

УДК 621.311:681.3

А. Л. ЕРОХИН

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СЛОЖНООРГАНИЗОВАННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ В ЭНЕРГЕТИКЕ

### Введение

В сложноорганизованных системах (СОС) для оптимального управления используется принцип гомеостатического регулирования, основанный на системах прямых и обратных связей. Электрические сети (ЭС) относятся к классу сложноорганизованных систем. Состояние системы отождествляется с состоянием характеризующих информационных параметров. Функционирование любой сложноорганизованной системы управления или системы поддержки принятия решений в режиме реального времени детерминируется оптимальными режимами работы составляющих их подсистем. В условиях экстремальных нагрузок ЭС система управления временно переходит на уровень гетеростатического управления.

Актуальной задачей в современном диспетчерском управлении электроэнергетикой является разработка и внедрение интеллектуальных систем управления в аварийных ситуациях.

Для решения задачи повышения эффективности управления электрическими сетями начальным этапом работы систем идентификации аварийного режима должна быть достаточная классификация режимов работы управляемого объекта, поскольку можно ожидать, что задачи и модели управления в различных режимах будут различными. Задачи оптимального управления потокораспределением в электрических сетях (ЭС) при стационарных (штатных) режимах достаточно хорошо проработаны. Нештатные же режимы в сетях слабо классифицированы, поэтому имеющиеся отдельные модели управления не обеспечивают оптимального управления.

Нештатные режимы в ЭС будем называть аварийными (АР), которые можно разделить на допустимые аварийные режимы (ДАР) и недопустимые (НАР). По хронологическому (временному) признаку различают АР:

- 1) доаварийные;
- 2) собственно аварийные (бывают допустимые и недопустимые);
- 3) послеаварийные.

Для моделирования поведения системы в доаварийном режиме можно применить принцип гетеростазиса, преимущество которого заключается в более широких диапазонах регулирования параметров ЭС. Гомеостазис представлен аттракторами, которые определяют устойчивые состояния системы в процессе ее функционирования.

### 1. Модель пространства параметров

Информационные параметры представлены пространством сигналов, измеренных в ЭС с помощью фиксаторов событий. Считается, что указанный набор сигналов является адекватным отображением пространства параметров режимов ЭС.

Рассмотрим модель топологического пространства параметров режимов ЭС с дискретным временем. Полный (и избыточный) набор сигналов для ЭС:

$$\{I_a, I_b, I_c, I_0, U_a, U_b, U_c, U_0, P_i, \varphi_a, \varphi_b, \varphi_c, \dots\}, \quad (1)$$

где  $I_a, I_b, I_c, I_0$  – токи в фазах ЭС;  $U_a, U_b, U_c, U_0$  – напряжения в фазах;  $P_i$  – характеристики потребленной (инжектированной) мощности;  $\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c$  – фазовые сдвиги.

В [2] предложено для расчета аварийного режима применять модели установившегося потокораспределения в ЭС, основанные на балансе потребленной и инжектированной мощностей, а также на построении матрицы Якоби для векторов активных и реактивных нагрузок. Обе модели достаточно точны для штатного режима потребления в ЭС или близкого к штатному. При АР известное уравнение баланса можно представить в виде

$$\sum \Omega_s - \sum W_i = 0, \quad (2)$$

где  $\Omega_s$  – множество инжектированных мощностей узлов-поставщиков целевого продукта (электриче-

ской энергии) в ЭС;  $W_i$  – множество потребленных мощностей узлов-потребителей в ЭС;  $i$  – номер узла-потребителя, являющегося источником набора сигналов-параметров.

Уравнение (2) приводит к плохо сходимым результатам из-за «нуля» в правой части при неидеальном режиме работы СОС.

Пусть набор входных сигналов параметров (1) представлен подмножеством  $(a_{ij})$ . Для идентификации АР и последующей выработки управляющих воздействий входное подмножество подвергается преобразованию в подмножество  $(b_{ij})$  выходных (определяющих) параметров режимов СОС. Заметим, что оба подмножества дискретны. Преобразования подмножеств и передача подмножества выхода  $(b_{ij})$  происходят на подмножестве элементарных каналов передачи информации  $(v_i)$  образующих информационный канал  $(V)$ , который назовем системным каналом.

