве базовых выступают евклидовы комбинаторные множества перестановок, размещений и сочетаний.

Учет погрешностей при решении задач геометрического проектирования вызывает необходимость построения адекватных математических моделей задач этого класса. Основой для построения моделей задач геометрического проектирования, учитывающих погрешности метрических характеристик и параметров размещения объектов, являются методы интервального анализа [6]. Один из способов анализа интервальных математических моделей основан на их отображении в евклидово пространство [7]. При этом образом каждого интервала в R^n является пара чисел, характеризующих центр и радиус интервала. Для моделирования образов интервальных комбинаторных множеств в R^n построим k-образы комбинаторных множеств парных перестановок, парных размещений и парных сочетаний.

Рассмотрим множество $A = \{a_1, a_2, ..., a_n\} = \left\{g_1^{\rho_1}, g_2^{\rho_2}, ..., g_{k_a}^{\rho_{k_a}}\right\}$, где $\rho_i \in J_n$, $i \in J_{k_a}$ - кратности элементов множества A, $\rho_1 + \rho_2 + ... + \rho_{k_a} = n$; $g_1 < g_2 < ... < g_{k_a}$, и множество $B = \{b_1, b_2, ..., b_n\}$, $a_i \in R^1$, $b_i \in R^1$. Построим множества $Z_1, Z_2, ..., Z_n$ вида $Z_i = \{(a_i, b_i)\}$, $i \in J_n$. При этом k множеств Z_i из n являются различными, $k_a \le k \le n$.

Используя подход, приведенный в [5], сформируем следующие классы k-образов комбинаторных множеств.

1. Композиционный образ комбинаторных множеств P_{nk}, $Z_1, Z_2, ..., Z_n$, порожденный множествами $\{a_1, b_1\}, \{a_2, b_2\}, ..., \{a_n, b_n\}$, где P_{nk} – множество перестановок из n элементов, k из которых различны [4]. Обозначим такой k-образ множеств через $PI_{nk}(Z_1, Z_2, ..., Z_n)$ или PI_{nk} и назовем множеством парных перестановок. Следуя [5], представим множество PI_{nk} в виде $PI_{nk} = \Gamma_{P_{nk}}(x)$ с параметрами

$$Z_1(a_1, b_1),\ Z_2(a_2, b_2), ..., Z_n(a_n, b_n),$$
$$x = (x_1, x_2, ..., x_n).$$

Композиционный образ PI_{nk} представляет собой множество перестановок пар (a_{i_j}, b_{i_j}), т.е. упорядоченных наборов вида $h \in PI_{nk}$, $h = (a_{i_1}, b_{i_1}, a_{i_2}, b_{i_2}, ..., a_{i_n}, b_{i_n})$, $i_s, j_s \in J_n$, $i_s \ne j_s$, $s \in J_n$. Элементы множества PI_{nk} отличаются друг от друга только порядком следования пар в наборах. Поскольку каждое множество Z_i, $i \in J_n$, содержит единственный элемент, то мощность множества PI_{nk} равна мощности базового комбинаторного множества P_{nk}.

2. Композиционный образ комбинаторных множеств A_{nk}^m, $Z_1, Z_2, ..., Z_n$, порожденный множествами $\{a_1, b_1\}, \{a_2, b_2\}, ..., \{a_n, b_n\}$. Здесь A_{nk}^m представляет собой общее множество размещений из n элементов, k из которых различны, по m [4]. Его элементами являются упорядоченные m-выборки из n элементов, k из которых различны. Такой k-образ множеств обозначим через $AI_{nk}^m(Z_1, Z_2, ..., Z_n)$ или AI_{nk}^m и назовем множеством парных размещений. На основании [5] представим множество AI_{nk}^m в виде $AI_{nk}^m = \Gamma_{AI_{nk}^m}(x)$ с параметрами $Z_1(a_1, b_1)$, $Z_2(a_2, b_2), ..., Z_n(a_n, b_n)$, $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$.

Композиционный образ AI_{nk}^m представляет собой общее множество размещений пар (a_{i_j}, b_{i_j}), т.е. упорядоченных наборов вида $h \in AI_{nk}^m$, $h = (a_{i_1}, b_{i_1}, a_{i_2}, b_{i_2}, ..., a_{i_m}, b_{i_m})$, $i_s, j_s \in J_n$, $i_s \ne j_s$, $s \in J_m$. Как и в предыдущем случае, мощность множества AI_{nk}^m равна мощности базового общего комбинаторного множества размещений A_{nk}^m.

