

8711  
178

Трехбуквенная  
буквенная

4 буквы

1970

490492

1

П 78

РЕСПУБЛИКАНСКИЙ  
МЕЖВЕДОМСТВЕННЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ СБОРНИК

62-506.2  
П 78

# ПРОБЛЕМЫ БИОНИКИ

ВЫПУСК 4

83

БИБЛИОТЕКА  
ХИФЭ  
№ 490492

2011

ИЗДАТЕЛЬСТВО  
ХАРЬКОВСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА имени А. М. ГОРЬКОГО  
Харьков 1970

Настоящий сборник посвящен вопросам моделирования психической деятельности человека, исследованию нейронов и нейронных сетей, а также эвристическому моделированию поведения личности. В нем рассмотрены вопросы, связанные с изучением вибрационной чувствительности кожи и вкусового анализатора человека.

Обсуждены информационные модели памяти, зрения и слуха. Ряд статей посвящен самообучающимся моделям. Кроме того, исследованы законы функционирования нейронов и нейронных сетей.

Сборник предназначен для научных работников, инженеров и аспирантов — специалистов в области кибернетики, бионики, вычислительной техники и инженерной психологии.

---

Редакционная коллегия:

чл.-корр. АН СССР *Б. С. Сотсков* (отв. редактор), доц. *Ю. П. Шабанов-Кушнарченко* (зам. отв. редактора), проф. *И. В. Кузьмин*, проф. *И. З. Вельвовский*, проф. *А. И. Плотицер*, канд. биол. наук *Ю. Г. Антомонов*, доц. *В. Г. Черевов*, доц. *А. Н. Ефимов*, доц. *М. Ф. Деркач*, канд. биол. наук *К. А. Иванов-Муромский*, доц. *Э. В. Утеуи*, *В. А. Ловицкий* (отв. секретарь).

Адрес редакционной коллегии: Харьков, ГСП-218, пр. Ленина, 14, Институт радиоэлектроники.

Ответственный за выпуск *Ю. Г. Игнатенко*.

---

2—10—2  
75—70

Редактор *Э. В. Ганичева*  
Техредактор *Т. В. Воробиевко*  
Корректор *Т. А. Доброскок*

Сдано в набор 14/V 1970 г. Подписано к печати 17/XI 1970 г. БЦ 50266. Формат 70 × 108  
Объем: 7,5 физ. печ. л., 10,5 усл. печ. л., 9 уч.-изд. л., Зак. 0-911. Тираж  
Цена 90 коп. ТПУ 1970 г. поз. 75

Харьковская типоофсетная фабрика Комитета по печати при Совете Министров УССР  
Харьков, ул. Энгельса, 11.

## СПОСОБЫ ОРГАНИЗАЦИИ СТРУКТУРЫ В ОДНОРОДНЫХ НЕЙРОПОДОБНЫХ СЕТЯХ

*Л. П. Крайзмер, С. Г. Майоркин*

В настоящее время вопросы синтеза цифровых вычислительных машин разработаны достаточно полно. С помощью логических операций булевой алгебры, арифметических операций и операций хранения информации можно построить любую сложную систему дискретного действия. На использовании этих же операций основана и современная теория формальных нейронов. Однако успехи в исследовании мозга как информационно-логической системы и, в частности, микрорелектродные исследования (внеклеточное и внутриклеточное отведение) свидетельствуют о перспективности новых подходов к синтезу однородных вычислительных систем. В первую очередь это относится к отказу от традиционного двоичного сигнала («1» или «0») и переходу к представлению информации в виде импульсных сигналов, модулированных по частоте или фазе, а также к отказу от жесткой детерминированности параметров отдельных модулей, образующих однородную систему (сеть), и функций, выполняемых этими модулями.

Современные исследователи центральной нервной системы создали различные модели мозга. Независимо от степени близости этих моделей к биологическому оригиналу информационное взаимодействие отдельных частей мозга в них описывается в терминах булевой алгебры, арифметических операций и операций хранения информации без конкретизации механизма хранения. Однако нет достаточных данных, подтверждающих наличие на клеточном уровне механизмов, осуществляющих такие операции. Поэтому переход к новым видам сигналов и организации взаимодействия модулей при моделировании нервной системы и ее частей представляется перспективным.

При исследовании конкретных способов организации структуры в нейроподобных сетях мы исходили из следующих предпосылок.

1. Исследуемая сеть является однородной в том смысле, что состоит из одинаковых и одинаковым образом физически соединенных между собой модулей.
2. В качестве модуля используется электрическая модель нейрона, подробно описанная в предыдущих работах авторов [1, 2] (рис. 1).
3. Однородная нейроподобная сеть является накопителем информации; системы ввода и выборки информации в состав этой сети не входят.
4. Накапливаемая информация фиксируется изменением структуры сети.
5. Структура сети перестраивается в результате изменения весов связей и параметров модулей.
6. Устойчивые изменения весов связей происходят под действием сигналов, передаваемых по этим связям.

Один из эффективных способов организации структуры в однородной сети — индивидуальная настройка модулей. Удобнее всего осуществлять такую настройку регулировкой порога  $\theta$  ( $\theta$  измеряется количеством возбуждающих импульсов, необходимых для возбуждения модуля). При

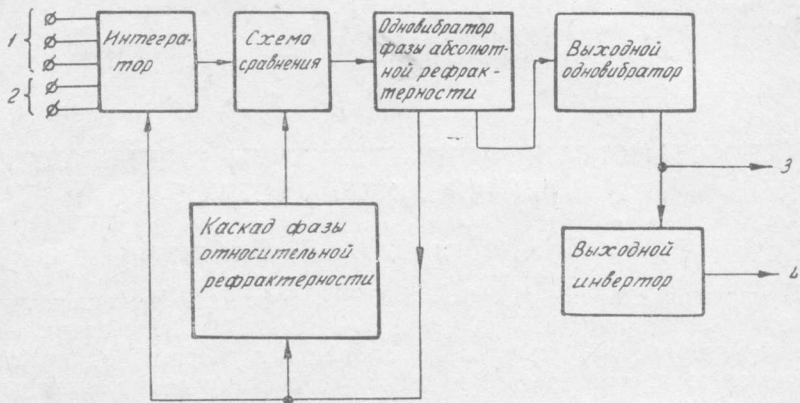


Рис. 1. Блок-схема электрической модели нейрона, используемой в качестве модуля сети:

1 — возбуждающие входы; 2 — тормозящие входы; 3 — возбуждающий выход; 4 — тормозящий выход.

этом изменяется логическая функция, вычисляемая модулем, а при использовании частотно-модулированного сигнала — передаточная функция модуля  $f_{\text{вых}} = \varphi(f_{\text{вх}})$ , как показано на рис. 2.

С помощью различных наборов настроечных команд можно организовывать самые разнообразные функциональные структуры при неизменной физической структуре сети, что особенно удобно при использовании

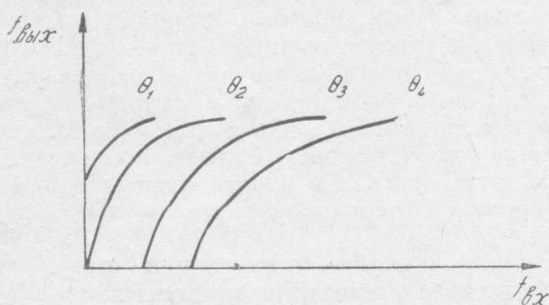


Рис. 2. Влияние порога срабатывания модуля на его передаточную функцию при возбуждении по одному входу:

$$\theta_1 < \theta_2 < \theta_3 < \theta_4; \theta_1 < 0.$$

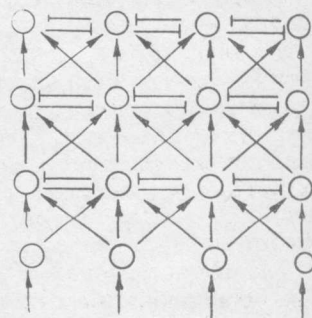


Рис. 3. Сеть с латеральным торможением:

О — модуль;  $\rightarrow$  — возбуждающая связь;  $\times$  — тормозящая связь.

однородных сетей в качестве вычислительных, так как позволяет с максимальной гибкостью применять имеющиеся модули. Недостаток этого способа — в необходимости дополнительного оборудования для хранения сравнительно большой информации о наборах настроечных команд, а также в отдельном выводе от каждого модуля, что затрудняет реализацию сети в виде интегральной схемы.

В адаптивных сетях при формировании структуры путем изменения весов связей важное значение имеет закон флуктуации порогов сраба-

тивания модулей. В сети, физическая структура которой условно изображена на рис. 3, в результате того, что пути распространения тормозящих и возбуждающих связей ориентированы в двух взаимно-перпендикулярных направлениях, возникает явление латерального торможения. Надежная работа механизма латерального торможения в такой сети обеспечивается выполнением следующих двух условий:

1. Вес тормозящей связи должен быть больше веса возбуждающей связи

$$\frac{1}{R_{\text{возб}}} < \frac{1}{R_{\text{торм}}}, \quad (1)$$

где  $R_{\text{возб}}$  — активное сопротивление возбуждающей связи;

$R_{\text{торм}}$  — активное сопротивление тормозящей связи.

2. Статистическое среднее квадратическое отклонение порога должно быть не менее одного импульса

$$\sigma_{\theta}^* > 1. \quad (2)$$

Чем лучше выполняется неравенство (2), тем быстрее осуществляется перебор возможных путей проведения сигналов, тем, следовательно, быстрее можно найти требуемый путь и сформировать структуру.

Экспериментальные данные о флуктуации порога срабатывания отдельного модуля (см. таблицу) показывают, что этот модуль на низких частотах вполне пригоден для построения рассмотренного механизма.

$f_{\text{вх}}, \text{ци}$	$m_{\theta}^*$	$D_{\theta}^*$	$\sigma_{\theta}^*$
140	12,5	2,62	1,62
160	12	0,5	0,7
180	11,5	0,7	0,5

Здесь  $m_{\theta}^*$  — среднее арифметическое значение порога  $\theta$ ;

$D_{\theta}^*$  — статистическая дисперсия порога  $\theta$ .

Порог срабатывания модуля  $\theta$  определяется порогом срабатывания схемы сравнения  $U_{\text{пор}}$  и весом используемой связи. В дальнейшем будем считать, что флуктуация порога  $\theta$  вызывается только нестабильностью величины  $U_{\text{пор}}$ . Необходимо помнить, что  $\theta$  — величина дискретная, а  $U_{\text{пор}}$  — непрерывная.

Рассмотрим случай, когда пороги флуктуируют по синусоидальному закону, причем фазы флуктуационных колебаний порогов никак не коррелированы между собой:

$$U_{\text{пор}i} = U_{\text{пор}i}(t) = U_0 + \Delta_{\text{фл}} U_{\text{пор}} \sin(2\pi f_{\text{фл}} t + \psi_i), \quad (3)$$

где  $i$  — номер модуля.

Начальная фаза колебаний  $\psi_i$  является случайной величиной с равномерным распределением в интервале от 0 до  $2\pi$ :

$$f(\psi) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & \text{при } 0 < \psi < 2\pi, \\ 0 & \text{при } \psi < 0 \text{ или } \psi > 2\pi. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь  $f(\psi)$  — плотность вероятности начальной фазы  $\psi_i$ .

Практический интерес представляют два случая.

В первом случае (рис. 4, а)

$$f_{\text{вх}} \gg 2f_{\text{фл}}. \quad (5)$$

В таком режиме устойчивые изменения в структуре сети происходят раньше существенных изменений порогов в результате флуктуаций. Таким образом, выбор конкретного пути проведения сигнала в сети статистически зависит от момента предъявления этого сигнала, а сеть

в составе некоторой более сложной системы может выполнять функцию накопителя (функцию хранения информации о подававшихся воздействиях).

Во втором случае (рис. 4, б)

$$f_{вх} \ll f_{фл}. \quad (6)$$

В такой сети будет происходить перебор возможных путей проведения сигналов без существенных изменений весов связей. При этом на один и тот же входной сигнал сеть будет отвечать различными реакциями. При наличии внешнего по отношению к данной сети классификатора (рис. 5), подразделяющего по тому или иному признаку выходные сигналы на «правильные» и «неправильные», сеть может реализовывать функцию выбора требуемой («правильной») реакции

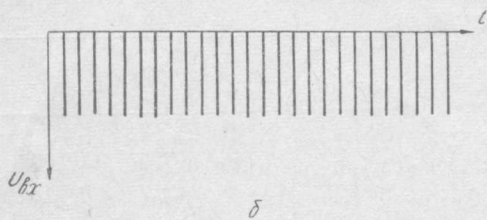
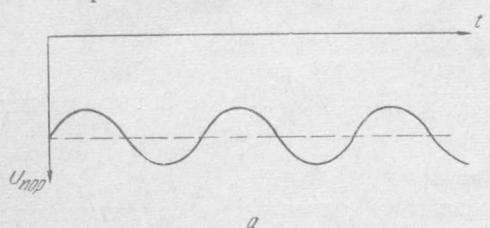


Рис. 4. Графики  $U_{пор}(t)$  и  $U_{вх}(t)$ :  
а — для случая  $f_{вх} > 2f_{фл}$ ; б — для случая  $f_{вх} < f_{фл}$ .

катора (рис. 5), подразделяющего по тому или иному признаку выходные сигналы на «правильные» и «неправильные», сеть может реализовывать функцию выбора требуемой («правильной») реакции

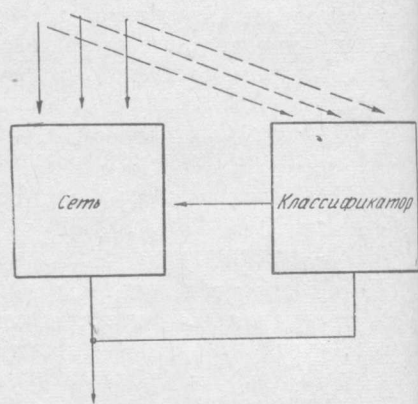


Рис. 5. Блок-схема сети с внешним классификатором.

В обоих рассмотренных режимах в сети до устойчивых изменений структуры процессы носят статистический характер, а после устойчивых изменений весов связей — вполне детерминированный. Это объясняется тем, что максимальное изменение веса связи в результате флуктуации меньше минимального устойчивого изменения веса связи в процессе обучения.

Общим недостатком работы сети в двух рассмотренных режимах является необходимость громоздких и хитроумных приспособлений для изменения во времени порогов модулей по приведенным законам.

Для преодоления этого недостатка можно использовать естественную флуктуацию порога срабатывания схемы сравнения, которая в нашем случае схемной реализации (схема сравнения выполнена на базе блокинг-генератора) всегда имеет место и составляет примерно 1% величины  $U_{пор}$ . Для того чтобы флуктуация величины  $U_{пор}$  приводила к флуктуации порога срабатывания  $\theta$  по какому-то конкретному входу необходимо обеспечить режим, при котором изменение напряжения на интеграторе от одного входного импульса (тормозящего или возбуждающего)

шего) было бы меньше величины флуктуационного отклонения величины  $U_{\text{пор}}$ :

$$\Delta_1 U_{\text{инт}} < \Delta_{\text{фл}} U_{\text{пор}}. \quad (7)$$

Поскольку относительное флуктуационное отклонение порога сравнительно невелико и составляет приблизительно 1%,

$$\frac{\Delta_{\text{фл}} U_{\text{пор}}}{U_{\text{пор}}} \approx 0,01, \quad (8)$$

а напряжение на интеграторе при наличии входного воздействия является ступенчато-экспоненциальным, для обеспечения требуемого режима следует работать на пологих участках ступенчато-экспоненциального напряжения, т. е. в режиме больших  $\theta$

$$\theta = 10 \div 20. \quad (9)$$

При использовании идеального интегратора, у которого отсутствуют потери напряжения в промежутках между импульсами, для обеспечения требуемого режима  $U_{\text{пор}}$  надо выбирать близким к напряжению заряда — амплитуде возбуждающих импульсов:

$$U_{\text{вх}} - U_{\text{пор}} \leq \Delta_{\text{фл}} U_{\text{пор}}. \quad (10)$$

Выполнение этого условия связано со значительными техническими трудностями, в первую очередь, из-за нестабильности питающих напряжений и температуры окружающей среды.

Удобнее пользоваться интегратором с заметным разрядом накопительного конденсатора в промежутках между импульсами. Изменяя интенсивность разряда, можно выбирать величину  $U_{\text{пор}}$  в широком диапазоне

$$(0,1 \div 0,2) U_{\text{вх}} < U_{\text{пор}} < U_{\text{вх}}. \quad (11)$$

При этом порог  $\theta$  также будет изменяться в широких пределах. Такую регулировку можно использовать при формировании структуры. В исходном состоянии пороги  $\theta$  велики, процессы в сети носят статистический характер. После формирования требуемой структуры интенсивность разряда в паузах между импульсами следует уменьшить. При этом уменьшится величина  $\theta$  и процессы в сети примут вполне детерминированный характер, поскольку неравенство (10) уже не будет выполняться. Как же можно изменять интенсивность разряда? Если для этой цели регулировать постоянную времени разряда  $\tau = C_{\text{инт}} r_{\text{разр}}$ , то сохранится необходимость в специальном выводе от каждого модуля и в дополнительном оборудовании. Выход состоит в использовании зависимости

$$Q = i_{\text{разр}} t = \lambda (f_{\text{вх}}), \quad (12)$$

где  $Q$  — заряд, теряемый интегратором в паузе между импульсами.

Действительно, чем меньше частота входных возбуждающих импульсов  $f_{\text{вх}}$ , тем больше пауза между импульсами и потери за время этой паузы. Таким образом, изменяя значение только одного параметра входного сигнала — частоту  $f_{\text{вх}}$ , можно от статистических процессов, протекающих в сети, переходить к детерминированным.

Микроэлектродные и некоторые другие электрофизиологические исследования мозга показали, что наблюдаются совершенно различные уровни активности во время обучения (формирования следов в нашем случае) и во время распознавания образа, которому животное предварительно было обучено (т. е. после того, как требуемая структура сети сформирована). Существование в рассмотренных сетях принципиальной разницы в уровнях активности при обучении (формировании структуры) и распознавании позволяет говорить о совпадении использованных

принципов обработки информации и некоторых принципов организации в биологических системах. Этому вопросу авторы и собираются посвятить дальнейшие исследования.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л. П. Крайзмер, С. А. Матюхин, Г. С. Неймарк. О моделировании некоторых поведенческих функций в нейронных сетях. Сб. «Biokybernetik» Mater. des I Intern. Symp. Biokybernetik, Leipzig, 19—22 Sept. 1967. Karl—Marx Univ., Leipzig, 1968.

2. Л. П. Крайзмер, Г. С. Неймарк, С. Г. Майоркин, В. З. Гордон. Модель нейрона для построения сетей различных классов. Труды Северо-Западного заочного политехнического института Л., 1968, № 3.

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ВОЗБУЖДЕНИЯ В НЕКОТОРЫХ СИНАПТИЧЕСКИХ ОБРАЗОВАНИЯХ

*Ю. П. Бугай, В. Г. Червов*

В анализе особенностей функционирования нервной системы животных важное место занимает изучение не только свойств известных элементов структуры мозга, но и способов взаимосвязи этих элементов в функциональных центрах нервной системы. Особую роль при этом играют синаптические образования как наиболее распространенные элементы, обеспечивающие переход возбуждения от одного структурного образования к другому.

Уже более полувека физиологи исследуют особенности проведения возбуждения в синаптическом аппарате. Важные качественные результаты получены Н. Е. Введенским, который при весьма ограниченных рамках исследований сумел получить и обобщения, предвосхищавшие результаты изысканий в этом направлении, проведенных уже на новой технической основе. Только в последние десятилетия благодаря появлению электронных микроскопов и новых микроэлектродных методов стали возможными точные количественные исследования мельчайших элементов структуры и, в частности, синаптических образований.

В настоящей работе основное внимание уделяется анализу известных электрофизиологических фактов, касающихся особенностей процессов возбуждения и торможения в синаптических образованиях вместе с пресинаптическими и постсинаптическими эффектами.

Основными электрофизиологическими предпосылками построения рассматриваемой в работе модели являются результаты прямых микроэлектродных исследований различных типов синапса и качественные изысканий, начатых еще Н. Е. Введенским и его последователями.

Предлагаемая модель синапса, конечно, не может претендовать на полную воспроизведения всех важнейших свойств синапсов. Ее назначение — акцентировать внимание на достоверных свойствах синапсов и дать один из возможных вариантов функциональной схемы модели охватывающей основные известные аспекты синаптической передачи.

#### Основные электрофизиологические особенности синапсов

Непосредственное исследование процессов, происходящих в пресинаптических окончаниях и в постсинаптической области, затруднено даже при использовании микроэлектродных методов из-за очень малых

размеров этих объектов. Однако для наиболее крупных синаптических образований различных животных все же проведены прямые микроэлектродные измерения пресинаптических потенциалов (ПСП) и возбуждающих постсинаптических потенциалов (ВПСП) [1].

По характеру своего действия на инервируемые ткани синапсы подразделяются на возбуждающие и тормозящие. Обнаружены синапсы с преобладанием химических и электрических способов передачи возбуждения. В настоящей работе преимущественно рассматриваются возбуждающие синапсы с химическим способом передачи возбуждения. Многие результаты, полученные при моделировании такого типа синапсов, можно полностью использовать и для характеристики поведения тормозящих синапсов и синапсов с электрической передачей возбуждения.

Основным признаком синапса с химической передачей возбуждения является отсутствие прямой электрической связи между пресинаптической и постсинаптической областью. Как правило, в таких синапсах искусственно вызванные деполяризующие и гиперполяризующие потенциалы не указывают на существование заметной электрической связи [1] между пре- и постсинаптической областью (рис. 1, а, б, в, г).

Другой признак синапса с химической передачей возбуждения — запаздывание между возникновением ПСП и ВПСП в десятые доли миллисекунды, которое объясняется временем перемещения химического медиатора из пресинаптической области в область непосредственного действия медиатора на постсинаптическую мембрану. Известно, что в области между пре- и постсинаптической мембраной шунтирующее влияние окружающей синапс протоплазмы достаточно велико, и при существующих поверхностях синапсов и размерах синаптической щели непосредственная электрическая связь пре- и постсинаптических мембран почти невозможна. Она эффективна лишь для синапсов с сильно развитой поверхностью и малыми размерами синаптической щели.

О форме пресинаптических спайковых потенциалов и соответствующих постсинаптических можно судить из рис. 1, а, б, в, г, на которых рассматривается запаздывание ВПСП относительно ПСП. На рис. 1, а показано влияние предварительной кратковременной деполяризации, а на рис. 1, в, г — гиперполяризации на амплитуду ВПСП.

Как следует из приведенной на рис. 1, д зависимости, в полулогарифмическом масштабе амплитуда ВПСП очень чувствительна к изменению амплитуды ПСП, и связь между этими потенциалами описывается соотношением вида

$$U_{\text{ПСП}} = \frac{a}{k} \log U_{\text{ВПСП}}, \quad (1)$$

где  $U_{\text{ПСП}}$ ,  $U_{\text{ВПСП}}$  — соответственно амплитуды ПСП и ВПСП;

$k$  — тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс;

$a$  — константа, зависящая от выбора основания логарифма.

Как будет показано ниже, данный характер зависимости между амплитудами ВПСП и ПСП объяснит процесс пресинаптического торможения, который в отличие от постсинаптического, вызываемого специальными тормозящими синапсами, развивается под действием возбуждающих импульсов.

Для объяснения эффекта пресинаптического торможения необходимо выявить механизмы, способствующие уменьшению амплитуды ПСП в естественных условиях раздражения, что соответственно приводит к уменьшению амплитуды ВПСП.

На рис. 2, а показано влияние искусственной деполяризации и гиперполяризации на изменение амплитуды ПСП. Ноль оси абсцисс соответствует нормальному исходному уровню поляризации, при котором

амплитуда ПСП в данном типе синапсов порядка 8,5 мв. Гиперполяризация пресинаптического окончания через внутренний микроэлектрод (отрицательные значения тока на рис. 2, а) вызывает увеличение амплитуды ПСП, деполяризация (положительные значения тока на рис. 2, а) приводит к пропорциональному уменьшению амплитуды ПСП. Как видно из рис. 2, а, между амплитудой ПСП и уровнем поляризации существует линейная зависимость.

Другой фактор, объясняющий механизм пресинаптического торможения,— следовые процессы в пресинаптическом окончании после возникновения пресинаптического спайка. На рис. 3, а схематически показано изменение уровня поляризации в мотонейроне тотчас за развитием спайка ПСП. После кратковременной гиперполяризации наблюдается длительная деполяризация, максимум которой для данного мотоней-

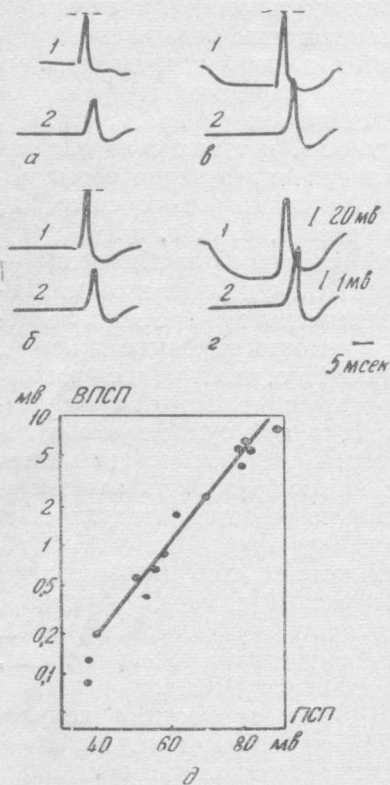


Рис. 1. Пресинаптические спайковые потенциалы и возбуждающие постсинаптические потенциалы:

а — при воздействии на пресинаптическое волокно деполяризующим импульсом тока; б — контрольная запись; в, г — при воздействии на то же волокно гиперполяризующими импульсами; г — логарифмическая зависимость амплитуды ВПСП от амплитуды пресинаптического потенциала [1].

рона достигается примерно через 20 мсек, вслед за чем возврат к исходному состоянию поляризации еще длительнее — около 200 мсек. Столь длительная следовая деполяризация является благоприятным условием ее суммирования при раздражении пресинаптического окончания серией импульсов (рис. 3, б). Поскольку следовой процесс, показанный на рис. 3, а, отличается кратковременной фазой гиперполяризации, в пресинаптических окончаниях на определенной, достаточно большой частоте могут складываться условия для преимущественного суммирования гиперполяризации. На рис. 2, б показана зависимость амплитуды ВПСП от частоты раздражения нерва при моносинаптическом раздражении мото-

нейрона. На рис. 3, а схематически показано изменение уровня поляризации в мотонейроне тотчас за развитием спайка ПСП. После кратковременной гиперполяризации наблюдается длительная деполяризация, максимум которой для данного мотоней-

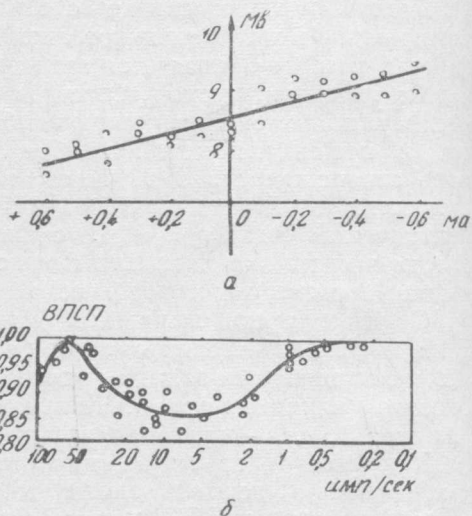


Рис. 2. Влияние деполяризующего и гиперполяризующего тока (а) на амплитуду пресинаптических потенциалов. Зависимость амплитуды возбуждающих постсинаптических потенциалов (б) от частоты ритмического раздражения в мотонейронах кошки [1].

нейрона. У всех мотонейронов, исследованных подобным образом, обнаруживается западение кривых на частоте 5—20 *имп/сек* и увеличение ВПСП при повышении частоты до 50—100 *имп/сек* [1]. Уменьшение амплитуды ВПСП может быть связано с суммированием следовой деполяризации у ПСП и соответствующим уменьшением амплитуды ПСП, и наоборот, суммирование гиперполяризации на частотах 50—100 *имп/сек* приводит к увеличению амплитуды ПСП и соответствующему увеличению амплитуды ВПСП (рис. 1, *д*). Дальнейшее увеличение частоты стимуляции приводит, вероятно, к еще большему, чем в третьей фазе, преимущественному суммированию деполяризации первой фазы импульсного следового процесса.

Рассмотренные данные свидетельствуют о том, что в естественных условиях раздражения синаптические окончания могут находиться в состоянии депрессии, так как для этого, особенно на частотах стимуляции, имеются все условия, при которых деполяризация накапливается в пресинаптических окончаниях, что мгновенно сказывается на амплитуде ПСП, а это, в свою очередь, приводит к резкому уменьшению амплитуды ВПСП.

Изменение состояния синапса после кратковременного раздражения его серийой импульсов высокой частоты иллюстрируется графиком (рис. 3, *в*). Максимальная депрессия, выражающаяся в уменьшении амплитуды ВПСП, наблюдается через 20 *мсек* после раздражения четырьмя импульсами. Нормальное состояние синапса восстанавливается в течение 200 *мсек*.