В топологическом пространстве параметров режимов ЭС введем предикатную переменную нормы  $P(b_{ij})=a_{ij} \circ b_{ij}$ . Такая переменная логически связывает между собой элементы ввода с сопряженными с ними элементами выхода.

Будем считать  $P(b_{ij})=1$ , если в СОС установился баланс мощностей.

Балансом назовем нахождение суммы всех инжектированных в ЭС мощностей и потребленных при условии нахождения указанной суммы в пределах некоторого флуктуационного коридора (ФК). ФК определяется заданными уставками релейной защиты. Будем разделять локальный и глобальный предикаты нормы.

Локальным предикатом нормы назовем  $P_i(b_{ij})$  в каждой точке входа (в узле СОС). Тогда

$$\forall P_i(b_{ij}) = 1, \quad (3)$$

если вся ЭС находится в штатном режиме.

В любой момент времени в ЭС имеется счетное множество локальных небалансов, вызванных стохастическим характером потребления электрической энергии. ЭС, как и любая система, стремится прийти в состояние равновесия, соответствующее установившемуся режиму. Таким образом, возникающие в ЭС возмущения можно разделить на следующие классы:

- 1) возмущения, вызванные плановыми переключениями (перетоками мощностей);
- 2) неплановые возмущения, не приводящие к изменению предиката нормы;
- 3) неплановые возмущения, приводящие к изменению предиката нормы.

Очевидно, что АР соответствует третий класс возмущений.

Анализ поставки-потребления электрической энергии показывает, что дисбаланс носит циклический, статистически прогнозируемый характер. Выделим ряд периодических составляющих.

Первая составляющая  $\pm\delta_d$  – это предикатная флуктуационная составляющая, связанная с суточным ритмом (дневное-ночное потребление энергии).

Ко второй составляющей  $\pm\delta_w$  отнесем предикатную флуктуационную составляющую с недельным периодом (рабочие-выходные дни).

Далее выделим третью  $\pm\delta_m$  и четвертую  $\pm\delta_y$  составляющие, связанные с месячными и годовыми циркадными изменениями в потреблении. Обработывая статистические ряды указанных составляющих, можно выделять интервалы их допустимых изменений.

Тогда глобальная предикатная флуктуационная составляющая

$$\Delta = \sum \pm \delta_i, \quad (4)$$

где  $\pm\delta_i$  – локальная периодическая составляющая.

Допустимость дисбаланса можно контролировать с помощью уставок тока-мощности. В свою очередь, выделение периодических составляющих и их анализ позволит управлять значениями уставок для обеспечения безаварийной работы. Дисбаланс в допустимых пределах не нарушает целостности СОС. Выход любого параметра за пределы флуктуационного коридора система должна квалифицировать как нестандартную ситуацию и приступать к ее немедленной классификации и распознаванию.

## 2. Модели топологии сложноорганизованных систем

Рассмотрим модели топологии СОС. Простейшей моделью может считаться топология, заданная на метрическом двухмерном пространстве. Для такой топологии все подсистемы СОС и структуры

их связей заданы в виде матриц данных координатно-векторных множеств. Метрическая топология обеспечивает визуальное представление структуры СОС в виде географической карты и может быть реализована как геоинформационная система управления электрическими сетями. Однако такая топология не подходит для машинного анализа нестандартной ситуации.

Более сложной моделью, но и более информативной для анализа стационарных и нестационарных потоков мощностей в ЭС можно считать топологию подмножеств параметров ЭС. Такая топология определяет структуру связей отношений «выходов–входов» между подсистемами СОС. Рассмотренную выше модель топологического пространства параметров режимов ЭС можно представить в виде множеств связанных между собой потребителей  $W_{si}$  и поставщиков  $\Omega_s$  электрической энергии. На каждом уровне иерархии  $s$  – это множества  $\Omega_s, W_{si}$ .

Элементы множеств  $\Omega_s, W_{si}$  могут быть отнесены к различным классам эквивалентности  $R_i$ , исходя из значений параметров (1). Определяющим параметром для такой классификации в ЭС служит уровень напряжения  $U$ . Тогда в класс эквивалентности  $R_i$  могут быть включены бытовые потребители электрической энергии (380 В). При этом структура множества «связей–выходов» узла-поставщика принадлежит классу  $R_1$ , а структура множества «связей–входов» уже принадлежит классу эквивалентности  $R_2$ . Последний объединяет множество поставщиков и потребителей уже более высокого уровня напряжений (уровень напряжения 6–10 кВ).

