

УДК 621.391

ПОСТРОЕНИЕ ТЕНЗОРНОЙ МОДЕЛИ АСИММЕТРИЧНЫХ ЦИФРОВЫХ ПОТОКОВ В КОМПЛЕКСНОМ ПРОСТРАНСТВЕ



[В.И. ТИХОНОВ](#)

Одесская национальная
академия связи им. А.С. Попова

Сформульовано задачу тензорного моделювання асиметричних цифрових потоків телекомунікаційної мережі у комплексному просторі. Визначено комплексний тензор потоків мережі, інваріантний відносно заданої функції від тензора потоків.

The task of tensor model design in complex space is formulated for asymmetric digital flows in telecommunication network. The complex tensor of the network flow is defined that is invariant to the certain function of the flow tensor.

Сформулирована задача тензорного моделирования асимметричных цифровых потоков телекоммуникационной сети в комплексном пространстве. Определен комплексный тензор потоков сети, инвариантный относительно заданной функции от тензора потоков.

Введение

Одной из актуальных задач управления телекоммуникационными сетями является построение модели сети и процессов взаимодействия отдельных элементов и подсистем сети. Для моделирования информационных процессов в сетях применяются такие известные методы как теория графов [1] и сетей Петри [2], теория массового обслуживания [3–5], фрактальный анализ [6] и др. В последнее время для моделирования цифровых потоков в телекоммуникационных сетях активно развиваются методы тензорного анализа [7–11]. Тензорные модели позволяют в компактном виде формализовать задачу управления цифровыми потоками с учетом заданных технических и технологических ограничений в телекоммуникационной сети. Однако в литературе еще недостаточно исследованы вопросы тензорного моделирования сетей с асимметричными цифровыми потоками, в том числе модели потоков в комплексных пространствах.

Целью данной работы является построение тензорной модели асимметричных цифровых потоков в комплексном пространстве.

I. Тензорная модель асимметричных цифровых потоков в комплексном пространстве

Пусть W – некоторая телекоммуникационная сеть. Введем понятие *открытой сети* V внутри окружающей ее сети W . Будем полагать, что в сети W выделен заданный объект исследования x_0 , который рассматривается как основной (центральный) элемент, относительно которого строится модель открытой сети V . Примером цен-

трального элемента x_0 может быть маршрутизатор сети доступа, региональный узел связи и т.п.

Рассмотрим множество $\tilde{X}$ всех объектов сети W , с которыми взаимодействует (или хотя бы в принципе может взаимодействовать) выделенный центральный элемент x_0 . Такими объектами могут выступать маршрутизаторы, региональные узлы связи, автономные системы, серверы, информационные порталы, отдельные подсети, терминальные станции, хосты локальной сети и т.п. Выделим из множества $\tilde{X}$ объектов окружающей сети W некоторое подмножество $\hat{X} \subset \tilde{X}$ тех объектов, с которыми преимущественно взаимодействует центральный элемент x_0 . Назовем $\hat{X}$ актуальным для x_0 множеством. Будем полагать, что актуальное для x_0 множество $\hat{X}$ содержит относительно небольшое число N сетевых объектов по сравнению со всем множеством $\tilde{X}$ объектов сети W , с которыми взаимодействует или может взаимодействовать элемент x_0 .

Пусть $x_n \in \hat{X}$, где $n = 1, 2, \dots, N$ – элементы актуального для x_0 множества $\hat{X} \subset \tilde{X}$, которые являются выделенными сетевыми объектами информационного взаимодействия по отношению к центральному элементу x_0 . Совокупность центрального элемента x_0 и взаимодействующих с ним элементов множества $\hat{X} \subset \tilde{X}$ обозначим как сеть V . Определим множество X элементов сети V как объединение $X = x_0 \cup \hat{X}$; $\hat{X} = \{x_n\}$; $n = 0, 1, 2, \dots, N$ (рис. 1). Очевидно, что при этом справедливо отношение $x_0 \in X$, $\hat{X} \subset X \subset \tilde{X}$.

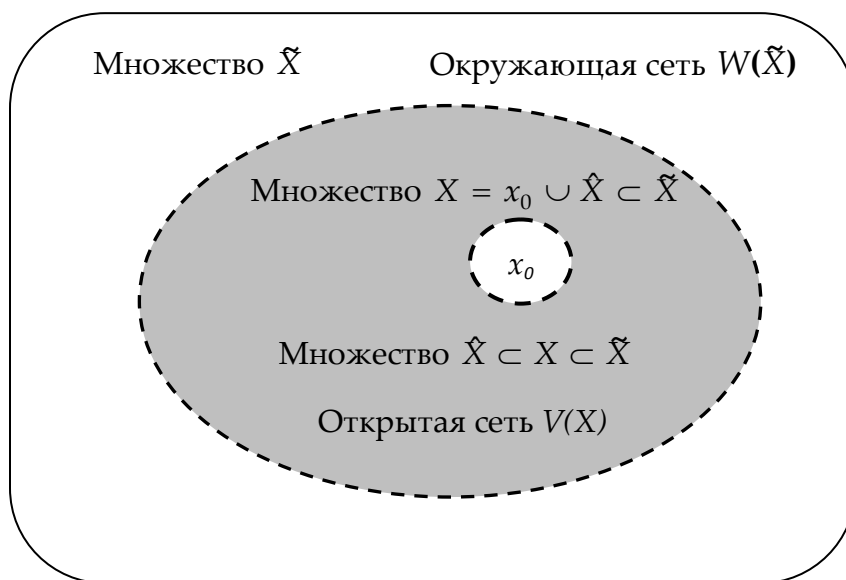


Рис. 1. Открытая сеть V с центральным объектом x_0

Множество элементов X , по предположению, не обязательно содержит все элементы множества $\tilde{X}$. Поэтому элементы $x_n \in X$, $n = 0, 1, 2, \dots, N$ могут иметь цифровые