3. Композиционный образ комбинаторных множеств $\bar{C}_n^m$, $Z_1, Z_2, ..., Z_n$, порожденный множествами $\{a_1, b_1\}, \{a_2, b_2\}, ..., \{a_n, b_n\}$, где $Z_i = \{(a_i, b_i)\}$ различны, $i \in J_n$. Здесь $\bar{C}_n^m$ представляет собой множество сочетаний с повторениями из n различных элементов по m [4], причем для любого $h = (g_{i_1}, g_{i_2}, ..., g_{i_m}) \in \bar{C}_n^m$ справедливо $g_{i_1} \le g_{i_2} \le ... \le g_{i_m}$. Предположим при этом, что кратности ρ_i элементов $g_1, g_2, ..., g_{k_a}$ множества A равны

$$\rho_1 = \rho_2 = ... = \rho_{k_a} = m, \tag{1}$$

а множество B имеет вид:

$$B = \{b_1, b_2, ..., b_n\} = \left\{e_1^{\rho_1}, e_2^{\rho_2}, ..., e_{k_a}^{\rho_{k_a}}\right\},$$
$$\rho_1 = \rho_2 = ... = \rho_{k_a} = m. \tag{2}$$

При этом множества Z_i можно представить как

$$Z_1 = Z_2 = ... = Z_m = \{(g_1, e_1)\},$$
$$Z_{m+1} = Z_{m+2} = ... = Z_{2m} = \{(g_2, e_2)\},\ ...,$$
$$Z_{n-m+1} = Z_{n-m+2} = ... = Z_n = \left\{(g_{k_a}, e_{k_a})\right\}.$$

Этот k-образ обозначим $\bar{C}I_n^m(Z_1, Z_2, ..., Z_n)$ или $\bar{C}I_n^m$ и назовем множеством парных сочетаний с повторениями. С помощью [5] представим множество $\bar{C}I_n^m$ в виде $\bar{C}I_n^m = \Gamma_{\bar{C}I_n^m}(x)$ с параметрами $Z_1(a_1, b_1), Z_2(a_2, b_2), ..., Z_n(a_n, b_n)$, $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$.

Композиционный образ $\bar{C}I_n^m$ представляет собой множество сочетаний с повторениями различных пар (a_{i_j}, b_{i_j}), т.е. упорядоченных наборов вида $h \in \bar{C}I_n^m$, $h = (a_{i_1}, b_{i_1}, a_{i_2}, b_{i_2}, ..., a_{i_m}, b_{i_m})$, $i_s, j_s \in J_n$, $i_s \ne j_s$, $s \in J_m$. При этом выполняется условие $(a_{i_1}, b_{i_1}) \prec (a_{i_2}, b_{i_2}) \prec ... \prec (a_{i_m}, b_{i_m})$, где $\prec$ - некоторое бинарное отношение, заданное на множестве пар (a_i, b_i), $i \in J_m$.

Элементы множества $\bar{C}I_n^m$ отличаются друг от друга составом пар в наборе h. Мощность множества $\bar{C}I_n^m$ равна мощности комбинаторного множества сочетаний с повторениями $\bar{C}_n^m$.

3. Погружение композиций комбинаторных множеств в евклидово пространство

Осуществим отображение k-образов комбинаторных множеств $X \in \left\{ PI_{nk}, AI_{nk}^{m}, \bar{C}I_{n}^{m} \right\}$ в арифметическое евклидово пространство R^N. Здесь N — количество элементов, составляющих один упорядоченный набор $h \in X$. Согласно [3,4] указанное отображение (называемое погружением) зададим в виде:

$$f : X \to R^N, \ \forall h = (h_1, h_2, ..., h_N) \in X, \quad (3)$$

где $x = f(h) = (x_1, x_2, ..., x_N) \in E \subset R^N$, $x_i = h_i$, $i \in J_N$.

В результате погружения f каждому множеству X можно поставить во взаимно-однозначное соответствие подмножество E евклидова пространства R^N. Исследуем свойства образов введенных выше комбинаторных множеств в евклидовом пространстве, которые обозначим $EI_{nk} = f(PI_{nk})$, $EI_{nk}^{m} = f(AI_{nk}^{m})$, $\bar{S}I_{n}^{m} = f(\bar{C}I_{n}^{m})$.