Коснемся роли пресинаптического торможения в нервной системе и месте его локализации согласно Экклзу [1]. На уровне коры головного мозга в настоящее время не найдены синаптические структуры, которые могли бы осуществлять пресинаптическое торможение [1]. На этих высших уровнях нервной системы доминирует постсинаптическое торможение (существуют специальные тормозящие синапсы). В отличие от этого пресинаптическое торможение эффективнее постсинаптического в большинстве возбуждающих синапсов первичных афферентных волокон, что согласуется, по мнению Экклза, с общим представлением о роли пресинаптического торможения как отрицательной обратной связи, действующей на приток сенсорной информации в центральную нервную систему.

Важная роль пресинаптического торможения в работе анализаторов обуславливает необходимость учета этого явления при построении моделей возбудимых элементов.

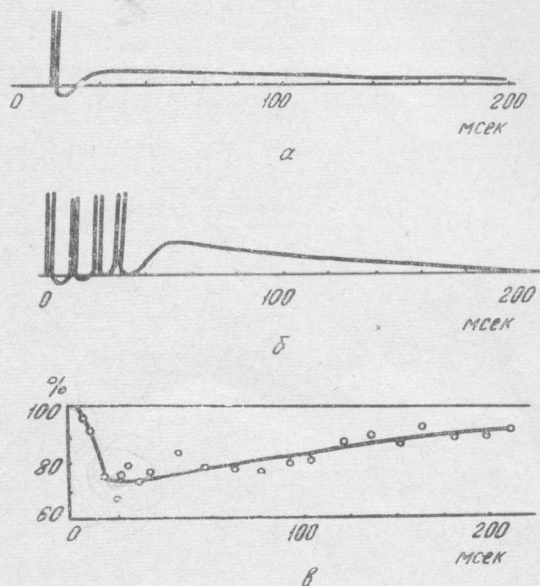


Рис. 3. Схематическое изображение следовых изменений поляризации в пресинаптическом окончании:

*а* — при одиночном раздражении; *б* — при раздражении четырьмя импульсами. Уменьшение амплитуды пресинаптического потенциала (*в*) при повторном тестирующем раздражении в различные моменты времени.

## Аналоговая модель синапса

Процессы в синаптическом окончании можно условно разбить на три основные группы: пресинаптические явления, высвобождение медиатора, постсинаптические явления.

В нормальных условиях состояние возбуждения в пресинаптической области возникает под влиянием входящих по аксону потенциалов действия, обладающих большим гарантийным фактором возбуждения. Это обстоятельство, учитываемое при построении модели, очень упрощает описание пресинаптических явлений и всего синаптического образования в целом, существенно не искажая действительного положения вещей. Вместо того, чтобы рассматривать в качестве модели пресинаптических

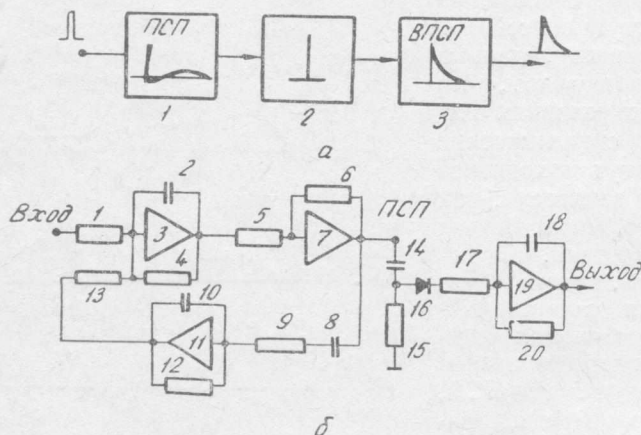


Рис. 4. Функциональная (а) и структурная (б) схемы модели синаптического образования.

явлений систему с линейной инерционной отрицательной обратной связью, охваченную дополнительно нелинейными гибкими положительной и отрицательной обратными связями (что в действительности необходимо для полного воспроизведения подпороговых и надпороговых явлений в пресинаптическом окончании), достаточно в качестве модели пресинаптических явлений использовать инерционную линейную систему с гибкой инерционной отрицательной обратной связью, так как подпороговыми явлениями можно пренебречь ввиду высокого гарантийного фактора возбуждения входящих по аксону импульсов.

Дальнейшее рассмотрение будет наглядным при непосредственном обращении к функциональной и структурной схемам модели, приведенным на рис. 4, а, б.

Функциональная схема модели (рис. 4, а) состоит из трех последовательно включенных звеньев. Звено 1 предназначено для воспроизведения пресинаптического потенциала и его следовых поляризационных процессов. Звено 2 имитирует процессы, связанные с кратковременным выделением медиатора в синаптическую щель в количестве, прямо пропорциональном амплитуде ПСП. Звено 3 имитирует процессы, совершающиеся в постсинаптической мембране и приводящие к возникновению ВПСР.

Преобразование входящего по аксону возбуждающего импульса в ВПСР происходит следующим образом. В блоке 1 (рис. 4, а) «потенциал действия» в виде короткого прямоугольного импульса вызывает реакцию, подобную приведенной на рис. 3, а и рис. 4, а, 2, в которой присутствуют

все элементы реакции ПСП: кратковременная сильная деполяризация в виде спадающего экспоненциального импульса сменяется более длительной гиперполяризацией, вслед за которой развивается еще более продолжительная деполяризация. В блоке 2 происходит нелинейное преобразование ПСП в очень короткий импульс с амплитудой, зависящей от амплитуды ПСП по закону [1]. Этот импульс воспроизводит процесс кратковременного выделения медиатора в пресинаптическую щель.

В [2] подробно рассмотрена модель подпороговых явлений в возбудимых элементах. Воспроизведение подпороговых пресинаптических эффектов в модели происходит по функциональной схеме, осуществляющей передаточную функцию,

$$W_0(p) = \frac{k(1 + T_2 p)}{(1 + T_3 p)(1 + T_4 p)}. \quad (2)$$

Используемая техническая реализация передаточной функции — инерционный усилитель с жесткой инерционной отрицательной обратной связью. Для воспроизведения эффекта длительной следовой деполяризации в пресинаптическом окончании (рис. 3, а и рис. 5, а) в цепь жесткой отрицательной обратной связи последовательно включается конденсатор 8 (рис. 4, б), который превращает жесткую отрицательную обратную связь в гибкую, действующую только во время зарядки конденсатора 8. Постоянная времени цепи, состоящей из конденсатора 8 и сопротивления 9, на порядок превышает постоянные времени запаздывания инерционных звеньев на операционных усилителях 3 и 4, так что влияние указанного изменения отрицательной обратной связи в цепи по сравнению с ранее использованной системой, имеющей передаточную функцию (2), сказывается лишь при длительных интервалах между последующими импульсными возмущениями, а начальные фазы переходной функции системы практически могут не отличаться. Реакция системы (рис. 4, б) в точке с надписью ПСП на скачок входного сигнала представлена в различном масштабе времени на рис. 5, а, г. Таким образом, функциональный блок 1 на рис. 4, а реализован на трех операционных усилителях 3, 7, 11 (рис. 4, б) и представляет собой инерционное звено, охваченное инерционной гибкой отрицательной обратной связью. Передаточная функция прямого звена на участке вход системы — точка с обозначением ПСП имеет вид

$$W_{\text{пр}}(p) = \frac{k_1 k_2}{(1 + T_1 p)}, \quad (3)$$

где  $k_1, k_2$  — статические коэффициенты усиления звеньев прямой цепи;  $T_1$  — постоянная времени инерционного звена на операционном усилителе 3, равная

$$T_1 = R_4 C_2, \quad (4)$$

где индексы сопротивления и емкости соответствуют номеру элемента в структурной схеме (этот способ обозначения будет использоваться и дальше).

Передаточная функция звена отрицательной обратной связи на операционном усилителе 11 имеет вид

$$W_{\text{ос}}(p) = \frac{k_3 p}{(1 + T_2 p)(1 + T_3 p)}, \quad (5)$$

где  $T_2 = R_{12} C_{10}$ ;  $T_3 = R_9 C_8$ ;  $k_3 = \frac{R_{10}}{R_9} T_3$ . Соответственно полная передаточная функция блока 1 (рис. 4, а) представится следующим образом:

$$W(p) = \frac{W_{\text{пр}}(p)}{1 + W_{\text{пр}}(p) W_{\text{ос}}(p)} \quad (6)$$

$$W(p) = \frac{k_1 k_2}{(1 + T_1 p)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{k_1 k_2}{(1 + T_1 p)} \frac{k_3 p}{(1 + T_2 p) (1 + T_3 p)}} \quad (7)$$

Описание работы модели. На входе модели действуют короткие прямоугольные импульсы, имитирующие потенциал действия в аксоне и обладающие амплитудой, достаточной для того, чтобы один из усилителей прямой цепи, например 7, на время действия входного импульса

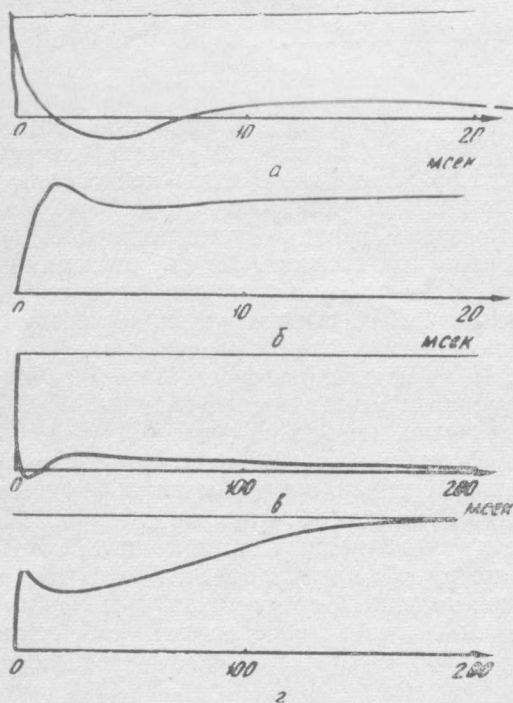


Рис. 5. Схематическое изображение реакции модели на короткий возмущающий импульс (а, в) и реакция модели на скачок (б, г) в различном масштабе времени.

или деполяризации (рис. 5, а, в или рис. 6)) новое импульсное возбуждение, происходящее, например, на фоне следовой деполяризации, вызывает большое насыщение импульсной реакции и уменьшение перепада напряжений на переднем фронте новой импульсной реакции. Это, в свою очередь, приводит к уменьшению сигнала на выходе дифференцирующей цепочки  $C_{14}R_{15}$ , нелинейному уменьшению сигнала на выходе диода 16 и уменьшению амплитуды реакции на выходе системы, что соответствует уменьшению амплитуды ВПСР при уменьшении амплитуды ПСП. Если повторное возбуждение происходит в фазе следовой гиперполяризации, то операционный усилитель 7, выходя из насыщения, увеличивает перепад напряжений на дифференцирующей цепочке  $C_{14}R_{15}$  и на выходе диода 16, а также величину выходной реакции системы. Использование режима операционного усилителя 7 с ограничением амплитуды реакции сверху позволяет величину реакции, соответствующую ПСП, сделать прямо пр

попадал в область насыщения. Соответственно реакция системы на выходе операционного усилителя 7 ограничена сверху по амплитуде, как показано на рис. 6. Дифференцирующая цепочка  $C_{14}R_{15}$  формирует короткий сигнал по переднему фронту реакции, пропорциональный по амплитуде перепаду напряжений между уровнями  $H$  и  $M$ , показанными на рис. 6. С дифференцирующей цепочки сигнал поступает на вход безынерционного нелинейного элемента, например, диода 16, работающего в нелинейной области вольт-амперной характеристики. После диода сигнал поступает на вход инерционного звена операционного усилителя 19, а на выходе этого звена формируется сигнал, имитирующий возбуждающий постсинаптический потенциал. Если до окончания импульсной реакции поступает второй импульс возбуждения, то в зависимости от фазы импульсной реакции (фазы следовой гиперполяризации

порциональной уровню поляризации в соответствии с известной зависимостью, приведенной на рис. 2, а.

При действии скачка на входе модели переходный процесс, соответствующий реакции пресинаптической области на возмущение, на выходе операционного усилителя 7 имеет форму, показанную на рис. 5, б, г. Для больших интервалов времени уровень поляризации медленно изменяется, асимптотически приближаясь к некоторому установившемуся уровню.

Если на входе модели действуют импульсы с некоторой фиксированной частотой, то в соответствии с выполнением условий суммирования

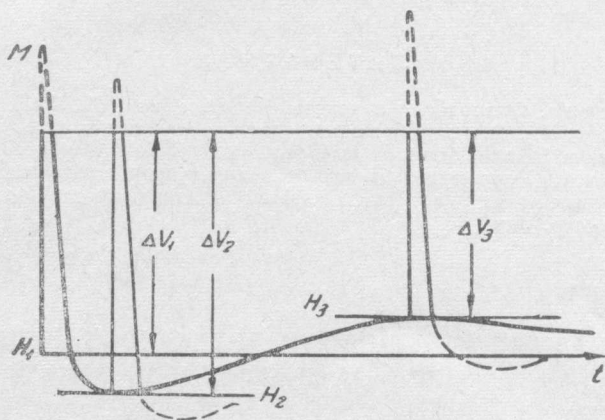


Рис. 6. Схематическое изображение реакции пресинаптического окончания на короткий возмущающий импульс:  $M$  — уровень ограничения сверху;  $H_1$  — нормальный уровень поляризации;  $H_2$  — уровень поляризации в фазе гиперполяризации от первого возмущения;  $H_3$  — уровень поляризации в фазе депольаризации от первого возмущения;  $\Delta V_1$ ,  $\Delta V_2$ ,  $\Delta V_3$  — разности между уровнем насыщения и текущим уровнем поляризации в различные моменты прихода повторного тестирующего импульса возбуждения.

деполяризации или гиперполяризации уменьшается или увеличивается амплитуда выходного сигнала модели, что воспроизводит аналогичные изменения амплитуды ВПСР в зависимости от частоты стимуляции подобно тому, как это изображено на рис. 2, б.

Таким образом, рассмотренные выше электрофизиологические факты и вариант функциональной модели синапса с химической передачей позволяют сделать вывод о том, что в синапсах совершаются достаточно сложные нелинейные превращения приходящих по аксону сигналов, зависящие от текущего состояния синаптического окончания, которое, в свою очередь, определяется самими приходящими импульсами.

Поскольку аксон более лабильный элемент, чем пресинаптические окончания, т. е. на достаточно больших частотах стимуляции он проводит полноценные потенциалы действия, можно предполагать, что синапс подвергается действию стандартных по форме и переменных по частоте импульсов, т. е. на «входе» синапса действуют модулированные по частоте следования однотипные импульсы. Длительность этих импульсов мала по сравнению со временем следовых процессов, и формой этих импульсов можно пренебречь, заменив их узкими прямоугольными импульсами, вследствие чего в первом приближении эти импульсы превращаются в

пресинаптических окончаниях в сумму импульсных реакций линейной системы с известной передаточной функцией (см. соотношение (2)).

В работе Шеннона [3] указано, что сумма импульсных реакций линейной системы может рассматриваться как динамическая память системы, так как факт самого возмущения системы или суммы реакций от квантованного по времени возмущения, начиная с некоторого момента времени, не важен. Интересна возможность оценки качества предсказания в синаптических образованиях при известном характере нелинейности системы, поскольку это очень важно для определения способов кодирования и принципов переработки информации хотя бы в уже изученных нервных элементах.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дж. Экклз. Физиология синапсов. Изд-во «Мир», М., 1966.
2. Ю. П. Бугай, В. Г. Червов. Модель подпороговых явлений в возбудимых элементах. Сб. «Проблемы бионики», вып. 1. Изд-во ХГУ, Харьков, 1968.
3. К. Шеннон. Упрощенный вывод линейной теории сглаживания и предсказания по методу наименьших квадратов. Сб. «Работы по теории информации и кибернетике». Изд-во иностр. лит., 1963.

### МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЕТЕКТОРОВ СЕТЧАТКИ ГЛАЗА ЛЯГУШКИ

*Ю. И. Зозуля, В. Г. Червов, Ю. П. Бугай*

Изучение пространственных связей в нейронных сетях — одна из актуальных задач биологических и бионических исследований. Решение ее явится еще одним шагом на пути к раскрытию методов передачи и переработки информации в биологических анализаторах и в конечном итоге приведет к построению функционально гибких, надежных и экономически эффективных технических аналогов биологических систем.

Электрофизиологические исследования последних лет [1, 2] показали, что в нервной системе наряду с известными структурными единицами — нейронами — широко распространены особые функциональные образования, включающие целые группы клеток, так называемые рецептивные поля. Рецептивные поля различной конфигурации и сложности найдены на всех уровнях анализаторов нервной системы, включая периферические и корковые отделы. Эти структуры составляют основу разнообразных биологических детекторов, реагирующих на некоторые полезные для организма свойства предъявляемых стимулов. Обнаружение рецептивных полей и выяснение функционального назначения некоторых из них раскрывает действительно существующие способы взаимосвязи нервных единиц в системах из большого числа нервных элементов.

В ряде работ [3—5] сделаны попытки промоделировать операции, которые производят рецептивные поля над поступающими сигналами. Однако в этих исследованиях осуществлен полный анализ лишь одномерных линейных моделей рецептивных полей, что не позволило подробно изучить функциональные особенности этих структур. Из-за ограниченности одномерных моделей многие детекторы из числа найденных в биологических анализаторах не были изучены с единой точки зрения. Некоторые из детекторов вообще еще не получили своей формализации.

Цель данной работы — построение и анализ статической модели детектора длительно сохраняющегося контраста (детектора контура)

некоторых других тесно с ним связанных структур. При этом значительное внимание уделяется наиболее общему с математической точки зрения описанию рассматриваемых структур с использованием аппарата теории обобщенных функций [6, 7].

### Построение и анализ модели

Большая плотность связей в нейронной сети и значительное перекрытие рецептивных полей позволяют отвлечься от дискретного характера сети и рассматривать ее как некоторую непрерывную нейронную среду, где каждый элемент оказывает непрерывное влияние на некоторую область окружающих элементов среды с положительным и отрицательным весом, а также имеет определенный порог срабатывания.

Реакцию такой однородной среды с линейными безынерционными связями между элементами на возмущение  $I(x_0, y_0)$  можно найти в следующем виде:

$$Q(x, y) = P(x, y) \cdot 1[P(x, y) - c], \quad (1)$$

где

$$P(x, y) = \iint_{R^2} G(x - x_0, y - y_0) I(x_0, y_0) dx_0 dy_0 - \quad (2)$$

реакция линейной части системы;

$G(x - x_0, y - y_0)$  — функция влияния линейной части среды;

$c$  — порог срабатывания элемента среды;

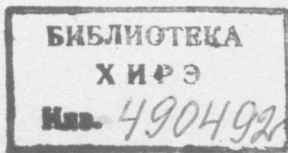
$$1(u) = \begin{cases} 1, & \text{если } u \geq 0; \\ 0, & \text{если } u < 0. \end{cases}$$

Свойства подобных сред полностью определяются видом функции  $G(x - x_0, y - y_0)$  и величиной порога срабатывания  $c$ . Рассматриваемые функции влияния являются непрерывными аналогами дискретных распределений весов отдельных связей рецептивных полей в пространстве. Качественно эти распределения могут быть найдены в электрофизиологическом эксперименте.

Первоначально в сетчатке глаза лягушки был обнаружен детектор длительно сохраняющегося контраста. В [1] содержится следующее определение этого детектора: «Безмякотные аксоны нейронов этой группы не реагируют на включение или выключение общего освещения. Если край объекта, более светлого или более темного, чем фон, движется в рецептивном поле и останавливается в нем, сразу же начинается генерация импульсов. Этот разряд продолжается независимо от того, каково соотношение размеров объекта и рецептивного поля... Ответная реакция на распределение света, дающего резкий контраст в пределах рецептивного поля, точно совпадает с данными, полученными Гартлайном о нервных волокнах «включено».

Из этого определения следует, что функция влияния модели такого детектора должна иметь скомпенсированные области положительных и отрицательных значений, т. е. двойной интеграл от этой функции по всей плоскости будет равен нулю. Кроме того, она должна обладать свойствами, характерными для волокон типа «включено»: круговой симметрией относительно точки приложения, положительным максимумом в этой точке и отрицательным минимумом на периферии.

Нетрудно доказать, что подобными свойствами обладают любые функции, аппроксимирующие обобщенную функцию с точечным носителем



$-n \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \delta(x, y)$ . В предельном случае реакция линейной части детектора может быть найдена из выражения

$$P(x, y) = -n \iint_{R^2} \left( \frac{\partial^2}{\partial x_0^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_0^2} \right) \delta(x - x_0, y - y_0) I(x_0, y_0) dx_0 dy_0 =$$

$$= -n \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) I(x, y), \quad (3)$$

т. е. любая реальная система, выделяющая контур возмущения, приближенно считает лапласиан с обратным знаком от этого возмущения [8]

Физиологически обоснованной аппроксимацией лапласиана от двумерной  $\delta$ -функции следует считать функцию, представляющую собой разность двух непрерывных, симметричных относительно начала координат функций, соответствующих возбуждающему и тормозящему влияниям нейрона на окружающую его группу нейронов.

Примерами таких функций могут быть

$$1) G_1(x, y) = A_1 \exp(-\alpha_1 \sqrt{x^2 + y^2}) - A_2 \exp(-\alpha_2 \sqrt{x^2 + y^2}) \quad (4)$$

при

$$\frac{A_1}{\alpha_1^2} = \frac{A_2}{\alpha_2^2} = N; \quad (5)$$

$$2) G_2(x, y) = B_1 \exp[-\beta_1^2(x^2 + y^2)] - B_2 \exp[-\beta_2^2(x^2 + y^2)] \quad (6)$$

при

$$\frac{B_1}{\beta_1^2} = \frac{B_2}{\beta_2^2} = M; \quad (7)$$

где  $\frac{1}{\alpha_1}, \frac{1}{\beta_1}$  — постоянные затухания иррадиации;

$\frac{1}{\alpha_2}, \frac{1}{\beta_2}$  — постоянные затухания нервной индукции.

Соотношения (5) и (7) являются условиями отсутствия реакции системы на однородное возмущение, или условиями полной компенсации. Они могут быть легко найдены из выражения

$$\iint_{R^2} G(x - x_0, y - y_0) dx_0 dy_0 = 0.$$

В зависимости от величин амплитуд тормозной и возбуждающей составляющих функции влияния, можно получить или детектор типа «включено» ( $A_1 > A_2, B_1 > B_2$ ), или детектор типа «выключено» ( $A_1 < A_2, B_1 < B_2$ ), или детектор типа «включено — выключено» ( $A_1 = A_2, B_1 = B_2$ ). Свойства детектора последнего типа определяются, в основном, его временными характеристиками, поэтому в данной работе он не рассматривается.

В дальнейшем анализ модели будет проведен на примере функции влияния вида (6), график которой изображен на рис. 1, однако результаты могут быть легко распространены и на другие функции влияния,

аппроксимирующие  $-n \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \delta(x, y)$ .

Свойства детектора длительно сохраняющегося контраста определяются его реакцией на постоянное в полуплоскости возмущение

$$I(x_0, y_0) = m1(x_0).$$

Реакцию линейной части модели на это возмущение запишем в виде

$$P(x, y) = m \int_0^\infty dx_0 \int_{-\infty}^\infty \left\{ B_1 e^{-\beta_1^2 [(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]} - B_2 e^{-\beta_2^2 [(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]} \right\} dy_0. \quad (8)$$

Выполнив математические преобразования, получим

$$P(x, y) = P(x) = \frac{\pi}{2} m \left[ \frac{B_1}{\beta_1^2} \operatorname{erf}(\beta_1 x) - \frac{B_2}{\beta_2^2} \operatorname{erf}(\beta_2 x) \right]. \quad (11)$$

Далее, воспользовавшись условием полной компенсации возбуждения торможением (7), перепишем (11) в виде

$$P(x) = \frac{\pi}{2} mM [\operatorname{erf}(\beta_1 x) - \operatorname{erf}(\beta_2 x)]. \quad (12)$$

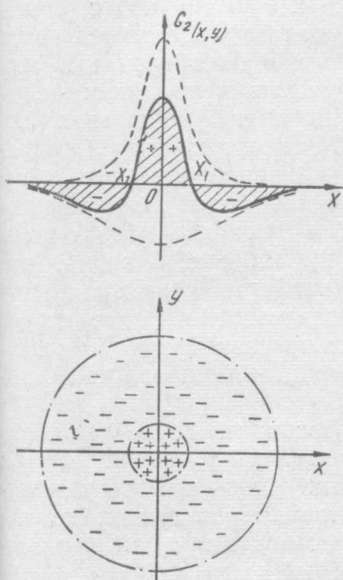


Рис. 1.

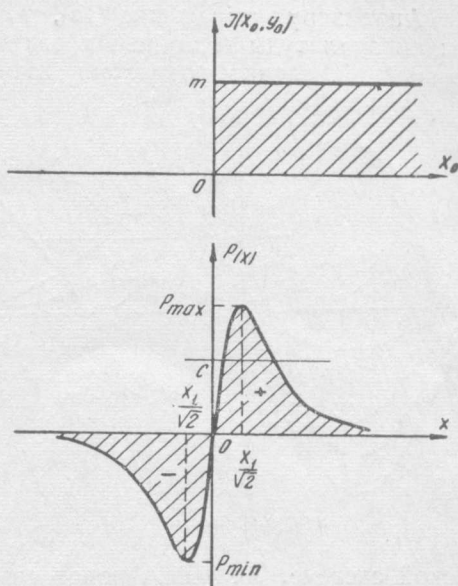


Рис. 2.

Экстремальные точки реакции  $P(x)$  (рис. 2) определяются соотношениями

$$\begin{aligned} P(x) &= P_{\max} \text{ при } x = \frac{x_1}{\sqrt{2}}, \\ P(x) &= P_{\min} \text{ при } x = -\frac{x_1}{\sqrt{2}}, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $x_1$  — радиус положительной зоны функции влияния.

Таким образом, реакция имеет место по обе стороны границы возмущения. При этом слева от границы имеет место минимум, а справа — максимум реакции. На достаточном удалении от экстремальных точек возмущение почти полностью уравнивается системой, т. е. система чувствительна только к границе (контуру) однородного возмущения.

Из выражения (12) видно, что амплитуда реакции прямо пропорциональна амплитуде возмущения (модель линейная), в то время как физиологические исследования [1] свидетельствуют о слабой чувствительности детектора длительно сохраняющегося контраста и детектора выпуклых краев к амплитуде раздражения. Этот эффект можно учесть введением нелинейных зависимостей

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \gamma_1 \sqrt{I(x_0, y_0) + a}, \\ \beta_2 &= \gamma_2 \sqrt{I(x_0, y_0) + a}. \end{aligned} \quad (14)$$

Тогда

$$P(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} k \frac{m}{m+a} [\operatorname{erf}(\gamma_1 \sqrt{m+a} x) - \operatorname{erf}(\gamma_2 \sqrt{m+a} x)] & \text{при } x \geq 0, \\ \frac{\pi}{2} k \frac{m}{a} [\operatorname{erf}(\gamma_1 \sqrt{a} x) - \operatorname{erf}(\gamma_2 \sqrt{a} x)] & \text{при } x < 0, \end{cases} \quad (15)$$

где

$$k = \frac{B_1}{\gamma_1} = \frac{B_2}{\gamma_2}. \quad (16)$$

Анализируя выражение (15), можно прийти к выводу, что с увеличением амплитуды возмущения величина  $P_{\max}$  при  $m \gg a$  остается почти неизменной, однако возрастает точность детектирования границы, или разрешающая способность модели, за счет уменьшения постоянных затухания иррадиации и нервной индукции (рис. 3). Аналогичный физиологический эффект подробно описан в [1, 2]. Из рис. 3 видно, что при малых значениях амплитуды раздражителя происходит довольно резкий спад амплитуды реакции линейной части модели.

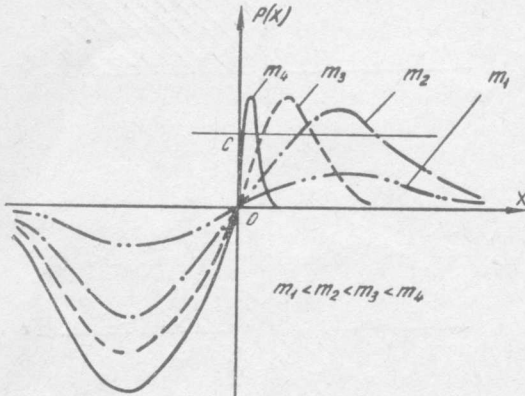


Рис. 3.

Воспроизведение модели многих электрофизиологических данных указывает на удовлетворительное приближение модели к модулируемой биологической системе. Учитывая порог срабатывания элемента нейронной среды, можно еще больше расширить рамки применимости модели.

В том случае, когда порог срабатывания каждого элемента  $c < P_{\max}$  элементы, находящиеся в окрестности прямой  $x = \frac{x_1}{\sqrt{2}}$  имеют ненулевую реакцию, и любой из элементов нейронной среды можно назвать «детектором длительно сохраняющегося контраста» или «детектором контура раздражителя». От величины  $c$  зависит ширина области ненулевой реакции модели. Очевидно, биологические детекторы контура имеют величину оптимальную с точки зрения точности и надежности детектирования прямолинейного края.