потоки с теми элементами множества $\tilde{X}$ сети W , которые не входят во множество X ; эти цифровые потоки назовем *собственными потоками* элемента x_n . Элемент $x_n \in X$, $n = 0, 1, 2, \dots, N$, который имеет собственные потоки, назовем *открытым элементом множества X* . Далее будем считать, что все элементы множества X являются открытыми. Сеть V , модель которой описывает информационное взаимодействие открытых элементов $x_n \in X$, назовем *открытой сетью V* внутри окружающей ее сети W . Свойство открытости сети V условно показано на рис. 1 в виде пунктирной границы множества X , элементами которого являются объекты информационного взаимодействия в сети V . В качестве модели сети будем рассматривать описание потоков, определенное по отношению к x_0 . При этом будем учитывать возможную асимметрию цифровых потоков. Для построения актуального для x_0 множества $\hat{X} \subset \tilde{X}$, можно применить различные способы (экспертные оценки, статистический анализ трафика в сети V , и др.).

Введем понятия симплексного и дуплексного цифровых потоков для описания информационного взаимодействия произвольной пары сетевых объектов x_n и x_m , $n \neq m$, сети V . Пусть t_0 и t – соответственно начальное и текущее время наблюдения за процессом информационного взаимодействия выделенной пары объектов x_n и x_m . Симплексным цифровым потоком, исходящим от объекта x_n в направлении объекта x_m , назовем функцию вида

$$\bar{S}_{nm}(T, t) = B_{исх}(T, t) / T, \quad (1)$$

где $B_{исх}(T, t)$ – суммарное количество байт информации, переданных объектом x_n в направлении объекта x_m за время $T = t - t_0$. Симплексный цифровой поток, поступающий на вход объекта x_n от объекта x_m , определим как функцию

$$\bar{S}_{mn}(T, t) = B_{вх}(T, t) / T, \quad (2)$$

где $B_{вх}(T, t)$ – суммарное количество байт информации, принятых объектом x_n от объекта x_m за время $T = t - t_0$. Единицей измерения симплексного цифрового потока примем один байт за секунду (*байт/с*). Будем считать, что симплексные цифровые потоки $\bar{S}_{nm}(T, t)$ и $\bar{S}_{mn}(T, t)$ в (1) и (2) могут принимать знакопеременные вещественные значения. Для этого расширим понятие симплексного цифрового потока в область отрицательных вещественных значений.

Предположим, что между каждой парой объектов x_n и x_m , $n \neq m$, $n, m = 0, 1, 2, \dots, N$, являющихся элементами множества X (рис. 1), определен двусторонний (дуплексный) канал d_{nm} информационного взаимодействия, который является объединением двух однонаправленных (симплексных) каналов $\vec{e}_{nm}$ и $\bar{e}_{nm}$:

$$d_{nm} = (\vec{e}_{nm}, \bar{e}_{nm}).$$

Будем считать, что симплексные каналы $\vec{e}_{nm}$ и $\bar{e}_{nm}$ имеют условно принятые положительные направления: канал $\vec{e}_{nm}$ положительно ориентируем в направлении от

x_n к x_m , а канал $\bar{e}_{nm}$ положительно ориентируем в обратном направлении, т.е. от x_m к x_n . Условимся, что цифровой поток, передаваемый по симплексному каналу $\bar{e}_{nm}$ в направлении его положительной ориентации, является положительным, а во встречном направлении – отрицательным. Так же и для $\bar{e}_{mn}$.

По аналогии с определенными выше симплексными потоками $\bar{S}_{nm}(T, t)$ и $\bar{S}_{mn}(T, t)$ определим два симплексных потока для пары сетевых объектов x_n и x_m , меняя местами индексы n и m в определениях (1) и (2). Пусть $\bar{S}_{nm}(T, t)$ – симплексный цифровой поток, исходящий от x_m в направлении x_n ; $\bar{S}_{mn}(T, t)$ – симплексный поток, поступающий на вход объекта x_m от объекта x_n . В общем случае симплексные потоки одного направления, измеряемые на выходе источника и входе получателя информации, не обязательно совпадают.

Причина такого несовпадения заключается в том, что телекоммуникационные сети являются географически распределенными системами. Суммарные задержки распространения электромагнитных сигналов по линиям связи могут достигать 50 миллисекунд и выше в одном направлении. При малых значениях $T = t - t_0$ момент времени t , который определяет начало передачи информации объектом x_n в направлении объекта x_m , не обязательно совпадает с началом приема этой информации объектом x_m . Кроме того, телекоммуникационная сеть и ее объекты обладают собственной информационной емкостью и памятью, что обуславливает дополнительные задержки времени при передаче информации по сети.