4. Свойства множества парных перестановок PI_{nk}

Рассмотрим образ множества парных перестановок PI_{nk} в пространстве R^N, $N = w = 2n$, при отображении f вида (3): $EI_{nk} = f(PI_{nk})$, $EI_{nk} \subset R^{2n}$. Элементами множества EI_{nk} являются векторы $x \in R^{2n}$ вида $x = (x_1, x_2, ..., x_{2n}) \in EI_{nk}$, $x_j = a_{i_s}$, $x_{j+1} = b_{i_s}$, $j \in \{1, 3, ..., 2n-1\}$, $i_s \neq i_r$ при $s \neq r$, $i_s, i_r \in J_n$, $s, r \in J_n$. Из способа построения множества PI_{nk} следует, что все его элементы являются также элементами множества перестановок P_{wk_1}, порожденного множеством $D = \{a_1, a_2, ..., a_n, b_1, b_2, ..., b_n\}$, $w = 2n$, $k_1 \geq k$, где k_1 - количество различных элементов во множестве D. Это значит, что справедливы следующие соотношения: $PI_{nk} \subset P_{wk_1}$, $EI_{nk} \subset E_{wk_1}$, где $E_{wk_1} = f(P_{wk_1})$.

Последние соотношения позволяют распространить на множество EI_{nk} ряд свойств, которыми обладает множество E_{wk_1} [3,4].

1. Точки множества EI_{nk} принадлежат гиперплоскости вида $\sum_{i=1}^{2n} x_i = \sum_{j=1}^{n} (a_j + b_j)$ в пространстве R^{2n}.

2. Точки множества EI_{nk} принадлежат $(2n-1)$-сфере W, описываемой системой

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{2n} x_i = \sum_{j=1}^{n} (a_j + b_j); \\ \sum_{i=1}^{2n} (x_i - \tau)^2 = r^2, \end{cases}$$

где

$$\tau = \frac{1}{2n} \sum_{j=1}^{n} (a_j + b_j); \ r^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(a_i + b_i - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} (a_j + b_j) \right)^2.$$

Исследуем свойства множества EI_{nk}, отличные от свойств евклидова множества перестановок. Обозначим $I'_w = \{1, 3, ..., w-1\}$, $I''_w = \{2, 4, ..., w\}$, $w = 2n$.

3. Множество EI_{nk} симметрично относительно гиперплоскостей вида

$$x_i - x_j = 0, \ i, j \in I'_w, \quad i \neq j,$$

$$x_i - x_j = 0, \ i, j \in I''_w, \quad i \neq j.$$

Доказательство проведем на основе доказательства утверждения о симметрии множества E_{wk} относительно гиперплоскостей

$$x_i - x_j = 0, \quad i, j \in J_w, \quad i \neq j, \quad (4)$$

приведенного в [4]. В точках множества EI_{nk} координаты x_i, $i \in I'_w$, принимают значения всевозможных перестановок элементов множества $A = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$, а координаты x_i, $i \in I''_w$, - значения всевозможных перестановок элементов множества $B = \{b_1, b_2, ..., b_n\}$. Проводя доказательства, аналогичные доказательству симметрии E_{wk} относительно гиперплоскостей вида (4), отдельно для координат x_i, $i \in I'_w$ и для x_i, $i \in I''_w$, приходим к справедливости утверждения.

4. Точки множества EI_{nk} принадлежат семействам параллельных плоскостей $\left\{ T_{\sigma}^{a} \right\}$, $\left\{ T_{\sigma}^{b} \right\}$ вида

$$\left\{ T_{\sigma}^{a} \right\}: \ \sum_{t=1}^{s} x_{i_t} = \sum_{t=1}^{s} a_{j_t},$$

где $i_t \in I'_w$, $j_t \in J_n$, $\sigma = \{i_1, i_2, ..., i_s\}$; $i_t \neq i_p, j_t \neq j_p$ при $t \neq p$; $t, p \in J_s$, $s \in J_n$,

$$\left\{ T_{\sigma}^{b} \right\}: \ \sum_{t=1}^{s} x_{i_t} = \sum_{t=1}^{s} b_{j_t},$$

где $i_t \in I''_w$, $j_t \in J_n$, $i_t \neq i_p, j_t \neq j_p$ при $t \neq p$; $t, p \in J_s$, $s \in J_n$.

