

РАЗЛОЖЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ ПО ПАРЦИАЛЬНЫМ ФУНКЦИЯМ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Рассматриваются новые базисные функции для декомпозиции скалярного и векторного потенциалов нестационарных негармонических электромагнитных полей, возбуждаемых в дисперсных электродинамических системах (ЭС) потоками заряженных частиц. Это так называемые парциальные функции ЭС (синонимы: парциальные осцилляторы, осциллеты). Отличим их от собственных функций ЭС является пространственная локализация. Осциллеты позволяют получить одинаково наглядное решение волнового уравнения как на начальных этапах переходного процесса, так и в стационарном режиме. Они предпочтительны также при численном анализе возбуждения полей в ЭС с непрерывным спектром собственных функций.

Введение. Проблема самосогласованного теоретического анализа возбуждения нестационарных негармонических полей в дисперсных электродинамических системах (ЭС) потоками заряженных частиц актуальна сегодня в связи с развитием техники широкополосных и сверхширокополосных СВЧ-сигналов [1], разработкой цифровых телекоммуникационных систем с оконечными усилителями на лампах бегущей волны [2], задачами обеспечения электромагнитной совместимости радиоэлектронных средств [3] и т.д.

Так называемый *спектральный подход* к моделированию нелинейного взаимодействия потоков заряженных частиц с электромагнитными волнами предложен в [4] (новые термины здесь и далее выделены курсивом, при необходимости также дается их предлагаемый англоязычный эквивалент). Он позволяет осуществлять численный анализ возбуждения и усиления немонохроматических электромагнитных полей в ЭС СВЧ-приборов. Спектральный подход заключается в трансформации путем обратного преобразования Фурье заданного в частотной области входного сигнала во временную область и использовании его затем как граничного условия (ГУ) нестационарной модели. После моделирования прохождения синтезированной негармонической электромагнитной волны через ЭС с учетом ее нелинейного взаимодействия с заряженным потоком, временные выборки выходных параметров модели подвергаются спектральному анализу для перевода их обратно в частотную область. При этом не накладывается каких-либо принципиальных ограничений на форму и ширину спектра анализируемых колебаний.

Спектральная модель определена в [4] как нестационарная модель, корректно учитывающая нелинейное взаимодействие между всеми временными гармониками электромагнитного поля и потоком заряженных частиц в континууме частот, объединенная с алгоритмами спектрального синтеза входных сигналов и спектрального анализа выходных параметров.

Нестационарное моделирование возбуждения негармонических полей в ЭС проще всего осуществлять методами конечных разностей (FDTD) или конечных элементов (FETD) во временной области, однако они требуют большого объема вычислений, особенно если ЭС имеет сложную геометрию. Поэтому при численных расчетах всегда целесообразно выполнить некие предварительные аналитические преобразования исходных уравнений для электромагнитного поля. Как известно, существует два классических подхода к решению волнового уравнения: Д'Аламбера и Бернулли (Фурье). Первый из них более наглядно описывает начальные этапы переходного процесса, когда бегущие волны распространяются во все стороны от их источников, но еще не достигли границ ЭС. Второй наиболее естественен при описании стационарных режимов, когда в ЭС сформировались стоячие волны (нормальные моды). Каждому из подходов присущи достоинства, недостатки и преимущественные области применения. Не рассматривая их подробно, отметим лишь, что прежняя теория квазигармонических нелинейных процессов в СВЧ-приборах базировалась, главным образом, на методе разделения переменных [5]. В настоящее время, в связи с развитием техники сверхко-

ротких импульсов, все большее внимание уделяется нахождению неразделяющихся решений волнового уравнения [6].

Существуют ли иные подходы к решению данного уравнения, наглядно описывающие как переходные, так и стационарные состояния полей в ЭС и сочетающие достоинства метода разделения переменных и неразделяющихся решений? Один из таких подходов предложен в [7], где путем использования дискретно-непрерывного преобразования Фурье по параметру продольного волнового числа осуществлен переход от собственных функций направляющей ЭС к неким новым функциям, локализованным в продольном направлении, т.е. достаточно быстро затухающим при удалении в обе стороны от их максимума. Однако такое преобразование применимо только к периодическим или продольно-однородным ЭС.