Далее будем полагать, что в первом приближении имеют место равенства:

$$\bar{S}_{nm}(T, t) = \bar{S}_{mn}(T, t); \quad \bar{S}_{mn}(T, t) = \bar{S}_{nm}(T, t). \quad (3)$$

Однако при этом будем считать, что встречные симплексные потоки не обязательно совпадают, т.е. в общем случае информационное взаимодействие пары объектов x_n и x_m , $n \neq m$ сети V является асимметричным:

$$\bar{S}_{nm}(T, t) \neq \bar{S}_{mn}(T, t).$$

Сеть с асимметричными потоками будем называть анизотропной сетью. Симплексные потоки в (1) и (2) являются функциями от двух аргументов: текущего времени t и заданного интервала усреднения T . Условимся, что в целях упрощения формы записи далее по тексту статьи мы будем иногда опускать аргументы T и t в записи симплексных потоков, если это не вызывает разночтения. Например, вместо $\bar{S}_{nm}(T, t)$ будем просто писать $\bar{S}_{nm}$.

Величину $\bar{S}_{nm} = (\bar{S}_{nm}, \bar{S}_{mn})$ назовем дуплексным цифровым потоком для пары взаимодействующих между собой сетевых объектов x_n и x_m , $n \neq m$ сети V .

Определим амплитудные симплексные составляющие $\bar{s}_{nm}$ и $\bar{s}_{mn}$ для дуплексного потока $\bar{S}_{nm}$, которые в отличие от симплексных потоков, будем обозначать прописной буквой s :

$$\begin{cases} \bar{s}_{nm} = |\bar{S}_{nm}|^{0.5} \cdot \text{sign}(\bar{S}_{nm}), \\ \bar{s}_{nm} = |\bar{S}_{nm}|^{0.5} \cdot \text{sign}(\bar{S}_{nm}). \end{cases} \quad (4)$$

Согласно определению (4), амплитуды симплексных потоков являются знакопеременными вещественными величинами, а знак амплитуды симплексного потока всегда совпадает со знаком самого симплексного потока. Различия между понятиями «симплексный поток» и «амплитуда симплексного потока» заключается только в единицах их измерения, а именно: по отношению к амплитуде симплексного потока сам симплексный поток имеет размерность абстрактной информационной мощности.

Величину $\tilde{S}_{nm} = (\bar{S}_{nm}, \bar{S}_{nm})$ назовем вектором амплитуды дуплексного потока $\tilde{S}_{nm}$, а величину вида

$$s_{nm} = |\tilde{S}_{nm}| = [|\bar{S}_{nm}| + |\bar{S}_{nm}|]^{0.5} \quad (5)$$

назовем скалярной амплитудой, или модулем дуплексного цифрового потока. Скалярная амплитуда потока, исходя из определения (5), является неотрицательной вещественной величиной. Из (4) следует, что

$$\begin{cases} \bar{S}_{nm} = (\tilde{s}_{nm})^2 \cdot \text{sign}(\tilde{s}_{nm}), \\ \bar{S}_{nm} = (\tilde{s}_{nm})^2 \cdot \text{sign}(\tilde{s}_{nm}). \end{cases} \quad (6)$$

Скалярную вещественную функцию $P(\tilde{S}_{nm})$ вида

$$P(\tilde{S}_{nm}) = |\bar{S}_{nm}| + |\bar{S}_{nm}| = (s_{nm})^2 \quad (7)$$

назовем *мощностью дуплексного цифрового потока* $\tilde{S}_{nm}$ для пары взаимодействующих между собой сетевых объектов x_n и x_m , $n \neq m$ сети V . Мощность P в (7), очевидно, является неотрицательной величиной.

Изобразим вектор амплитуды $\tilde{S}_{nm}$ дуплексного цифрового потока $\tilde{S}_{nm}$ для пары сетевых объектов (x_n, x_m) , $n, m = 0, 1, 2, \dots, N$, $m \neq n$, в двумерной ортонормированной системе координат $(\vec{e}, \vec{e})$, в которой положительная ориентация симплексных потоков выбрана относительно сетевого объекта x_n с номером n (рис. 2). При этом оси $\vec{e}$ и $\vec{e}$ будем считать градуированными в единицах амплитуды цифрового потока согласно рассмотренным выше соотношениям (4) и (6).

Введем новую систему координат (α, β) , оси которой являются биссектрисами квадрантов, как показано на рис. 2. Точки на оси α обладают тем свойством, что амплитуды симплексных цифровых потоков в прямом и обратном направлениях совпадают между собой по величине и знаку. Проекцию вектора $\tilde{S}_{nm}$ на ось α назовем *симметрической проекцией* вектора $\tilde{S}_{nm}$ (обозначим ее s_{nm}^α).