При этом существует $2^n - 1$ семейство каждого вида, а в каждом из семейств содержится не более, чем $\binom{n}{s}$ гиперплоскостей.

Доказательство, как и в предыдущем случае, может быть построено на доказательстве утверждения о распределении элементов множества E_{wk} по семействам гиперплоскостей вида [4]:

$$\sum_{j=1}^{i} x_{\alpha_j} = \sum_{j=1}^{i} g_{\beta_j},$$

где $\alpha_j, \beta_j \in J_w$, $\alpha_j \neq \alpha_t$, $\beta_j \neq \beta_t$ при $t \neq j$; $t, j \in J_i$, $i \in J_w$, а множество E_{wk} порождено элементами $\{g_1, g_2, ..., g_w\}$. Проводя аналогичные доказательства отдельно для координат x_i, $i \in I'_w$ и для x_i, $i \in I''_w$, точек множества EI_{nk}, приходим к справедливости утверждения.

5. Свойства множества парных размещений AI^m_{nk}

Рассмотрим множество EI^m_{nk} – образ множества AI^m_{nk} в пространстве R^N, $N = 2m = v$ при отображении f вида (3): $EI^m_{nk} = f(AI^m_{nk})$, $EI^m_{nk} \subset R^{2m}$.

Элементами множества EI^m_{nk} являются векторы $x \in R^{2m}$ вида $x = (x_1, x_2, ..., x_{2m}) \in EI^m_{nk}$, $x_j = a_{i_s}$, $x_{j+1} = b_{i_s}$, $j \in I'_v = \{1, 3, ..., v-1\}$, $i_s \neq i_r$ при $s \neq r$, $i_s, i_r \in J_n$, $s, r \in J_m$. Элементы множества AI^m_{nk}, как следует из его построения, являются также элементами множества $A^v_{wk_1}$, порожденного множеством $D = \{a_1, a_2, ..., a_n, b_1, b_2, ..., b_n\}$, $v = 2m$, $k_1 \geq k$, где k_1 - количество различных элементов во множестве D. Следовательно, справедливы соотношения $AI^m_{nk} \subset A^v_{wk_1}$, $EI^m_{nk} \subset E^v_{wk_1}$, где $E^v_{wk_1} = f(A^v_{wk_1})$.

Это значит, что для множества EI^m_{nk} справедливы некоторые свойства множества $E^v_{wk_1}$ [4]. Опираясь на них и используя подход, аналогичный рассмотренному выше для множества парных перестановок EI_{nk}, можно доказать следующие утверждения.

1. Множество EI^m_{nk} симметрично относительно гиперплоскостей вида

$$x_i - x_j = 0, \; i, j \in I'_v, \quad i \neq j, \; I'_v = \{1, 3, ..., v-1\},$$

$$x_i - x_j = 0, \; i, j \in I''_v, \quad i \neq j, \; I''_v = \{2, 4, ..., v\},$$

где $v = 2m$.

2. Точки множества EI^m_{nk} принадлежат семействам параллельных гиперплоскостей $\{T^a_\sigma\}$, $\{T^b_\sigma\}$ вида

$$\{T^a_\sigma\}: \; \sum_{t=1}^{s} x_{i_t} = \sum_{t=1}^{s} a_{j_t},$$

где $i_t \in I'_v$, $j_t \in J_n$, $\sigma = \{i_1, i_2, ..., i_s\}$; $i_t \neq i_p$, $j_t \neq j_p$ при $t \neq p$; $t, p \in J_s$, $s \in J_m$,

$$\{T^b_\sigma\}: \; \sum_{t=1}^{s} x_{i_t} = \sum_{t=1}^{s} b_{j_t},$$

где $i_t \in I''_v$, $j_t \in J_n$, $\sigma = \{i_1, i_2, ..., i_s\}$; $i_t \neq i_p$, $j_t \neq j_p$ при $t \neq p$; $t, p \in J_s$, $s \in J_m$.

При этом существует $2^m - 1$ семейство каждого вида, а в каждом из семейств содержится не более, чем $\binom{m}{s}$ гиперплоскостей.