На  $s$ -ом уровне иерархии СОС множество «связей–выходов» от узлов-поставщиков  $\Omega_s$  на входы множество узлов-потребителей, отнесенных к классу эквивалентности  $R_i$

$$\Omega_s \leftrightarrow \bigcup_{i \in M^2} W_{si}, \quad (5)$$

где  $si$  – число потребителей, размещенных на  $s$ -ом уровне иерархии в классе  $R_i$ ;  $M^2$  – метрическое пространство, на котором заданы системы «связей входов-выходов».

Уточним (2) для нештатного режима работы СОС с учетом (4). Тогда модель «рабочего» (не идеального) баланса в СОС типа ЭС будет записана в виде

$$\sum \Omega_s - \sum W_{si} = \Delta \quad (6)$$

Распознавание АР осуществляется в следствие описания классов  $R_i$  объектов через определенные значения значащих признаков. Такими значащими признаками являются матрицы параметров, хранящиеся в коде АР в виде подмножества выхода ( $b_{ij}$ ). В базе знаний хранятся наборы матриц предикатов флуктуационных коридоров балансов мощностей.

### 3. Модель искажений передачи сигналов параметров режимов электрических сетей

При оперативном управлении режимами ЭС являются актуальными вопросы искажений истинности и правильности передачи сигналов параметров режимов. В связи с этим необходимо обеспечить разработку методов и алгоритмов решения задач восстановления искаженного "образа" первичной информации, а также коррекции фазовых искажений каналов передачи информации сложноорганизованных систем.

В качестве модели искажений передачи сигналов примем модели детерминированных хаотических процессов. Такие модели основаны на комбинаторно-топологическом преобразовании двухмерной информации.

Математическая модель искажений базируется на теоретико-множественных и топологических свойствах подмножеств элементов входа ( $a_i$ ) и выхода ( $b_j$ ) подмножества ( $v_i$ ), образующих системный канал ( $V$ ) информации, в который вносятся фазовые искажения.

Подмножества ( $a_i$ )  $\in [A]$  и ( $b_j$ )  $\in [B]$  удовлетворяют аксиомам общей топологии и аксиомам операций замыкания, обладают свойствами замкнутости, отделимости и счетной базой. Указанные подмножества образуют топологическое пространство  $(\Omega, \omega)$  с дискретным носителем  $\omega$  топологии. Любые два элемента  $[A]$  и  $(b_k), (b_l) \in [B]$  множества  $\Omega$  обладают непересекающимися окрестностями. Введем локальную систему координат, для чего запишем подмножество  $(a_{ij}) \subset [A]$  в матричной форме, относительно которой проводятся преобразования подстановок как нарушение упорядо-

ченности "прообраза", отображаемого в "образ"  $(b_{kl}) \subset [B]$ . Так для  $(a_{ij})$  и  $(b_{kl})$  упорядоченность элементов определяется матрицами

$$[A] = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij}, \quad [B] = \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^s b_{kl}. \quad (7)$$

Введем оператор  $K$  преобразований подстановок, отображающих произвольным образом  $(a_{ij}) \leftrightarrow (b_{kl})$ . Тогда

$$[K]: [A] \leftrightarrow [B] \equiv \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (a_{ij}) \rightarrow \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^s (b_{kl}). \quad (8)$$

Отобразим на  $[A]$  некоторую регулярную двухмерную функцию  $[F]$ , элементы  $(a_{ij})$  которой преобразуют  $[F]$  в подмножество упорядоченных растровых элементов

$$[F^*] = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (a_{ij} \otimes f_{ij}) \subset [A], \quad (9)$$

где  $[F^*] \subseteq [F]$  – матрица  $[F]$  в растровой форме представления;  $(a_{ij} \otimes f_{ij})$  – дискретные фрагменты функции, отображенные на элементах  $(a_{ij})$ .