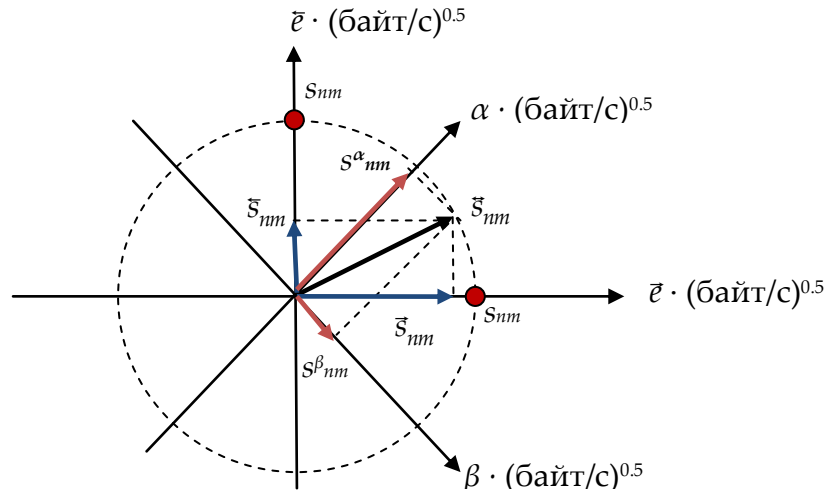


Рис. 2. Диаграмма амплитуды цифровых потоков для пары сетевых объектов

Точки на оси β обладают тем свойством, что амплитуды симплексных цифровых потоков в прямом и обратном направлениях совпадают между собой по величине, но противоположны по знаку. Проекцию вектора $\vec{s}_{nm}$ на ось β назовем *кососимметрической* проекцией вектора $\vec{s}_{nm}$ (обозначим ее s_{nm}^{β}). Очевидно, что имеет место сохранение мощности $P(\vec{s}_{nm})$ дуплексного цифрового потока $\vec{s}_{nm}$ после преобразования координат из системы координат $(\vec{e}, \vec{e})$ в систему (α, β) :

$$(s_{nm}^{\alpha})^2 + (s_{nm}^{\beta})^2 = (\vec{s}_{nm})^2 + (\vec{s}_{nm})^2 = P(\vec{s}_{nm}) = (s_{nm})^2.$$

Симметрическая и кососимметрическая проекции вектора амплитуды $\vec{s}_{nm}$ взаимно однозначно определяют дуплексный цифровой поток $\vec{s}_{nm}$. Это представление удобно тем, что для сбалансированных цифровых потоков кососимметрическая проекция равна нулю. При выполнении (3) имеет место коммутативность симметрической проекции s_{nm}^{α} относительно перестановки местами индексов n и m :

$$s_{nm}^{\alpha} = s_{mn}^{\alpha}. \quad (8)$$

Кососимметрическая проекция s_{nm}^{β} вектора амплитуды потока $\vec{s}_{nm}$ при выполнении гипотезы (3) удовлетворяет отношению вида:

$$s_{nm}^{\beta} = -s_{mn}^{\beta}. \quad (9)$$

Обозначим символом r функцию, которая отображает вектор $\vec{s}_{nm}$ из системы координат $(\vec{e}, \vec{e})$ в систему координат (α, β) :

$$r(\vec{s}_{nm}) = \{(\vec{s}_{nm}, \vec{s}_{nm}) \rightarrow (s_{nm}^{\alpha}, s_{nm}^{\beta})\}. \quad (10)$$

Рассмотрим множество значений вектора $\vec{s}_{nm}$, сохраняющих модуль вектора $\vec{s}_{nm}$. Условию инвариантности вида $|\vec{s}_{nm}| = \text{const} = s_{nm}$ удовлетворяют все точки, лежащие на

окружности радиуса s_{nm} (рис. 2). Построим плоскую диаграмму потоков (рис. 3), аналогичную диаграмме на рис. 2. При этом на рис. 3 будем считать оси $\vec{e}, \vec{e}, \alpha, \beta$ градуированными не в единицах амплитуды потока (байт/с)^{0.5}, а в единицах мощности потока (байт/с) с учетом выражения (6). Нетрудно показать, что множество всех значений дуплексного потока $\vec{S}_{nm}$, инвариантных относительно мощности $P(\vec{S}_{nm})$ дуплексного потока $\vec{S}_{nm}$, представляет собой квадрат, вписанный в окружность радиуса $P(\vec{S}_{nm}) = (s_{nm})^2$, как это показано на рис. 3.