В [8] для формирования продольно-локализованных функций направляющей ЭС (*парциальных мод*) применен несколько иной алгоритм, состоящий в одномерном линейном преобразовании собственных функций ЭС с помощью некой «матрицы формы» нормальных мод. Этот алгоритм уже не зависит от конструкции ЭС, определяющей теперь лишь оптимальный вид матрицы формы. С физической точки зрения парциальные моды рассматриваются как электродинамически связанные между собой ограниченные в продольном направлении «облака» поля внутри ЭС, каждое из которых колеблется в одинаковой фазе. Это позволяет применить к ним матричную теорию колебательных систем с сосредоточенными параметрами со многими степенями свободы. Как известно, такая теория одинаково наглядно описывает как переходные, так и стационарные процессы при внешнем воздействии (например, в цепочке связанных колебательных контуров). Это же относится и к парциальным модам ЭС, мгновенные значения которых можно рассматривать как независимые координаты системы.

Целью данной статьи является обобщение идеи [8] на все пространственные координаты. Нестационарное негармоническое поле с финитным спектром в области волновых чисел раскладывается в пространственно локализованные *парциальные функции* ЭС [синонимы: *парциальные осцилляторы, осциллеты (oscillets)*], которые являются «облаками» поля, колеблющимися как единое целое. Переходные процессы в дискретном множестве электродинамически связанных между собой парциальных осцилляторов описываются, подобно колеблющейся атомной решетке кристалла, в терминах матричной теории колебательных систем с сосредоточенными параметрами. Помимо физической наглядности решения волнового уравнения, практической независимости структуры поля и электродинамических параметров осциллетов от свойств границ и заполнения ЭС на достаточном расстоянии от мест их локализации, использование парциальных функций позволяет сохранить дискретность (избежать введения интегралов Фурье) при разделении переменных в предельных задачах, например, для открытых или согласованных ЭС.

Определение парциальных функций. Рассмотрим нестационарное негармоническое электромагнитное поле в закрытой односвязной ЭС с идеальными металлическими стенками произвольной геометрии. ЭС предполагается заполненной вакуумом, в котором могут находиться движущиеся заряды (токи). К закрытым системам приравниваются ЭС с периодическими ГУ по одной или нескольким координатам.

Для описания поля используем трехмерный (скалярно-векторный) потенциальный формализм. Введем *родовой (generic) потенциал* $\mathcal{A}(t, x, y, z)$ как некое обозначение, вместо которого должны подставляться величины $\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \Phi$ или \vec{A} , где $\Phi(t, x, y, z)$ и $\vec{A}(t, x, y, z)$ – скалярный и векторный потенциалы в калибровке Лоренца $\varepsilon_0 \mu_0 \partial \Phi / \partial t + \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$; ε_0 и μ_0 – электрическая и магнитная постоянные соответственно. Векторы напряженности электрического $\vec{E}(t, x, y, z)$ и индукции магнитного $\vec{B}(t, x, y, z)$ полей могут быть получены из скалярного и векторного потенциалов как $\vec{E} = -\partial \vec{A} / \partial t - \vec{\nabla} \Phi$; $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$. Родовой потенциал является вещественной, квадратично интегрируемой в объеме ЭС V функцией.

Родовой потенциал является решением неоднородного волнового уравнения

$$\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathfrak{A}}{\partial t^2} - \nabla^2 \mathfrak{A} = \mu_0 \tilde{\mathfrak{J}} \quad (1)$$

внутри объема ЭС с однородными ГУ первого или второго рода или условиями периодичности на поверхности ее стенок. $\tilde{\mathfrak{J}}(t, x, y, z)$ – родовая плотность тока, вместо которой должны подставляться величины $\rho/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ или \vec{j} , где $\rho(t, x, y, z)$ и $\vec{j}(t, x, y, z)$ – плотность объемного заряда и плотность тока соответственно.