Если  $c > P_{\max}$ , то модель не реагирует на прямолинейный край однородного возмущения, однако реакция на его более выпуклый край сохраняется. Так, реакция линейной части модели на «прямой угол»

$$I(x_0, y_0) = m l(x_0) l(y_0) \quad (17)$$

запишется следующим образом:

$$P(x, y) = m \int_0^\infty dx_0 \int_0^\infty \left\{ B_1 e^{-\beta_1^2 [(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]} - B_2 e^{-\beta_2^2 [(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]} \right\} dy_0. \quad (18)$$

Учитывая выражение (7), окончательно получим

$$P(x, y) = \frac{\pi}{4} m M \{ [\operatorname{erf}(\beta_1 x) \operatorname{erf}(\beta_1 y) - \operatorname{erf}(\beta_2 x) \operatorname{erf}(\beta_2 y)] + [\operatorname{erf}(\beta_1 x) - \operatorname{erf}(\beta_2 x)] + [\operatorname{erf}(\beta_1 y) - \operatorname{erf}(\beta_2 y)] \}. \quad (19)$$

Как и ранее, использование нелинейностей (14) дает стабилизирующий эффект.

значения максимума реакции. Непосредственно из соотношения (19) видно, что реакция на «прямой угол» представляет собой суперпозицию реакций на «стороны угла» (12) и имеет добавку (слагаемое в первых квадратных скобках в соотношении (19)). При  $x = y = \frac{x_1}{\sqrt{2}} P(x, y)$

имеет максимум, равный  $\approx \frac{3}{2} P_{\max}$ , т.е. амплитуда реакции модели на угол примерно в 1,5 раза больше амплитуды ее реакции на прямолинейный край однородного возмущения. Если же модели предъявляется сигнал в виде квадрата с диагональю, равной диаметру положительной зоны функции влияния, то амплитуда реакции может достигать  $\approx 3P_{\max}$ . Дальнейшее уменьшение размеров возмущения приводит к уменьшению амплитуды реакции, что вполне согласуется с электрофизиологическими данными. Минимальные размеры сигнала, на который еще сохраняется реакция, определяются, в основном, порогом срабатывания детектора.

Таким образом, при  $c > P_{\max}$  из детектора контура возмущения можно получить детектор выпуклых краев, детально описанный как самостоятельная функциональная единица сетчатки глаза лягушки в [1].

Однако авторы этой работы сами указывают на близость данных групп детекторов: «Группы не являются совершенно обособленными. В некоторых случаях наблюдается смещение их функций. С одной стороны, некоторые детекторы выпуклости хорошо реагируют на незначительную выпуклость краевых линий... С другой стороны, некоторые датчики из той же группы с трудом настраиваются на неопределенно длительную реакцию и обнаруживают лишь немного большую импульсацию, функционировав, таким образом, скорее как детекторы краев, однако они никогда не реагируют на прямые края».

Наиболее существенное функциональное различие между этими группами состоит в том, что детекторы краев являются рецептивными полями типа «включено», а детекторы выпуклости — полями типа «выключено» и поэтому они реагируют только на темные выпуклые объекты. Предметы более светлые, чем фон, не вызывают реакции, если они не имеют такой рельефности, при которой бы улавливалась легкая тень.

При пороге срабатывания элементов нейронной среды  $c < P_{\max}$  модель реагирует и на вогнутый край более светлых, чем фон, однородных возмущений. Подобным же свойством обладает и детектор длительно сохраняющегося контраста сетчатки глаза лягушки.

Нейрофизиологами было замечено [1], что у некоторых детекторов краевого контраста при определенной величине «угла между границей контраста и осью тела лягушки» ответной реакции не наблюдается. Для моделирования подобного эффекта на рассмотренной ранее модели достаточно в одном из направлений иметь близкие значения постоянных затухания иррадиации и нервной индукции (рис. 4). В общем случае функцией влияния такой структуры может быть любая функция, аппроксимирующая обобщенную функцию с точечным носителем  $(r \frac{\partial}{\partial x} + s \frac{\partial}{\partial y})^2 \delta(x, y)$ ,

т.е. подобные детекторы приближенно считают вторую производную от

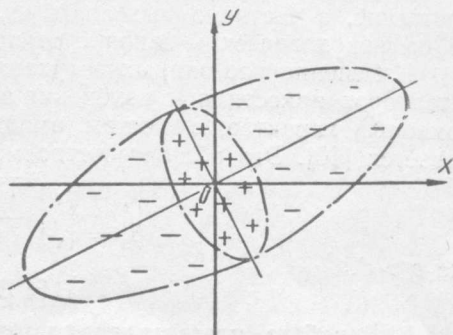


Рис. 4.

возмущения в одном из направлений. Граница, ориентированная в данном направлении, естественно, выделена не будет.

Кроме уже рассмотренных детекторов, в сетчатке глаза лягушки найдены детекторы яркости, реагирующие на абсолютную яркость раздражителя [1, 2]. Модель этих детекторов отличается от основной модели лишь невыполнением условия полной компенсации возбуждения торможением (8). В предельном случае функция влияния подобной структуры может быть записана в виде

$$G(x, y) = \left[ p - q \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \right] \delta(x, y). \quad (20)$$

Иными словами, такие рецептивные поля частично повторяют раздражение, а частично выделяют из него контур. Для них справедлив нейрофизиологический закон суммации раздражения [9].

Изменение постоянных затухания иррадиации и нервной индукции детекторов яркости при изменении амплитуды раздражителя носит неравномерный характер, с ростом амплитуды возмущения торможение усиливается [10]. Это обстоятельство можно учесть введением зависимостей

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \gamma_1 \sqrt{I(x_0, y_0) + d}, \\ \beta_2 &= \gamma_2 \sqrt{I(x_0, y_0) + e}, \end{aligned} \quad (21)$$

где  $e > d$ .

## ВЫВОДЫ

1. В работе представлена двумерная модель детектора длительно сохраняющегося контраста (детектора контура), построенная на основе анализа данных электрофизиологических исследований сетчатки глаза лягушки. Значительное внимание уделено обобщенному описанию данной модели.

2. Показана роль порога срабатывания нейрона на функции детектора. Доказано структурное единство детектора длительно сохраняющегося контраста и детектора выпуклых краев.

3. Рассмотрены некоторые видоизменения детектора длительно сохраняющегося контраста и детектора кривизны, указано влияние этих видоизменений на функциональные особенности детекторов.

4. Структурное единство детекторов сетчатки глаза лягушки подтверждает морфологическую однородность сетчатки глаза лягушки, а также указывает на роль разброса параметров сетчатки в формировании различных по функциональным особенностям детекторов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Дж. Летвин, Г. Матурана, У. Мак-Каллок, У. Питтс. Чт. сообщает глаз лягушки мозгу лягушки. Сб. «Электроника и кибернетика в биологии и медицине». Изд-во иностр. лит-ры, 1963.
2. В. Д. Глезер. Механизмы опознания зрительных образов. Изд-во «Наука» 1966.
3. Г. Ферстер. Биологика. Сб. «Проблемы бионики». Изд-во «Мир», 1965.
4. Ф. Розенблатт. Принципы нейродинамики. Изд-во «Мир», 1965.
5. И. А. Любинский, В. П. Яхно. Преобразование области возбуждения нейронным слоем с латеральными связями. Сб. «Теория и средства автоматизации». Изд-во «Наука», 1968.
6. Я. Микусинский, Р. Сикорский. Элементарная теория обобщенных функций. Изд-во иностр. лит-ры, 1963.
7. И. М. Гельфанд, Г. Е. Шилор. Обобщенные функции. Вып. 1. Обобщенные функции и действия над ними. Физматгиз, 1958.
8. Д. С. Лебедев, И. И. Цуккерман. Телевидение и теория информации. Изд-во «Энергия», 1965.
9. Ю. П. Бугай. Исследование нейроподобных элементов и систем как устройств первичной переработки информации. Автореф. канд. дисс., Харьков, 1968.
10. Н. Б. Костелянец. О торможении в рецептивном *off*-поле сетчатки лягушки. Сб. «Проблемы физиологической оптики», т. 14. Изд-во «Наука», 1967.

Р. Б. Небиеридзе

Картина движения глаз весьма сложна из-за наличия нескольких взаимодействующих режимов работы глазодвигательной системы. В статье рассматриваются основные режимы движения глаза: скачкообразное движение, плавное слежение и фиксация точки, осуществляемые независимыми механизмами.

Скачкообразное движение глаза возникает при выполнении самых различных задач: при смене точек фиксации, рассмотрении неподвижных объектов, чтении. Скачкообразное движение могут сопровождать и коррегировать прослеживающие движения.

Автором разбирается скачкообразное движение глаз (в частности, латентное время этого движения) в зависимости от местоположения и позиции стимула, появляющегося в различных точках на горизонтальной прямой.

Литературные данные [1, 2, 4] относительно величины латентного времени и его зависимости от угла, под которым глаз видит зрительный образ, противоречивы, что объясняется, по-видимому, различием ситуации в проводимых опытах. Считается, что латентный период зависит от местоположения стимула и его возможных перемещений [1, 2].

Латентное время зависит от величины входного сигнала [3]. Зависимость между интенсивностью раздражителя и длиной латентного времени имеет параболический вид. Для вспышек, длительность которых не превышает 0,2 сек, существует закон временной суммации

$$It = \text{const},$$

где  $I$  — интенсивность стимула;  $t$  — время действия стимула, означающий, что для данных вспышек действие света на глаз определяется не интенсивностью, а общим количеством падающего света, что связано с процессом восстановления зрительного пурпура, начинающегося через 0,05 — 0,2 сек после светового воздействия. Возможно, что в проводимых экспериментах не учитывалось, что чувствительность сетчатки сильно снижается при удалении от fovea [3], а изображение стимула, возникающее под различными углами, проектируется на различные ее части.

### Методика

Опыты проводились с людьми, обладающими нормальным зрением, в возрасте от 18 до 30 лет. Всего было исследовано 11 человек. Испытуемый сидел в кресле в затемненной комнате. Голова жестко фиксировалась, что устраняло влияние вестибулярных, а также проприоценторных максимумов движения головы относительно туловища. Движение глаз регистрировалось методом электроокулографии. Изменение разности потенциалов, возникающее при движении глазных яблок, снималось с помощью серебряных электродов, приложенных в непосредственной близости от глазной щели левого и правого глаза, и подавалось на выносной блок симметричного предусилителя, состоящего из катодного повторителя и каскада усиления. Коэффициент усиления плавно регулировался от 1,5 до 10. С выхода предусилителя сигнал поступал на вход ВЭКС1-01. Регистрация производилась на шлейфном осциллографе Н-102. Ошибка измерения составляла 0,5°. После адаптации в темной комнате в течение получаса испытуемому предлагалось следить за лампочкой. Перед началом эксперимента проводилась калибровка усиле-



горизонтальные линии сверху отмечают продолжительность времени горения лампочки; в середине представляют собой окулограмму — запись движения глаз; внизу указывают на время в 50 *гц*.

Глаз реагирует скачкообразно на включение второй лампочки, а затем и на включение третьей. При этом точность фиксации включения лампочки достаточно высока. С увеличением угла от фиксации лампочки (первой) и уменьшением угла между второй и третьей лампочками и при малой экспозиции третьей лампочки точность скачкообразного движения уменьшалась, а у семи испытуемых вместо прыжка на третью лампочку при ее включении происходили беспорядочные поисковые скачки или же вообще отсутствовала реакция на ее включение.

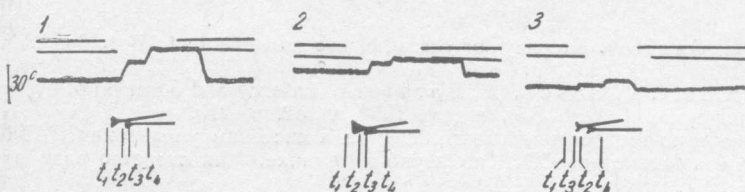


Рис. 3.

Интересно, что скачок на исчезнувшую лампочку был всегда меньше истинного расстояния от фиксации лампочки. Выяснилось, что если третья лампочка загорается во время скачка глаза на вторую лампочку или сразу по его окончании, то время подготовки к скачку на третью лампочку больше, чем если бы она горела еще до начала скачка на вторую лампочку. На рис. 3 схематически изображена реакция одного и того же испытуемого: при включении третьей лампочки во время скачка  $t_3$ ,  $t_4$  равна 0,22 сек (1), до скачка — 165 сек (2) и после скачка — 0,25 сек (3). Горизонтальные линии сверху указывают на продолжительность времени горения лампочек; в середине — окулограмма; внизу отмечают время в 50 *гц*,  $t_1$ ,  $t_2$  обозначают продолжительность времени горения второй лампочки.

При многократном появлении одного и того же набора лампочек латентное время уменьшается. Например, у испытуемого Н. Р. уже при трехкратном повторении оно уменьшалось с 0,21 до 0,15 сек. По-видимому, это связано с обучением испытуемого, благодаря чему достигается автоматизация реакции.

После проведения эксперимента в течение 6-8 мин у испытуемых наблюдалось утомление, и время реакции возрастало. Точность попадания глаза на лампочку, особенно при небольшой продолжительности времени горения (0,07 — 0,1 сек), резко уменьшалась.

## ВЫВОДЫ

Для исследования механизма управления скачкообразного движения глаза важно и изучение латентного времени.

Установлено, что латентное время (латентный период) движения глаза на световой стимул составляет 120 — 180 мсек [4]. Однако, по данным других исследователей, латентный период скачкообразного движения может иметь большую длительность (200 — 300 мсек) [7]. Как показали опыты, латентное время составляет от 0,016 до 0,25 сек у разных испытуемых. При этом оно зависит от экспозиции предъявляемого

стимула. Уменьшение времени горения лампочки до 0,07 сек вызывает увеличение латентного времени соответственно до 0,28 и 0,33 сек.

Согласно [4, 5, 6] относительно корреляции между скоростью скачка и углом поворота, предполагается, что программа скачка составляется за латентное время. Наши эксперименты показали, что глаз не может изменить свою первоначальную программу даже при исчезновении стимула и появлении нового до начала движения. При этом местоположение стимула не имеет никакого значения.

В заключение автор выражает глубокую благодарность Асланиди К. Буцадзе за техническую помощь.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. M. G. Saslow. Latency for saccadic eye movement. I. Opt. Soc. Amer., 1962, v. 58, № 8.
2. G. White, R. Eason, W. Bartlett. Latency and duration of eye movement in horizontal plane. I. Opt. Soc. Amer., 1962, v. 52, p. 210.
3. Инженерно-технологические требования к системам управления ВНИИТЭ. Государственный комитет Совета Министров СССР по науке и технике, Министерство радиопромышленности. М., 1967.
4. Л. И. Леушина. Движение глаз и пространственное зрение. В кн: «Вопросы физиологии сенсорных систем». Изд-во «Наука», 1966.
5. А. Р. Шахнович, В. Р. Шахнович. Пупиллография. Изд-во «Медицина», 1964.
6. G. Westheimer. Eye movement responses to a horizontally moving visual stimulus. Arch. Ophthalmol., 1954, v. 52, pp. 932 — 941.
7. Е. П. Кок, Л. И. Леушина. О состоянии глазодвигательной системы при расстройствах пространственного восприятия. «Невропатология и психиатрия», 1959, № 11.
8. А. Л. Ярубус. Роль движения глаз в процессе зрения. Изд-во «Наука», 1966.

### МНОГОКОМПОНЕНТНЫЕ ТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ АНАЛИЗА ОПТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

*Е. П. Пуятин, В. П. Пчелинов, Г. М. Пуяткина*

Человеческому зрению свойственна следующая особенность: многокомпонентное излучения, совершенно различные по спектральному составу, глаз воспринимает одинаково. Например, среди монохроматических излучений можно выделить множество дополнительных пар, которые при смешении кажутся белыми. Кроме того, белый цвет получается при смешении красного, зеленого и синего цветов в определенных пропорциях. Подобные примеры объясняются наличием интегральных блоков в математической модели зрения. Как показано в [1, 2], экспериментальные законы Грассмана позволяют изобразить математическую модель однородных стационарных зрительных процессов в виде структурной схемы, состоящей из двух преобразований (рис. 1):

Блок 1

$$u_i = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E(\lambda) A_i(\lambda) d(\lambda),$$

Блок 2

$$V_i = f(u_i) \quad (i = 1, 2, 3).$$

Здесь  $E(\lambda)$  — спектральная функция лучистой яркости;  
 $A_i(\lambda)$  — кривые сложения фотоприемников глаза;  
 $\lambda_1, \lambda_2$  — длины волн, соответствующие границам видимого диапазона;  
 $f$  — взаимно-однозначная функция,  
 $B_1, B_2, B_3$  — тройка чисел, характеризующая светлоту, цветовой тон и насыщенность зрительного ощущения.

Два излучения видятся одинаково, если одинаковы тройки чисел  $u_1, u_2, u_3$ , поскольку последние находятся во взаимно-однозначной зависимости с субъективными характеристиками цвета  $B_1, B_2, B_3$ , представляющими выходные сигналы математической модели. Из [1] следует, что одинаковые тройки чисел  $u_1, u_2, u_3$  получаются при совершенно различных спектрах излучений  $E(\lambda)$ .

Таким образом, трансформируя бесконечномерное пространство спектров в трехмерное пространство координат цвета, человеческий глаз теряет огромную часть информации о свойствах окружающих объектов. Во многих областях науки и техники необходим более высокий уровень анализа световых сигналов, чем тот, который доступен зрительной системе человека. Глаз представляет собой систему фотоприемников трех видов с тремя линейно независимыми спектральными характеристиками. Очевидно, чтобы устройство могло анализировать большую гамму спектров, чем человеческий глаз, необходим датчик, состоящий из четырех и больше фотоприемников с линейно независимыми спектральными характеристиками. Тогда в общем случае для  $n$ -компонентного датчика можно записать:

$$u_i = \int_{-\infty}^{+\infty} E(\lambda) A_i(\lambda) d(\lambda) \quad (i = 1, 2, 3, \dots n), \quad (3)$$

где  $A_1(\lambda), A_2(\lambda), \dots, A_n(\lambda)$  — линейно независимые спектральные характеристики фотоприемников.

В общем случае, чтобы функция была линейно независимой по отношению к произвольным кривым  $A_1(\lambda), A_2(\lambda), \dots, A_{n-1}(\lambda)$ , необходимо, чтобы из равенства

$$\sum_{i=1}^n a_i A_i(\lambda) = 0 \quad (4)$$

вытекало, что  $a_n = 0$ , где  $a_i (i = 1, 2, \dots, n)$  — произвольные вещественные числа.

Например, чтобы система четырех функций  $A_1(\lambda), A_2(\lambda), A_3(\lambda), A_4(\lambda)$  была линейно независимой, достаточно, чтобы из равенства

$$a_1 A_1(\lambda) + a_2 A_2(\lambda) + a_3 A_3(\lambda) + a_4 A_4(\lambda) = 0 \quad (5)$$

следовало

$$a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = 0. \quad (6)$$

Таким образом, конструирование многокомпонентных систем для восприятия излучений довольно просто.

Особый вид многокомпонентных систем для анализа спектров представляют трехкомпонентная система, соответствующая нормальному человеческому зрению, и двухкомпонентная, которой соответствует зрение дихроматов. В отличие от этих систем однокомпонентная соответствует

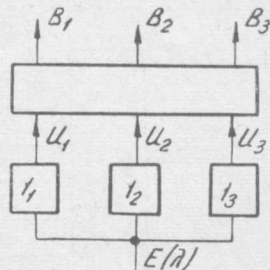


Рис. 1.

ахроматическому зрению, воспринимающему информацию только о яркости излучений (зрение протанопов).

На периферии сетчатки зрение человека при достаточно низких уровнях освещения, когда в работу включаются колбочки и палочки глаза, можно рассматривать как четырехкомпонентную систему.

Рассмотрим теперь вопросы, связанные с конструированием многокомпонентных устройств для автоматического распознавания спектров. Под распознаванием здесь понимается автоматическое появление сигнала определенной величины или сигнала в определенной ячейке памяти выходе системы при предъявлении на вход определенного спектра излучений или класса спектров. При этом объективный колориметр, например, может явиться лишь датчиком прибора для распознавания цвет

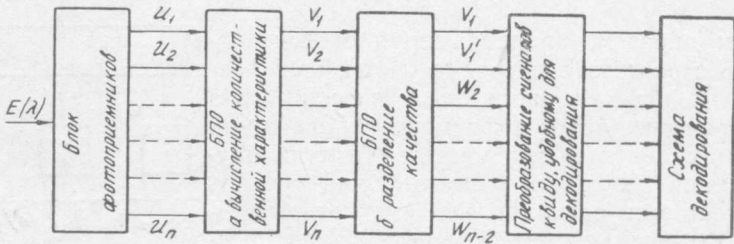


Рис. 2.

Процесс распознавания можно разбить на ряд ступеней в соответствии с общей схемой конструирования перцептронных устройств:

- 1) восприятие информации об излучениях;
- 2) предварительная обработка информации;
- 3) преобразование сигналов к виду, удобному для декодирования;
- 4) декодирование выделенных характеристик.

На рис. 2 изображена блок-схема такого устройства. На выходе блока фотоприемников формируются сигналы  $u_1, u_2, \dots, u_n$ .

Количество компонентов должно определяться особо в каждом конкретном случае. Очевидно, что чем больше компонентов содержит система восприятия информации об излучениях, тем более глубокий анализ спектрального состава излучения она производит. Однако по мере роста числа компонентов увеличиваются технические трудности, связанные с декодированием сигналов на выходе фотоприемников. По этой причине в качестве датчика, воспринимающего информацию об излучениях, нельзя использовать спектрофотометры, поскольку последние являются, в сущности, системой с бесконечным (теоретически) количеством компонентов.

Блок предварительной обработки сигналов об излучениях предназначен для выделения необходимых признаков. В случае трехкомпонентной системы такими признаками могут быть светлота, цветовой тон или насыщенность. Для получения этих признаков могут быть использованы математические модели цветового зрения [2].

Для  $n$ -компонентной системы также можно ввести количественную характеристику излучения по аналогии со светлотой для зрения, определив ее как линейную комбинацию выходных сигналов с фотоприемников

$$V_i = a_1 u_1 + a_2 u_2 + \dots + a_n u_n.$$

Можно ввести также качественные характеристики излучения, определив их как семейство относительных значений

$$V_i = \frac{u_i}{V_1}.$$

В (7) и (8)  $V_i (i = 1, 2, \dots, n)$  обозначают выходные сигналы первого блока предварительной обработки, в котором осуществляется разделение информации на качественную и количественную. По аналогии с основным психофизическим законом Вебера — Фехнера, справедливым для живых организмов в достаточно широком диапазоне изменения входного раздражителя, введем логарифмические преобразователи в блок предварительной обработки (БПО).

В результате отношения (8) будут заменены разностями

$$V_i = \lg u_i - \lg V_1 \quad (i = 2, 3, \dots, n), \quad (9)$$

что упрощает техническую реализацию последних и расширяет динамический диапазон входных сигналов.

Вторая ступень предварительной обработки (БПО-2) предназначена для определения характерных признаков цвета из сигналов качественной информации излучения.

Для трехкомпонентной зрительной системы такими характерными признаками будут цветовой тон и насыщенность. В общей модели зрения [3] предлагаются возможные алгоритмы образования сигналов цветового тона и насыщенности. При этом насыщенность определяется как длина полярного радиуса, а цветовой тон — как полярный угол. Понятие насыщенности можно распространить на  $n$ -компонентные системы, определив его как расстояние до начала координат любой точки в  $n$ -мерном пространстве  $V_2, V_3, \dots, V_n$ :

$$V_1 = \sqrt{V_2^2 + V_3^2 + \dots + V_n^2}. \quad (10)$$

Тогда остальные характеристики излучений можно ввести как углы наклона радиуса насыщенности к осям  $n$ -мерного пространства. Таким образом, если в трехмерном цветовом пространстве множество цветовых тонов, различаемых человеческим глазом, систематизируется цветовым кругом Ньютона на одной плоскости, то для  $n$ -компонентной системы таких плоскостей нужно выделить  $(n - 2)$ :

$$W_i = \arccos \frac{V_i}{V_1}, \quad (i = 2, 3, \dots, n - 2). \quad (11)$$

Данная  $n$ -компонентная система построена по аналогии со зрительной системой, однако возможны и другие алгоритмы функционирования БПО в зависимости от выделения признаков, характеризующих ту или иную сторону излучений.

После их выделения необходимо декодирование выделенных характеристик излучения.

Для зрительной системы — это задача о распознавании всевозможных цветовых оттенков. Для  $n$ -компонентной системы схема декодирования должна ставить сигналы на выходе определенных ячеек памяти в соответствие различным комбинациям величин

$$V_1, V'_1, W_2, W_3, \dots, W_{n-2},$$

характеризующих определенные спектры.

Задачу декодирования сигналов об излучениях легче всего решать при помощи универсальной цифровой вычислительной машины. В этом случае в машину необходимо ввести в качестве эталонов  $N$  чисел, определяющих излучение в  $n$ -компонентной системе, либо получить их путем обучения. Однако при конструировании специализированных устройств целесообразно применять жесткую схему декодирования выделенных признаков.

С этой целью можно использовать дешифратор, предварительно преобразовав сигналы  $V_1, V'_1, W_2, W_3, \dots, W_{n-2}$  в цифровые коды. Тогда

преобразования сигналов к виду, удобному для декодирования (рис. 2) представит собой преобразователь аналог—код. Число разрядов двоичного счетчика преобразователя зависит от требуемой точности преобразования непрерывно изменяющихся сигналов и от количества подлежащих распознаванию спектров.

Дешифратор ставит в соответствие каждой комбинации сигналов  $V_1, W_2, W_3, \dots, W_{n-2}$  на выходе преобразователя аналог—код в общем случае  $n$ -возбужденных шин. Информация с выхода дешифратора может записываться в регистр памяти, соответствующие ячейки которого объединяются в схемы совпадений.

Для уменьшения количества оборудования сигналы  $V_1, W_2, W_3, \dots, W_{n-2}$  можно подавать на преобразователь аналог—код через коммутатор последовательно во времени. При этом только усложнится логическая схема управления прибора и увеличится время распознавания объектов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. П. Шабанов-Кушнаренок. Вывод модели цветового зрения из закона Грассмана. Сб. «Проблемы бионики», вып. 2. Изд-во ХГУ, Харьков, 1969.
2. В. П. Пчелинов, Е. П. Путятин. Электронная модель распознавания цветов органом зрения человека. Сб. «Проблемы бионики», вып. 2. Изд-во ХГУ, Харьков, 1969.
3. Ю. П. Шабанов-Кушнаренок. Математическая модель переработки информации в органе зрения человека. Сб. «Моделирование в биологии и медицине», вып. 2. Изд-во «Наукова думка», Киев, 1966.

## АКСИОМАТИЧЕСКОЕ ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ЦВЕТОВОГО ЗРЕНИЯ

*Ю. П. Шабанов-Кушнаренок*

### 1. Постановка вопроса

В статье рассматривается задача математического моделирования стационарных и однородных зрительных процессов. Эта задача сводится к отысканию вида зависимости

$$\bar{S} = F[b(\lambda)],$$

где  $b(\lambda)$  — входной сигнал органа зрения в виде спектра излучения

$\lambda$  — длина волны световых колебаний;

$\bar{S}$  — выходной сигнал органа зрения в виде трехмерного вектора цвета;

$F$  — искомая функциональная зависимость выходного сигнала от входного.

Исследования Ньютона [1], Ломоносова [2], Юнга [3], Максвелла [4], Гельмгольца [5] и других авторов привели к построению трехкомпонентной теории цветового зрения, которую можно сформулировать следующим образом.

Всевозможные излучения  $B(\lambda)$ , для которых совпадают тройки чисел  $B_1, B_2, B_3$ , вычисляемые по формулам

$$B_1 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} B(\lambda) m(\lambda) d\lambda, \quad B_2 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} B(\lambda) n(\lambda) d\lambda, \quad B_3 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} B(\lambda) p(\lambda) d\lambda,$$

вызывают одинаковые цвета. Вместе с тем излучения, для которых тройки чисел различны, влекут за собой различные цвета. В формулах

(2)  $m(\lambda)$ ,  $n(\lambda)$ ,  $p(\lambda)$  обозначают линейно независимые функции (так называемые функции сложения), определяемые для органа зрения экспериментально [6]. Числа  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  обозначают соответственно наименьшее и наибольшее значение длины волны видимого диапазона спектра электромагнитных колебаний.

Как непосредственно следует из приведенной формулировки трехкомпонентной теории цветового зрения, вектор цвета  $\bar{S}$  с компонентами  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  связан некоторой взаимно-однозначной вектор-функцией  $f$  с вектором  $\bar{B}$ , имеющим компоненты  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$ :

$$\bar{S} = f(\bar{B}). \quad (3)$$

Конкретный вид зависимости  $f$  трехкомпонентной теорией цветового зрения не расшифровывается.

Совокупность формул (2) и (3) можно рассматривать в качестве математической модели, которая описывает вид искомого преобразования сигналов, осуществляемого органом зрения человека.

Блок-схема этой модели изображена на рис. 1. В ней блоки  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  осуществляют вычисление линейных функционалов  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  по формулам (2). Блок 2 осуществляет некоторое взаимно-однозначное преобразование по формуле (3) вектора  $\bar{B}$  с компонентами  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  в вектор  $\bar{S}$  цвета зрительного ощущения с компонентами  $S_1$  — светлотой,  $S_2$  — насыщенностью,  $S_3$  — цветовым тоном.

Возникает вопрос, является ли эта модель всего лишь гипотезой, различные следствия которой подтверждаются в эксперименте, или же она рассматривается как достоверный факт и, следовательно, может быть логически выделена из прочно установленных экспериментальных законов, принимаемых в качестве аксиом.