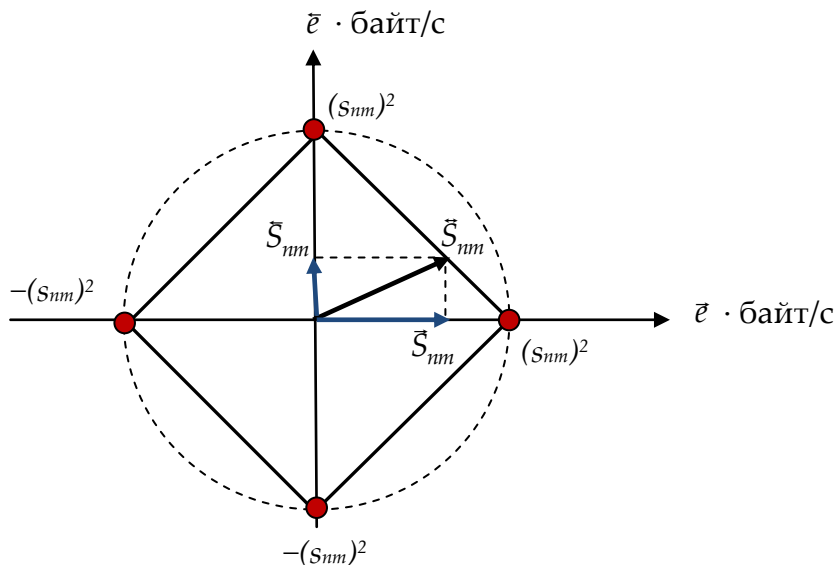


Рис. 3. Диаграмма мощности потоков для пары сетевых объектов

Каждой из проекций s_{nm}^α и s_{nm}^β на рис. 2 поставим в соответствие симметрическую и кососимметрическую составляющие дуплексного цифрового потока $\vec{S}_{nm}$, используя формулы (6): $S_{nm}^\alpha = (s_{nm}^\alpha)^2 \cdot \text{sign}(s_{nm}^\alpha)$, $S_{nm}^\beta = (s_{nm}^\beta)^2 \cdot \text{sign}(s_{nm}^\beta)$. Описанные выше соотношения характеризуют несобственные цифровые потоки для каждой пары объектов $x_n, x_m \in X$, $n \neq m$, т.е. взаимодействия сетевых объектов множества X , включая центральный элемент x_0 и актуальное для x_0 множество $\hat{X}$ (рис. 1). Обобщим эти соотношения на случай собственных потоков (т.е. потоков взаимодействия каждого из сетевых объектов множества X с объектами, не принадлежащими множеству X).

Предположим, что существует способ интегральной оценки всех исходящих собственных симплексных потоков каждого объекта $x_n \in X$ в форме вещественной переменной $\bar{S}_n$, а также всех входящих собственных симплексных потоков в виде переменной $\tilde{S}_n$. Векторную переменную $\vec{S}_n = (\bar{S}_n, \tilde{S}_n)$, $n = 0, 1, 2, \dots, N$ назовем *собственным дуплексным цифровым потоком* для сетевого объекта $x_n \in X$. Конкретные способы оценки переменных $\bar{S}_n, \tilde{S}_n$ в данной статье не обсуждаются. С помощью формул (4) получим

вектор амплитуды собственных потоков $\tilde{s}_n = (\tilde{s}_n^\alpha, \tilde{s}_n^\beta)$. Применим функцию преобразования координат (10) к вектору амплитуды собственных потоков $\tilde{s}_n$:

$$r(\tilde{s}_n) = (s_n^\alpha, s_n^\beta). \quad (11)$$

В выражении (11) s_n^α и s_n^β обозначают симметрическую и кососимметрическую составляющие вектора амплитуды для собственных потоков объекта $x_n \in X$, $n = 0, 1, 2, \dots, N$. С учетом диаграммы на рис. 3 вычислим симметрическую и кососимметрическую составляющие собственного дуплексного цифрового потока в принятых нами ранее единицах мощности цифрового потока, т.е. в единицах *байт/с*. Обозначим эти составляющие соответственно как S_n^α и S_n^β .

Введем понятие *несобственного дуплексного цифрового потока* для каждого сетевого объекта $x_n \in X$, $n = 0, 1, 2, \dots, N$. В отличие от собственного потока $\tilde{s}_n$ обозначим его с двумя индексами n , т.е. как $\tilde{s}_{mn}$. Несобственный дуплексный цифровой поток $\tilde{s}_{mn}$, согласно принимаемой нами гипотезе, является переменной, которая описывает результирующий характер информационного взаимодействия сетевого объекта $x_n \in X$, $n = 0, 1, 2, \dots, N$ в сети V со всеми остальными сетевыми объектами $x_m \in X$, $m = 0, 1, 2, \dots, N$, где $n \neq m$, в сети V . Методика оценки переменной $\tilde{s}_{mn}$ составляет предмет дальнейших исследований.

Введем обозначения рассмотренных выше понятий применительно к несобственным дуплексным цифровым потокам вида $\tilde{s}_{mn} = (\tilde{s}_{mn}^\alpha, \tilde{s}_{mn}^\beta)$:

$\tilde{s}_{mn}$ – несобственный симплексный цифровой поток, исходящий от объекта x_n ко всем остальным объектам $x_m \in X$, $m = 0, 1, 2, \dots, N$, где $n \neq m$, в сети V ;

$\tilde{s}_{mn}$ – несобственный симплексный цифровой поток, входящий к объекту x_n от всех остальных объектов $x_m \in X$, $m = 0, 1, 2, \dots, N$, где $n \neq m$, в сети V ;

$P(\tilde{s}_{mn})$ – мощность несобственного дуплексного цифрового потока $\tilde{s}_{mn}$;

$\tilde{s}_{mn} = (\tilde{s}_{mn}^\alpha, \tilde{s}_{mn}^\beta)$ – вектор амплитуды несобственного дуплексного цифрового потока $\tilde{s}_{mn}$ в осях $(\tilde{\epsilon}, \tilde{\epsilon})$, градуированных в единицах $(\text{байт/с})^{0.5}$;

$s_{mn}^{\alpha\beta} = (s_{mn}^\alpha, s_{mn}^\beta)$ – вектор амплитуды несобственного дуплексного цифрового потока $\tilde{s}_{mn}$ в осях (β, α) , градуированных в единицах $(\text{байт/с})^{0.5}$;

s_{mn}^α и s_{mn}^β – симметрическая и кососимметрическая проекции вектора амплитуды для несобственного дуплексного цифрового потока $\tilde{s}_{mn}$;

S_{mn}^α и S_{mn}^β – симметрическая и кососимметрическая составляющие несобственного дуплексного цифрового потока $\tilde{s}_{mn}$.