Предположим, что спектр функции \mathfrak{A} в области волновых чисел \vec{k} финитен, т.е. $|\vec{k}| \leq k_{max} < \infty$. Используя метод разделения переменных, запишем решение уравнения (1) в виде конечного ряда, который, как будет видно из дальнейшего, в общем случае не является рядом Фурье вследствие неортогональности его базисных функций:

$$\mathfrak{A}(t, x, y, z) = \mathbf{u}_p(t) \mathfrak{A}_p(x, y, z), \quad (2)$$

где \mathfrak{A}_p – вектор из N вещественных парциальных функций ЭС с размерностью В·с/м; \mathbf{u}_p – вектор из такого же числа безразмерных мгновенных значений этих функций; N – количество собственных значений ЭС (квадратов собственных волновых чисел), меньших или равных k_{max}^2 . Каждое кратное собственное значение с рангом r дополнительно увеличивает N на величину $(r-1)$. Векторы-столбцы в функциональном пространстве Гильберта обозначаются полужирным шрифтом, в отличие от векторов в евклидовом пространстве, отмеченных стрелкой.

Вектор парциальных функций \mathfrak{A}_p является решением так называемой задачи о взаимных значениях (*intervalues problem*) для самосопряженного линейного дифференциального оператора $-\nabla^2$. Она состоит в нахождении нетривиального решения матричного уравнения

$$\nabla^2 \mathfrak{A}_p + [k_p^2] \mathfrak{A}_p = 0$$

в объеме ЭС с однородными ГУ первого или второго рода или условиями периодичности на ее стенках, которое пространственно локализует все элементы искомого вектора. Матрица взаимных значений (*intervalues matrix*) $[k_p^2]$ размером $N \times N$ содержит N^2 квадратов взаимных волновых чисел (*interwavenumbers*) парциальных осцилляторов. N собственных значений этой матрицы совпадают с наименьшими собственными значениями ЭС, повторяя их кратность. Определим также матрицу $[\omega_p^2]$ размером $N \times N$, содержащую N^2 квадратов взаимных частот (*interfrequencies*) парциальных осцилляторов, как $[\omega_p^2] = [k_p^2]/\varepsilon_0 \mu_0$.

Классическое условие ортогональности *первого рода (first kind)* для парциальных функций имеет вид:

$$\frac{\varepsilon_0}{2} \int_V dx dy dz \mathfrak{A}_p \mathfrak{A}_p^T = [\tilde{W}_p],$$

где верхний индекс T означает транспонирование вектора или матрицы. $[\tilde{W}_p]$ – симметрическая матрица размером $N \times N$, содержащая N^2 единичных взаимных псевдоэнергий (*pseudoenergies*) родового потенциала парциальных осцилляторов с размерностью Дж·с².

Условие ортогональности *второго рода (second kind)* с учетом самосопряженности оператора $-\nabla^2$ записывается в виде:

$$\frac{1}{2\mu_0} \int_V dx dy dz (-\nabla^2 \mathfrak{A}_p) \mathfrak{A}_p^T = \frac{1}{2\mu_0} \int_V dx dy dz \mathfrak{A}_p (-\nabla^2 \mathfrak{A}_p^T) = [W_p],$$

где $[W_p]$ – симметрическая матрица размером $N \times N$, содержащая N^2 единичных взаимных энергий родового потенциала парциальных осцилляторов с размерностью Дж (эта величина может быть отождествлена с энергией электромагнитного поля лишь в случае незатухающих свободных колебаний осцилляторов).

Для парциальных осцилляторов имеет место соотношение $[\omega_p^2] = [W_p][\tilde{W}_p]^{-1}$ (аналог формулы Рэлея для нормальных мод), где верхний индекс (-1) означает обращение матрицы.

