а спектральная характеристика фильтра ограничена обобщенной функцией медленного роста $\varphi(\vec{f})$ и размыта ограниченной функцией $\psi(\vec{f})$:

$$
\begin{aligned}
g_{k+1\,k}(\vec{f}) &= [\tilde{g}_{k+1\,k}(\vec{f}) * \psi(\vec{f})]\,\varphi(\vec{f});\\
g(\vec{f}) &= F\,[G(\vec{x})];\\
\psi(\vec{f}) &= F\,[\psi(\vec{x})];\\
\varphi(\vec{f}) &= F\,[\Phi(\vec{x})].
\end{aligned}
\tag{36}
$$

Здесь $F$ — оператор преобразования Фурье.

## ВЫВОДЫ

1. Зрительный анализатор животных представляет собой систему оптимальной фильтрации пространственных сигналов, поступающих на вход системы. Функцию оптимального фильтра в зрительном анализаторе выполняет многослойная нейронная сеть.
2. По известной схеме соединения рецепторов и нейронных слоев в сложный фильтр можно составить систему уравнений, описывающих оптимальную фильтрацию изображения в зрительном тракте. Решение такой системы даст полный набор функций влияния связей между нейронными слоями зрительного анализатора.
3. При неполных данных о структурной схеме соединения нейронных слоев необходимо исходить из требования минимального количества слоев, используемых при решении задачи оптимальной фильтрации. Такое требование реализуется в зрительном анализаторе животных и человека в процессе эволюции.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Зозуля Ю. И., Червов В. Г., Бугай Ю. П. Непрерывная математическая модель нейронной сети.— В сб.: Проблемы бионики. Вып. 8. Харьков, 1972, с. 93—102.
2. Башаринов А. Е. и др. Измерение радиотепловых и плазменных излучений в СВЧ диапазоне. М., «Сов. радио», 1968. 390 с.
3. Владимиров В. С. Уравнения математической физики. М., «Наука», 1967. 436 с.


УДК 62.506.2

*А. В. ШАТОХИН, Ю. И. ЗОЗУЛЯ*, инженеры

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОНТУРНЫХ И СВОДИМЫХ К НИМ ИЗОБРАЖЕНИЙ

## (критический обзор)

В последние годы резко увеличился объем информации, необходимой для решения технических и научных задач. В связи с этим очень важно автоматизировать процессы обработки и ввода исходных данных в ЭВМ. Эти данные представляют собой изображения в виде букв, графиков, чертежей, аэрофотоснимков, треков ядерных частиц, контуров хромосом; показания приборов, измеряющих электрический ток или напряжение, давление, температуру и т. п. [1—3].

Поток информации содержит много сведений о структуре изображений — телевизионных, оптических, фотографических и др. Вопросами анализа изображений занимаются техника [4—6] и физиология [7]. Изучение физиологических данных о процессах предварительной обработки зрительных сигналов в сетчатке глаза животных и человека позволяет глубже понять обнаруженные принципы преобразования визуальной информации и использовать их в процессе построения эффективных технических систем [8].

При анализе изображений особенно велико значение контуров, так как они несут значительную долю информации, необходимую для распознавания анализируемых объектов [9, 10]. Результаты проведенных исследований контурных изображений [11—19] еще не позволяют создать общую модель идеализированного изображения и классифицировать изображения по сводимости их к контурным.

При разработке математической модели контурного изображения и постановке задачи о классификации анализируемых объектов по сводимости их к контурным изображениям нами использовался математический аппарат обобщенных функций [20].

## Математическая модель контурного изображения

Введем ряд исходных понятий: «изображение», «контур» («контурная линия»), «контурное изображение». Формально многоградационное черно-белое изображение определяется как действительная функция двух переменных, описывающая распределение яркости в некоторой плоскости. Контур (контурная линия) обозначает геометрический объект, вид которого определяется множеством линий на плоскости, имеющих меру нуль [20]. Контурное изображение формально определяется функцией, областью задания которой является контур (т. е. это функция, носителем которой выступает множество меры нуль). Рассмотрим идеальное контурное изображение $f_и(x, y)$. Любая функция с носителем, имеющим меру нуль, может быть представлена в виде линейной комбинации $\delta$-функций и конечного числа $m$ ее производных [20]. Если $S(x, y) = 0$ — уравнение контурной линии, то в общем случае идеальное контурное изображение представляется в виде

$$f_и(x, y) = \sum_{\alpha=0}^{m} G_\alpha D^{\alpha}_{\vec{n}} \delta [S(x, y)],$$

