ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВОЗМУЩЕНИЙ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ОБЪЕКТ УПРАВЛЕНИЯ, ПРИ ЛОКАЛЬНЫХ УСРЕДНЕНИЯХ ИЗМЕРЯЕМЫХ ВЕЛИЧИН

В. Ф. Шостак

Харьков

Существует ряд промышленных объектов управления, подверженных влиянию таких возмущающих воздействий, измерение которых связано с большой затратой труда и времени. При проектировании систем управления, а также в процессе управления этими объектами возникает необходимость определения статистических характеристик возмущающих воздействий для оптимального выбора параметров системы или реализации управления по возмущению с использованием предсказывающих фильтров [1].

Трудоемкость измерения таких возмущений сильно ограничивает частоту замеров, поэтому на практике они производятся периодически через значительные интервалы времени. Чтобы устранить влияние случайных помех, в интервале между замерами обычно выполняется достаточно частый отбор промежуточных проб, характеризующих мгновенные значения возмущения, которые к моменту замера усредняются путем перемешивания. Таким образом, получаемые значения представляют среднюю величину возмущения на интервале между замерами.

В качестве примера объекта управления может служить котельный агрегат. Как известно, в процессе его эксплуатации происходят значительные изменения характеристик сжигаемого топлива, что существенно влияет на экономичность режима работы. Вследствие большой трудоемкости эти характеристики определяются раз в сутки, а некоторые из них — раз в пять суток. При этом анализируется усредненная проба, полученная смешением большого количества промежуточных проб, взятых на интервале между анализами. Полученные таким образом значения будем называть локальными усреднениями случайного процесса, характеризующего исследуемое возмущение.

Очевидно, статистические характеристики случайного процесса, построенного по значениям локальных усреднений, определенным образом связаны с характеристиками исходного случайного процесса, отражающего фактическое изменение величины исследуемого возмущения. Отличие между этими характеристиками возрастает с увеличением интервала локальных усреднений.

Корреляционная функция $R(\mu)$ стационарного эргодического центрированного процесса может быть выражена через значения x_ν, $x_{\nu+\mu}$ одной из его реализаций достаточной длительности, измеряемые в дискретные

моменты времени через равный достаточно малый интервал времени (шаг квантования) [2],

$$R(\mu) \approx \frac{1}{N} \sum_{\nu=1}^{\nu=N} x_\nu x_{\nu+\mu}. \tag{1}$$

Здесь N — общее количество пар значений точек исследуемой реализации, взятых со сдвигом на μ интервалов.

Согласно (1), корреляционная функция $R^*(\mu)$ случайного процесса, заданного реализацией в виде дискретных значений локальных усреднений x_ν^* исходного случайного процесса, можно записать так:

$$R^*(\mu) \approx \frac{1}{N} \sum_{\nu=1}^{\nu=N} x_\nu^* x_{\nu+\mu}^*. \tag{2}$$

По определению, значения локальных усреднений x_ν^*, $x_{\nu+\mu}^*$ могут быть выражены через значения x_l, x_j исходного случайного процесса

$$\begin{aligned} x_\nu^* &= \frac{1}{n} \sum_{l=\nu-n+1}^{l=\nu} x_l, \\ x_{\nu+\mu}^* &= \frac{1}{n} \sum_{j=\nu+\mu-n+1}^{j=\nu+\mu} x_j, \end{aligned} \tag{3}$$

где n — количество точек квантования на одном интервале локального усреднения.

После подстановки (3) в (2) получим

$$R^*(\mu) = \frac{1}{N} \sum_{1}^{N} \frac{1}{n^2} \left(\sum_{l=\nu-n+1}^{l=\nu} x_l \sum_{j=\nu+\mu-n+1}^{j=\nu+\mu} x_j \right) = \frac{1}{n^2} \{[R(\mu) +$$

$$+ R(\mu+1) + \ldots + R(\mu+n-2) + R(\mu+n-1)] + [R(\mu-1) +$$

$$+ R(\mu) + \ldots + R(\mu+n-3) + R(\mu+n-2)] + \ldots$$

$$\ldots + [R(\mu-n+1) + R(\mu-n+2) + \ldots + R(\mu-1) + R(\mu)]\}. \tag{4}$$

После приведения подобных членов выражение (4) можно записать следующим образом:

$$R^*(\mu) = \frac{1}{n^2} \sum_{l=-n}^{l=n} R(\mu+l)(n-|l|). \tag{5}$$

При большом количестве промежуточных замеров n выражение (5) целесообразно путем предельного перехода привести к интегральному виду

$$R^*(\tau) = \frac{1}{T^2} \int_{-T}^{T} R(\tau+\tau_1)(T-|\tau_1|)\, d\tau_1, \tag{6}$$

где T — интервал усреднения.