Задача о взаимных значениях является задачей условной многомерной оптимизации с векторным критерием [9]. Локализация парциальных функций означает достаточно быстрое приближение всех составляющих функции \mathfrak{A}_{pn} ($n = 0 \dots N-1$) к нулю при удалении во все стороны от ее глобального максимума или минимума. Объемные плотности псевдоэнергии $\varepsilon_0 |\mathfrak{A}_{pn}|^2 / 2$ и энергии $(-\nabla^2 \mathfrak{A}_{pn}) \mathfrak{A}_{pn} / 2\mu_0$ родового потенциала каждого парциального осциллятора при этом тоже локализуются. Помимо фиксированных собственных значений, ограничениями при оптимизации являются формы матриц $[\omega_p^2]$ и $[\tilde{W}_p]^{-1}$, элементы которых также должны достаточно быстро убывать при увеличении расстояния между осциллетами (это требование накладывається уравнением возбуждения парциальных мод).

Нетрудно видеть, что задача о собственных значениях является частным случаем задачи о взаимных значениях, когда матрицы $[\tilde{W}_p]$ и $[W_p]$ становятся диагональными, превращаясь в соответствующие матрицы для собственных функций $[\tilde{W}_e]$ и $[W_e]$. Это диагонализует матрицу взаимных значений, превращая ее в матрицу собственных значений $[k_e^2]$, а вектор парциальных функций становится вектором собственных функций ЭС $\mathfrak{A}_e(x, y, z)$. С такой точки зрения собственные функции следует считать *двукратно (doubly) ортогональными* (не путать с биортогональностью!). Парциальные функции в общем случае могут быть *однократно (singly) ортогональными* (если диагональна или матрица $[\tilde{W}_p]$ или матрица $[W_p]$) либо вообще неортогональными (если недиагональны как матрица $[\tilde{W}_p]$, так и матрица $[W_p]$). Очевидно, что только двукратная ортогональность собственных функций обеспечивает отсутствие электродинамической связи между нормальными модами ЭС.

Парциальные функции могут быть определены также как линейное преобразование собственных функций, пространственно локализирующее все осциллеты:

$$\mathfrak{A}_e = [F] \mathfrak{A}_p \quad \text{или} \quad \mathfrak{A}_p = [F]^{-1} \mathfrak{A}_e, \quad (3)$$

где $[F]$ – матрица формы (*form-matrix*) собственных функций размером $N \times N$. В этом случае имеет значение нормировка вектора собственных функций. Возможны четыре вида нормировки:

– амплитудная, когда $\max |\mathfrak{A}_{em}| = 1$ В·с/м ($m = 0 \dots N-1$). Является наиболее простой и наглядной;

– энергетическая *первого рода*, когда $\tilde{W}_{emm} = 1$ Дж·с², где \tilde{W}_{emm} – диагональный элемент матрицы $[\tilde{W}_e]$. Порождает ортонормированную в классическом смысле систему собственных функций. После ее линейного преобразования (3) с унитарной матрицей формы, такая нормировка придает парциальным функциям свойство ортогональности первого рода;

– энергетическая *второго рода*, когда $W_{emm} = 1$ Дж, где W_{emm} – диагональный элемент матрицы $[W_e]$. Обеспечивает парциальным функциям свойство ортогональности второго ро-

да, если матрица формы унитарна. В отличие от ортогональности, невырожденные собственные функции не могут иметь одновременно оба вида энергетической нормировки;

– специальная, когда $|\mathfrak{A}_{em}|$ зависит от k_{emm}^2 по некоторому специфическому закону, например, усеченному гауссовому:

$$\max |\mathfrak{A}_{em}| = \exp\left(-\psi k_{emm}^2 / k_{max}^2\right) \text{ В}\cdot\text{с/м},$$

где k_{emm}^2 – диагональный элемент матрицы $[k_e^2]$; $\psi > 0$ – параметр нормировки. С помощью такой нормировки можно управлять пространственной локализацией осцилляторов.