Многие авторы вводят эти уравнения до рассмотрения экспериментальных фактов, подтверждающих их справедливость. В этом случае формулы (2), (3) фактически фигурируют в качестве гипотезы [6].

Затем, основываясь на формулах (2) и (3), вводят понятие вектора цвета, понимая под ним вектор  $\bar{B}$  с компонентами  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$ . Далее вводят операции сложения цветов и умножения их на постоянные числа, а также понятие линейной зависимости цветов. Затем, исходя из введенных понятий, формулируют три закона смешения цветов (законы Грассмана [7]). Иногда эти три закона объединяют в один. Законы Грассмана служат основой для построения стройной системы колориметрии. Приведем один из вариантов формулировки законов Грассмана.

**Закон аддитивности:** Суммы попарно равных цветов также суть равные цвета.

**Закон трехмерности:** Любые четыре цвета линейно зависимы, однако существуют тройки линейно независимых цветов.

**Закон непрерывности:** Непрерывному изменению излучения соответствует непрерывное изменение цвета.

В то же время в литературе существует мнение, по-видимому, впервые высказанное в 1920 г. Шредингером [8], что из законов Грассмана в при-

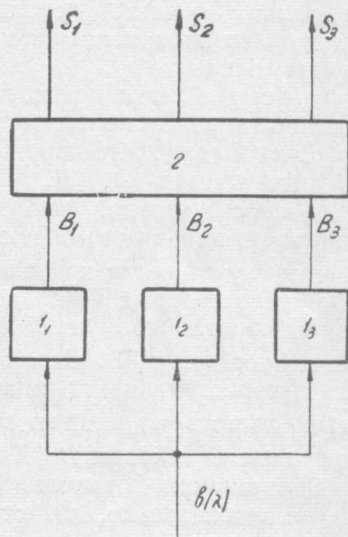


Рис. 1. Блок-схема модели стационарных и однородных зрительных процессов.

веденной выше формулировке чисто логически вытекает модель цветового зрения в виде формул (2) и (3). В той же работе Шредингер привел вывод, доказывающий, по его мнению, это положение. Профессор Н. Д. Нюберг пишет: «Обычно интегральные выражения цвета выводятся как следствие гипотезы Гельмгольца, но их возможно получить непосредственно из закона Грассмана, не пользуясь никакой гипотезой» (курсив Нюберга. — Ю. Ш.-К). Это положение за недостатком места я оставляю без доказательства, которое можно найти в статье Шредингера» [9].

Однако выполненный нами анализ этого доказательства показывает (см. п. 6), что в его основе содержится ошибка «логического круга» делающая вывод неэффективным. Дело в том, что в качестве исходных посылок Шредингер использовал законы Грассмана, сформулированные с привлечением понятий сложения цветов и умножения цвета на постоянные числа.

Все же легко доказать, что законность введения операций сложения цветов и умножения цветов на постоянные числа не получит строгого обоснования до тех пор, пока не будет доказана справедливость модели в виде формул (2), (3).

Действительно, законность введения операций сложения цветов и умножения цвета на постоянные числа может быть обоснована только в том случае, если под цветом понимать вектор  $\vec{B}$ , компоненты  $B_1, B_2, B_3$  которого линейно зависят от излучений  $b(\lambda)$ , т. е., иными словами определяются формулами (2), поскольку других линейных зависимостей не существует [10]. Однако вектор  $\vec{B}$  может рассматриваться в качестве характеристики цвета лишь в том случае, если одинаковым векторам  $\vec{B}$  соответствуют одинаковые цвета, а одинаковым цветам соответствуют одинаковые векторы  $\vec{B}$ . Таким образом, мы приходим к необходимости использования формулы (3).

Следовательно, для строгого обоснования законности введения операций сложения цветов и умножения цвета на постоянные числа необходимо прежде признать справедливой модель цветового зрения в виде формул (2) и (3).

Поэтому при выводе модели цветового зрения в виде формул (2) и (3) мы не имеем права пользоваться законами Грассмана, сформулированными с привлечением понятий сложения цветов и умножения цвета на постоянные числа.

Однако сказанное вовсе не исключает из законов Грассмана выведения модели цветового зрения в виде формул (2) и (3). Такое утверждение справедливо лишь при возможности сформулировать эти законы с привлечением понятий сложения цветов и умножения цвета на постоянные числа.

Однако, как будет показано ниже, такая формулировка законов Грассмана возможна. Мы также докажем, что из этой новой формулировки законов Грассмана логически вытекает модель цветового зрения в виде формул (2) и (3).

## 2. Новая формулировка законов Грассмана

Выше было показано, что использование понятий сложения цветов и умножения цвета на постоянные числа в неявной форме опирается на гипотетическую модель цветового зрения в виде формул (2) и (3). Следовательно, и законы Грассмана, сформулированные с использованием тех же понятий, зависят от этой гипотезы. Но в таком случае могут законы Грассмана, опирающиеся на гипотезу, называться законами?

Для того, чтобы восстановить законы Грассмана в своих правах, необходимо сформулировать их без привлечения понятий сложения цветов и умножения цвета на постоянные числа.

Приступая к решению этой задачи, мы будем пользоваться лишь операциями сложения излучений и умножения излучения на постоянные числа. Законность введения этих операций основана на хорошо изученных свойствах света и не зависит от каких-либо гипотез относительно вида преобразования сигналов в органе зрения.

Пусть имеются два поля сравнения, причем на одном из них сформировано излучение  $b_1(\lambda)$ , а на другом  $b_2(\lambda)$ . Вследствие предъявления этих зрительных картин в органе зрения возникают зрительные ощущения, характеризующиеся соответственно цветами  $\bar{S}_1$  и  $\bar{S}_2$ . Для характеристики условий такого опыта удобно ввести функцию  $\beta(\lambda)$ , равную разности спектров излучений первого и второго полей сравнения,

$$\beta(\lambda) = b_1(\lambda) - b_2(\lambda). \quad (4)$$

Этой функции мы не приписываем никакого физического смысла. Она вводится лишь затем, чтобы с ее помощью изящнее и короче сформулировать законы Грассмана.

Заметим, что каждой функции  $\beta(\lambda)$  соответствует не одна, а бесчисленное множество пар излучений вида  $b_1(\lambda) + \beta_0(\lambda)$ ,  $b_2(\lambda) + \beta_0(\lambda)$ , где  $\beta_0(\lambda)$  — произвольная функция длины волны. Таким образом, прибавляя или вычитая (когда это возможно) на полях сравнения одинаковые излучения, мы не меняем значения функции  $\beta(\lambda)$ . Из-за полной равноправности полей сравнения перемена местами излучений соответствует, по существу, одному и тому же опыту. Так что, если для пары излучений  $b_1(\lambda)$ ,  $b_2(\lambda)$  наблюдается равенство цветов полей сравнения, то это равенство будет также наблюдаться и для пары излучений  $b_2(\lambda)$ ,  $b_1(\lambda)$ .

Сформулируем теперь закон аддитивности:

*Если в двух опытах с условиями, характеризуемыми функциями  $\beta_1(\lambda)$  и  $\beta_2(\lambda)$ , наблюдается равенство цветов полей сравнения, то во всевозможных опытах с условиями, характеризуемыми функцией  $\beta_1(\lambda) + \beta_2(\lambda)$ , также будет наблюдаться равенство цветов полей сравнения.*

В новой редакции закон аддитивности может быть продемонстрирован на следующем опыте. Берем две произвольные пары излучений  $b'_1(\lambda)$ ,  $b''_1(\lambda)$  и  $b'_2(\lambda)$ ,  $b''_2(\lambda)$ , цвета которых попарно одинаковы (цвет излучения  $b'_1(\lambda)$  совпадает с цветом излучения  $b'_2(\lambda)$ , а цвет излучения  $b''_1(\lambda)$  совпадает с цветом излучения  $b''_2(\lambda)$ ). Определяем для этих пар излучений функции, характеризующие условия опытов:  $\beta'(\lambda) = b'_1(\lambda) - b'_2(\lambda)$ ,  $\beta''(\lambda) = b''_1(\lambda) - b''_2(\lambda)$ , а также суммарную функцию  $\beta(\lambda) = \beta'(\lambda) + \beta''(\lambda)$ . Затем берем произвольную пару излучений  $b_1(\lambda)$ ,  $b_2(\lambda)$ , разность которых дает функцию  $\beta(\lambda)$ , т. е.  $b_1(\lambda) - b_2(\lambda) = \beta(\lambda)$ , и убеждаемся на опыте, что для этих излучений также наблюдается равенство цветов полей сравнения.

Следствием закона аддитивности является тот факт, что одинаковые излучения порождают одинаковые цвета. Действительно, пусть на поля сравнения поданы излучения  $b'(\lambda)$  и  $b''(\lambda)$ , для которых наблюдается равенство цветов полей сравнения. Характеристикой условий этого опыта является функция  $\beta_1(\lambda)$ , равная  $\beta_1(\lambda) = b'(\lambda) - b''(\lambda)$ . Поменяем излучения местами. Как отмечалось выше, в силу равноправности полей сравнения по-прежнему будет наблюдаться равенство цветов. Характеристикой условий этого опыта служит функция  $\beta_2(\lambda)$ , равная  $\beta_2(\lambda) = b''(\lambda) - b'(\lambda)$ .

Согласно закону аддитивности, равенство цветов полей сравнения будет наблюдаться также для всевозможных опытов, характеризуемых

функцией  $\beta_1(\lambda) + \beta_2(\lambda) = [b'(\lambda) - b''(\lambda)] + [b''(\lambda) - b'(\lambda)] = 0$ . Этой функции соответствуют всевозможные пары равных излучений. Следовательно, одинаковые излучения порождают одинаковые цвета.

Это следствие весьма важно в методологическом отношении. Как одинаковым излучениям, т. е. входным сигналам, соответствующим одинаковым цветам, т. е. выходным сигналам органа зрения, то между ними существует причинная связь. Этим обосновывается правомерность постановки задачи моделирования стационарных и однородных зрительных процессов.

Предположим, что на полях сравнения сформированы излучения цвета которых одинаковы. Из закона аддитивности следует, что сложение или вычитание на этих полях одинаковых излучений в результате снова дает равенство цветов. Именно это обстоятельство делает естественным введение функций  $\beta(\lambda)$ , определяемых равенством (4), для характеристики условий опыта.

Сформулируем теперь закон трехмерности:

*Наличие тройки фиксированных функций  $\beta_1(\lambda)$ ,  $\beta_2(\lambda)$ ,  $\beta_3(\lambda)$  обживает для любой функции  $\beta(\lambda)$  тройку чисел  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$ , применение которых в опытах с условиями, характеризуемыми функцией*

$$u_1\beta_1(\lambda) + u_2\beta_2(\lambda) + u_3\beta_3(\lambda) + \beta(\lambda),$$

*определяет равенство цветов полей сравнения.*

Закон трехмерности можно продемонстрировать на опыте следующим образом. Пусть даны три пары специально подобранных излучений  $b'_1(\lambda)$ ,  $b''_1(\lambda)$ ;  $b'_2(\lambda)$ ,  $b''_2(\lambda)$ ;  $b'_3(\lambda)$ ,  $b''_3(\lambda)$ , разности которых обозначим соответственно  $\beta_1(\lambda)$ ,  $\beta_2(\lambda)$ ,  $\beta_3(\lambda)$ , т. е.  $\beta_1(\lambda) = b'_1(\lambda) - b''_1(\lambda)$ ;  $\beta_2(\lambda) = b'_2(\lambda) - b''_2(\lambda)$ ;  $\beta_3(\lambda) = b'_3(\lambda) - b''_3(\lambda)$ . Согласно закону трехмерности, такие три пары излучений всегда могут быть найдены. Пусть, кроме того, дана произвольная пара излучений  $b'(\lambda)$ ,  $b''(\lambda)$ , разность которых обозначим как  $\beta(\lambda)$ , т. е.  $\beta(\lambda) = b'(\lambda) - b''(\lambda)$ . Подадим на поля сравнения излучения  $b'(\lambda)$  и  $b''(\lambda)$ .

Будем теперь добиваться достижения равенства цветов полей сравнения. С этой целью разрешается одновременно прибавлять излучения каждой из трех пар на соответствующие поля сравнения, причем в любом порядке и с умножением на любые равные положительные числа. Кроме того, разрешается прибавлять или вычитать (когда это возможно) на полях сравнения любые равные излучения. Опыты убеждают в возможности подбора на полях сравнения таких линейных комбинаций излучений, которые обеспечивают равенство цветов полей сравнения. Такому подбору соответствует функция (5), определяемая как разность полученных излучений на полях сравнения.

Опыты свидетельствуют, что при достижении равенства цветов полей сравнения в функции разности излучений полей сравнения для такого опыта неизменно получаются одни и те же коэффициенты  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$ .

Закон непрерывности сформулируем следующим образом: *Непрерывному изменению функции  $\beta(\lambda)$  соответствует непрерывное изменение коэффициентов  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$ .*

Непрерывность функции  $\beta(\lambda)$  понимается в смысле метрики пространства  $L$  суммируемых функций [11]. Имеются в виду числа  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$ , существование и единственность которых постулируется вторым законом.

Демонстрация закона трехмерности осуществляется следующим образом. Берем такие две произвольные пары излучений  $b'_1(\lambda)$ ,  $b''_1(\lambda)$  и  $b'_2(\lambda)$ ,  $b''_2(\lambda)$ , при которых соответствующие им функции разности излучений  $\beta_1(\lambda) = b'_1(\lambda) - b''_1(\lambda)$  и  $\beta_2(\lambda) = b'_2(\lambda) - b''_2(\lambda)$  близки в смысле метрики

пространства  $L$ . Это значит, что расстояние  $\sigma$  между этими функциями, определяемое формулой  $\sigma = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} |\beta_1(\lambda) - \beta_2(\lambda)| d\lambda$ , достаточно мало. На опыте убеждаемся, что соответствующие числа  $U'_1 - U''_1, U'_2 - U''_2, U'_3 - U''_3$  всегда оказываются довольно близкими к нулю.

При сравнении новой и прежней формулировок законов Грассмана замечаем, что в нынешней формулировке совершенно не участвуют операции сложения и умножения цвета на постоянные числа. Утверждается лишь равенство или неравенство цветов между собой. Сознание наблюдателя используется при этом лишь как нуль-прибор, фиксирующий равенство или неравенство цветов двух зрительных ощущений.

Стандартные колориметрические опыты фактически выполняются в точности по той процедуре, которая необходима для демонстрации справедливости законов Грассмана в новой формулировке, поскольку в этих опытах операциям сложения и умножения на постоянные коэффициенты подвергаются именно излучения, а не цвета. Цвета же подвергаются единственной операции, состоящей в установлении их равенства или неравенства [12].

Наконец, отказ от использования операций сложения цветов и умножения цвета на постоянные числа приводит к более громоздкой формулировке законов. Однако новая формулировка законов Грассмана в отличие от прежней свободна от каких-либо гипотез.

### 3. Вывод модели из законов Грассмана

Приступим теперь к выводу математической модели цветового зрения в виде формул (2) и (3) из законов Грассмана в новой формулировке.

Прежде всего докажем, что совокупность функций  $\beta(\lambda)$ , являющихся разностью спектров пар всевозможных излучений, образует линейное нормированное пространство  $L[\lambda_1, \lambda_2]$  суммируемых функций [13].

Для этого выполняются следующие три условия: 1) для любой функции  $\beta(\lambda)$  может быть введена операция умножения на произвольное вещественное число; 2) допускается внедрение операции сложения двух любых функций  $\beta_1(\lambda)$  и  $\beta_2(\lambda)$ ; 3) любой функции  $\beta(\lambda)$  может быть поставлено в соответствие конечное число  $\|\beta\|$  — норма этой функции, определяемое равенством

$$\|\beta\| = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} |\beta(\lambda)| d\lambda \quad (6)$$

и удовлетворяющее аксиомам нормы [14].

Возьмем произвольную функцию  $\beta(\lambda)$ , которую можно представить как разность спектров  $b'(\lambda)$  и  $b''(\lambda)$  некоторой пары излучений

$$\beta(\lambda) = b'(\lambda) - b''(\lambda). \quad (7)$$

Образуем функцию  $m\beta(\lambda)$ , где  $m$  — любое неотрицательное число. Эту функцию также можно представить в виде разности спектров пары излучений. В качестве таковых можно использовать излучения со спектрами  $mb'(\lambda)$  и  $mb''(\lambda)$ .

Действительно,

$$mb'(\lambda) - mb''(\lambda) = m[b'(\lambda) - b''(\lambda)] = m\beta(\lambda). \quad (8)$$

Пусть теперь  $m$  — любое отрицательное число. Функцию  $m\beta(\lambda)$  также можно представить в виде разности спектров двух излучений, за которые можно принять  $-mb''(\lambda)$  и  $-mb'(\lambda)$ . Действительно,

$$-mb''(\lambda) - [-mb'(\lambda)] = m[b'(\lambda) - b''(\lambda)] = m\beta(\lambda). \quad (9)$$

Таким образом, если функцию  $\beta(\lambda)$  можно представить в виде разности спектров пары излучений, то подобным же образом представим и функцию  $m\beta(\lambda)$ , где  $m$  — любое вещественное число. Следовательно первое условие выполняется.

Пусть имеются две функции  $\beta_1(\lambda)$  и  $\beta_2(\lambda)$ , представленные в виде разности спектров пар излучений  $b'_1(\lambda)$ ,  $b''_1(\lambda)$  и  $b'_2(\lambda)$ ,  $b''_2(\lambda)$ :

$$\beta_1(\lambda) = b'_1(\lambda) - b''_1(\lambda),$$

$$\beta_2(\lambda) = b'_2(\lambda) - b''_2(\lambda).$$

Сумму этих функций  $\beta_1(\lambda) + \beta_2(\lambda)$  также возможно представить в виде разности спектров пары излучений, за которые принимаем спектры излучений  $b'_1\lambda + b'_2(\lambda)$  и  $b''_1(\lambda) + b''_2(\lambda)$ .

Действительно,

$$b'_1(\lambda) + b'_2(\lambda) - [b''_1(\lambda) + b''_2(\lambda)] = b'_1(\lambda) - b''_1(\lambda) + [b'_2(\lambda) + b''_2(\lambda)] = \beta_1(\lambda) + \beta_2(\lambda).$$

Таким образом, если функции  $\beta_1(\lambda)$  и  $\beta_2(\lambda)$  представлены в виде разности спектров пар излучений, то и их сумму  $\beta_1(\lambda) + \beta_2(\lambda)$  можно представить тем же образом. Следовательно, второе условие также выполняется.

Пусть имеется функция  $\beta(\lambda)$ , представленная в виде (7). Но этой функции, определяемая по формуле (6), равна

$$\|\beta\| = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} |b'(\lambda) - b''(\lambda)| d\lambda \leq \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} |b'(\lambda)| d\lambda + \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} |b''(\lambda)| d\lambda.$$

Интегралы  $\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b'(\lambda) d\lambda$  и  $\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b''(\lambda) d\lambda$  представляют собой в некотором масштабе энергию излучений со спектрами  $b'(\lambda)$  и  $b''(\lambda)$  и, следовательно, всегда имеют конечные значения. Таким образом,

$$\|\beta\| < \infty.$$

Кроме того, выполняются все аксиомы нормы. Действительно, для любой функции  $\beta(\lambda)$  имеем: 1)  $\|\beta\| \geq 0$ , причем  $\|\beta\| = 0$ , если  $\beta(\lambda) = 0$  в смысле метрики  $L$ ; 2)  $\|m\beta\| = |m| \cdot \|\beta\|$ ; 3) аксиома треугольника  $\|\beta_1 + \beta_2\| \leq \|\beta_1\| + \|\beta_2\|$  следует из неравенства Минковского для нормы, введенной в [15].

Этим доказано выполнение третьего условия.

Итак, мы доказали, что совокупность функций  $\beta(\lambda)$  образует линейное нормированное пространство  $L[\lambda_1, \lambda_2]$  суммируемых функций.

Докажем теперь, что числа  $U_1, U_2, U_3$ , введенные законом трехмерности, суть линейные непрерывные функционалы функций  $\beta(\lambda)$ . Для этого достаточно доказать [15], что функционалы  $U_1 = U_1[\beta(\lambda)]$ ,  $U_2 = U_2[\beta(\lambda)]$  и  $U_3 = U_3[\beta(\lambda)]$  аддитивны и непрерывны.

Пусть  $\beta(\lambda)$  есть сумма функций  $\beta'(\lambda)$  и  $\beta''(\lambda)$ :

$$\beta(\lambda) = \beta'(\lambda) + \beta''(\lambda).$$

Согласно закону трехмерности, функции  $\beta(\lambda)$  соответствует тройка чисел  $U_1[\beta(\lambda)], U_2[\beta(\lambda)], U_3[\beta(\lambda)]$ , при которых в опытах с цветными полями, характеризуемыми функцией

$$U_1[\beta(\lambda)] \cdot \beta_1(\lambda) + U_2[\beta(\lambda)] \beta_2(\lambda) + U_3[\beta(\lambda)] \beta_3(\lambda) + \beta(\lambda),$$

наблюдается равенство цветов полей сравнения.

С другой стороны, согласно закону трехмерности, функциям  $\beta'(\lambda)$   $\beta''(\lambda)$  также соответствуют свои тройки чисел  $U_1[\beta'(\lambda)]$ ,

$$U_2[\beta'(\lambda)], U_3[\beta'(\lambda)] \text{ и } U_1[\beta''(\lambda)], U_2[\beta''(\lambda)], U_3[\beta''(\lambda)],$$

при которых в опытах с условиями, характеризуемыми функциями

$$U_1[\beta'(\lambda)]\beta_1(\lambda) + U_2[\beta'(\lambda)]\beta_2(\lambda) + U_3[\beta'(\lambda)]\beta_3(\lambda) + \beta'(\lambda) \quad (17)$$

$$U_1[\beta''(\lambda)]\beta_1(\lambda) + U_2[\beta''(\lambda)]\beta_2(\lambda) + U_3[\beta''(\lambda)]\beta_3(\lambda) + \beta''(\lambda), \quad (18)$$

наблюдается равенство цветов полей сравнения.

Образуем сумму функций (17) и (18)

$$\{U_1[\beta'(\lambda)] + U_1[\beta''(\lambda)]\}\beta_1(\lambda) + \{U_2[\beta'(\lambda)] + U_2[\beta''(\lambda)]\}\beta_2(\lambda) + \\ + \{U_3[\beta'(\lambda)] + U_3[\beta''(\lambda)]\}\beta_3(\lambda) + b'(\lambda) + b''(\lambda). \quad (19)$$

Согласно закону аддитивности, в опытах с условиями, характеризуемыми функцией (19), имеет место равенство цветов полей сравнения.

В выражениях (16) и (19) функции  $\beta(\lambda)$  и  $\beta'(\lambda) + \beta''(\lambda)$ , согласно (15), совпадают. Следовательно, согласно закону трехмерности, в этих выражениях совпадают коэффициенты при функциях  $\beta_1(\lambda)$ ,  $\beta_2(\lambda)$ ,  $\beta_3(\lambda)$ ,

$$\begin{aligned} U_1[\beta(\lambda)] &= U_1[\beta'(\lambda)] + U_1[\beta''(\lambda)], \\ U_2[\beta(\lambda)] &= U_2[\beta'(\lambda)] + U_2[\beta''(\lambda)], \\ U_3[\beta(\lambda)] &= U_3[\beta'(\lambda)] + U_3[\beta''(\lambda)]. \end{aligned} \quad (20)$$

Заменяя  $\beta(\lambda)$ , согласно равенству (15), окончательно получим

$$\begin{aligned} U_1[\beta'(\lambda) + \beta''(\lambda)] &= U_1[\beta'(\lambda)] + U_1[\beta''(\lambda)], \\ U_2[\beta'(\lambda) + \beta''(\lambda)] &= U_2[\beta'(\lambda)] + U_2[\beta''(\lambda)], \\ U_3[\beta'(\lambda) + \beta''(\lambda)] &= U_3[\beta'(\lambda)] + U_3[\beta''(\lambda)]. \end{aligned} \quad (21)$$

Равенства (21) означают, что функционалы  $U_1[\beta(\lambda)]$ ,  $U_2[\beta(\lambda)]$ ,  $U_3[\beta(\lambda)]$  аддитивны.

Непрерывность этих функционалов непосредственно вытекает из закона непрерывности.

Таким образом, числа  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  — линейные непрерывные функционалы, определенные на линейном нормированном пространстве  $L[\lambda_1, \lambda_2]$  суммируемых функций  $\beta(\lambda)$ .

При этих условиях, согласно теореме об общем виде линейного функционала [10], функционалы  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  могут иметь лишь следующий вид:

$$U_1 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \beta(\lambda) m(\lambda) d\lambda, \quad U_2 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \beta(\lambda) n(\lambda) d\lambda, \quad U_3 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \beta(\lambda) p(\lambda) d\lambda, \quad (22)$$

где  $m(\lambda)$ ,  $n(\lambda)$ ,  $p(\lambda)$  — некоторые фиксированные функции.

Среди видов линейных непрерывных функционалов, определенных на линейном нормированном пространстве  $L[\lambda_1, \lambda_2]$  суммируемых функций, не существует.

Можно показать, что функции  $m(\lambda)$ ,  $n(\lambda)$ ,  $p(\lambda)$  линейно независимы. Действительно, в случае их линейной зависимости одну из них (пусть будет, к примеру, функция  $p(\lambda)$ ) возможно выразить в виде линейной комбинации остальных

$$p(\lambda) = a_1 m(\lambda) + a_2 n(\lambda), \quad (23)$$

где  $a_1$ ,  $a_2$  — некоторые фиксированные вещественные числа.

Подставляя (23) в последнее из равенств (22), имеем

$$U_3 = a_1 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \beta(\lambda) m(\lambda) d\lambda + a_2 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \beta(\lambda) n(\lambda) d\lambda.$$

Используя первые два из равенств (22), перепишем (24) в виде

$$U_3 = a_1 U_1 + a_2 U_2.$$

Таким образом, для любой функции  $\beta(\lambda)$  число  $U_3$  однозначно определяется числами  $U_1$  и  $U_2$  по формуле (25). Если, к примеру,  $U_1 = U_2 = 0$ , то должно быть также  $U_3 = 0$ . Однако это не так, поскольку для функции  $\beta_3(\lambda)$   $U_1 = U_2 = 0$ , но  $U_3 = -1$ , и этот набор чисел согласно закону трехмерности, является единственным.

Итак, мы пришли к противоречию. Следовательно, функции  $m(\lambda)$ ,  $n(\lambda)$ ,  $p(\lambda)$  линейно независимы.

Введем теперь в рассмотрение вектор  $\bar{B}$  с компонентами  $B_1, B_2, B_3$ , определяемыми для произвольного излучения с помощью формул (2).

Можно доказать, что вектор связан взаимно-однозначной зависимостью (3) с вектором цвета  $\bar{S}$  по формуле (3).

Для доказательства этого утверждения нужно установить, что, для первых, излучения, имеющие одинаковые значения интегралов (2), порождают одинаковые цвета; во-вторых, излучения, порождающие одинаковые цвета, имеют одинаковые значения интегралов (2).

Докажем справедливость первого утверждения. Возьмем для этой пары излучений  $b'(\lambda)$  и  $b''(\lambda)$ , имеющих одинаковые значения интегралов (2),

$$B_1' = B_1'',$$

$$B_2' = B_2'',$$

$$B_3' = B_3'',$$

где

$$B_1' = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b'(\lambda) m(\lambda) d\lambda,$$

$$B_2' = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b'(\lambda) n(\lambda) d\lambda,$$

$$B_3' = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b'(\lambda) p(\lambda) d\lambda;$$

$$B_1'' = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b''(\lambda) m(\lambda) d\lambda,$$

$$B_2'' = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b''(\lambda) n(\lambda) d\lambda,$$

$$B_3'' = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b''(\lambda) p(\lambda) d\lambda.$$

Введем в рассмотрение функцию  $\beta(\lambda) = b'(\lambda) - b''(\lambda)$  и определим для нее значения интегралов (2):

$$U_1 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \beta(\lambda) m(\lambda) d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b'(\lambda) - b''(\lambda)] m(\lambda) d\lambda,$$

$$U_2 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \beta(\lambda) n(\lambda) d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b'(\lambda) - b''(\lambda)] n(\lambda) d\lambda,$$

$$U_3 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \beta(\lambda) p(\lambda) d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b'(\lambda) - b''(\lambda)] p(\lambda) d\lambda.$$

Используя формулы (26) — (28), получаем:

$$U_1 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b'(\lambda) m(\lambda) d\lambda - \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b''(\lambda) m(\lambda) d\lambda = B'_1 - B''_1 = 0,$$

$$U_2 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b'(\lambda) n(\lambda) d\lambda - \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b''(\lambda) n(\lambda) d\lambda = B'_2 - B''_2 = 0, \quad (30)$$

$$U_3 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b'(\lambda) p(\lambda) d\lambda - \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b''(\lambda) p(\lambda) d\lambda = B'_3 - B''_3 = 0.$$

Таким образом, для функции  $\beta(\lambda) = b'(\lambda) - b''(\lambda)$  числа  $U_1, U_2, U_3$  равны нулю.

Согласно закону трехмерности, для любой пары излучений, соответствующей функции  $\beta(\lambda)$ , имеет место равенство цветов полей сравнения. Одной из таких пар являются излучения  $b'(\lambda)$  и  $b''(\lambda)$ ; следовательно, им также свойственно равенство цветов полей сравнения.