Будем считать, что в первом приближении вектор амплитуды собственных потоков $\tilde{s}_n$ ортогонален вектору амплитуды несобственных потоков $\tilde{s}_{mn}$. Обозначим вектор $\tilde{s}_{mn}$, заданный своими проекциями в системе координат (α, β) , как вектор $s_n^{\alpha\beta} = (s_n^\alpha, s_n^\beta)$, где s_n^α, s_n^β – соответственно симметрическая и кососимметрическая проекции. Представим вектора $s_n^{\alpha\beta}$ и $s_{mn}^{\alpha\beta}$ как векторные суммы своих проекций в системе

координат (α, β) . Для этого выразим проекции (s_n^α, s_n^β) , и (s_m^α, s_m^β) как векторы, коллинеарные векторным ортам α и β системы координат (α, β) :

$$\begin{cases} s_n^{\alpha\beta} = s_n^\alpha \cdot \alpha + s_n^\beta \cdot \beta, \\ s_m^{\alpha\beta} = s_m^\alpha \cdot \alpha + s_m^\beta \cdot \beta. \end{cases} \quad (12)$$

Рассмотрим линейные комбинации, составленные из векторов, которые являются слагаемыми в выражении (12):

$$\begin{cases} s_{n\Sigma}^\alpha \cdot \alpha = s_n^\alpha \cdot \alpha + s_m^\alpha \cdot \alpha = (s_n^\alpha + s_m^\alpha) \cdot \alpha, \\ s_{n\Sigma}^\beta \cdot \beta = s_n^\beta \cdot \beta + s_m^\beta \cdot \beta = (s_n^\beta + s_m^\beta) \cdot \beta. \end{cases} \quad (13)$$

В силу ортогональности системы ортов α и β (рис. 2), векторы $s_{n\Sigma}^\alpha \cdot \alpha$ и $s_{n\Sigma}^\beta \cdot \beta$ в выражениях (13) также ортогональны друг другу. Определим для каждого из объектов $x_n \in X$, $n=0,1,2,...,N$ вектор амплитуды полного цифрового потока, который обозначим как $\tilde{s}_{n\Sigma}$. Вектор $\tilde{s}_{n\Sigma}$ будем считать интегральной характеристикой информационной активности сетевого объекта $x_n \in X$, которая описывает информационное взаимодействие объекта x_n со всеми остальными сетевыми объектами внутри и за пределами сети V (рис. 1). Представим $\tilde{s}_{n\Sigma}$ как векторную сумму вида:

$$\tilde{s}_{n\Sigma} = s_{n\Sigma}^\alpha \cdot \alpha + s_{n\Sigma}^\beta \cdot \beta.$$

Обозначим вектор $\tilde{s}_{n\Sigma}$, представленный своими проекциями на орты α и β , как вектор $s_{n\Sigma}^{\alpha\beta}$:

$$s_{n\Sigma}^{\alpha\beta} = (s_{n\Sigma}^\alpha, s_{n\Sigma}^\beta).$$

Определим симметрическую (с индексом α) и кососимметрическую (с индексом β) составляющие полного дуплексного цифрового потока для каждого объекта $x_n \in X$, $n=0,1,2,...,N$ в сети V :

$$\begin{cases} S_{n\Sigma}^\alpha = (s_{n\Sigma}^\alpha)^2 \cdot \text{sign}(s_{n\Sigma}^\alpha), \\ S_{n\Sigma}^\beta = (s_{n\Sigma}^\beta)^2 \cdot \text{sign}(s_{n\Sigma}^\beta). \end{cases}$$

Величину вида

$$S_{n\Sigma}^{\alpha\beta} = (S_{n\Sigma}^\alpha, S_{n\Sigma}^\beta) \quad (14)$$

назовем полным цифровым потоком сетевого объекта $x_n \in X$, $n=0,1,2,...,N$ в сети V , представленном в виде симметрической и кососимметрической составляющих. Переменные $S_{n\Sigma}^\alpha$ и $S_{n\Sigma}^\beta$ в (14) могут принимать знакопеременные вещественные значения. Скалярную функцию вида

$$S_{n\Sigma} = |S_{n\Sigma}^\alpha| + |S_{n\Sigma}^\beta| \quad (15)$$

назовем информационной мощностью сетевого объекта $x_n \in X$, $n = 0, 1, 2, \dots, N$ в сети V . Переменная $S_{n\Sigma}$ в (15), очевидно, является неотрицательной вещественной функцией.