6. Свойства множества парных сочетаний с повторениями $\bar{C}I^m_n$

Пусть $\bar{S}I^m_n$ – образ множества $\bar{C}I^m_n$ в пространстве R^N, $N = 2m = v$ при отображении f вида (3): $\bar{S}I^m_n = f(\bar{C}I^m_n)$, $\bar{S}I^m_n \subset R^{2m}$. Элементами множества $\bar{S}I^m_n$ являются векторы $x \in R^{2m}$ вида $x = (x_1, x_2, ..., x_{2m}) \in \bar{S}I^m_n$, $x_j = a_{i_s}$, $x_{j+1} = b_{i_s}$, $j \in I'_v$, $i_s \neq i_r$ при $s \neq r$, $i_s, i_r \in J_n$, $s, r \in J_m$, причем для любого $x \in \bar{S}I^m_n$ выполняются неравенства: $x_1 \leq x_3 \leq ... \leq x_{2m-1}$.

Из способа построения множества $\bar{C}I^m_n$ следует, что все его элементы принадлежат множеству $\bar{C}^v_w$, порожденному множеством

$$D = \{a_1, a_2, ..., a_n, b_1, b_2, ..., b_n\}$$

при выполнении соотношений (1), (2). Следовательно, справедливы соотношения: $\bar{C}I^m_n \subset \bar{C}^v_w$, $\bar{S}I^m_n \subset \bar{S}^v_w$, где $\bar{S}^v_w = f(\bar{C}^v_w)$.

Основываясь на исследованных свойствах евклидова множества сочетаний с повторениями [4] и используя схему, аналогичную описанной выше для множества парных перестановок, сформулируем следующие свойства множества $\bar{S}I^m_n$.

1. Точки множества $\bar{S}I^m_n$ лежат на гиперсфере

$$\sum_{i=1}^{v} (x_i - \tau)^2 = r^2,$$

где $r^2 = \frac{v}{4}(h_{max} - h_{min})^2$, $\tau = \frac{1}{2}(h_{min} + h_{max})$, $h_{max} = \max_{h_i \in D} h_i$, $h_{min} = \min_{h_i \in D} h_i$.

2. Точки множества $\bar{S}I^m_n$ принадлежат семействам параллельных гиперплоскостей $\{T^a_\sigma\}$, $\{T^b_\sigma\}$ вида

$$\{T^a_\sigma\}: \; \sum_{t=1}^{s} x_{i_t} = \sum_{t=1}^{s} a_{j_t},$$

где $i_t \in I'_v$, $j_t \in J_n$, $\sigma = \{i_1, i_2, ..., i_s\}$; $i_t \neq i_p$, $j_t \neq j_p$ при $t \neq p$; $t, p \in J_s$, $s \in J_m$,

$$(a_{j_1}, b_{j_1}, a_{j_2}, b_{j_2}, ..., a_{j_s}, b_{j_s}, ..., a_{j_m}, b_{j_m}) \in \bar{S}I^m_n,$$

$$\{T^b_\sigma\}: \; \sum_{t=1}^{s} x_{i_t} = \sum_{t=1}^{s} b_{j_t},$$

где $i_t \in I''_v$, $j_t \in J_n$, $\sigma = \{i_1, i_2, ..., i_s\}$; $i_t \neq i_p$, $j_t \neq j_p$ при $t \neq p$; $t, p \in J_s$, $s \in J_m$,

$$(a_{j_1}, b_{j_1}, a_{j_2}, b_{j_2}, ..., a_{j_s}, b_{j_s}, ..., a_{j_m}, b_{j_m}) \in \bar{S}I^m_n.$$

При этом семейств каждого вида существует не более, чем $\mathrm{Card}\,\bar{C}^s_n = \frac{(n+s-1)!}{(n-1)!s!}$.

Выводы

Таким образом, получены новые *теоретические результаты*, касающиеся свойств композиционных образов комбинаторных множеств.

Введены новые классы композиционных образов комбинаторных множеств – множества парных перестановок, парных размещений и парных сочетаний с повторениями.

Исследованы некоторые свойства введенных комбинаторных множеств при их отображении в евклидово пространство.

Полученные результаты могут послужить основой для построения оптимизационных моделей и методов решения задач со сложной комбинаторной структурой, чем определяется их *научная ценность и практическая значимость.*

Дальнейшие исследования в данном направлении могут быть связаны с постановкой и решением на основе описанных результатов классов задач оптимизации на композиционных образах комбинаторных множеств.