Соотношения между матрицами электродинамических параметров собственных и парциальных функций следующие:

$$\begin{aligned} [\tilde{W}_e] &= [F][\tilde{W}_p][F]^T; & [\tilde{W}_p] &= [F]^{-1}[\tilde{W}_e]([F]^{-1})^T; \\ [W_e] &= [F][W_p][F]^T; & [W_p] &= [F]^{-1}[W_e]([F]^{-1})^T; \\ [k_e^2] &= [F][k_p^2][F]^{-1}; & [k_p^2] &= [F]^{-1}[k_e^2][F]. \end{aligned}$$

Уравнение возбуждения для вектора мгновенных значений парциальных функций \mathbf{u}_p получается путем подстановки (2) в (1) с учетом условия ортогональности первого рода:

$$\frac{d^2 \mathbf{u}_p(t)}{dt^2} + [\omega_p^2]^T \mathbf{u}_p(t) = \frac{1}{2} [\tilde{W}_p]^{-1} \int_V dx dy dz \mathfrak{A}_p(x, y, z) \tilde{\mathfrak{J}}(t, x, y, z). \quad (4)$$

Интеграл в правой части данного уравнения является линейным интегральным преобразованием родовой плотности тока с векторным дискретным ядром \mathfrak{A}_p . Данное преобразование осуществляет *нижнепропускающую* (low-pass) фильтрацию функции $\tilde{\mathfrak{J}}$ в области волновых чисел с волновым числом отсечки $\pm k_{max}$. Таким образом, разложение родového потенциала по парциальным функциям (2) можно рассматривать как некое обобщение ряда Шеннона-Уиттекера (Котельникова) для скалярных или векторных функций в трехмерном пространстве, допускающее также возможность использования неортогонального базиса.

Пространственная локализация парциальных осцилляторов является их достоинством по сравнению с нормальными модами ЭС, псевдоэнергия и энергия родového потенциала которых распределены более или менее равномерно по всему объему ЭС, подобно тому, как разложение функций по вейвлетам иногда предпочтительнее декомпозиции их в ряды Фурье по гармоническому базису. Парциальные функции сохраняют преимущества парциальных мод ЭС [8], обобщая их на все пространственные координаты. С их помощью можно, например, наглядно моделировать переходные процессы, когда бегущие волны распространяются в «решетке» связанных парциальных осцилляторов, отражаясь от ее границ и интерферируя между собой. В реальных ЭС при этом необходимо учитывать также потери энергии электромагнитного поля в стенках из неидеального проводника путем ввода в рассмотрение матрицы взаимных коэффициентов затухания осцилляторов $[\delta_p]$, как это сделано в [8].

В ЭС с некоторыми специфическими ГУ (например, открытых или согласованных) спектр собственных функций может быть непрерывным, что делает базис данных функций неудобным при численном спектральном моделировании СВЧ-приборов. В то же время спектр парциальных функций сохраняет свою дискретность. Ограниченность числа осцилляторов, поля которых учитываются в каждой точке объема V , приводит лишь к некоторой погрешности интерполяции при синтезе нормальных мод ЭС в непрерывном диапазоне волновых чисел, уменьшающейся с увеличением количества парциальных функций. Задание ГУ на

открытых или согласованных границах ЭС может основываться на методах, аналогичных используемым в алгоритмах FDTD и FETD (см., например, [10], [11]).

Классификация и свойства парциальных функций. Как известно из электродинамики (см., например, [12]), множество решений задачи о собственных значениях для векторного потенциала в трехмерном объеме односвязной ЭС с однородными ГУ первого или второго рода на ее границе можно разделить на три подмножества, являющиеся ортогональными дополнениями друг друга. Это потенциальные собственные функции, у которых $\vec{\nabla} \times \vec{A}_{em} \equiv 0$, и два подмножества соленоидальных функций, у которых $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}_{em} \equiv 0$ (в двумерном пространстве существует единственное подмножество соленоидальных функций). Кроме того, при наличии периодических ГУ более чем по одной координате возможны собственные функции, классифицируемые как поперечные (*TEM*).