Составим вещественную таблицу $Q = [q_{nm}]$; $n, m = 0, 1, 2, \dots, N$ для описания асимметричных цифровых потоков рассмотренной выше анизотропной сети V , в которой задан центральный сетевой объект $x_0 \in X$ (рис. 4). Каждый недиагональный элемент q_{nm} таблицы Q – это вложенная таблица из двух полей (S_{nm}^α и S_{nm}^β), т.е. $q_{nm} = (S_{nm}^\alpha, S_{nm}^\beta)$.

$$Q =$$

q_{nm}	0	1	...	m	...	N
0	$S_{0\Sigma}^\alpha, S_{0\Sigma}^\beta$	$S_{01}^\alpha, S_{01}^\beta$	...	$S_{0m}^\alpha, S_{0m}^\beta$	...	$S_{0N}^\alpha, S_{0N}^\beta$
1	$S_{10}^\alpha, S_{10}^\beta$	$S_{1\Sigma}^\alpha, S_{1\Sigma}^\beta$	...	$S_{1m}^\alpha, S_{1m}^\beta$	...	$S_{1N}^\alpha, S_{1N}^\beta$
...	...	...	...	...	...	...
n	$S_{n0}^\alpha, S_{n0}^\beta$	$S_{n1}^\alpha, S_{n1}^\beta$	...	$S_{n\Sigma}^\alpha, S_{n\Sigma}^\beta$	...	$S_{nN}^\alpha, S_{nN}^\beta$
...	...	...	...	...	...	...
N	$S_{N0}^\alpha, S_{N0}^\beta$	$S_{N1}^\alpha, S_{N1}^\beta$	...	$S_{Nm}^\alpha, S_{Nm}^\beta$	...	$S_{N\Sigma}^\alpha, S_{N\Sigma}^\beta$

Рис. 4. Вещественная таблица асимметричных цифровых потоков

Элементы S_{nm}^α каждой пары $(S_{nm}^\alpha, S_{nm}^\beta)$, которые не принадлежат главной диагонали таблицы Q , представляют собой симметрическую составляющую дуплексного цифрового потока между объектами x_n и x_m , $n \neq m$; элементы S_{nm}^β – кососимметрическую составляющую этого потока. Диагональные элементы $(S_{n\Sigma}^\alpha, S_{n\Sigma}^\beta)$ таблицы Q описывают полный цифровой поток каждого из $N + 1$ сетевых объектов x_n , $n = 0, 1, 2, \dots, N$, который содержит симметрическую и кососимметрическую составляющие потока (соответственно $S_{n\Sigma}^\alpha$ и $S_{n\Sigma}^\beta$). Представим каждый элемент таблицы Q условно в виде комплексного числа c_{nm} . Вещественную часть числа c_{nm} определим как симметрическую проекцию вектора амплитуды для соответствующего дуплексного потока, а мнимую часть числа c_{nm} определим как кососимметрическую проекцию вектора амплитуды. Учтем свойства (8) и (9): $s_{nm}^\alpha = s_{nm}^\alpha$; $s_{nm}^\beta = -s_{nm}^\beta$. Тогда таблица Q на рис. 4 может быть взаимно однозначно представлена комплексной матрицей $C = [c_{nm}]$; $n, m = 0, 1, 2, \dots, N$ (рис. 5).

$$C =$$

c_{nm}	0	1	...	m	...	N
0	$S_{0\Sigma}^\alpha + i \cdot S_{0\Sigma}^\beta$	$S_{01}^\alpha + i \cdot S_{01}^\beta$	...	$S_{0m}^\alpha + i \cdot S_{0m}^\beta$	...	$S_{0N}^\alpha + i \cdot S_{0N}^\beta$
1	$S_{10}^\alpha - i \cdot S_{10}^\beta$	$S_{1\Sigma}^\alpha + i \cdot S_{1\Sigma}^\beta$	...	$S_{1m}^\alpha + i \cdot S_{1m}^\beta$	...	$S_{1N}^\alpha + i \cdot S_{1N}^\beta$
...	...	...	...	...	...	...
n	$S_{n0}^\alpha - i \cdot S_{n0}^\beta$	$S_{n1}^\alpha - i \cdot S_{n1}^\beta$	...	$S_{n\Sigma}^\alpha + i \cdot S_{n\Sigma}^\beta$	...	$S_{nN}^\alpha + i \cdot S_{nN}^\beta$
...	...	...	...	...	...	...
N	$S_{N0}^\alpha - i \cdot S_{N0}^\beta$	$S_{N1}^\alpha - i \cdot S_{N1}^\beta$	...	$S_{Nm}^\alpha - i \cdot S_{Nm}^\beta$	...	$S_{N\Sigma}^\alpha + i \cdot S_{N\Sigma}^\beta$

Рис. 5. Комплексная матрица асимметричных цифровых потоков

Комплексную матрицу C на рис.5, которая в амплитудной форме взаимно однозначным образом описывает вещественную таблицу потоков Q на рис. 4, назовем комплексной матрицей потоков сети.

Управление телекоммуникационными сетями предполагает возможность перераспределения цифровых потоков между отдельными сетевыми объектами выделенной сети V , а также между сетью V и окружающей ее сетью W . При этом, как правило, существуют технические и технологические ограничения, обусловленные пропускной способностью линий связи, производительностью сетевых объектов (маршрутизаторов, коммутаторов) и т.п. Опишем эти ограничения уравнением инвариантности вида:

$$J(C) = J(C_0), \quad (16)$$

где C – некоторая определенная выше комплексная матрица потоков сети; J – векторная (или в более общем случае, тензорная) функция инвариантности, аргументом которой является матрица C ; C_0 – некоторая эталонная комплексная матрица потоков сети.