где $\delta[\cdot]$ — функция Дирака;

$D^{\alpha}_{\vec{n}}$ — производная порядка $\alpha$ по нормали $\vec{n}$ к контурной линии;

$S(x,y)$ — $R$-функция, сохраняющая свой знак в отдельных областях плоскости $R^2$ и изменяющая его при переходе через контур $S(x, y) = 0$ [21];

$C_\alpha$ — коэффициент разложения при соответствующих производных.

Для удобства операций над изображениями уравнение контурной линии $S(x,y)$ можно аппроксимировать с помощью прямых линий и частей окружностей [21].

Реальные контурные изображения $f_р(x,y)$ имеют конечную «толщину» контурной линии, которая обусловлена размытием, характерным для всех реальных систем. Эту особенность реальных контурных изображений можно учесть путем регуляризации сингулярной функции $\delta[S(x,y)]$. При неоднородной регуляризации уравнение реального контурного изображения принимает вид

$$f_р(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x, x', y, y') f_и(x', y')\, dx'dy' =$$

$$= \sum_{|\alpha|=0}^{m} C_\alpha \iint_{R^2} \varphi(x, x', y, y') D^{\alpha}_{x', y'} \varphi[S(x', y')]\, dx'dy'.$$

Приведенное соотношение представляет собой линейную комбинацию регуляризаций сингулярной функции $\delta]S(x,y)]$ и ее производных $D^{\alpha}_{x,y}\delta[\cdot]$ с помощью регулярной функции $\varphi(x,x', y,y')$. В частности в технике телевидения регуляризующая функция $\varphi(x,x',y,y')$ может описываться уравнением

$$\varphi(x,x',y,y') = ae^{-\alpha[(x-x')^2+(y-y')^2]}.$$

Тогда контурная линия на экране электронно-лучевой трубки (ЭЛТ) представляется в виде

$$f_р(x,y) = f_и(x,y) \ast ae^{-\alpha(x^2+y^2)},$$

где $\ast$ — знак операции свертки;

$a$, $\alpha$ — параметры светового пятна на экране ЭЛТ.

## Классификация изображений, сводимых к контурным

В общем случае можно поставить задачу о сведении произвольного черно-белого изображения, описываемого обобщенной функцией $f(x,y)$, к реальному контурному изображению $f_р(x,y)$ путем его преобразования с помощью некоторого оператора $A$:

$$Af(x,y) = f_р(x,y).$$

В частном случае таким оператором может являться любой линейный дифференциальный оператор типа [15, 16, 22]

$$A = \sum_{i=1}^{\beta} D_{x,y}^{i}.$$

Задача о выделении контуров изображения решается с помощью оператора Лапласа [10]:

$$A = \Delta = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2}.$$

В целом черно-белые изображения $f(x,y)$ можно классифицировать по виду оператора $A$, сводящего их к контурному изображению. Таким образом, предложена математическая модель контурного изображения и способ кассификации изображений, сводимых к контурным. Результаты данной работы можно использовать при синтезе эффективных технических систем обработки визуальной информации.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Петренко А. И. Автоматический ввод графиков в ЭВМ. М., «Энергия», 1968, 423 с.
2. Автоматизация ввода письменных знаков в электронные вычислительные машины. Вильнюс. 1965, 271 с.
3. Иваницкий Т. Р., Литинская Л. П., Шихмостова В. Л. Автоматический анализ микрообъектов. М.— Л., «Энергия», 1967. 204 с.
4. Ивахненко А. Г. Самообучающиеся системы распознавания и автоматического управления. Киев, «Техника», 1969. 392 с.
5. Лебедев Д. С., Цуккерман И. П. Телевидение и теория информации. М.— Л., «Энергия», 1965, 219 с.
6. Иконика. Пространственная фильтрация изображений. Фотографические системы. М., «Наука», 1970. 136 с.
7. Пинчук Л. Е. Биоэлектрические процессы, периферические механизмы преобразования пространственных сигналов в анализаторах. Автореф. канд. дис. Новосибирск, 1969. 141 с.
8. Нефедов Ю. И., Червов В. Г., Бугай Ю. П. Исследование возможности изотропного выделения контуров изображений в телевизионной передающей системе.— В сб.: Радиотехника. Вып. 11. Харьков, 1969. с. 11—19.
9. Глезер В. Д. Цуккерман И. И. Информация и зрение. М., Изд-во АН СССР, 1961. 214 с.
10. Kovaszny L. S., Ioseph H. M. Image Processing. — PIRE, 1955, May, vol 43, p. 560.
11. Лебедев Д. Г. Повышение помехоустойчивости выделения в системах обобщенного квантования изображений.— В кн.: Иконика. М., «Наука», 1968. с. 88—93.
12. Маркович М. Г., Ольховский Л. А., Цуккерман И. И. Электронно-оптическая фильтрация контуров.— «Техника кино и телевидения», 1965, № 7, с. 4—15.
13. Вайнштейн Г. Г. Оценка эффективности линейного предискажения при передаче координатных сигналов.— В кн.: Иконика. М., «Наука», 1968, с. 8—14.
14. Романов В. П. Интегральные методы опознания.— В кн.: Читающие устройства. М., ВИНИТИ АН СССР, 1962, с. 18—26.
15. Романов В. П. Преобразование изображений в одной модели непрерывной нейронной сети.— НТИ, 1963, № 2, с. 36—41.

16. Романов В. П. Система распознавания, использующая анизотропную фильтрацию изображений.— В кн.: Автоматическое чтение текста. М., ВИНИТИ АН СССР, 1967, с. 15—29.
17. Шейфис И. И. Способы улучшения качественных показателей телевизионных центров. М., «Связь», 1967. 140 с.
18. Лебедев Д. Г., Лебедев Д. С. Дискретизация изображений посредством выделения и квантования контуров.— «Изв. АН СССР. Техническая кибернетика», 1965, № 1, с. 140—146.
19. Романов В. П., Савин А. А. О структурно-лингвистическом методе опознания изображения.— В кн.: Структурные методы опознания и автоматическое чтение. М., ВИНИТИ АН СССР, 1970, с. 5—20.
20. Владимиров В. С. Уравнения математической физики. М., «Наука», 1971. 512 с.
21. Рвачев В. Л. Геометрические приложения алгебры логики. Киев, «Наукова думка», 1965. 104 с.
22. Бугай Ю. П. Исследование нейроподобных элементов и систем как устройств первичной переработки информации. Автореф. канд. дис. Харьков, 1968, 27 с.

УДК 62.506.2

*Е. П. ПУТЯТИН*, канд. техн. наук,
*М. С. ТРЕПЕТИН*, ст. науч. сотр.

# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ НОРМАЛИЗАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ. *СООБЩЕНИЕ II*

Настоящая статья является продолжением исследования [1].

## Параллельная и последовательная нормализация

Введем необходимые понятия (не определяемые здесь и далее основные понятия теории групп изложены в монографии [2]).

Пусть $M$ — некоторое множество изображений (называемых далее эталонами), $G$ — некоторая группа. Множество $\mu = M \circ G$ всех пар $B \circ g \in M \circ G$, $B \in M$, $g \in G$ называется множеством изображений.

Эталонные изображения вида $B \circ e$, где $e$ — единица группы $G$, отождествляются с самими эталонами, т. е. полагается $B \circ e = B$ для всех $B \in M$. Действие группы $G$ на множество $\mu$ задается формулой

$$(B \circ g) f = B \circ gf \tag{1}$$

для всех $B \in M$, $g, f \in G$.

Определение 1. *Пусть $G'$ — подгруппа группы $G$; $F'$ — оператор вида $\mu \to \mu$. Если $F (B \circ g') = B$ для всякого $g' \in G'$, то оператор $F'$ называется частичным нормализатором множества $\mu$, соответствующим подгруппе $G'$.*

В частности, $F' (B \circ e) = B \circ e = B$ для любого $B \in M$. Отсюда вытекает что всякий частичный нормализатор, соответствующий подгруппе $G'$, действует идемпотентно на множестве $M \circ G'$, т. е.

$$F' (F' (B \circ g)) = F' (B \circ g) \tag{2}$$