Итак, мы приходим к выводу, что излучения, имеющие одинаковые значения интегралов (2), порождают одинаковые цвета.

Докажем теперь справедливость второго утверждения. Пусть излучения  $b'(\lambda)$  и  $b''(\lambda)$  вызывают одинаковые цвета. Тогда для функции  $\beta(\lambda) = b'(\lambda) - b''(\lambda)$  имеет место равенство цветов полей сравнения. Следовательно, согласно закону трехмерности, для этой функции значения интегралов (2)  $U_1, U_2, U_3$  равны нулю:

$$U_1 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \beta(\lambda) m(\lambda) d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b'(\lambda) - b''(\lambda)] m(\lambda) d\lambda = 0,$$

$$U_2 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \beta(\lambda) n(\lambda) d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b'(\lambda) - b''(\lambda)] n(\lambda) d\lambda = 0, \quad (31)$$

$$U_3 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \beta(\lambda) p(\lambda) d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b'(\lambda) - b''(\lambda)] p(\lambda) d\lambda = 0.$$

Отсюда вытекает, что

$$\begin{aligned} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b'(\lambda) m(\lambda) d\lambda &= \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b''(\lambda) m(\lambda) d\lambda, \\ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b'(\lambda) n(\lambda) d\lambda &= \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b''(\lambda) n(\lambda) d\lambda, \\ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b'(\lambda) p(\lambda) d\lambda &= \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b''(\lambda) p(\lambda) d\lambda. \end{aligned} \quad (32)$$

Учитывая зависимости (27) и (28), приходим к выводу, что

$$\begin{aligned} B'_1 &= B''_1, \\ B'_2 &= B''_2, \\ B'_3 &= B''_3. \end{aligned} \quad (33)$$

Следовательно, излучения, порождающие одинаковые цвета, имеют и одинаковые значения интегралов (2).

Итак, доказано, что вектор  $\bar{B}$  связан взаимно-однозначной зависимостью (3) с вектором цвета  $\bar{S}$ .

Таким образом, из закона Грассмана логически вытекает математическая модель цветового зрения в виде формул (2) и (3).

Только теперь, используя формулы (2) и (3), можно рассматривать вектор  $\bar{B}$  как вектор цвета без привлечения каких-либо гипотез и обобщенно ввести понятия сложения цветов и умножения цвета на постоянные числа, составляющие основу колориметрии.

Утверждение о трехмерности вектора цвета  $\bar{S}$  вытекает как логическое следствие из факта трехмерности вектора  $\bar{B}$  и наличия взаимно однозначной зависимости (3) вектора  $\bar{S}$  от вектора  $\bar{B}$ .

#### 4. Вывод законов Грассмана из модели

В предыдущем параграфе мы доказали, что из законов Грассмана чисто логически можно вывести математическую модель цветового зрения в виде формул (2) и (3). На вопросы, можно ли из законов Грассмана вывести нечто большее, чем модель, и не заключена ли в нее какая-либо дополнительная информация, не нашедшая еще отражения в модели, ответили отрицательно. Законы Грассмана, с одной стороны, и математическая модель цветового зрения в виде формул (2) и (3) с другой, — равносильные утверждения. Математическая модель цветового зрения в виде формул (2) и (3) — лишь иная формулировка законов Грассмана.

Для доказательства этого утверждения, достаточно вывести законы Грассмана в виде логического следствия из математической модели цветового зрения в виде формул (2) и (3).

Выведем сначала из формул (2) и (3) закон аддитивности.

Предположим, что две пары излучений со спектрами  $b'_1(\lambda)$ ,  $b'_2(\lambda)$  и  $b''_1(\lambda)$ ,  $b''_2(\lambda)$  вызывают на выходе модели попарно одинаковые сигналы  $S'_1$ ,  $S'_2$  и  $S''_1$ ,  $S''_2$ , т. е., что

$$S'_1 = S''_1,$$

$$S'_2 = S''_2.$$

Попарно разности спектров излучений обозначим через  $\beta'(\lambda)$  и  $\beta''(\lambda)$ :

$$\beta'(\lambda) = b'_1(\lambda) - b'_2(\lambda),$$

$$\beta''(\lambda) = b''_1(\lambda) - b''_2(\lambda).$$

Образуем функцию  $\beta(\lambda)$ , равную сумме функций  $\beta'(\lambda)$  и  $\beta''(\lambda)$ :

$$\beta(\lambda) = \beta'(\lambda) + \beta''(\lambda).$$

Требуется доказать, что любая пара излучений со спектрами  $b_1(\lambda)$  и  $b_2(\lambda)$ , разность которых дает функцию

$$\beta(\lambda) = b_1(\lambda) - b_2(\lambda),$$

порождает на выходе модели два одинаковых сигнала  $\bar{S}_1$  и  $\bar{S}_2$ , т. е.  $\bar{S}_1 = \bar{S}_2$ .

Для доказательства этого утверждения ввиду наличия взаимно-однозначной зависимости (3) достаточно показать, что совпадают векторы  $\bar{B}_1$  и  $\bar{B}_2$ , соответствующие сигналам  $\bar{S}_1$  и  $\bar{S}_2$ , т. е. что  $\bar{B}_1 = \bar{B}_2$ .

Обозначим компоненты векторов  $\bar{B}_1$  и  $\bar{B}_2$  соответственно через  $B_{11}$ ,  $B_{12}$ ,  $B_{13}$  и  $B_{21}$ ,  $B_{22}$ ,  $B_{23}$ .

Совпадение векторов  $\bar{B}_1$  и  $\bar{B}_2$  будет доказано, если мы установим, что

$$\begin{aligned} B_{11} - B_{21} &= 0, \\ B_{12} - B_{22} &= 0, \\ B_{13} - B_{23} &= 0. \end{aligned} \quad (38)$$

Приступим к доказательству справедливости равенств (38). Согласно формулам (2), имеем

$$\begin{aligned} B_{11} - B_{21} &= \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b_1(\lambda) - b_2(\lambda)] m(\lambda) d\lambda, \\ B_{12} - B_{22} &= \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b_1(\lambda) - b_2(\lambda)] n(\lambda) d\lambda, \\ B_{13} - B_{23} &= \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b_1(\lambda) - b_2(\lambda)] p(\lambda) d\lambda. \end{aligned} \quad (39)$$

Заменяя в (39) разность  $b_1(\lambda) - b_2(\lambda)$ , по формулам (35) — (37) получим следующие выражения:

$$\begin{aligned} B_{11} - B_{21} &= \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b'_1(\lambda) - b'_2(\lambda)] m(\lambda) d\lambda + \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b''_1(\lambda) - b''_2(\lambda)] m(\lambda) d\lambda, \\ B_{12} - B_{22} &= \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b'_1(\lambda) - b'_2(\lambda)] n(\lambda) d\lambda + \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b''_1(\lambda) - b''_2(\lambda)] n(\lambda) d\lambda, \\ B_{13} - B_{23} &= \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b'_1(\lambda) - b'_2(\lambda)] p(\lambda) d\lambda + \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b''_1(\lambda) - b''_2(\lambda)] p(\lambda) d\lambda. \end{aligned} \quad (40)$$

Все интегралы, стоящие в правой части формул (40), равны нулю, поскольку по условию (34) излучения  $b'_1(\lambda)$ ,  $b'_2(\lambda)$  и  $b''_1(\lambda)$ ,  $b''_2(\lambda)$  дают попарно одинаковые цвета, а это значит, что и интегралы (2) от них попарно одинаковы. Этим доказывается справедливость формул (38). Вывод закона аддитивности из формул (2) и (3) сделан.

Переходим к выводу закона трехмерности из формул (2) и (3).

В качестве тройки фиксированных функций примем функции  $m(\lambda)$ ,  $n(\lambda)$ ,  $p(\lambda)$ .

Нам нужно доказать, что для произвольной функции всегда можно построить функцию

$$U_1 m(\lambda) + U_2 n(\lambda) + U_3 p(\lambda) + \beta(\lambda) \quad (41)$$

с единственно возможным набором чисел  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$ , при которой для любой пары излучений со спектрами  $b_1(\lambda)$ ,  $b_2(\lambda)$ , разность которых равна функции (41)

$$b_1(\lambda) - b_2(\lambda) = U_1 m(\lambda) + U_2 n(\lambda) + U_3 p(\lambda) + \beta(\lambda), \quad (42)$$

будут совпадать порождаемые этими излучениями выходные сигналы модели  $\bar{S}_1$  и  $\bar{S}_2$ .

Для доказательства этого утверждения сначала установим, что для каждой функции  $\beta(\lambda)$  возможность совпадения выходных сигналов модели  $\bar{S}_1$  и  $\bar{S}_2$  достигается лишь при единственном наборе чисел  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$ .

Действительно, пусть выходные сигналы модели  $\bar{S}_1$  и  $\bar{S}_2$  совпадают. Это равносильно попарным равенствам координат  $B_{11}$ ,  $B_{12}$ ,  $B_{13}$  и  $B_{21}$ ,

$B_{22}, B_{23}$ , соответствующих векторов  $\bar{B}_1$  и  $\bar{B}_2$ , которые ввиду (2) можно записать в виде следующих условий:

$$\begin{aligned} B_{11} - B_{21} &= \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b_1(\lambda) - b_2(\lambda)] m(\lambda) d\lambda = 0, \\ B_{12} - B_{22} &= \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b_1(\lambda) - b_2(\lambda)] n(\lambda) d\lambda = 0, \\ B_{13} - B_{23} &= \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b_1(\lambda) - b_2(\lambda)] p(\lambda) d\lambda = 0. \end{aligned} \quad (43)$$

После подстановки по формуле (42) равенства (43) примут вид:

$$\begin{aligned} U_1 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} m(\lambda) m(\lambda) d\lambda + U_2 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} n(\lambda) m(\lambda) d\lambda + U_3 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} p(\lambda) m(\lambda) d\lambda &= \\ &= - \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \beta(\lambda) m(\lambda) d\lambda, \\ U_1 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} m(\lambda) n(\lambda) d\lambda + U_2 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} n(\lambda) n(\lambda) d\lambda + U_3 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} p(\lambda) n(\lambda) d\lambda &= \\ &= - \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \beta(\lambda) n(\lambda) d\lambda, \\ U_1 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} m(\lambda) p(\lambda) d\lambda + U_2 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} n(\lambda) p(\lambda) d\lambda + U_3 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} p(\lambda) p(\lambda) d\lambda &= \\ &= - \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \beta(\lambda) p(\lambda) d\lambda. \end{aligned} \quad (44)$$

В силу линейной независимости функций  $m(\lambda), n(\lambda), p(\lambda)$  составленный из них определитель Грама [16]

$$D = \begin{vmatrix} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} m(\lambda) m(\lambda) d\lambda & \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} n(\lambda) m(\lambda) d\lambda & \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} p(\lambda) m(\lambda) d\lambda \\ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} m(\lambda) n(\lambda) d\lambda & \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} n(\lambda) n(\lambda) d\lambda & \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} p(\lambda) n(\lambda) d\lambda \\ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} m(\lambda) p(\lambda) d\lambda & \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} n(\lambda) p(\lambda) d\lambda & \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} p(\lambda) p(\lambda) d\lambda \end{vmatrix}, \quad (45)$$

не равен нулю [17]. В то же время этот определитель совпадает с определителем системы трех линейных уравнений (44) относительно неизвестных  $U_1, U_2, U_3$ . Следовательно, для каждой функции  $\beta(\lambda)$  решение системы (44) существует, и оно единственно.

Итак, если совпадение выходных сигналов модели  $\bar{S}_1$  и  $\bar{S}_2$  возможно то оно достигается лишь при единственном наборе чисел  $U_1, U_2, U_3$ .

Докажем теперь, что при наборе чисел  $U_1, U_2, U_3$ , представляющей собой решение системы уравнений (44), действительно наблюдается совпадение выходных сигналов модели  $\bar{S}_1$  и  $\bar{S}_2$ .

С этой целью введем в рассмотрение следующие определители:

$$D_1 = \begin{vmatrix} - \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \beta(\lambda) m(\lambda) d\lambda & \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} n(\lambda) m(\lambda) d\lambda & \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} p(\lambda) m(\lambda) d\lambda \\ - \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \beta(\lambda) n(\lambda) d\lambda & \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} n(\lambda) n(\lambda) d\lambda & \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} p(\lambda) n(\lambda) d\lambda \\ - \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \beta(\lambda) p(\lambda) d\lambda & \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} n(\lambda) p(\lambda) d\lambda & \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} p(\lambda) p(\lambda) d\lambda \end{vmatrix}, \quad (46)$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} m(\lambda) m(\lambda) d\lambda - \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \beta(\lambda) m(\lambda) d\lambda & \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} p(\lambda) m(\lambda) d\lambda \\ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} m(\lambda) n(\lambda) d\lambda - \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \beta(\lambda) n(\lambda) d\lambda & \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} p(\lambda) n(\lambda) d\lambda \\ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} m(\lambda) p(\lambda) d\lambda - \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \beta(\lambda) p(\lambda) d\lambda & \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} p(\lambda) p(\lambda) d\lambda \end{vmatrix}, \quad (47)$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} m(\lambda) m(\lambda) d\lambda & \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} n(\lambda) m(\lambda) d\lambda - \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \beta(\lambda) m(\lambda) d\lambda \\ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} m(\lambda) n(\lambda) d\lambda & \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} n(\lambda) n(\lambda) d\lambda - \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \beta(\lambda) n(\lambda) d\lambda \\ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} m(\lambda) p(\lambda) d\lambda & \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} n(\lambda) p(\lambda) d\lambda - \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \beta(\lambda) p(\lambda) d\lambda \end{vmatrix}. \quad (48)$$

Система уравнений (44) имеет следующее решение:

$$U_1 = \frac{D_1}{D}, \quad U_2 = \frac{D_2}{D}, \quad U_3 = \frac{D_3}{D}. \quad (49)$$

Согласно (2), попарные разности соответствующих координат векторов  $\bar{B}_1$  и  $\bar{B}_2$  равны:

$$\begin{aligned} B_{11} - B_{21} &= \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b_1(\lambda) - b_2(\lambda)] m(\lambda) d\lambda, \\ B_{12} - B_{22} &= \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b_1(\lambda) - b_2(\lambda)] n(\lambda) d\lambda, \\ B_{13} - B_{23} &= \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b_1(\lambda) - b_2(\lambda)] p(\lambda) d\lambda. \end{aligned} \quad (50)$$

Производя в формулах (50) подстановку, согласно (42) и (49), получим

$$\begin{aligned} B_{11} - B_{21} &= \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \left[ \frac{D_1}{D} m(\lambda) + \frac{D_2}{D} n(\lambda) + \frac{D_3}{D} p(\lambda) + \beta(\lambda) \right] m(\lambda) d\lambda, \\ B_{12} - B_{22} &= \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \left[ \frac{D_1}{D} m(\lambda) + \frac{D_2}{D} n(\lambda) + \frac{D_3}{D} p(\lambda) + \beta(\lambda) \right] n(\lambda) d\lambda, \\ B_{13} - B_{23} &= \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \left[ \frac{D_1}{D} m(\lambda) + \frac{D_2}{D} n(\lambda) + \frac{D_3}{D} p(\lambda) + \beta(\lambda) \right] p(\lambda) d\lambda. \end{aligned} \quad (51)$$

Непосредственное вычисление показывает, что выражения, стоящие в правой части равенств (51), равны нулю. Следовательно, соответствующие координаты векторов  $\bar{B}_1$  и  $\bar{B}_2$  совпадают. Поэтому совпадают и сами векторы  $\bar{B}_1$  и  $\bar{B}_2$ . Согласно формуле (3), сигналы  $\bar{S}_1$  и  $\bar{S}_2$  также совпадают. Этим доказана возможность выведения закона трехмерности из формул (2) и (3), поскольку при непрерывном изменении функции  $\beta(\lambda)$  постоянно преобразуются значения свободных членов  $-\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \beta(\lambda) m(\lambda) d\lambda$ ,  $-\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \beta(\lambda) n(\lambda) d\lambda$ ,  $-\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \beta(\lambda) p(\lambda) d\lambda$  системы (44). Вместе с ними непрерывно изменяется решение системы (44) — числа  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$ .

Итак, мы доказали возможность выведения законов Грассмана из формул (2) и (3), т. е. из математической модели цветового зрения. Вместе с тем в предыдущем параграфе указывалось на возможность выведения модели из законов Грассмана. Следовательно, модель цветового зрения в виде формул (2) и (3) и законы Грассмана являются равносильными утверждениями.

### 5. Обобщение модели цветового зрения для случая произвольных зрительных картин

Важно подчеркнуть, что математическая модель цветового зрения в виде формул (2) и (3) определена и применяется пока для весьма узкого класса входных сигналов: стационарных и однородных зрительных картин  $b(\lambda)$ . Сохранение в модели тех же самых преобразований в виде интегралов (2) при допущении произвольных входных сигналов  $b_\lambda(x, y, t)$ , изменяющихся как в поле зрения, так и во времени, возможно с учетом постулата 1: *Зрительное ощущение  $\bar{S}(x, y, t)$  останется тем же, если в порождающей его зрительной картине  $b_\lambda(x, y, t)$  произвольным образом произвести замену излучений на любые метамерные излучения.*

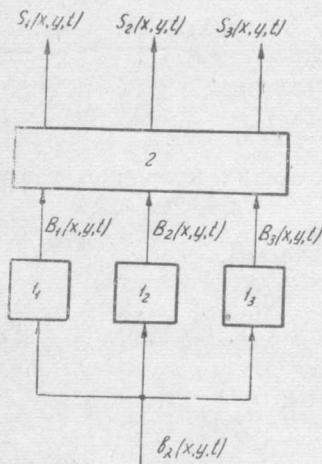


Рис. 2. Блок-схема обшей модели зрения.

Под метамерными [18] понимаются излучения, для которых одинаковы числа  $B_1, B_2, B_3$ , вычисляемые по формулам (2).

В формулировке этого постулата использована высказанная профессором Н. Д. Ньюбергом идея о замещении метамерных излучений [19].

При экспериментальной проверке этого постулата сознание наблюдателя используется как нуль-прибор.

Однако теперь происходит сравнение не двух трехмерных векторов, а объектов неизмеримо более сложной природы: двух вектор-функций трех независимых переменных  $\bar{B}_1(x, y, t)$  и  $\bar{B}_2(x, y, t)$ .

Справедливость этого постулата в психофизическом эксперименте не опровергается данными опытов, но в то же время нет специальных исследований по его проверке.

В некоторых частных случаях справедливость сформулированного принципа не вызывает сомнений. Так, при временной скачкообразной замене излучения  $b'_\lambda(x, y)$  на метамерное излучение  $b''_\lambda(x, y)$  сознание не замечает каких-либо временных изменений в зрительном ощущении [20, 21]. Сознание наблюдателя также не обнаруживает границы раздела между двумя метамерными излучениями.

Из сформулированного принципа непосредственно вытекает модель преобразования информации в органе зрения в виде блок-схемы, изображенной на рис. 2.

Математическое описание модели следующее:

Блок  $I_1$

$$B_1(x, y, t) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b_\lambda(x, y, t) m(\lambda) d\lambda,$$

Блок 1<sub>2</sub>

$$B_2(x, y, t) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b_\lambda(x, y, t) n(\lambda) d\lambda, \quad (52)$$

Блок 1<sub>3</sub>

$$B_3(x, y, t) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b_\lambda(x, y, t) p(\lambda) d\lambda,$$

где  $B_1(x, y, t)$ ,  $B_2(x, y, t)$ ,  $B_3(x, y, t)$  — компоненты вектор-функции,  $\bar{B}(x, y, t)$  — промежуточного сигнала модели.

Блок 2:

$$\bar{S}(x, y, t) = F[\bar{B}(x, y, t)], \quad (53)$$

где  $F$  — произвольный однозначный оператор;

$\bar{S}(x, y, t)$  — вектор-функция зрительного ощущения с компонентами  $S_1(x, y, t)$ ,  $S_2(x, y, t)$ ,  $S_3(x, y, t)$ .

Оператор  $F$  нельзя считать взаимно-однозначным, ибо в противном случае любая замена излучений в зрительной картине, кроме той, которая предусмотрена постулатом 1, приводила бы к изменению зрительного ощущения. Заменяя стационарное излучение специально подобранной парой нематамерных, довольно быстро мелькающих излучений, можно получить то же самое зрительное ощущение. Такой же эффект получается при замещающем нематамерном излучении в виде серии достаточно густых полос (временной и пространственный законы Талбота [22]).

Постулат 1 можно дополнить постулатом 2, обеспечивающим непрерывность оператора  $F$ : При непрерывном изменении функций  $B_1(x, y, t)$ ,  $B_2(x, y, t)$ ,  $B_3(x, y, t)$ , определяемых формулами (52), всегда происходит непрерывное изменение соответствующего зрительного ощущения  $\bar{S}(x, y, t)$ .

Возможность экспериментальной проверки этого постулата определяется способностью сознания оценивать величину расстояния между двумя вектор-функциями трех переменных  $S_1(x, y, t)$  и  $S_2(x, y, t)$ , т. е. степень различия между двумя зрительными ощущениями.

Подтверждение правильности постулата на примере простых зрительных картин предполагает его справедливость также и в общем виде. С учетом постулата 2 можно оператор  $F$  считать непрерывным.

## 6. Критика вывода интегральных соотношений цвета, сделанного Шредингером из законов Грассмана

Шредингер формулирует закон аддитивности в следующем виде: *Одинаково выглядящие излучения дают при сложении снова одинаково выглядящие излучения* [8].

Вслед за этим Шредингер пишет: «Этот факт — и только он — позволяет нам... оперировать непосредственно с цветами вместо того, чтобы оперировать с излучениями».

Затем Шредингер вводит обозначения для цветов и знак «+» для операции сложения цветов, считая, очевидно, что он имеет для этого все основания.

Однако легко доказуемо, что из закона аддитивности еще не вытекает факт существования операции сложения цветов.

Сущность только что приведенной формулировки закона аддитивности состоит в следующем.

Пусть имеются две пары излучений  $b'_1(\lambda)$ ,  $b''_1(\lambda)$  и  $b'_2(\lambda)$ ,  $b''_2(\lambda)$ , цвета которых попарно одинаковы, т. е.

$$\begin{aligned}\bar{S}[b'_1(\lambda)] &= \bar{S}[b''_1(\lambda)], \\ \bar{S}[b'_2(\lambda)] &= \bar{S}[b''_2(\lambda)].\end{aligned}\tag{5}$$

Согласно закону аддитивности, цвета суммарных излучений  $b'_1(\lambda) + b'_2(\lambda)$ ,  $b''_1(\lambda) + b''_2(\lambda)$  будут также одинаковы:

$$\bar{S}[b'_1(\lambda) + b'_2(\lambda)] = \bar{S}[b''_1(\lambda) + b''_2(\lambda)].\tag{5}$$

Для строгого же введения операции сложения цветов необходимо аддитивность цвета, выражаемая равенством

$$\bar{S}[b_1(\lambda) + b_2(\lambda)] = \bar{S}[b_1(\lambda)] + \bar{S}[b_2(\lambda)].\tag{5}$$

В формуле (56)  $b_1(\lambda)$ ,  $b_2(\lambda)$  обозначают два произвольных излучения.

Очевидно, что закон аддитивности, с одной стороны, и свойство аддитивности цвета (56), с другой, — представляют собой различные утверждения.

Приведем образец преобразования излучения в цвет, в котором закон аддитивности будет выполняться, а свойство аддитивности цвета — не

Допустим, что координаты  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  вектора цвета вычисляются по формулам

$$\begin{aligned}S_1[b(\lambda)] &= \left[ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b(\lambda) m(\lambda) d\lambda \right]^3, \\ S_2[b(\lambda)] &= \left[ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b(\lambda) n(\lambda) d\lambda \right]^3, \\ S_3[b(\lambda)] &= \left[ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b(\lambda) p(\lambda) d\lambda \right]^3,\end{aligned}\tag{5}$$

где  $b(\lambda)$  — излучение, порождающее цвет  $\bar{S}$ .

Принятое преобразование излучения в цвет удовлетворяет закону аддитивности. Действительно, равенства (54) в нашем случае запишутся в виде

$$\begin{aligned}\left[ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b'_1(\lambda) m(\lambda) d\lambda \right]^3 &= \left[ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b''_1(\lambda) m(\lambda) d\lambda \right]^3, \\ \left[ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b'_1(\lambda) n(\lambda) d\lambda \right]^3 &= \left[ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b''_1(\lambda) n(\lambda) d\lambda \right]^3, \\ \left[ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b'_1(\lambda) p(\lambda) d\lambda \right]^3 &= \left[ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b''_1(\lambda) p(\lambda) d\lambda \right]^3; \\ \left[ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b'_2(\lambda) m(\lambda) d\lambda \right]^3 &= \left[ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b''_2(\lambda) m(\lambda) d\lambda \right]^3, \\ \left[ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b'_2(\lambda) n(\lambda) d\lambda \right]^3 &= \left[ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b''_2(\lambda) n(\lambda) d\lambda \right]^3, \\ \left[ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b'_2(\lambda) p(\lambda) d\lambda \right]^3 &= \left[ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b''_2(\lambda) p(\lambda) d\lambda \right]^3.\end{aligned}\tag{5}$$

Извлекая кубический корень из обеих частей каждого из равенств (58) и (59), получаем

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b'_1(\lambda) m(\lambda) d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b''_1(\lambda) m(\lambda) d\lambda,$$

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b'_1(\lambda) n(\lambda) d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b''_1(\lambda) n(\lambda) d\lambda, \quad (60)$$

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b'_2(\lambda) p(\lambda) d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b''_2(\lambda) p(\lambda) d\lambda;$$

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b'_2(\lambda) m(\lambda) d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b''_2(\lambda) m(\lambda) d\lambda,$$

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b'_2(\lambda) n(\lambda) d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b''_2(\lambda) n(\lambda) d\lambda, \quad (61)$$

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b'_2(\lambda) p(\lambda) d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b''_2(\lambda) p(\lambda) d\lambda.$$

Складываем левые и правые части соответствующих равенств (61) и (62):

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b'_1(\lambda) + b'_2(\lambda)] m(\lambda) d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b''_1(\lambda) + b''_2(\lambda)] m(\lambda) d\lambda,$$

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b'_1(\lambda) + b'_2(\lambda)] n(\lambda) d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b''_1(\lambda) + b''_2(\lambda)] n(\lambda) d\lambda, \quad (62)$$

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b'_1(\lambda) + b'_2(\lambda)] p(\lambda) d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b''_1(\lambda) + b''_2(\lambda)] p(\lambda) d\lambda.$$

Наконец, возводим в куб левые и правые части полученных равенств:

$$\left\{ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b'_1(\lambda) + b'_2(\lambda)] m(\lambda) d\lambda \right\}^3 = \left\{ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b''_1(\lambda) + b''_2(\lambda)] m(\lambda) d\lambda \right\}^3,$$

$$\left\{ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b'_1(\lambda) + b'_2(\lambda)] n(\lambda) d\lambda \right\}^3 = \left\{ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b''_1(\lambda) + b''_2(\lambda)] n(\lambda) d\lambda \right\}^3, \quad (63)$$

$$\left\{ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b'_1(\lambda) + b'_2(\lambda)] p(\lambda) d\lambda \right\}^3 = \left\{ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b''_1(\lambda) + b''_2(\lambda)] p(\lambda) d\lambda \right\}^3.$$

Учитывая (57), имеем  $\lambda_1$

$$S_1 [b'_1(\lambda) + b'_2(\lambda)] = S_1 [b''_1(\lambda) + b''_2(\lambda)],$$

$$S_2 [b'_1(\lambda) + b'_2(\lambda)] = S_2 [b''_1(\lambda) + b''_2(\lambda)], \quad (64)$$

$$S_3 [b'_1(\lambda) + b'_2(\lambda)] = S_3 [b''_1(\lambda) + b''_2(\lambda)].$$

Таким образом, приходим к выводу о справедливости равенства (55). Закон аддитивности для построенного примера выполняется.

Проверим теперь, выполняется ли для преобразования (57) свойство (56) аддитивности цвета. Если бы формула (56) была справедлива, то были бы справедливы и равенства

$$\left\{ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b_1(\lambda) + b_2(\lambda)] m(\lambda) d\lambda \right\}^3 = \left[ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b_1(\lambda) m(\lambda) d\lambda \right]^3 + \left[ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b_2(\lambda) m(\lambda) d\lambda \right]^3,$$

$$\left\{ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b_1(\lambda) + b_2(\lambda)] n(\lambda) d\lambda \right\}^3 = \left[ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b_1(\lambda) n(\lambda) d\lambda \right]^3 + \left[ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b_2(\lambda) n(\lambda) d\lambda \right]^3, \quad (65)$$

$$\left\{ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [b_1(\lambda) + b_2(\lambda)] \rho(\lambda) d\lambda \right\}^3 = \left[ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b_1(\lambda) \rho(\lambda) d\lambda \right]^3 + \left[ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} b_2(\lambda) \rho(\lambda) d\lambda \right]^3$$

при любых  $b_1(\lambda)$  и  $b_2(\lambda)$ . Однако это равенство не наблюдается. Таким образом, свойство (56) аддитивности цвета для преобразования (57) не выполняется, а значит, из закона аддитивности не вытекает свойство аддитивности цвета. Следовательно, закон аддитивности не является достаточным основанием для введения операции сложения цветов.

Далее Шредингер, используя введенную им операцию сложения цветов, формулирует закон трехмерности: *Имеется линейно независимая тройка цветов. Четыре цвета всегда линейно зависимы.*

Опираясь на эту формулировку, Шредингер обосновывает необходимость интегральных соотношений (2) для вычисления координат цвета.