После  $[K]$  преобразования подстановок (4) функция  $[F]$  на  $[B]$  представима в виде

$$[F^{**}] = \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^s (b_{kl} \otimes f_{kl}) \subset [B], \quad (10)$$

где  $[F^{**}] \subset [F]$  – матрица хаотически преобразованной функции  $[F^*]$  в растровой форме представления;  $(b_{kl} \otimes f_{kl})$  – дискретные фрагменты функции, отображенные на  $(b_{kl})$

Оператору  $[K]$  может быть придано численное значение коэффициента  $R$ , который определяет степень комбинаторных подстановок (хаотичности)  $(b_{kl})$  на подмножестве  $[B]$

$$R = \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^s b_{kl} / (p \times s), \quad (11)$$

где  $(b_{kl})$  – число элементов подстановок в  $[B]$ ;  $(p \times s)$  – общее число элементов  $(b_{kl})$  в  $[B]$ .

Коэффициент  $R$  принимает значения в интервале  $0 \leq R \leq 1$ , и если  $R=0$ , то элементы  $(b_{kl})$  и  $(a_{ij})$  множеств  $[B]$ ,  $[A]$  и сами множества изоморфны, при этом  $[F^*] \equiv [F^{**}]$ . При  $R=1$  преобразования (8-10) определяют на  $[B]$  хаос и  $[F^*] \neq [F^{**}]$ . Задавая значения коэффициента  $R$  в (11) в пределах  $0 \leq R \leq 1$ , можно генерировать искажения. После  $[K]$  преобразования (10) подмножество  $(b_{kl}) \subset [B]$  распадается на два подмножества. Первое из них

$$[\Phi] = \cup (b_{kl}) \quad (12)$$

составлено из всех подстановок элементов  $(b_{kl})$ .

Второе подмножество

$$[\Lambda] = \cup (b_{ly}) \leftrightarrow \cup (a_{ly}) \quad (13)$$

состоит из всех элементов  $(b_{ly})$  изоморфных  $(a_{ly})$ . Множества  $[A]$  и  $[B]$  представим в виде

$$[A] \cong [\Lambda] \subset (\Omega, \omega), \quad (14)$$

$$(\Omega, \omega) \supset [B] = \bigcup \{[\Lambda] \vee [\Phi]\}. \quad (15)$$

Топология пространства  $(\Omega, \omega)$  определяет объединение (15) как топологически подобное множеству  $[A]$ , а множества  $[\Lambda]$  и  $[\Phi]$  – гомеоморфные кругу. Дискретные фрагменты  $(f_{kl}) \subset [F^{**}] \leftrightarrow [F^*]$ , отображенные множеством  $[\Lambda]$  на  $[B]$ , имеют распределение, эквивалентное на  $[A]$ , для всех же фрагментов  $(f_{ly}) \subset [F^{**}] \subset [\Phi]$  – распределение на  $[B]$  случайное.

Определяющей характеристикой аттрактора динамической системы является свойство структурной устойчивости. Рассматриваемую модель процесса подстановок можно рассматривать как динамическую со слабой или сильной эргодичностью.

Малейшее изменение  $[F]$ , отображаемое на  $(a_{ij})$  приводит к новому, случайному положению фрагментов  $(f_{kl})$  на  $[B]$ . Для моделирования искажений в системном канале достаточно придать функции  $[F]$  любое аффинное преобразование на  $A$ .

### Выводы

1. В основе разработанной модели управления сложноорганизованных систем лежит объединение топологических областей.
2. Разработанные модели пригодны для управления до- и послеаварийными режимами в сложноорганизованных системах типа электрическая сеть.
3. Представленные математические модели могут использоваться для управления инженерными сетями с различной природой целевого продукта.

**Список литературы:** 1. Месарович М., Такахара Я. Общая теория систем: Математические основы. М.: Мир, 1978. 311 с. 2. Аюев Б.И., Зубарев В.В. Алгоритмы управления аварийными режимами энергетических систем // Управление и автоматизация электроэнергетических систем. Рига: Риж. политехн. ун., 1983. С.83-90. 3. Бурцев В.М., Срохин А.Л. Застосування теорії груп підстановок для моделювання детермінованих хаотичних процесів // Системи обробки інформації: Зб. наук. праць. Вип. 6 (16). Харків: НАНУ, ПАНМ, ХВУ, 2001. С.47-51.

Поступила в редколлегию 10.05.2001