Таким образом, множество собственных функций для родового потенциала можно разделить на пять взаимно ортогональных подмножеств:

1. Собственные функции для скалярного потенциала.
2. Собственные функции для потенциальных составляющих векторного потенциала.
3. Магнитные собственные функции для соленоидальных составляющих векторного потенциала.
4. Электрические собственные функции для соленоидальных составляющих векторного потенциала.
5. Поперечные собственные функции для векторного потенциала.

Заметим, что названия «магнитные» и «электрические» функции имеют физический смысл лишь для ЭС простых геометрических форм (например, отрезков продольно-однородных волноводов, ограниченных поверхностями, перпендикулярными их оси). При использовании альтернативных классификаций структур электромагнитного поля (*TE*, *TM* или *LM*, *LE*), а также в ЭС со сложными границами, где существуют гибридные моды (*HE*, *EH*), смысл данных названий меняется или утрачивается, однако формально всегда можно выделить две «абстрактные» взаимно ортогональные группы вихревых структур поля.

Соотношениями (3) каждому из первых четырех подмножеств собственных функций приводится в соответствие отдельный тип парциальных функций. Обозначим их O , O_p , O_m и O_e . O – это скалярные осциллеты; O_p – потенциальные векторные; O_m и O_e – соленоидальные магнитные векторные и соленоидальные электрические векторные соответственно (в двумерном пространстве существует единственный тип соленоидальных векторных осциллетов O_s). Независимо от ортогональности парциальных функций в пределах каждого типа, парциальные осцилляторы различных типов всегда двукратно ортогональны.

Поперечные собственные функции невозможно преобразовать в парциальные функции, локализованные по всем координатам. Локализованные в одном направлении поперечные векторные осциллеты O_T образуют базис классического ряда Шеннона-Уиттекера.

Отметим следующие фундаментальные свойства парциальных функций ЭС:

1. Каждый осциллет по отдельности удовлетворяет однородным ГУ первого или второго рода на границах ЭС.

2. Для каждого векторного осциллета потенциального типа $\vec{\nabla} \times \vec{A}_{pn} \equiv 0$. Для каждого векторного осциллета соленоидального типа $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}_{pn} \equiv 0$.

3. Спектр каждого осциллета в базисе собственных функций ЭС финитен, т.е.

$$\frac{\epsilon_0}{2} \int_V dx dy dz \mathcal{A}_{pn} \mathcal{A}_{em}^* \equiv 0, \text{ если } k_{em}^2 > k_{max}^2.$$

4. В общем случае все гармоники спектра каждого осциллета в базисе подмножества собственных функций ЭС, соответствующем типу данного осциллета, при $k_{em}^2 \leq k_{max}^2$ не рав-

ны нулю (у осцилляторов, локализованных на узловых поверхностях собственных функций, гармоники этих функций могут отсутствовать). Другими словами, каждый парциальный осциллятор включает в себя все нормальные моды ЭС соответствующего типа с $k_{eml}^2 \leq k_{max}^2$.

5. Все гармоники спектра каждого осциллята в базисах подмножеств собственных функций ЭС, не соответствующих типу данного осциллята, тождественно равны нулю.

Примеры парциальных функций. В качестве простейшего примера рассмотрим парциальные осцилляторы в двумерном (x,y) свободном пространстве. Очевидно, что практически аналогичные осцилляты могут существовать также внутри произвольной двумерной ЭС, если они удалены от ее границ на достаточное расстояние. Используем периодические с периодами ΔX , ΔY в направлениях x , y соответственно ГУ и амплитудную нормировку собственных функций. При этом последние целесообразно рассматривать как комплексные, а линейные преобразования (3) с унитарной комплексной матрицей формы превращаются в двумерные дискретные прямое и обратное преобразования Фурье (аналогично [8]).