Таким образом, вывод интегральных соотношений цвета из закона Грассмана, сделанный Шредингером, спорен, поскольку в его основе лежит операция сложения цветов, введенная без достаточного основания.

## 7. К вопросу о формулировке законов Грассмана

Грассман [7] так сформулировал свои законы.

**Закон трехмерности:** *Для любого излучения можно подобрать одинаково выглядящую смесь белого излучения с некоторым чистым спектральным или же пурпурным излучением. Под пурпурным излучением понимается смесь крайних видимых излучений спектра.*

**Закон непрерывности:** *Непрерывному изменению излучения соответствует непрерывное изменение цвета.*

**Закон аддитивности:** *Одинаково выглядящие излучения дают при сложении одинаково выглядящие излучения.*

Легко заметить, что формулировка Грассманом закона трехмерности существенно отличается от приводимой нами.

Значительно отличается от нашей и формулировка Грассманом закона непрерывности. В то время как в формулировке Грассмана речь идет о непрерывном изменении цвета, в нашей формулировке подразумевается непрерывное изменение некоторых чисел, а не цвета.

Формулировку Грассманом закона аддитивности необходимо дополнить следующим утверждением: *Если к одинаково выглядящим излучениям добавить или вычесть (когда это возможно) равные излучения, то суммарные излучения также будут выглядеть одинаково.*

Шредингер [8], принимая без изменений формулировки Грассманом законов непрерывности и аддитивности, формулирует закон трехмерности следующим образом: *Имеется линейно независимая тройка цветов. Четыре цвета всегда линейно зависимы.*

Недостаток этой формулировки — в существенном использовании понятия линейной зависимости цветов, а следовательно, операций сложения цветов и умножения цвета на постоянные числа. Как указывалось выше (см. п. 1), это приводит к привлечению гипотетической модели цветового зрения в виде формул (2) и (3).

Шредингер, кроме трех законов Грассмана, привлекает еще один дополнительный постулат: *Не существует двух таких излучений, которые при одинаковом увеличении интенсивности периодически выглядели бы одинаковыми и неодинаковыми.*

В нашей же работе, как было показано выше, интегральные соотношения цвета (2) выводятся исключительно из трех законов Грассмана без привлечения каких-либо дополнительных постулатов.

Формулировки законов Грассмана, встречающиеся в более поздних работах, как правило, почти не отличаются от формулировок Шредингера.

Профессор Н. Д. Ньюберг так формулирует закон трехмерности: *Для любых четырех цветов всегда существует связывающее их линейное соотношение, причем это соотношение будет единственным, если только три цвета из этих четырех не связаны линейными соотношениями, причем, с другой стороны, можно найти бесчисленное множество троек цветов, которые никаким линейным соотношением не связаны* [23].

В другой работе [24] профессор Н. Д. Ньюберг формулирует закон трехмерности следующим образом: *Для любых четырех цветов (три известных, один неизвестный) всегда можно составить одно и только одно цветное уравнение одного из указанных выше типов, связывающее четыре данных цвета.*

В этой же работе мы находим формулировку закона аддитивности: *Результат сложения двух или нескольких цветов зависит только от того, каковы эти цвета, но совершенно не зависит от того, из каких спектральных лучей составлен цвет, вызывающий тот или иной из складываемых цветов.*

Профессор Н. Д. Ньюберг так формулирует закон аддитивности: *Если какие-либо два излучения визуально неразличимы, то после прибавления к обоим любого одинакового излучения полученные новые суммарные излучения также будут визуально неразличимы* [25].

В книге профессора М. М. Гуревича [26] находим следующую формулировку всех трех законов Грассмана:

закон трехмерности: *Любые четыре цвета находятся в линейной зависимости, хотя существует неограниченное число линейно независимых совокупностей из трех цветов.*

закон непрерывности: *Непрерывному изменению излучения соответствует также непрерывное изменение цвета.*

закон аддитивности: *Цвет смеси зависит только от цвета смешиваемых компонент и не зависит от их спектральных составов.*

Наконец, приведем формулировку Н. Д. Ньюбергом всех трех законов Грассмана:

закон аддитивности: *Цвет суммы двух излучений зависит только от цветов складываемых излучений, но не от их спектрального состава.*

закон трехмерности: *Всякие четыре цвета линейно связаны, не существуют тройки линейно независимых цветов.*

закон непрерывности: *При любом непрерывном изменении излучения цвет изменяется непрерывно.*

Нетрудно заметить, что эти формулировки воспроизводят в точности или с небольшими изменениями формулировки, использованные Шредингером.

В заключение упомянем еще одну формулировку закона аддитивности Шейбнером, которая также отличается от нашей: *В результате аддитивного смешения излучений в психофизиологической преобразующей системе возникают классы метамерных излучений или цвета. Эти классы являются подмножествами общего множества излучений, для которых справедливы законы тождества, симметрии и транзитивности* [27].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. И. Ньютон. Оптика, изд. 2-е. Гостехтеоретиздат, 1954.
2. М. В. Ломоносов. Слово о происхождении света, новую теорию о цветах представляющее. Избранные философские произведения. Госполитиздат, 1950.

3. T. Young. Lecture on the theory of light and colours, Phil. Trans. Roy. Soc. V. 21, 1802.
4. J. C. Maxwell. On the theory of compound colours and the relation of the colours of the spectrum. Proc. Roy. Soc. vob. 10, 1860.
5. H. Helmholtz. Handbuch der physiologischen Optik. Hamburg u. Leipzig 1909—1911.
6. В. В. Мешков. Основы светотехники, 4. 2. Физиологическая оптика и колориметрия. Госэнергиздат, 1961.
7. H. Grassmann. Zur Theorie der Farbenmischung. Ann. d. Phys. u. Chemie Bd. 89, № 5, 1853.
8. E. Schrödinger. Grundlinien einer Theorie der Farbenmetric im Tagessehen. Ann. d. Phys., Bd. 63, 1920.
9. Н. Д. Ньюберг. Математические основы задачи измерения цвета. В кн. «Современное состояние колориметрии». Гостехтеоретиздат, 1933.
10. Г. Е. Шилов, Б. Л. Гуревич. Интеграл, мера и производная. Изд-во «Наука», 1967.
11. И. П. Натансон. Теория функций вещественной переменной. Гостехтеоретиздат, 1957.
12. С. О. Майзель, Е. С. Ратнер. Цветовые расчеты и измерения. Госэнергиздат, 1941.
13. С. Г. Михлин. Прямые методы в математической физике. Гостехтеоретиздат, 1950.
14. Л. В. Канторович, Г. П. Акилов. Функциональный анализ в нормированных пространствах. Физматгиз, 1959.
15. Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. Элементы функционального анализа. Изд-во «Наука», 1965.
16. Ф. Р. Гантмахер. Теория матриц, изд. 2-е. Физматгиз, 1966.
17. М. М. Гельфандт. Лекции по линейной алгебре. Гостехтеоретиздат, 1947.
18. Н. Д. Ньюберг. Теоретические основы цветной репродукции. Изд-во «Советская наука», 1947.
19. Н. Д. Ньюберг. Грассмана законы. В кн. «Физический энциклопедический словарь», т. 1. Изд-во «Сов. энциклопедия», 1960.
20. М. М. Бонгард, М. С. Смирнов. Четырехмерность цветового пространства человека. Докл. АН СССР, т. 108, № 3, 1956.
21. Л. Фридрих. Об участии палочкового зрения в работе светлоадаптированного глаза человека. «Биофизика», т. 2, вып. 3, 1957.
22. H. F. Talbot. Experiments on light. Phil. Mag., № 5, 1834.
23. Н. Д. Ньюберг. Измерение цвета и цветовые стандарты. Изд-во «Стандартизация», 1933.
24. Н. Д. Ньюберг. Курс цветоведения. Гизлегпром, 1932.
25. Н. Д. Ньюберг. Колориметрические эксперименты как средство исследования цветового зрения и требования к ним. «Биофизика», т. 2, вып. 2, 1957.
26. М. М. Гуревич. Цвет и его измерение. Изд-во АН СССР, 1950.
27. H. Scheibner. On colours of the same appearance. «Optica acta», т. 1, № 3, 1966.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СТАТИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ ВИБРАЦИЙ В ВИБРАЦИОННОЕ ОЩУЩЕНИЕ

*Г. Ф. Дюбко, В. В. Тищенко*

Многочисленными исследованиями доказывается степень зависимости ощущения от интенсивности вибраций для зрительного и слухового анализатора.

С целью проверки этого положения для вибрационного анализатора т. е. степенного закона для вибрационной чувствительности кожи, предположим, что вибрационный анализатор производит преобразование раздражающих его стимулов по тем же законам, что зрительный и слуховой анализаторы.

Как следует из [1—3], входная информация подвергается преобразованию в соответствии с уравнениями

$$V = c \lg dJ,$$

$$m \frac{dT}{dt} + T = kV, \quad (2)$$

$$S = r 10^{s*} + s, \quad (3)$$

$$S^* = V - T, \quad (4)$$

где  $J$  — интенсивность входного сигнала;

$S$  — величина ощущения;

$c, d, m, k, r, s$  — константы преобразования;

$t$  — время;

$T, V, S^*$  — промежуточные переменные преобразования интенсивности в величину ощущения.

Обозначим через  $S_1, S_2$  интервал ощущения с граничными значениями  $S_1, S_2$ . Если этот интервал разделить в отношении  $\lambda$ , а величину ощущения в точке деления обозначить через  $S$ , то справедлива формула

$$S = (1 - \lambda) S_1 + \lambda S_2. \quad (5)$$

Пусть ощущениям  $S, S_1, S_2$  соответствуют интенсивности  $J_0, J_1, J_2$ ; кроме того,

$$J = \begin{cases} J_0 & \text{при } t < 0 \\ J_i & \text{при } t \geq 0, \text{ где } i = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (6)$$

т. е. математическая модель адаптации к интенсивности  $J_0$ .

Подставляя (6) в (1) — (4) и производя преобразование при  $i = 0, 1, 2, \dots$ , получим

$$S = r (dJ)^c (dJ_0)^{-kc} + s; \quad (7)$$

$$S_1 = r (dJ_1)^c (dJ_0)^{-kc} + s; \quad (8)$$

$$S_2 = r (dJ_2)^c (dJ_0)^{-kc} + s. \quad (9)$$

Подставив теперь в (5) вместо  $S, S_1, S_2$  их значения по (7) — (9), после элементарных преобразований имеем

$$J^c = (1 - \lambda) J_1^c + \lambda J_2^c. \quad (10)$$

При получении зависимости (10) мы исходили из того, что интервал ощущения  $S_1, S_2$  можно разделить в отношении  $\lambda$ .

Действительно, из психофизики известно, что интервал ощущений можно разделить пополам; затем два интервала, полученных в результате деления, в свою очередь разделить пополам и т. д. Полученные значения  $\lambda$  и ощущения  $S$ , вытекающие из деления интервала пополам, соответствуют значениям интенсивности  $J$ , задаваемым формулой (10), которая связывает между собой интенсивности и может быть проверена экспериментально.

Эксперименты проводились по следующей методике: на указательный палец левой руки подается интенсивность вибраций  $J_1$ , которая в некоторый момент времени сменяется интенсивностью  $J$ . На второй указательный палец правой руки одновременно с интенсивностью  $J_1$  на левой руке подается интенсивность  $J_2$ . Интенсивность вибраций подбирается таким образом, чтобы интервал ощущений от  $J_1, J_2$  был разделен пополам ощущением, вызванным интенсивностью вибраций  $J$ . При этом интенсивность  $J_1$  соответствовала минимальному значению интенсивностей сигнала из интервала, а  $J_2$  — максимальному значению. При получении результата величина интенсивности  $J$  фиксировалась. Снова проводился опыт, но уже для интервала интенсивностей  $J_1$  и  $J$ , либо  $J$  и  $J_2$  и т. д. Таким образом, весь интервал интенсивностей  $J_1$  и  $J_2$  делился в заданном отношении  $\lambda$  до тех пор, пока была различима

разница ощущений, создаваемая сигналами  $J_1, J_2$  и ощущением от  $J_\lambda$ , делящим интервал пополам. На трех испытуемых каждая точка измерялась по пять раз, опыты проводились на фиксированной частоте в диапазоне 100—200  $\text{гц}$ , длительность воздействия сигналов  $J_1, J_2, J$  ограничивалась одной минутой, т. е. до наступления адаптации.

Эксперименты выполнялись на установке, схематически изображенной на рис. 1 и состоящей из трех звуковых генераторов, двух вибраторов и двух ламповых вольтметров.

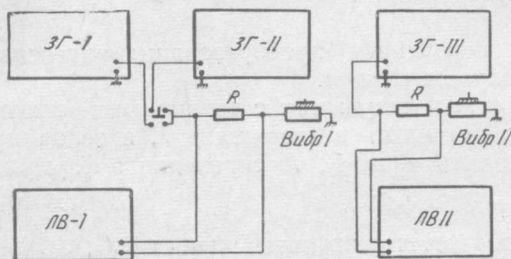


Рис. 1.

В качестве входных сигналов, поступающих на фалангу пальца испытуемого, использовались гармонические колебания пластины вибратора. Синусоидально изменяющееся напряжение формировалось с помощью генераторов звуковой частоты, амплитуда колебаний которых регулировалась неза-

висимо от остальных. При фиксации интенсивности сигнала измерялась мощность, выделяемая на вибраторе, с точностью до 1  $\text{мвт}$ . Характеристики вибраторов и технические данные установки приведены в работе [4].

Возможные искажения указанных результатов из-за неодинаковой чувствительности пальцев потребовали проведения дополнительных опытов, в которых вибраторы менялись местами. Несмотря на такую замену, результат практически оставался неизменным.

Подобная серия опытов повторялась по пять раз для каждого определяемого ощущения. Разброс получаемых значений интенсивностей сигналов, как правило, не выходил за пределы 10%, а зачастую находился в пределах 5% от определяемого уровня.

В приводимых ниже таблицах указывается среднее значение  $J$  из пяти измерений. Найденные значения интенсивности вибраций даны в милливаттах.

Если формула (10) справедлива, то для всех значений  $\lambda$  и  $J$  должно существовать одинаковое значение постоянной  $c$ , которое находится путем решения трансцендентного уравнения (10) относительно  $c$ . Решение уравнения можно провести графическим методом. С этой целью, согласно таблицам, для  $\lambda_i$  строят зависимости

$$f_i^{(1)}(c) = Jc; \quad f_i^{(2)}(c) = (1 - \lambda_i) Jc_1 + \lambda_i Jc_2.$$

Решением уравнения является точка  $c_{0i}$ , получаемая при пересечении графиков  $f_i^{(1)}(c)$  и  $f_i^{(2)}(c)$ .

Для каждой таблицы с  $i$ -значениями  $\lambda$  получается  $i$ -графиков, т. е. для каждого  $\lambda_i$  получим значение  $c_{0i}$ .

По данным решений, приведенным в табл. 3 и 4, определяются средние значения  $c_{\text{ср}}$ .

За среднее значение постоянной  $c$  примем величину, равную  $c_{\text{ср}} = 0,45$ .

По найденному  $c_{\text{ср}} = 0,45$  из формулы (10) определяем

$$J_{\text{теор}}(\lambda) = [(1 - \lambda)] [J_{\text{ср}}^1 + \lambda J_{\text{ср}}^2] \frac{1}{c_{\text{ср}}}.$$

По данной зависимости строим график  $J_{\text{теор}}(\lambda)$  и отмечаем на нем точками значения  $J_{\text{эксп}}$  из табл. 1, что отражено на рис. 2.

Таблица 1

$\lambda$	0	0,062	0,125	0,187	0,25	0,312	0,375	0,437	0,5	0,562	0,625	0,687	0,75	0,812	0,875	0,937	1
$J$	30	38,4	41,2	56,3	63,7	72,8	79,1	87,0	94,6	101,0	1,12	1,22	135,3	146	158,9	177,5	200

Таблица 2

$\lambda$	0	0,062	0,125	0,187	0,25	0,312	0,375	0,437	0,5	0,562	0,625	0,687	0,75	0,812	0,875	0,937	1
$J$	200	206	214,2	220	227,3	226,8	247,4	225,6	226,2	277,1	292	303,3	317,1	332,6	348,8	374,2	400

Таблица 3

$\lambda_i$	0,062	0,125	0,187	0,25	0,312	0,375	0,5	0,562	0,625	0,687	0,75	0,812	0,875	0,937	0,437
$C_i$	0,815	0,375	0,63	0,45	0,705	0,615	0,455	0,35	0,51	0,285	0,425	0,215	0,445	0,415	0,555

$$C_{\text{ср}} = \sum p_i c_i = 0,4474 \approx 0,45$$

Таблица 4

$\lambda_i$	0,062	0,125	0,187	0,25	0,312	0,375	0,437	0,5	0,562	0,625	0,687	0,75	0,812	0,875	0,937
$C_i$	0,53	0,62	0,75	0,416	0,22	0,34	0,425	0,415	0,45	0,61	0,255	0,4	0,42	0,48	0,345

$$C_{\text{ср}} = \sum p_i c_i = 0,461 \approx 0,46$$

Согласование экспериментальных данных с теоретическими удовлетворительное и находится в пределах ошибок измерений, что свидетельствует о выполнении соотношения (10) в измеренном диапазоне интенсивностей.

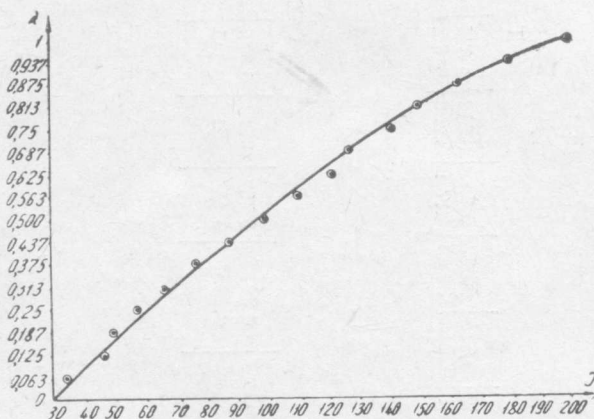


Рис. 2.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. П. Шабанов-Кушнарченко, Г. Ф. Дюбко, Е. П. Путятин, М. Ф. Бондаренко. Моделирование статистики адаптации слуха и зрения. Сб. «Проблемы бионики», вып. 1. Изд-во ХГУ, Харьков, 1968.
2. Ю. П. Шабанов-Кушнарченко, Г. Ф. Дюбко, Е. П. Путятин, М. Ф. Бондаренко. Моделирование динамики адаптации зрения и слуха. Сб. «Проблемы бионики», вып. 1. Изд-во ХГУ, Харьков, 1968.
3. Г. Ф. Дюбко. Математическая модель статического преобразования интенсивности звука в громкость. Сб. «Проблемы бионики», вып. 1. Изд-во ХГУ, Харьков, 1968.
4. А. Г. Мурашко, В. В. Тищенко. Разработка прибора для исследования тактильной чувствительности человека. Труды II Всесоюзного традиционного научного техн. семинара. М., 1968.

## АССОЦИАТИВНО-СЕТЕВАЯ МОДЕЛЬ ПАМЯТИ.

### СООБЩЕНИЕ I

*Э. Т. Головань, А. Н. Лук*

#### Психологические предпосылки модели

Моделирование психических функций целесообразно начинать с моделирования памяти, что объясняется, во-первых, наличием обширного и бесспорного экспериментального материала для работ по моделированию; во-вторых, местом, которое занимает память в системе других психических функций. Нам кажется справедливым утверждение Фрейда о том, что память есть главное свойство нервной ткани, предпосылка основа всех других психических функций. Создание модели памяти становится основой моделирования других функций психики.

Память человека представляет собой упорядоченную систему хранения информации. Огромный экспериментальный материал позволяет предположить, что формой упорядочения служит ассоциация. Именно благодаря системе ассоциативных связей между элементами информации

в памяти человека возможен направленный произвольный поиск. Подробное изучение свойств ассоциаций поможет выяснить структуру и особенности этого процесса произвольного поиска [1, 2], представляющего собой одно из главных функциональных преимуществ человеческой памяти.

«Вес ассоциаций». Одним из наиболее существенных свойств представляется «статистический вес ассоциаций». Для детального разбора этого свойства обратимся к классическому ассоциативному эксперименту, когда на слово-раздражитель (первый член ассоциативной пары) испытуемый должен в течение одной секунды ответить любым пришедшим в голову словом-ответом (второй член ассоциированной пары). Одно и то же слово-раздражитель вызывает у большинства людей одинаковые ответы. Например, слово «стакан» вызывает чаще всего ассоциацию «вода». Несколько реже слово «стакан» ассоциируется со словами «стекло», «чашка», «вино» и т. д. Результаты таких экспериментов легко выразить в количественной форме. Если провести 1 000 опытов с разными людьми и из тысячи испытуемых 600 человек на слово-раздражитель «стакан» дадут ответ «вода», то, следовательно, вес ассоциативной связи стакан—вода равен 0,6. Эта цифра характеризует только ассоциацию стакан—вода, но отнюдь не цену ассоциации вода—стакан. Иными словами, вес ассоциаций отражает и такое свойство ассоциативных связей, как их относительная однонаправленность.

Если из тысячи испытуемых 235 человек на слово «стакан» дали ответ «вино», то вес ассоциативной связи стакан—вино выразится числом 0,23. Разумеется, среди тысячи человек может оказаться и такой, который даст «уникальный» ответ на слово-раздражитель; его вес выразится числом 0,001.

Эксперименты показывают, что каждое слово связано примерно с 9—10 словами, которые чаще других (на порядок) воспроизводятся в качестве второго члена ассоциированной пары. Если вместо тысячи испытуемых пригласить одного и проделать эксперимент тысячу раз (со значительными интервалами времени), то выявляется та же закономерность: одни слова встречаются в ответах испытуемого чаще, другие реже, третьи — всего один раз. Оказывается, что слово-раздражитель ассоциируется с теми же 9—10 словами. Эти ассоциативные связи называем ассоциациями первого порядка, или прямыми ассоциациями.

Вес ассоциативной связи двух слов предполагает, что в ответ на предъявление первого слова будет воспроизведено второе в качестве второго члена ассоциированной пары. Воспроизводится то слово, вес ассоциации которого со словом-раздражителем выше веса ассоциаций других слов.

Сумма весов всех ассоциаций данного слова равна единице. Сумма весов всех прямых ассоциаций данного слова близка к единице.

Для обозначения веса ассоциаций пользуемся следующими символами:

$$\begin{array}{ccc} \text{стакан} & \text{стакан} & \text{стакан} \\ A_{\text{вода}} = 0,6 & A_{\text{вино}} = 0,23 & A_{\text{стекло}} = 0,1 \end{array}$$

*Коэффициент ассоциативного средства.* В разное время и в разных ситуациях человек на одно и то же слово-раздражитель реагирует разными словами-ответами. А в условиях свободной беседы (вне эксперимента) за словом «стакан» может последовать любое другое слово из словарного запаса индивидуума, необходимое по смыслу, потому что вес ассоциативных связей не остается постоянным. Это переменная величина, меняющаяся в зависимости от многих факторов [3]. Попытаемся

выделить некоторые из них, в разной степени влияющие на ход ассоциативного процесса. Часть факторов более или менее жестко направляющая ход ассоциативного процесса в определенную сторону. Другие факторы лишь определяют возможную область, в которой продолжится ассоциативный процесс, сужают пространство, в котором происходит «выбор» ассоциаций.

Выделяем пять наиболее существенных факторов, меняющих числовое значение веса ассоциативной связи:

- 1) биологическая значимость ассоциации;
- 2) частота повторяемости рассматриваемой пары слов;
- 3) время, прошедшее с момента последнего предъявления или последнего воспроизведения пары;
- 4) контекст;
- 5) эмоциональный фон.

Увеличение веса одной или нескольких ассоциативных связей неизбежно ведет к уменьшению весов остальных, поскольку вес ассоциации рассматривается как вероятность воспроизведения второго элемента пары после предъявления первого элемента, а сумма вероятностей не может быть больше единицы. Перераспределение весов ассоциативных связей происходит непрерывно под влиянием текущих восприятий и как следствие движения ассоциативного процесса.

Чтобы выразить влияние перечисленных факторов на вес ассоциаций аналитически, необходимы формулы, которые могут быть получены путем математической обработки результатов психофизических опытов либо эвристически. Для выражения суммарного (или обобщенного, интегрального) влияния всех перечисленных факторов на ход ассоциативного процесса мы вводим понятие коэффициент ассоциативного сродства. Этот коэффициент (К) суммарно выражает процессы, определяющие, как из многих ассоциативных связей будет возбуждена именно в данный момент, например:

стакан	стакан
$A_{\text{вода}} = 0,6$	$A_{\text{стекло}} = 0,1$

Однако в какой-то конкретной ситуации вероятность воспроизведения второй ассоциации окажется больше первой (например, человек только что разбил стекло, прочел статью о производстве стекла и т. д.).

Слово «перо» вызывает разные ассоциации. В писчебумажном магазине скорее всего возникнут ассоциации с понятиями «бумага», «чернила», «карандаш». Но тот же испытуемый, находясь, скажем, на птицеферме на слово-раздражитель «перо» реагировал бы совсем другими словами-ответами (например, «пух», «птица» и т. д.). Здесь наглядна роль контекста (не обязательно вербального), существенно меняющего вес ассоциаций.

Вес ассоциаций выявляется в большом числе испытаний, существует и его усредненная величина. А-коэффициент ассоциативного сродства характеризует состояние ассоциативных связей именно в данный момент времени, поэтому он непосредственно обуславливает ход ассоциативного процесса. При этом надо помнить, что коэффициент ассоциативного сродства образуется все же на основе статистического веса ассоциативной связи, отражающей состояние ассоциативных связей на протяжении некоторого достаточно длительного промежутка времени.

Таким образом, статистический вес ассоциативных связей — весьма существенное свойство ассоциативной памяти, но не единственное.

*Иерархическая структура ассоциаций* представляется столь же важной. Каждый элемент информации в памяти человека связан не просто

с другими элементами, а с целой группой других элементов, обладающих общими признаками. Эта группа может быть обозначена словом «понятие» (или «образ»), выражающим общность признаков, например:

стол—мебель	чашка—посуда
стул—мебель	ложка—посуда
диван—мебель	чайник—посуда

Слова «мебель» и «посуда» как раз и служат обобщающей ассоциацией. В свою очередь, эти слова также могут быть объединены по общности признаков. В результате возникает иерархическая (этажная) организация — одно из условий гибкости и стремительности человеческой памяти.

Формирование различных этажей — это, по сути, различные степени абстракции, или отвлечения. Отношения элементов на каждом последующем этапе все усложняются. Интересны взаимоотношения между более высоким и более низким уровнями. Высший уровень формируется на базе низшего с помощью набора логических операций. В то же время более высокий уровень корректирует затем связи предшествующих уровней.

Главная особенность иерархической организации ассоциаций в человеческой памяти — ее динамичность. При переключении на новый вид деятельности (новая цель) перестраивается и реорганизуется иерархическая структура. Понятия, которые в данном иерархическом дереве находятся внизу, могут оказаться на самой вершине после перестройки иерархической структуры.

Еще неизвестно, каким образом «цель деятельности» вызывает столь сложную перестройку в кратчайшее время, в чем секрет такой гибкости иерархической структуры. Однако, основываясь на современных психологических и физиологических данных, уже можно высказать некоторые предположения об иерархической структуре памяти.

Число ассоциативных связей первого порядка, или прямых ассоциативных связей, — величина довольно устойчивая для большинства слов. Казалось бы, это число может возрасти неограниченно по мере накопления опыта. Но при возрастании веса какой-нибудь ассоциативной цепочки и превращении ее в прямую ассоциативную связь снижается относительный вес других ассоциаций, а общее число прямых ассоциаций остается в пределах 9—10.

Важное значение ограниченного числа прямых ассоциативных связей проявляется при сопоставлении его с другим существенным свойством. Экспериментом установлено [3], что между двумя любыми словами (понятиями), хранящимися в памяти, может быть установлена непрямо ассоциативная связь при помощи конечного и притом весьма малого числа ассоциативных шагов-переходов, каждый из которых представляет собой прямую ассоциативную связь.

Возьмем, например, такие далекие понятия, как «небо» и «чай». Между ними можно установить связь при помощи такой ассоциативной цепочки:

небо — земля
земля — вода
вода — пить
пить — чай

В данном случае понадобилось всего четыре ассоциативных шага-перехода, каждый из которых представляет собой прямую ассоциацию, для установления ассоциативного перехода небо — чай, потому что был задан последний элемент ассоциативной цепочки («чай»), который и явился целью, определяющей ход ассоциативного процесса. В условиях свобод-

ного ассоциирования вероятность получения этого слова на четвертом шаге ничтожно мала.

Слово «чай» как заданная цель ассоциативного процесса не определяет однозначно все промежуточные звенья ассоциативной цепочки. К тому же результату приводят разные промежуточные шаги-переходы. Их выбор, или конкретное содержание ассоциативной цепочки, зависит от состояния ассоциативной сети в данный момент времени, т. е. от распределения весов ассоциативных связей к моменту проведения опыта.

Были проведены сотни экспериментов с произвольными парами слов. Иногда для завершения ассоциативного перехода здесь было достаточно трех шагов-переходов, чаще всего — четырех — пяти, изредка — шести шагов.