Формулы (5), (6) определяют связь между корреляционными функциями исходного случайного процесса и случайного процесса, построенного из его локально усредненных значений.

Возможны два способа вычисления $R(\mu)$ по экспериментальным значениям $R^*(\mu)$. В общем случае значения $R(\mu)$ определяются путем реше-

ния системы уравнений (7), полученной из (5) подстановкой $l+1$ различных значений μ

$$R^*(0) = \frac{1}{n^2}\sum_{i=-n}^{i=n} R(i)(n-|i|);$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad (7)$$

$$R^*(l) = \frac{1}{n^2}\sum_{i=-n}^{i=n} R(l+i)(n-|i|)$$

(l выбирается равным интервалу корреляции).

Более удобным является второй способ определения $R(\mu)$, когда *предварительно известен вид искомой функции исходного процесса. Этот* способ позволяет получить аналитические зависимости между $R(\mu)$ и $R^*(\mu)$ путем подстановки в (6) искомой корреляционной функции с неизвестными величинами и решения (6) относительно этих величин при различных значениях $R^*(\mu)$. В качестве примера приведем зависимость между исследуемыми корреляционными функциями для одного весьма распространенного класса случайных стационарных процессов, корреляционная функция которых

$$R(\tau) \approx R(0)\,e^{-\alpha|\tau|}. \qquad (8)$$

Подставив (8) в (6) и выполнив операцию интегрирования, получим зависимость $R^*(\tau)$ от T, $R(0)$ и α

$$R^*(\tau) = \frac{R(0)}{T^2\alpha^2}e^{-\alpha\tau}\left|2\alpha e^{\alpha\tau}(T-\tau) + e^{-\alpha T} + e^{\alpha(2\tau-T)} - 2\right|, \quad 0 \leqslant \tau \leqslant T; \qquad (9)$$

$$R^*(\tau) = \frac{R(0)}{T^2\alpha^2}(e^{\alpha T} + e^{-\alpha T} - 2)\,e^{-\alpha\tau}, \quad \tau > T; \qquad (10)$$

$$D^* = 2R(0)\frac{T\alpha + e^{-\alpha T} - 1}{T^2\alpha^2}. \qquad (11)$$

Решив уравнения (9÷11) при известных T, $R^*(\tau)$, можно вычислить неизвестные величины $R(0)$ и α в (8). Аналогично могут быть получены *зависимости и для других видов корреляционных функций исходных* случайных процессов.

Описанные способы вычисления корреляционных функций исходного процесса по известным корреляционным функциям для локально усредненных значений существенно упрощают вероятностный анализ возмущений рассматриваемого класса. В частности, при помощи второго способа довольно просто производится аналитическое определение $R^*(\tau)$ в интервалах $kT \leqslant \tau < (k+1)T$, благодаря чему оказывается возможным синтез операторов, прогнозирующих значения локальных усреднений [3]. Экспериментальное же определение $R^*(\tau)$ в этих интервалах сложно и трудоемко. *Полученные зависимости дают возможность также оценить* искажения, вносимые локальными усреднениями и, таким образом, обоснованно выбирать интервал усреднения.

Описанные способы позволяют на основании данных эксплуатации разработать алгоритмы прогнозирования свойств сжигаемого топлива.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Г. Ивахненко, В. Г. Лапа. Кибернетические предсказывающие устройства. Изд-во «Наукова думка», 1965.

2. В. В. Солодовников, П. О. Матвеев, Ю. С. Вальденберг, В. М. Бабурин. Вычислительная техника в применении для статистических исследований и расчетов систем автоматического управления. Машгиз, 1963.

3. В. В. Солодовников. Статистическая динамика линейных систем автоматического управления. Физматгиз, 1960.