Рис. 1 изображает распределение скалярного потенциала [точнее, величины Φ/c , где $c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$] осциллята типа O , локализованного в начале системы координат ($n=0$), как функцию координат (x,y) . На рис. 2 и 3 показаны аналогичные распределения x - и y -составляющих векторного потенциала осциллятов типов O_p и O_s соответственно, расположенных в том же месте. Всем приведенным парциальным осцилляторам присуща ортогональность первого рода.

Выводы. Описанный математический аппарат можно рассматривать как матричную

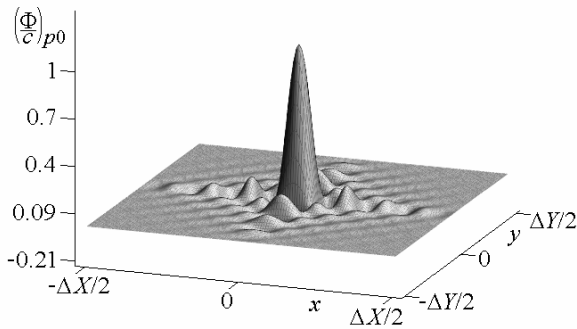


Рис. 1

теорию распределенных колебательных систем. Такая теория была известна ранее, однако она применялась только к системам с сосредоточенными параметрами со многими степенями свободы. Основное ее преимущество – то, что решение дифференциальных уравнений в частных производных заменяется интегрированием системы обыкновенных дифференциальных уравнений (4), требующим меньших затрат ресурсов ЭВМ.