Для определения иерархии ассоциативной сети, исходя из конечного малого числа прямых ассоциативных связей каждого слова, а также конечного малого числа шагов-переходов в любой паре слов, необходимо установить структуру сети и порядок соединения элементов, при которых сеть обладала бы указанными двумя свойствами. В частности следует определить, какова должна быть структура связей между элементами, чтобы увеличение числа элементов не приводило к возрастанию числа шагов-переходов между двумя любыми элементами.

Последняя задача вызвана тем, что увеличение числа слов и понятий в человеческой памяти происходит повседневно, но при этом возрастает время поиска и извлечения нужного слова из памяти. Наоборот — часто чем больше сведений хранится в памяти, тем выше вероятность припоминания нужной информации, произвольного ее воспроизведения.

*Система обращения к памяти.* Изучение ассоциаций — неисчерпаемая научная проблема, которой посвящено множество исследований [4—6]. В них подробно описаны многие свойства ассоциаций, мы же обсуждаем лишь те особенности ассоциаций, которые, на наш взгляд, обуславливают одно из самых интересных и важных свойств человеческой памяти — сочетание огромной информационной емкости с быстродействием. Вероятнее всего, быстродействие обуславливается не скоростью нейрофизиологических процессов, а совершенством организации памяти. Метод последовательного «перебора» всей информации вплоть до отыскания необходимых сведений для человеческой памяти непригоден, ибо при этом время поиска возрастает пропорционально объему запечатленной информации. Если бы мозг работал по такому методу, то для извлечения из памяти нужного слова понадобились бы не доли секунды, а значительные промежутки времени, и в результате речевое общение стало бы невыносимым.

Значит, должна существовать «система обращения к памяти», позволяющая быстро и почти безошибочно находить нужную информацию по признаку, адресу и т. д. Подчеркиваем — почти, ибо надежность памяти, как и вообще надежность, носит вероятностный характер и реализуется путем преодоления отказов и ошибок.

Система обращения не должна быть чем-то внешним по отношению к системе хранения, а является ее органической составной частью. Иными словами, сама система хранения информации должна содержать в себе ключ к произвольному поиску.

Способ кодирования информации играет здесь не последнюю роль. Слово — основная структурно-информационная единица в человеческой памяти, несущая не только семантическую нагрузку, но и постоянно выступающая элементом синтаксической структуры. Следовательно, синтаксис естественного языка также должен учитываться при изучении структуры ассоциативной памяти, поскольку синтаксические связи сл

тоже служат одной из предпосылок быстрodeйствия человеческой памяти. Не случайно психолингвистические исследования расширились в последние годы [7].

*Ось времени.* Весьма актуален и вопрос о «временной развертке» событий в памяти человека, тем более что предложенные экспериментальные схемы основаны лишь на более или менее правдоподобных гипотезах.

Как правило, события, сохраняющиеся в памяти человека, четко локализируются во времени, имеют разветвленную цепь ассоциаций и являются главными вехами жизненного пути — например, школьные годы, переезд в другую страну или другой город, годы военной службы и т. д. Последовательность этих событий служит той временной осью, к которой приурочиваются («привязываются») все прочие факты, и таким путем устанавливается их абсолютная и относительная давность.

Более детальная локализация во времени осуществляется на основе причин и следствий происшедшего при помощи логических выводов, исключаяющих одновременность каких-либо событий или устанавливающих между ними определенный интервал времени. Если эти логические операции подсознательны, то они создают ощущение давности, субъективно воспринимающееся как некое «чувство времени».

На самом деле существует, по-видимому, лишь «чувство времени», связанное с различными циклическими процессами в организме человека, например, с работой диэнцефальных областей, регулирующих чередование сна и бодрствования. Но временная перспектива такого «чувства времени» неглубока и ограничивается лишь продолжительностью суток.

Чувство же времени, охватывающее месяцы и годы, связано, вероятно, не с механизмом специальных «часов» в коре (в такой гипотезе просто нет необходимости), а с ассоциативной структурой памяти, реализацией в ней обычных логических операций.

## ВЫВОДЫ

Среди факторов, способствующих произвольному выбору из памяти тех сведений, которые необходимы человеку в данный момент, особенно важны следующие:

- 1) статистический вес ассоциативных связей;
- 2) динамическая, гибкая иерархия ассоциаций;
- 3) логические преобразования, реализуемые в ассоциативной памяти, т. е. связь памяти с мыслительными операциями, причем, логические операции рассматриваются как их статистическая равнодействующая;
- 4) способ кодирования информации, т. е. словесная символизация, и законы построения фраз, или синтаксис;
- 5) ось времени, позволяющая устанавливать отношения предшествования, одновременности и следования между элементами информации в памяти человека.

Предлагаемая модель ассоциативной памяти — первая попытка моделирования хода ассоциативного процесса, «свободного ассоциирования». Затем будут рассмотрены и воплощены те ограничения, которые должны быть наложены на ассоциативную сеть, чтобы свободное движение ассоциативного процесса превратилось в направленное мышление.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Э. Т. Головань. О «бионическом» моделировании памяти. Материалы конференции, посвященной проблемам памяти. Пушино, 1966.
2. А. Н. Лук. Память и кибернетика. Изд-во «Наука», 1966.

3. Э. Т. Головань, А. Н. Лук, В. С. Старинец. Моделирование некоторых свойств памяти. «Природа», 1965, № 9.
4. П. А. Шеварев. Обобщенные ассоциации в мышлении школьника. Изд. Акад. пед. наук РСФСР, 1959.
5. А. Н. Леонтьев. Развитие памяти. Изд-во МГУ, 1966.
6. А. Р. Лурия. Высшие корковые функции человека. Изд-во МГУ, 1963.
7. S. Evrip-Tripp, D. Slobin. Psycholinguistics. Annual Review of Psychology, 1966, vol. 17, pp. 435—474.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧЕЛОВЕКОМ ЦЕННОСТИ ИНФОРМАЦИИ

*Ю. Г. Игнатенко, В. А. Ловицкий*

Современная наука и техника решает сложные проблемы, которые требуют для своего решения использования больших объемов научной технической информации. Эффективная ориентация в возрастающем потоке научно-технической информации облегчается механизацией и автоматизацией информационного процесса. Технически реальна возможность создания автоматических информационно-логических систем для решения информационно-логических задач в экономике, науке, технике, медицине и других областях человеческой деятельности с помощью современных электронных цифровых машин. Особенно важны задачи, решение которых требует переработки словесной информации: обработка данных в системах материально-технического снабжения; накопление, поиск и выдача библиографической информации; накопление, поиск и выдача фактографической информации; машинный перевод; автоматическое реферирование и корректурные задачи; обработка историй болезней в клиниках; машинная медицинская диагностика и т. д.

Существует два подхода к решению этих задач. В одном случае ставится цель решить эти задачи любым возможным способом, но чем проще, тем лучше. В другом случае от вычислительной машины требуется, чтобы она решала их таким же образом, как это делает человек, даже если это кажется не самым эффективным методом.

При использовании первого метода, несмотря на определенные успехи, полученные результаты в машинном переводе, автоматическом реферировании, анализе фактографических данных и т. п. нельзя признать достаточно хорошими. Это объясняется, главным образом, малоизученностью алгоритмов, по которым человек успешно решает эти задачи, ибо ему свойственны высокая обучаемость, способность оптимизировать поведение, деятельность, принимать правильное решение даже на основе неполной информации, восстанавливать информацию, разрушенную при передаче, находить новые решения задач в непредвиденных ситуациях и т. д. В связи с этим очень актуальна задача расшифровки закономерностей переработки человеком словесной информации, использующихся им в процессе решения этих задач. Но эта переработка неразрывно связана с ее хранением, поэтому при исследовании человеческих алгоритмов необходимо учитывать также и свойства вербальной (словесной) системы памяти человека.

В процессе изучения этой проблемы была создана эвристическая модель некоторых процессов вербальной системы памяти [1—3], названная ЭВИВС (элементарное восприятие и воспроизведение слов). Модель, общий вид которой представлен на рис. 1, имеет три входа и один выход. На первый вход подается сигнал в виде букв, буквосочетаний, слов, словосочетаний или предложений; на второй — задание, указывающее

подкласс задач, к которому относится предложенная ЭВИВС задача. Например, на первый вход модели подано буквосочетание... НЦЕ (каждая точка обозначает пропущенную букву), а на второй — задание вместо точек вставить такие буквы, чтобы из входного буквосочетания получилась слово. Задание определяет подкласс задач, к которому, кроме данной задачи, относятся интерполяционная задача, экстраполяционные задачи и др., а выделенному подклассу задач соответствует определенный алгоритм, представляющий собой композицию алгоритмов решения каждой задачи указанного подкласса.

На третий вход модели подается так называемый сигнал установки. Понятие установки в определении Д. Н. Узнадзе [4] означает определенное предрасположение человека к определенной деятельности.

Для подтверждения правомерности введения входа установки мы повторили следующий эксперимент, проведенный ленинградскими психологами. Двум группам испытуемых предъявлялась фотография одного и того же мужского лица (сигнал, подаваемый на первый вход модели). Одной группе этот человек назывался разведчиком, а другой — преступником (сигналы, подаваемые на третий вход модели). Задание заключалось в составлении словесного портрета этого мужского лица. Приведем выдержку из протокола опроса первой группы испытуемых: «мужественное лицо, волевой подбородок, умные глаза» и т. д. Словесный же портрет, созданный второй группой испытуемых, совершенно другой: «...типичное лицо убийцы, пустые глаза, подбородок преступника» и т. д. В обоих случаях сигналы, подаваемые на первый и второй входы, одинаковы, различаются только сигналы установки, которые и определили различие выходных сигналов. Следовательно, введение входа установки необходимо.

Варьирование сигналов на всех трех входах модели позволяет проводить разнообразные эксперименты по решению словесных задач [5], одна из которых — определение человеком ценности входной информации. Осуществление этого облегчит автоматическое реферирование и рецензирование, машинный перевод, моделирование творческих форм работы мозга и др. Уже были намечены пути по использованию ЭВИВС для решения этой задачи [6]. Переходим к рассмотрению результатов конкретных экспериментов, проведенных с моделью.

Каждый человек субъективно оценивает действия, события, факты, поэтому у разных людей одна и та же информация может вызвать различную реакцию. Например, одни восторженно отзываются о прочитанной книге, другим же она не нравится. Таким образом, словесное объяснение фактов не может удовлетворить исследователя, так как при работе со словесными моделями сомнительно, чтобы все следствия вытекали только из явно высказанных предположений. И тут на помощь приходит кибернетика, подготовившая почву для своего наиболее эффективного метода — моделирования высших функций мозга на вычислительных машинах.

Новый метод исследования, получивший название эвристического моделирования, заключается в расчленении сложных психических процессов на элементарные информационные и последующем воспроизведении исследователем в ходе искусственного синтеза в вычислительной машине

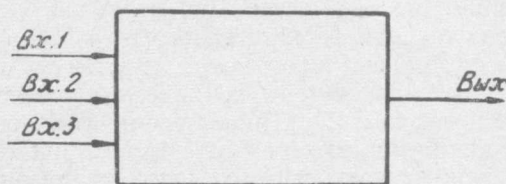


Рис. 1.

всех этих элементарных процессов. В результате реализации на ЭЦВ элементарных процессов выясняется, обеспечивает ли этот комплекс словесную деятельность, подобную деятельности мозга.

В практическом использовании этого метода различается ряд этапов. На первом этапе исследования проводится психологический эксперимент, и в результате анализа полученных данных создается гипотеза о протекании психического процесса при решении испытуемыми предъявленной задачи. Далее гипотеза выражается на языке программ, причем именно при составлении этих программ, позволяющих не только создавать и изучать системы психологических построений, но и выявлять другие, неожиданные, аспекты поведения системы и, таким образом, узнать на заранее не предугаданные следствия психологических предположений, человек занимался реальной эвристической деятельностью. Основными оппонентами эвристического программирования Ньюэлл, Шоу и Саймон рассматривают программу, способную имитировать поведение человека как теорию системы психических процессов и структур, лежащих в основе поведения [7]. Такие теории должны быть поставлены в один ряд с другими теориями, выраженными в математических символах. Ценность всех этих теорий зависит от того, какой диапазон явлений они объясняют и насколько экономно они их выражают. Следствия из них выводятся путем введения программы в вычислительную машину и наблюдения поведения возникающего в определенных ситуациях [8]. В настоящей работе испытание модели в той или иной конкретной ситуации заключалось в том, что в вычислительную машину закладывалась соответствующая программа, которая позволяла провести с ЭВИВС эксперименты по определению ценности словесной информации.

Анализ литературных данных, а также результаты собственных экспериментов и наблюдений позволили выдвинуть следующие предположения.

1. Ценность воспринимаемой человеком информации — субъективная величина, определяемая точкой зрения (ТЗ) человека. Под ТЗ понимаются сведения, которыми располагает человек по конкретной теме и в отношении к которым им оценивается входная информация.

2. При неоднократном повторении одной и той же информации изменяется ее ценность. В самом деле, услышанная несколько раз одна и та же острота, которая вначале оценивалась достаточно высоко, в конце концов вызывает только раздражение.

3. Ценность воспринимаемой человеком информации зависит от новизны.

4. На ценность информации, воспринимаемой человеком, влияет семантическое содержание.

Проверка высказанных предположений проводилась на ЭВИВС. Эта проверка экспериментов с ЭВИВС предшествовал этап ее обучения. Основной задачей обучения было формирование структуры памяти модели. О памяти модели следует говорить только в том случае, когда внешняя среда, представленная обучающими последовательностями, устроена так, что будущее часто повторяет прошлое; если бы прошедшие события повторялись в будущем, память была бы невыгодна. Организация формирования в любой последовательности сообщений, приходящих из внешней среды, заключается, в основном, в порядке следования этих сообщений, и поэтому структура памяти как человека, так и модели должна отражать этот порядок следования. Иными словами, структура памяти человека (модели) обязана отражать статистические свойства источников сообщений.

В связи с недостаточным объемом оперативной памяти ЭЦВМ «Урал-

на которой проводилось испытание модели в режиме определения ценности входной информации, память ЭВИВС была ограничена первым подуровнем второго уровня, образовавшегося в результате анализа обучающих предложений по парам слов. Обучение модели позволяет каждой паре слов на первом подуровне поставить в соответствие число, называемое весом и определяемое частотой повторения тех или иных пар слов в обучающих предложениях. Закон изменения веса пары слов  $W_i \rightarrow W_j$  (символ « $\rightarrow$ » читается «за ... следует ...») задается следующим соотношением, определенным для всех значений  $n = 0, 1, 2, \dots$

$$P_{n+1}(W_i \rightarrow W_j) = P_n(W_i \rightarrow W_j) + \lambda,$$

где  $P_n(W_i \rightarrow W_j)$  — вес пары слов  $W_i \rightarrow W_j$ , пропорциональный частоте повторений этой пары, обозначенной через  $n$ , в обучающих предложениях, т. е.  $P_n(W_i \rightarrow W_j) = n\lambda$ ;

$P_{n+1}(W_i - W_j)$  — вес этой же пары слов после  $n + 1$  повторения, т. е. в обучающих предложениях данная пара встретилась  $n + 1$  раз;

$$P_0(W_i - W_j) = 0;$$

$\lambda$  — коэффициент, зависящий как от «эмоционального» состояния ЭВИВС, так и от установки.

Обучающие предложения были объединены в два подтекста. Один подтекст состоял из 23 предложений на русском языке, второй — из 22. Каждый из подтекстов трактовался как определенная ТЗ. Так, первый подтекст отражал знание модели о море, второй — о спорте.

Сформированный в процессе обучения первый подуровень второго уровня памяти можно интерпретировать как систему, множество возможных состояний которой задано в виде конечного множества  $\Theta = \{W_1, W_2, \dots, W_q\}$ . Система характеризуется одним и только одним из этих состояний в каждый момент времени.

Конечное множество обучающих предложений обозначим через  $\Pi = \{F_1, F_2, \dots, F_n\}$  и будем считать его конечным множеством таких последовательностей состояний, каждая из которых определяет в процессе обучения пути переходов системы из одного состояния в другое и вероятности этих переходов, получаемые путем преобразования соответствующих значений веса слов и пар слов. Например, пусть на первом подуровне система из состояния  $W_i$  может перейти в одно из состояний  $W_{j_1}, W_{j_2}, \dots, W_{j_m}$  и пусть задано распределение весов  $P_{j_1}, P_{j_2}, \dots, P_{j_m}$ . Тогда вероятность  $p_{ij_2}$  перехода системы из состояния  $W_i$  в состояние  $W_{j_2}$  определяется по формуле

$$p_{ij_2} = \frac{P_{j_2}}{\sum_{v=1}^m P_{j_v}}.$$

Каждая обучающаяся последовательность начинается с состояния, называемого *начальным*, и заканчивается *конечным* состоянием. В результате обучения системы формируется конечное множество  $\Psi$  ( $\Psi \subset \Theta$ ) начальных состояний.

Функционирование системы заключается в последовательном переходе из одного состояния в другое, начиная с состояния  $W_{j_0}$  ( $W_{j_0} \in \Psi$ ). Каждый такой переход называется *шагом* процесса. Начальное состояние задается посредством некоторого случайного выбора, приводящего к состоянию  $W_{j_0}$  ( $W_{j_0} \in \Psi$ ) с вероятностью  $p_{j_0}$ . При переходе системы в состояние  $W_k$  ( $W_k \in \Theta$ ) ее функционирование заканчивается. Состояние  $W_k$  будем называть *поглощающим*, если из него невозможно перейти ни в какое другое состояние, т. е.  $p_{kk} = 1$ , где  $p_{kk}$  — условная вероятность перехода системы из состояния  $W_k$  в состояние  $W_k$ .

Связь между двумя состояниями называется ветвью, а путь — это последовательность ветвей, в которой конечное состояние одной ветви совпадает с начальным состоянием другой. В результате обучения в первом подуровне второго уровня можно выделить множество древовидных структур, корнями которых служат начальные состояния. Обозначив множество путей, выделенных на указанных деревьях и состоящих не более чем из одной ветви (не считая ветви, ведущей к поглощающему состоянию), через  $H_1$ , запишем соотношение

$$H_{\max} = H \cup (H_1 - (H \cap H_1)) = H \cup (H_1 - H),$$

где  $H_1$  в иной интерпретации представляет собой конечное множество предложений, длина ( $l$ ) которых не превышает двух (без учета конечного слова, роль которого в предложениях естественного языка выполняет точка).

$H \cap H_1$  — конечное множество обучающих предложений при  $l \leq 2$ ,  
 $H_1 - (H \cap H_1)$  — конечное множество новых предложений (т. е.  $F_i \notin H$  но  $F_i \in H_1$  при  $l \leq 2$ ).

В данной формуле используется понятие разности двух множеств, смысл которого очевиден из соотношения

$$H_i \cup H_j = (H_i - H_j) \cup (H_j - H_i) \cup (H_i \cap H_j).$$

Введем ряд определений, которые будут использоваться при описании проведенных экспериментов.

Последовательность слов будем называть *смысловым предложением*, если: а) оно начинается с начального слова и заканчивается конечным; б) принадлежит конечному множеству  $H_{\max}$ .

Последовательность слов, удовлетворяющую пункту «а», будем называть *несмысловым предложением*. В случае же, когда ни один из пунктов не удовлетворяет той или иной последовательности слов, имеем *словосочетание*. Эксперименты проводились только с предложениями, ценность которых устанавливалась по критерию А. А. Харкевича [9], согласно которому ценность информации для данной системы определяется изменениями, которые произойдут в ней после получения этой информации. Суть проведенных с моделью экспериментов заключается в следующем.

ЭВИВС предъявлялось 10 предложений. Первое предложение было взято из первого подтекста, т. е. оно было смысловым и не новым, и, кроме этого, принадлежало ТЗ, относительно которой и оценивались входные предложения. Первое предложение выглядит так: «Лежа на воде видишь, как парят они (чайки. — Ю. И., В. Л.) в чистом небе, то и дело падая вниз и ловко хватая рыбу из пучины».

Второе предложение получалось из первого путем перестановки пары слов: «Лежа воде на видишь, как парят они в чистом небе, то и дело падая вниз и ловко хватая рыбу из пучины». Третье получалось из второго путем перестановки следующих пары слов и так до десятого предложения, которое после соответствующих перестановок принимало следующий вид: «Лежа воде видишь на как они парят чистом в небе и то падая дело и вниз, ловко хватая рыбу из пучины».

Блок-схема алгоритма, который был использован ЭВИВС при определении ценности входных предложений, приведен на рис. 2. При составлении блок-схемы были использованы следующие сокращения: режим (реж.), установка (уст.), массив рабочих ячеек (МРЯ), счетчик (СЧ), печать причины останова (Пч. прич. ост.), вычисление (Выч.), дизъюнктивная ассоциативная сеть (ДАС), входное словосочетание (ВхС), знание (ЗН).

Данный алгоритм может работать в трех режимах. При  $r = 1$  в результате оценки входное словосочетание не включается ни в объем

знаний модели, ни в ТЗ. При  $r=2$  ТЗ не изменяется, но оцененное словосочетание расширяет объем знаний ЭВИВС, и, наконец, при  $r=3$  предъявленное словосочетание включается не только в объем знаний модели, но и расширяет ее ТЗ.

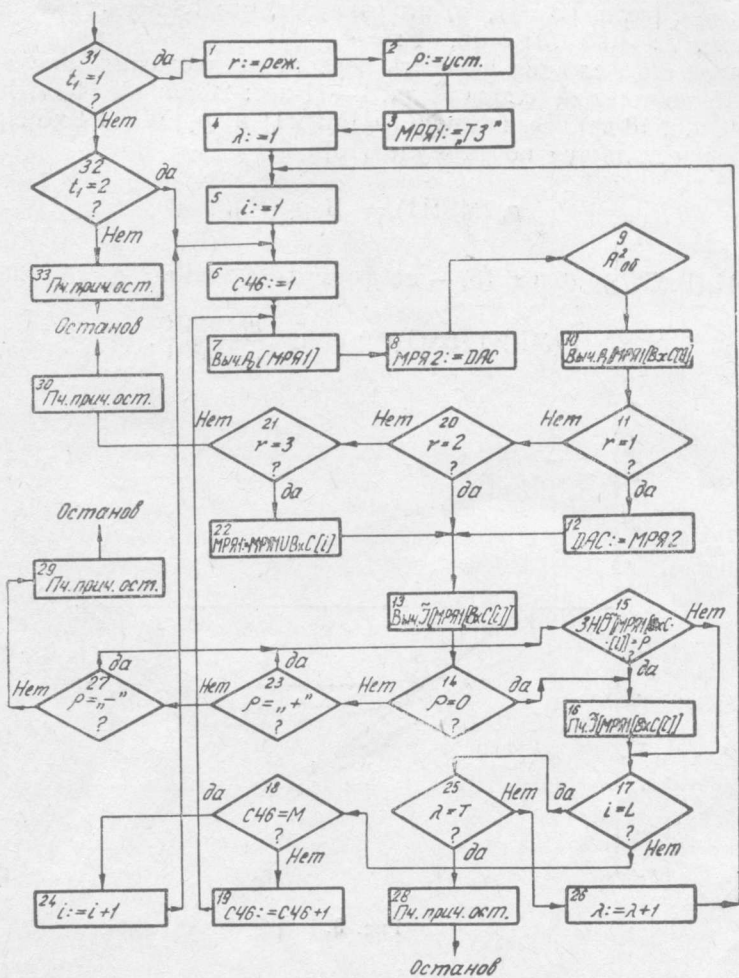


Рис. 2.

На работу алгоритма влияет и сигнал установки, обозначаемый через  $\rho$ . Если  $\rho = «+»$ , то ЭВИВС пропускает на выход только такие последовательности, которые она оценила положительно; при  $\rho = «-»$  — пропускаются только «отрицательные» последовательности, а если  $\rho = «0»$ , то независимо от знака все оцененные последовательности печатаются моделью. Следует отметить, что значение  $\lambda$  тоже определяется установкой, но если  $\lambda$  влияет на оценку входной информации, то  $\rho$  позволяет характеризовать оцененную информацию с положительной ( $\rho = «+»$ ), отрицательной ( $\rho = «-»$ ) или с обеих сторон ( $\rho = 0$ ). В данной блок-схеме  $L$  обозначает число предъявляемых для оценки словосочетаний ( $L = 10$ );  $M$  — максимальное число повторений одного словосочетания ( $M = 16$ ), а  $T$  задает предел  $\lambda$  ( $T = 4$ ).

Рассмотрим работу алгоритма при проведении каждого из четырех экспериментов.

Эксперимент 1 предназначен выявить, как установка, выраженная весом  $\lambda$ , с которым модель оценивает входное словосочетание, влияет на его ценность. Экспериментатором для проведения этого эксперимента ряд величин присваиваются следующие значения:  $t_1 := 1$ , реж. := 2, уст. := 0, ТЗ := 1 (если ТЗ = 1, то это означает, что ТЗ представлена первым подтекстом),  $L := 10$ ,  $M := 16$ ,  $T := 4$ .

Вначале определяется ценность первого предложения при  $\lambda = 1$  для 1, 2, ..., 16 повторений (блоки 31-да; 1—11-нет; 20-да; 13, 14-да; 16, 17-нет; 18-нет; 19, ..., 18-да). Вычисление  $p_0$  [МРЯ1] и  $p_1$  [МРЯ1[ВхС[i]]] (блоки 7 и 10) осуществляется по формуле [10]

$$p_0(\text{МРЯ1}) = \prod_{v=1}^{23} p_0(F_v),$$

а  $\tilde{I}(\text{МРЯ1}(\text{ВхС}(i)))$  (блок 13) — по формуле

$$\tilde{I}(\text{МРЯ1}(\text{ВхС}(i))) = \log_2 \frac{p_1(\text{МРЯ1})}{p_0(\text{МРЯ1})}.$$

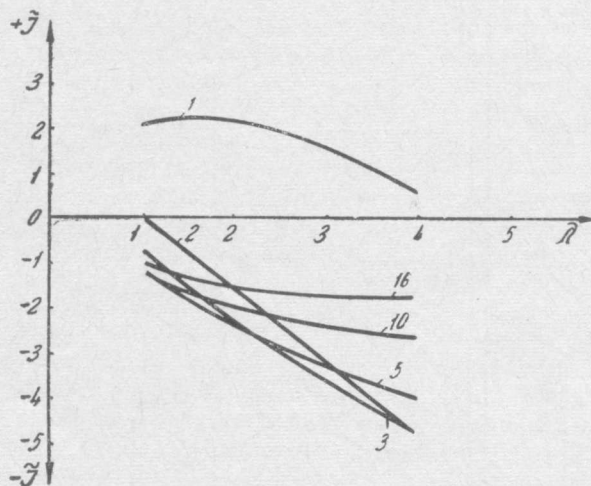


Рис. 3.

Затем аналогичным образом поступают со вторым, третьим и т. д. словосочетаниями (блоки 18-да, 24, 6, ..., 17-да). После того, как оценены все словосочетания при  $\lambda = 1$  (блок 17-да), увеличивают значение  $\lambda$  на единицу (блоки 25-нет и 26), и оценка входных словосочетаний повторяется уже рассмотренным образом (блоки 5, ..., 25-нет). Так продолжается до тех пор, пока  $\lambda$  не достигнет своего предела (блок 25-да). В этом случае алгоритм прекращает свою работу. Заметим, что при каждом увеличении  $\lambda$  производилось восстановление ДАС.

Результаты оценки 1; 5 и 10 словосочетаний при 1; 2; 3; 5; 10 и 16 повторениях представлены в виде кривых, изображенных на рис. 3, 4. Анализ кривых, приведенных на этих рисунках, позволяет заключить следующее:

1. Характер кривой 1 (рис. 3) можно интерпретировать так. Оценитель и ту же мысль можно по-разному донести до слушателей. Собственно говоря, искусство оратора в том и заключается, чтобы определенным интонацией, точным жестом обратить внимание слушателей на произносимую фразу.

сенную им фразу и тем самым предопределить вес, с которым эта фраза будет ими оценена. Но, в свою очередь, в зависимости от степени подготовки (ТЗ) каждого из слушателей произнесенная фраза требует к себе с их стороны вполне определенного внимания. Если внимание, с которым слушатель должен воспринять эту фразу, соответствует вниманию, с которым он ее воспринимает благодаря ораторскому искусству лектора, она оценивается слушателем максимальным образом (точка на кривой 1 для веса 2). В противных случаях ценность этой фразы будет меньше (точки на кривой 1 для веса 1, или 3, или 4).

2. Чем больше искажено входное словосочетание (т. е. чем оно бессмысленнее), тем в большей степени на его оценку влияет сигнал установки (кривые 1 на рис. 4 и 5).

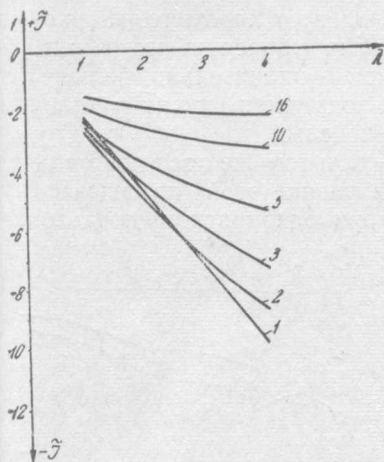


Рис. 4.