Пусть $\{C_J\}$ – множество всех матриц C , которые удовлетворяют уравнению инвариантности (16). Элементы C_J множества $\{C_J\}$ назовем *комплексными тензорами потоков сети*, инвариантными относительно функции J и заданного эталона C_0 . Множество $\{C_J\}$ назовем *комплексным тензорным пространством* для потоков сети, а тензоры C_J – *точками комплексного тензорного пространства* $\{C_J\}$. Матрицу C_0 назовем *эталонной точкой* тензорного пространства в комплексной тензорной модели потоков сети.

Отображение вида $T(C): \{C_J\} \rightarrow \{C_J\}$, которое преобразует любую точку комплексного тензорного пространства $\{C_J\}$ в точку этого же пространства, назовем *тензорным преобразованием* для комплексного тензора потоков сети.

Построение комплексной матрицы C , а также конкретных тензорных преобразований $T(C)$, инвариантных относительно заданных функций $J(C)$, составляет задачу тензорного моделирования асимметричных цифровых потоков телекоммуникационной сети в комплексном пространстве, сформулированную в данной работе.

Выводы

Научная новизна данной работы состоит в дальнейшем развитии методов тензорного моделирования телекоммуникационных сетей применительно к асимметричным цифровым информационным потокам. В работе формализована комплексная тензорная модель цифровых потоков относительно заданного *центрального объекта* сети и *актуального множества* взаимодействующих с ним сетевых объектов. Сформулирован принцип *открытого объекта* в модели потоков сети, имеющего информационные связи и потоки с теми сетевыми объектами, которые не представлены в актуальном множестве сетевых объектов. Для объектов сети определены симплексные и

дуплексные цифровые потоки, а также вектор амплитуды дуплексного цифрового потока. Вектор амплитуды потока приведен к равномошному вектору, который содержит симметрическую и кососимметрическую проекции. Введены понятия мощности цифрового дуплексного потока и информационной мощности сетевого объекта.

Для центрального сетевого объекта и актуального множества объектов сети в общем виде построена комплексная матрица асимметричных потоков. Вещественная и мнимая части каждого элемента матрицы потоков условно обозначают симметрическую и кососимметрическую составляющую вектора амплитуды потоков. Для матрицы потоков определен тензор потоков в комплексном пространстве, введено понятие тензорных преобразований, инвариантных относительно заданной функции от матрицы потоков. Построение комплексной матрицы реальных потоков и методов инвариантных преобразований матрицы являются предметом дальнейших исследований предложенной автором общей модели сети. Данная модель может быть использована для повышения эффективности управления телекоммуникационными сетями.

Список литературы:

1. Свами М., Тхуласираман К. Графы, сети и алгоритмы. – М.: Мир, 1984. – 455с.
2. Зайцев Д.А. Синтез моделей Петри телекоммуникационных протоколов Зайцев // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С.Попова. – 2005. – №2. – С.36-42.
3. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями. – М.: Мир, 1979. – 600 с.
4. Guizani M., Rayes A., Khan B., Al-Fuqaha A. Queuing Theory, in Network Modeling and Simulation: A Practical Perspective. – Chichester, UK: John Wiley & Sons, 2010. – Chapter 9. – P. 197-233. – doi: 10.1002/9780470515211.ch9.
5. Arnold O. Allen. Probability, Statistics, and Queueing Theory with Computer Science Applications. – Orlando, FL, USA: Academic Press, Inc., 1978. – ISBN: 0120510502.
6. Фрактальный анализ и процессы в компьютерных сетях: учеб. пособ. / Ю.Ю. Громов, Н.А. Земской, О.Г. Иванова и др. – 2-е изд., стереотип. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2007. – 108 с. – ISBN 978-5-8265-0628-8.
7. Поповский В.В., Лемешко А.В. Тензорный анализ в задачах системного исследования телекоммуникационных систем // Радиотехника. – 2002. – Вып. 125. – С. 156-164.
8. Пасечников И.И. Методология анализа и синтеза предельно нагруженных информационных сетей. – М.: Машиностроение-1, 2004. – 216 с.
9. Лемешко О.В. Теоретичні основи управління мережними ресурсами з використанням тензорних математичних моделей телекомунікаційних систем: автореф. дис. д-ра. техн. наук. – Харків, 2005. – 37 с.
10. Кутергин В.А., Шадрин А.С. Тензорный метод построения моделей пространства инфокоммуникационных сетей [Электронный ресурс] // Электронный журнал "Вычислительные сети. Теория и практика". – 2009. – № 2 (15):4.3. – Режим доступа: <http://network-journal.mpei.ac.ru/cgi-bin/main.pl?l=ru&n=15&pa=4&ar=3>.
11. Петров А.Е. Тензорный метод Крона, ЛТ метод Бартини-Кузнецова и двойственные сети [Электронный ресурс] // Электронное научное издание «Устойчивое инновационное развитие: проектирование и управление». – 2010. – Том 6, №4 (9), ст. 2. – С. 13-32. – Режим доступа: http://rupravlenie.ru/wp-content/uploads/2010/12/3_%d0%9f%d0%b5%d1%82%d1%80%d0%be%d0%b2_%d0%a2%d0%9c-%d0%98-%d0%9b%d0%a2-2010.pdf.