От дифференциальных уравнений

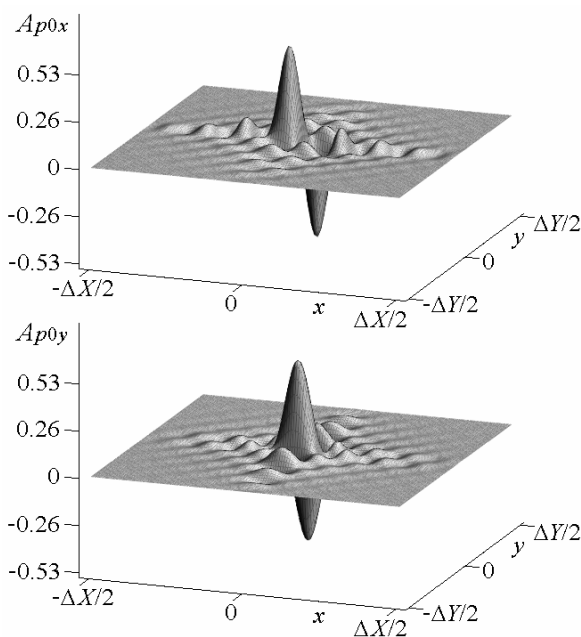


Рис. 2

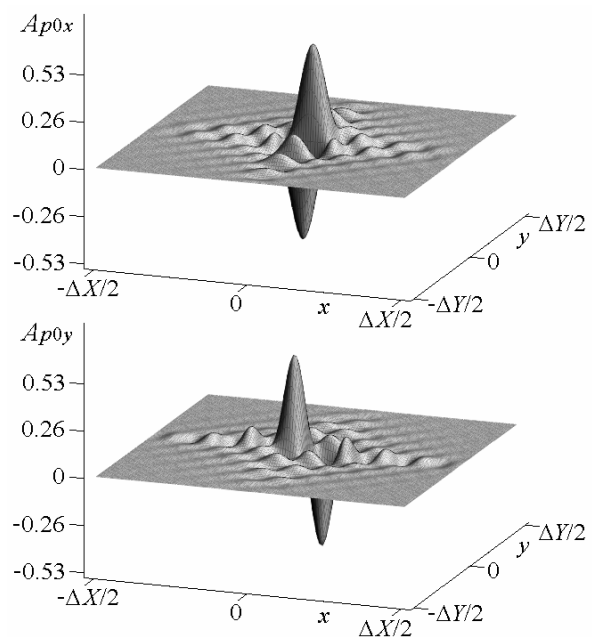


Рис. 3

можно избавиться вообще, если использовать четырехмерный (четырёхвекторный) потенциальный формализм [8] и работать с парциальными функциями ЭС в пространстве-времени (четырёхмерными осциллетами). Уравнение возбуждения при этом становится системой линейных алгебраических уравнений для вектора констант \mathbf{u}_p . Несмотря на «изящество» такого подхода, в вычислительном смысле он вряд ли оптимален, поскольку нелинейность возбуждающего тока вынуждает использовать итерационные методы решения самосогласованной задачи в четырехмерном объеме значительной протяженности по временной координате.

Разложение полей в систему связанных парциальных осцилляторов является «крупномасштабной» альтернативой методам конечных разностей и конечных элементов, поскольку расстояния между осциллетами определяются скорее физическими соображениями (верхней границей рассматриваемой области волновых чисел), чем требованиями вычислительного характера.

Предлагаемую методику можно обобщить на ЭС, заполненные материальной средой, в том числе нелинейной или нестационарной. В первом случае задача о взаимных значениях решается в линейном приближении (для слабых полей). Затем в уравнение возбуждения (4) добавляются члены, учитывающие нелинейность как самих парциальных осцилляторов, так и электродинамических связей между ними. Во втором случае эти же объекты рассматриваются как параметрические. С помощью парциальных функций естественным образом моделируются также анизотропные среды, поскольку модель решетки связанных парциальных осцилляторов близка к физическому механизму, вызывающему данное явление (колебаниям атомной решетки).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Манькин И. А., Школьников В. Г. Сверхширокополосные сигналы в СВЧ системах. Ч. 1 // Обзоры по электронной технике. Сер. Электроника СВЧ. Вып. 3 (926). – М.: ЦНИИ «Электроника», 1983. – 52 с.
2. *Goebel D. M., Liou R. R., Menninger W. L., Zhai X., Adler E. A.* Development of Linear Traveling Wave Tubes for Telecommunications Applications // IEEE Trans. Electron Devices. – 2001. – Vol. 48. – № 1. – P. 74–81.
3. Электромагнитная совместимость радиоэлектронных средств и непреднамеренные помехи / Сост. Д. Р. Ж. Уайт. – Вып. 1. Общие вопросы ЭМС. Межсистемные помехи. – М.: Сов. радио, 1977. – 352 с.
4. *Грицунов А. В.* О спектральном подходе к моделированию СВЧ-приборов // Радиотехника и электроника. – 2004. – Т. 49. – № 7. – С. 882–885.
5. *Вайнштейн Л. А., Солнцев В. А.* Лекции по сверхвысокочастотной электронике. – М.: Сов. радио, 1973. – 400 с.
6. *Шварцбург А. Б.* Видеоимпульсы и непериодические волны в диспергирующих средах (точно решаемые модели) // Успехи физических наук. – 1998. – Т. 168. – № 1. – С. 85–103.
7. *Кузнецов С. П.* Об одной форме уравнений возбуждения периодического волновода // Радиотехника и электроника. – 1980. – Т. 25. – № 2. – С. 419–421.
8. *Грицунов А. В.* К расчету нестационарных негармонических полей в направляющих электродинамических системах // Радиотехника и электроника. – (В печати).
9. Основы автоматизированного проектирования электронных приборов / С. В. Денбовецкий, Л. Д. Писаренко, В. К. Резниченко. – К.: Вища школа, 1987. – 336 с.
10. *Kunz K. S., Luebbers R. J.* The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics. – Boca Raton, FL: CRC Press. – 1993. – 448 p.
11. *Sadiku M. N. O.* Numerical Techniques in Electromagnetics. – Boca Raton, FL: CRC Press. – 2001. – 750 p.
12. *Никольский В. В., Никольская Т. И.* Электродинамика и распространение радиоволн. – М.: Наука, 1989. – 544 с.