Литература: 1. *Сергиенко И.В.* Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации. К.: Наук. думка, 1988. 472 с. **2.** *Айгнер М.* Комбинаторная теория. М.: Мир, 1982. 558 с. **3.** *Стоян Ю.Г., Яковлев С.В.* Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования. К.: Наук. думка, 1986. 268с. **4.** *Стоян Ю.Г., Ємець О.О.* Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації. К.: Інститут системних досліджень освіти, 1993. 188 с. **5.** *Стоян Ю.Г., Гребенник И.В.* Специальные классы комбинаторных множеств в геометрическом проектировании // Сборник тезисов докладов по материалам 10-й юбилейной междунар. конф. "Теория и техника передачи, приема и обработки информации" Харьков-Туапсе. 2004. С. 253-254. **6.** *KaucherE.* Interval Analysis in the Extended Interval Space IR // Comp. Suppl. 1980. №2. P.33–49. **7**. *Гребенник И.В., Романова Т.Е.* Отображение интервальных комбинаторных множеств в евклидово пространство // Пробл. машиностроения. 2002. № 5, №2. С. 87–91.

Поступила в редколлегию 27.12.2004

Рецензент: д-р техн. наук Романова Т.Е.

Гребенник Игорь Валериевич, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры системотехники ХНУРЭ. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (057) 702-10- 06.

УДК 519.854

БЕЗУМОВНА ЗАДАЧА ОПТИМІЗАЦІЇ ДРОБОВО-ЛІНІЙНОЇ ЦІЛЬОВОЇ ФУНКЦІЇ НА ПОЛІПЕРЕСТАВЛЕННЯХ: ЗВЕДЕННЯ ДО ЛІНІЙНОЇ УМОВНОЇ НА СПЕЦІАЛЬНІЙ КОМБІНАТОРНІЙ МНОЖИНІ

ЄМЕЦЬ О.О., РОМАНОВА Н.Г.

Досліджуються властивості множини допустимих розв'язків, що одержана при переході від задачі максимізації дробово-лінійної функції на множині поліпереставлень без додаткових обмежень до задачі з лінійною цільовою функцією.

1. Постановка проблеми в загальному вигляді

Розвиток сучасної теорії оптимізації привів до виокремлення в дискретній оптимізації напрямку, який можна назвати "евклідова комбінаторна оптимізація" (див., напр.[1-4]). Дослідження задач в цьому аспекті відбуваються як за типами цільових функцій та обмежень [1-14], так і за видами комбінаторних множин, що беруть участь в утворенні допустимої області комбінаторної оптимізаційної задачі.

Серед великої кількості досліджень останніх років з евклідової комбінаторної оптимізації можна виділити ряд публікацій, в яких, з одного боку досліджуються комбінаторні оптимізаційні задачі з дробово-лінійною цільовою функцією [8,9,11], а з іншого – вивчаються і розв'язуються задачі на поліпереставних множинах [7, 14].

Потреби практики математичного моделювання, зокрема відносних показників, в яких допустимі конфігурації мають вигляд елементів поліпереставної множини, роблять актуальним і необхідним вивчення таких задач, тобто задач оптимізації з дробово-лінійною цільовою функцією на поліпереставленнях.

Мета лослідження – вивчення властивостей множини допустимих розв'язків з метою використання їх для розробки методів розв'язування таких задач.

2. Виклад основного матеріалу дослідження

Введемо в розгляд задачу максимізації дробово-лінійної функції на множині поліпереставлень без додаткових обмежень.

Задача. Знайти пару $< F(x^*), x^* >$, таку, що

$$F(x^*) = \max_{x \in R^k} \frac{\sum_{i=1}^{k} c_i x_i + c_0}{\sum_{i=1}^{k} d_i x_i + d_0}, \qquad (1)$$

$$x^* = \arg\max_{x \in R^k} \frac{\sum_{i=1}^{k} c_i x_i + c_0}{\sum_{i=1}^{k} d_i x_i + d_0}. \qquad (2)$$

За комбінаторної умови

$$x = (x_1, ..., x_k) \in E_{kn}^s(G, H) \subset R^k, \qquad (3)$$

де $c_i, d_i \in R^1 \ \forall i \in J_k^0 = \{0,1,2,...,k\}$, $R^k - k$-вимірний евклідів арифметичний простір; η, n, k, s – задані натуральні сталі; $E_{kn}^s(G,H)$ – множина поліпереставлень [1-4], що утворена з мультимножини G за допомогою спеціальної множини H k –