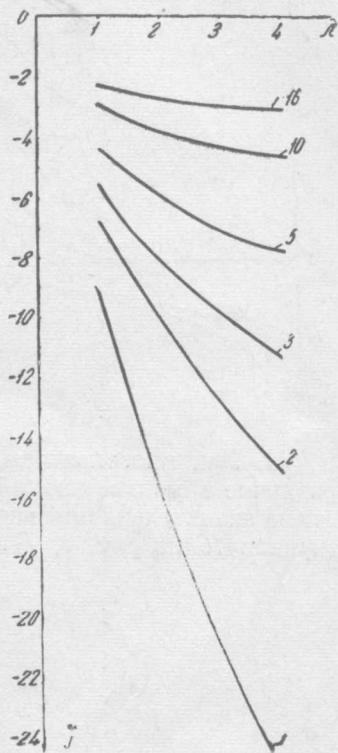


Рис. 5.

3. При большом числе повторений независимо от степени бессмысленности воспринимаемых словосочетаний на их ценность почти не оказывает влияние вес, характеризующий установку и используемый при оценке этих словосочетаний (кривые 16 на рис. 3, 4 и 5).

Эксперимент 2 позволяет выяснить, как ТЗ модели влияет на оценку предъявляемых словосочетаний. Для проведения этого эксперимента ряду величин присваиваются следующие значения:  $t_1 = 2$ ,  $r = 2$ ,  $\rho = 0$ ,  $\lambda = 10$ ,  $T = \lambda = 2$ ,  $M = 16$ ,  $i = 1$ .

В этом эксперименте ТЗ модели делится на пять частей. ТЗ=1 означает, что входные словосочетания оцениваются относительно первого подтекста; при ТЗ=2 первый подтекст сокращается на шесть предложений; при ТЗ=3 — еще на шесть и так до ТЗ=5. В последнем случае точка зрения модели состоит из одного предложения, представленного первым из оцениваемых предложений. В процессе эксперимента с ЭВИВС для каждой из пяти частей ТЗ предъявляются все десять словосочетаний осуществляется их оценка при неоднократном повторении каждого из них. В работе алгоритма при проведении данного эксперимента участ-

вует та же последовательность блоков, что и в предыдущем эксперименте. Полученные результаты для 1,5 и 10 словосочетаний приведены соответственно на рис. 6, 7 и 8 в виде множеств кривых. Каждая кривая множества отражает результаты эксперимента соответственно для 1, 2; 10 и 16 повторений.

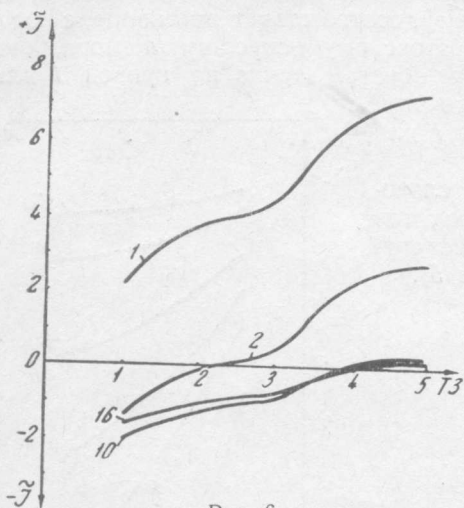


Рис. 6.

2. При многократном повторении одной и той же последовательности различие в уровне знаний сказывается на оценке этой последовательности в значительно меньшей степени, чем при однократном предъявлении (кривая 16 на рис. 6, 7 и 8);

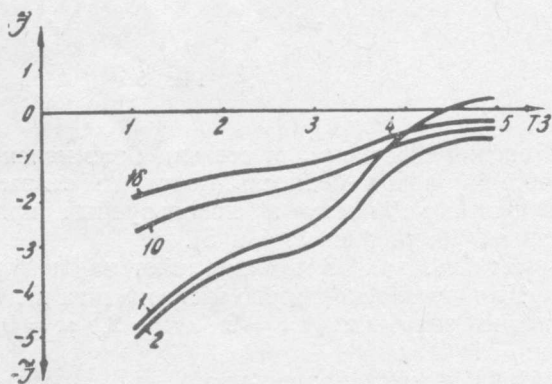


Рис. 7.

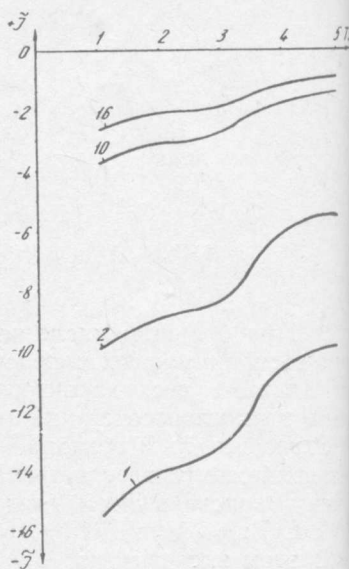


Рис. 8.

3. При неоднократном повторении одного и того же словосочетания на его ценность оказывает незначительное влияние степень организации этого словосочетания по сравнению с однократным предъявлением (кривые 1 и 16 на рис. 6, 7 и 8).

*Эксперимент 3.* Цель этого эксперимента заключается в том, что получить ответ на вопрос, каким образом изменяется ценность слово

четаний с различным семантическим содержанием от числа их повторений. В данном эксперименте семантическое содержание словосочетаний

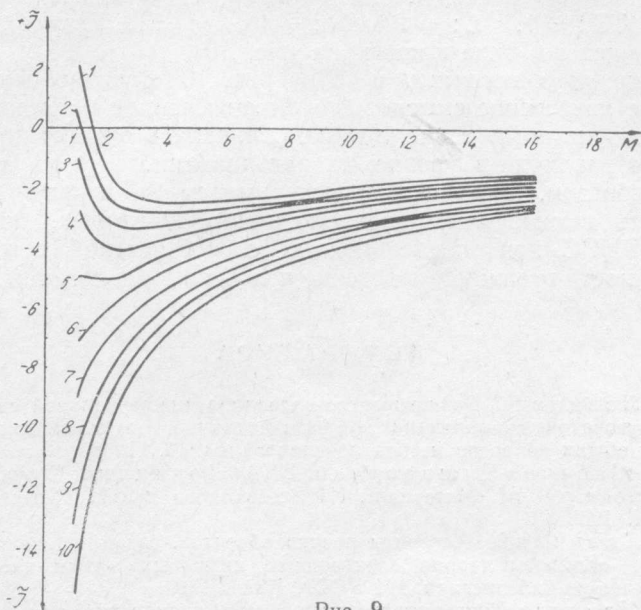


Рис. 9.

трактуются как степень их искажения, полученная путем перестановки слов в исходном предложении. Этот эксперимент проводился при следующих значениях ряда величин:  $t_1 := 2$ ,  $r := 2$ ,  $\rho := 0$ ,  $T := \lambda := 2$ ,  $L := 10$ ,  $M := 16$ ,  $i := 1$ ,  $TЗ := 1$ . Данный эксперимент проводился таким же образом, как и два предыдущие. Полученные результаты в виде семейства кривых представлены на рис. 9. Их сравнение между собой показывает, что словосочетания, которые вначале даже вызвали «интерес» модели, после многократных повторений надоедали (кривые 1 и 2 на рис. 9). В то же время к бессмысленным словосочетаниям, которые вначале оценивались крайне отрицательно, модель после неоднократных повторений привыкает (кривые 4, 5, 6, 7 и особенно 8, 9, 10 на рис. 9).

Интересно отметить, что при изучении ориентировочного рефлекса наблюдалась аналогичная картина. После нескольких применений одного и того же раздражителя (обычно от 5 до 15 применений) реакция исчезает (или, как принято говорить, угасает), но стоит лишь произвести самое незначительное изменение раздражителя, как реакция возникает снова [11].

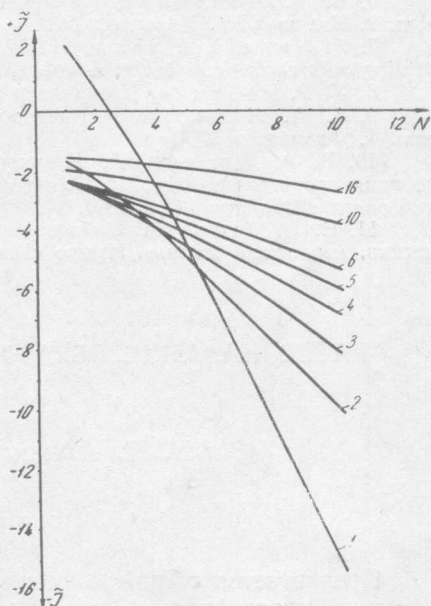


Рис. 10.

*Эксперимент 4* помог выяснить, как степень искажения исходного предложения влияет на его ценность. В этом эксперименте ряд величин был конкретизирован следующим образом:  $t_1 := 2$ ,  $r := 2$ ,  $\rho := 0$ ,  $T := \lambda := 2$ ,  $T_3 := 1$ ,  $L := 10$ ,  $M := 16$ ,  $i := 1$ . Результаты эксперимента изображены в виде кривых на рис. 10.

Сравнение двух кривых 1 и 16 на рис. 10 наглядно показывает, что многократное повторение смысловой и бессмысленной последовательностей слов, ценность которых вначале резко отличалась одна от другой, сводит почти на нет различие в уровне их организации.

Таким образом, проведенные эксперименты, во-первых, подтвердили правомерность высказанных предположений, во-вторых, показали, что поведение ЭВИС при оценке входных словосочетаний с той или иной степенью точности отражает поведение человека в аналогичных ситуациях.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Ловицкий. Эвристическое моделирование вербальной системы памяти. Докл. V Межвузовской конференции по физическому и математическому моделированию. Секция общих вопросов метода моделирования. М., 1968.
2. Ю. П. Шабанов-Кушнаренко, В. А. Ловицкий. Структурная модель вербальной системы памяти. Материалы III Всесоюзного съезда Общества психологов СССР, т. 1. М., 1968.
3. В. А. Ловицкий. Алгоритм поиска объектов, заданных неполным набором признаков. Сб. «Вопросы теории электронных цифровых математических машин», вып. 1. Изд-во Ин-та кибернетики АН УССР, Киев, 1969.
4. Д. Н. Узнадзе. Экспериментальные основы психологии установки. Сб. «Психологические исследования». Изд-во АПН РСФСР, М., 1966.
5. V. L. Flanchik, V. A. Lovitsky, P. B. Nevelsky. Heuristic Computer simulation of memorizing redundant messages. Short Communications prepared for the XIX-th. International Psychological Congress. Moscow, 1969.
6. В. А. Ловицкий. О ценности информации. Сб. «Проблемы бионики», вып. 2. Изд-во ХГУ, Харьков, 1969.
7. A. Newell, J. Shaw, H. Simon. Elements of the theory of human problem solving. «Psychological Review», vol. 65, № 3, 1958.
8. У. Р. Рейтман. Познание и мышление. Изд-во «Мир», 1968.
9. А. А. Харкевич. О ценности информации. Сб. «Проблемы кибернетики», вып. 4. Физматгиз, 1960.
10. В. А. Ловицкий. К вопросу о применении марковских цепей для исследования процессов памяти. Сб. «Нейрокибернетика» (труды III конференции по нейрокибернетике). Ростов н/Д., 1969.
11. Е. Н. Соколов. О моделирующих свойствах нервной системы. Сб. «Кибернетика, мышление, жизнь». Изд-во «Мысль», 1964.

## РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗОВ НА КОНЕЧНОМ МНОЖЕСТВЕ ОПИСАНИЙ

*Н. Н. Айзенберг, А. Г. Француз*

### Постановка задачи

Предлагается общий подход к проблеме обучения автоматов распознаванию (классификации (объектов и ситуаций, описываемых векторами — упорядоченными наборами переменных) «признаков»), каждая из которых может принимать произвольное конечное число значений.

Пусть задано множество  $E = E_{k_1} \times E_{k_2} \times \dots \times E_{k_n}$  — декартово произведение множеств  $E_{k_i} = \{0, 1, \dots, k_i - 1\}$ . Пусть существует неизвестное

нам разбиение  $[A_1, A_2, \dots, A_s]$  множества  $E = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_s$ ;  $A_i \cap A_j = \emptyset$ ;  $i, j = 1, 2, \dots, s$ ;  $i \neq j$ ,  $\emptyset$  — пустое множество. Множества  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, s$  назовем образами, а отнесение элементов  $X \in E$  к одному из множеств  $A_1, A_2, \dots, A_s$  — распознаванием образов.

Под обучающей выборкой  $A'_1, A'_2, \dots, A'_s$  будем понимать множество  $E' \subset E$ , заданное в виде  $E' = A'_1 \cup A'_2 \cup \dots \cup A'_s$ ; ( $A'_i \subset A_i$ ;  $i = 1, 2, \dots, s$ ). Обучающая выборка, результатом которой является формирование некоторого решающего правила, используется для «обучения» автомата. Под решающим правилом (РП) будем понимать алгоритм, реализующий в  $E$  некоторое разбиение  $[\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_s]$ . Эффективность РП обычно оценивается по некоторой мере соответствия разбиения  $[\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_s]$  истинному разбиению  $[A_1, A_2, \dots, A_s]$ . Заметим, что РП может быть сформировано в результате ряда последовательных дихотомий — например, поочередного объединения  $(s-1)$  подмножеств  $A_i$ ;  $i = 1, 2, \dots, s$  в одно множество. Это позволяет без потери общности рассматривать в дальнейшем разбиение  $[A, B]$ , где  $A = A_i$ ,  $B = E \setminus A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, s$ . Пусть  $A = A' \cup A''$ ,  $B = B' \cup B''$ ,  $A' \cap A'' = \emptyset$ ,  $B' \cap B'' = \emptyset$ . Рассмотрим подмножества  $A \subset A$ ,  $B \subset B$ , при которых  $A \cap A'' \neq \emptyset$ ,  $B \cap B'' \neq \emptyset$ . Будем считать, что РП, реализующее в  $E$  разбиение  $[\tilde{A}, \tilde{B}]$ , восстанавливает подмножество  $A(B)$  разбиения  $[A, B]$ , если  $\tilde{A} \supset A (\tilde{B} \supset B)$ . Учитываем также, что РП полностью восстанавливает разбиение  $[A, B]$ , если  $\tilde{A} = A$  и  $\tilde{B} = B$ .

Снабдим каждое из множеств  $E_{k_i}$  структурой аддитивной абелевой группы  $E_{k_i} = \langle E_{k_i} + 0 \rangle$ , вводя для элементов множества  $E_{k_i}$  операцию сложения по модулю  $k_i$ . Определим также структуру аддитивной абелевой группы на декартовом произведении  $E_{k_1} \times E_{k_2} \times \dots \times E_{k_n}$ , превратив его во внешнюю прямую сумму  $E_{k_1} + E_{k_2} + \dots + E_{k_n} = E$  абелевых групп  $E_{k_i}$ .

Основным исходным положением дальнейшего рассмотрения является возможность представления каждого из множеств  $A$  и  $B$  в виде объединения смежных классов по некоторым подгруппам группы  $E$  для любого разбиения  $[A, B]$ . Действительно, произвольное множество всегда можно рассматривать как объединение смежных классов по нулевой подгруппе. Однако, как будет видно из последующего изложения, для хотя бы частичного восстановления разбиения необходимо, чтобы в упомянутое объединение смежных классов входил хотя бы один смежный класс по ненулевой подгруппе.

### Канонические решающие правила и их свойства

Назовем каноническим решающим правилом (КРП) такое РП, в котором каждое из множеств  $\tilde{A}$  и  $\tilde{B}$  является объединением смежных классов по некоторым подгруппам группы  $E$ , сформированных по их представителям в обучающей выборке  $[A', B']$  таким образом, что при этом  $A' \subset \tilde{A}$ ,  $B' \subset \tilde{B}$  и  $\tilde{A} \cap \tilde{B} = \emptyset$ .

**Теорема 1.** Пусть  $[A, B]$  — некоторое разбиение и известно, что каждое из множеств  $A$  и  $B$  может быть представлено в виде объединения  $r_u$  смежных классов  $D_1^u, D_2^u, \dots, D_{r_u}^u$  ( $u = A, B$ ) по некоторым под-

группам группы  $E$  соответственно порядков  $d_1^u, d_2^u, \dots, d_{r_u}^u$ . Пусть далее в обучающей выборке  $[A', B']$  содержится  $l_i^u$  представителей смежного класса  $D_i^u$  ( $i = 1, 2, \dots, r_u$ ). Тогда по обучающей выборке  $[A', B']$  можно сформировать набор КРП, среди которых содержится КРП, восстанавливающее смежные классы  $D_i^u$ , для которых  $0 < l_i^u < d_i^u$ .

Пусть множества  $A$  и  $B$  разбиения  $[A, B]$  могут быть представлены в виде некоторого объединения смежных классов по некоторым подгруппам группы  $E$ . Назовем обучающую выборку представительной, если в ней содержится хотя бы по одному представителю каждого смежного класса из данного объединения.

**Следствие.** Пусть  $[A', B']$  — представительная обучающая выборка для некоторого неизвестного разбиения  $[A, B]$ . Тогда по обучающей выборке  $[A', B']$  можно сформировать набор КРП, среди которых содержится КРП, полностью восстанавливающее разбиение  $[A, B]$ .

Из теоремы следует, в частности, возможность таких разбиений  $[A, B]$ , для которых не существует обучающей выборки  $[A', B'] \neq [A, B]$ , дающей возможность сформировать КРП, частично или полностью восстанавливающие разбиение  $[A, B]$ . Множества  $A$  и  $B$  таких «абсолютно восстанавливаемых» разбиений могут быть представлены в виде объединения смежных классов лишь по нулевым подгруппам группы  $E$ .

Однако для двоичных векторов «абсолютно не восстанавливаемых» разбиений  $[A, B]$  не существует, что доказывает

**Теорема 2.** Пусть объекты описываются двоичными векторами  $k_i$  ( $k_i = k = 2; i = 1, 2, \dots, n; n \geq 2$ ). Тогда любое разбиение  $[A, B]$  можно представить в виде объединения смежных классов по некоторым подгруппам группы  $E$ , среди которых не все нулевые.

**Следствие.** Если все объекты описываются двоичными векторами ( $k_i = k = 2; i = 1, 2, \dots, n; n \geq 2$ ), то для любого разбиения  $[A, B]$  существует обучающая выборка  $[A', B'] \neq [A, B]$ , позволяющая сформировать набор КРП, среди которых содержится КРП, полностью восстанавливающее разбиение  $[A, B]$ .

### Алгоритм формирования набора КРП

Рассмотрим один из возможных алгоритмов формирования набора КРП, о котором говорится в приведенных выше теоремах. Если  $c$  — произвольное подмножество группы  $E$ , то через  $c$  будем обозначать подмножество элементов группы  $E$ , обратных элементам  $c$ . Образует множество  $A' + (-B')$ . Выявим для каждого из векторов  $a' \in A'$  подгруппы группы смежные классы по которым, порожденные данным вектором, не имеют пересечений с подмножеством  $B'$ . Все векторы — образующие такой подгруппы — имеют одинаковые нулевые компоненты с номерами, равными номерам компонент, не принимающих одновременно нулевых значений в одном из векторов множества  $a' \in (-A')$ . Аналогично выделяем подгруппы, соответствующих элементам  $b' \in B'$ . КРП может быть образовано по некоторому подмножеству множества выделенных с помощью приведенной процедуры подгрупп, которым удовлетворялось определение КРП. Пусть  $G_i$  — подгруппы, выбранные для формирования  $\tilde{A}$ , а  $G_j$  — подгруппы, выбранные для формирования  $\tilde{B}$ . Тогда КРП принимает вид

$$\tilde{A} = \bigcup_i (a_i + G_i),$$

$$\tilde{B} = \bigcup_i (b_i + G_i'),$$

где  $a_i \in A'$ ;  $b_j \in B'$ .

Конечно, часть или все подгруппы  $G_i$  и  $G_j'$  могут быть одинаковыми.

### Выбор оптимального КРП

Отдельные КРП, входящие в получаемый набор КРП, можно трактовать как РП, основанные на сформированных по заданной обучающей выборке  $[A', B']$  гипотезах о смежных классах, объединения которых образуют неизвестное разбиение  $[A, B]$ . Приведенные выше теоремы обеспечивают условия, предъявляемые к обучающей выборке, и открывают возможность формирования ряда гипотез, из которых по меньшей мере одна «угадывает» разбиение  $[A, B]$  частично (по непредставительной выборке) или полностью (по представительной выборке). Обычно, однако, априорные сведения о представительности обучающей выборки отсутствуют. Кроме того, обучение распознаванию образов должно в конечном счете привести к формированию одного РП, а не целого набора РП. Таким образом, возникает задача выбора оптимального в некотором смысле КРП из полученного набора.

При выборе КРП следует учитывать, что обучающая выборка часто является случайной независимой выборкой в соответствии с некоторой существующей на множестве  $E$  неизвестной вероятностной мерой. В силу этого выбор КРП является проблемой выбора статистической гипотезы, в некотором смысле оптимальной. Заметим, что описываемый ниже подход к выбору КРП из набора КРП является единым как для представительных, так и для непредставительных обучающих выборок. Таким образом, для формирования оптимального КРП по обучающей выборке  $[A', B']$  не требуется каких-либо априорных данных о соотношении обучающей выборки и неизвестного разбиения  $[A, B]$ .

Пусть для некоторого разбиения  $[A, B]$  каждое из множеств  $A$  и  $B$  представлено в виде фиксированного объединения некоторых пересекающихся смежных классов по подгруппам группы  $E$ . Обозначим через  $H_q$  гипотезу о том, что сформированное по обучающей выборке  $[A', B']$

помощью КРП  $R_q$  ( $q = 1, 2, \dots, r$ ) разбиение  $[\tilde{A}_q, \tilde{B}_q]$  совпадает с истинным разбиением  $[A, B]$ . Разобьем множества  $\tilde{A}_q$  и  $\tilde{B}_q$  на пересекающиеся подмножества соответственно  $T_{qi}^{(A)}$  и  $T_{qj}^{(B)}$  ( $(\bigcup T_{qi}^{(A)}) \cup (\bigcup T_{q-j}^{(B)}) = T$ ;  $i = 1, \dots, t_q^{(A)}$ ;  $j = 1, 2, \dots, t_q^{(B)}$ ) таким образом, что каждое из них будет состоять из элементов, входящих или в какой-либо один смежный класс, или в пересечение каких-либо смежных классов. Пусть в обучающую выборку  $[A', B']$  входит  $l_{qi}^{(A)}$  и  $l_{qj}^{(B)}$  элементов семейств\* соответственно  $T_{qi}^{(A)}$  и  $T_{qj}^{(B)}$ . Пусть далее на множестве  $T$  существует, вообще говоря, неизвестная вероятностная мера. Обозначим через  $P_{qi}^u$  условную вероятность попадания в обучающую выборку элемента подмножества  $T_{qi}^{(u)}$  ( $u = \tilde{A}_q, \tilde{B}_q$ ).

\* Будем полагать, следуя Бурбаки, что в семействе  $\bar{c}$  (в отличие от множества  $c$ ) одинаковые элементы могут встречаться несколько раз. Если образовать из некоторого множества  $c$  семейство  $\bar{c}$ , то их мощности, очевидно, связаны неравенством  $|\bar{c}| \geq |c|$ .

**Теорема 3.** Пусть для обучающей выборки  $[A', B']$  сформированы КРП  $R_q$  ( $q = 1, 2, \dots, r$ ), которым соответствуют гипотезы  $H_q$ , и пусть гипотеза  $H_q$  определяет набор чисел  $t_{qi}^{(A)}, t_{qj}^{(B)}, i = 1, 2, \dots, t_q^{(A)}; j = 1, 2, \dots, t_q^{(B)}$ . Тогда оптимальному КРП  $R_q$  (в смысле максимума апостериорной вероятности восстановления неизвестного разбиения  $[A, B]$  обучающей выборки  $[A', B']$ ) соответствует гипотеза  $H_q$ , доводящая до максимума значение условной вероятности  $P_q([A', B'])$  того, что разбиение  $[\tilde{A}_q, \tilde{B}_q]$ , соответствующее КРП  $R_q$ , порождает обучающую выборку  $[A', B']$

$$P_q([A', B']) = \frac{|A' \cup B'|!}{\prod_i t_{qi}^{(A)}! \prod_j t_{qj}^{(B)}!} \prod_{i=1}^{t_q^{(A)}} (\tilde{p}_{qi}^{(A)})^{t_{qi}^{(A)}} \prod_{j=1}^{t_q^{(B)}} (\tilde{p}_{qj}^{(B)})^{t_{qj}^{(B)}}$$

где  $\tilde{p}$  — оценка условной вероятности  $p$  по обучающей выборке.

Лучшей оценкой  $\tilde{p}$  в (\*) общем случае будет

$$\tilde{p} = \frac{t_{qi}^{(u)}}{|A' \cup B'|}.$$

Если все числа  $t_{qi}^{(A)}, t_{qj}^{(B)}, i = 1, 2, \dots, t_q^{(A)}; j = 1, 2, \dots, t_q^{(B)}$  не слишком малы (для прикладных задач такой не слишком малой величиной можно считать число  $\geq 2$ ), то вместо максимизации (\*) возможно сведение до минимума величины

$$F(H_q) = \left( 2\pi^{t_q^{(A)} + t_q^{(B)}} \prod_{i=1}^{t_q^{(A)}} t_{qi}^{(A)} \prod_{j=1}^{t_q^{(B)}} t_{qj}^{(B)} \right),$$

что приводит к тем же результатам.

Если условные вероятности  $p_{qi}$  зависят лишь от мощности множеств  $T_{qi}$  и пропорциональны им, то оценки  $\tilde{p}$  в (1) заменяются условными вероятностями

$$P_{qi}^{(u)} = \frac{|T_{qi}^{(u)}|}{|E|}, \quad u = A, B.$$

Итак, алгоритм построения оптимального КРП состоит из двух частей: алгоритма построения набора КРП и алгоритма выбора оптимального КРП из набора КРП в соответствии с теоремой 3.

## СТАТИСТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РАСПОЗНАВАНИЯ ЦВЕТОВЫХ ОТТЕНКОВ

*Е. П. Пулятин, В. В. Баранник, Г. М. Пулятина,  
И. В. Шульгин*

Свойство распознавания цвета — одно из существенных свойств зрительного анализатора, играющее важную роль в приспособлении человека к окружающей природе. Разработка математической модели процесса распознавания цвета и ее реализация с помощью специализированных приборов имеет большое значение в технике.

В качестве рецепторной части устройства для распознавания цветов могут быть использованы объективные фотоэлектрические колориметры, содержащие светочувствительные элементы и систему коррекции спектральных характеристик согласно трем кривым сложения цветов. Объективные колориметры ставят в соответствие каждому излучению на входе три уровня напряжения на выходе и однозначно характеризуют цвет входного излучения [1].

Ассоциирующее устройство, или блок анализа, может выполнять функции выделения различных характеристик цвета, в частности, светлоты и цветности, включая цветовой тон и насыщенность. Кроме того, ассоциирующее устройство осуществляет преобразование сигналов к виду, удобному для декодирования, и сравнение с эталонами.

Эффекторное устройство — исполнительное устройство, служащее для подачи сигнала о появлении излучения определенного цвета в цепи управления. Наиболее сложным является ассоциирующее устройство, как раз и рассматриваемое в настоящей работе.

Описания устройств для распознавания цвета в литературе несомненно сложны.

Так, в [2, 3, 5] для распознавания одного цветового оттенка предлагается использовать отдельную ассоциирующую схему, что приводит к неоправданному увеличению сложности оборудования при одновременном распознавании свыше ста оттенков. В [3] устройство для распознавания цветов построено фактически на базе универсальной вычислительной машины с двумя типами запоминающих устройств, причем одно из них — долговременное, требующее дополнительной схемы регенерации.

Вначале рассмотрим теоретические предпосылки конструирования устройств для распознавания цвета. В общем случае задача автоматического опознавания цвета сводится к установлению близости в определенном смысле между исследуемым цветом и эталонами. Минимальное расстояние определяет принадлежность исследуемого цвета к соответствующему классу, характеризуемому тем эталоном, для которого установлен минимум расстояния.

В общем случае цвет, различаемый глазом человека, не характеризуется одной точкой в трехмерном пространстве. Это связано с наличием порога нечувствительности, причем эти пороги различны по светлоте, цветовому фону и насыщенности [6]. Определение порога носит статистический характер. Кроме того, человек правильно распознает цвет при некоторых изменениях фона — например, потемнении или посветлении, при различных оптических шумах и т. д. Это свидетельствует о том, что распознавание цвета — статистический процесс.

Будем называть изображением цвета тройку чисел (напряжений) на входе датчика, однозначно характеризующих цвет входного излучения. Введем также понятие обобщенного образа цвета, понимая под этим множество изображений цвета одного класса, т. е. таких изображений, которые получаются в результате искажений  $k$ -го эталона:

$$F_k(x_1, x_2, x_3) = U_j(x_1, x_2, x_3) + r_{kl}(U_j) \quad (1)$$

$(j = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, m; l = 1, 2, \dots, q),$

$U_j$  — изображение цвета;

$n$  — количество распознаваемых по цвету входных излучений;

$F_k$  —  $k$ -й эталон цвета;

$m$  — количество распознаваемых цветов (эталонов);

$r_{kl}(U_j)$  — случайная функция искажений  $k$ -го эталона; причем при распознавании цвета можно полагать, что для различных эталонов  $r_{kl}(U_j)$  не пересекаются;

$q$  — число изображений цвета, образующих обобщенный образ  $x_1, x_2, x_3$  — числа (напряжения), характеризующие цвет излучения.

Для того, чтобы отнести некоторое изображение  $U_j(x_i)$ ,  $i = 1, 2, 3$  к одному из  $m$ -обобщенных образов цвета, необходимо вычислить вероятности гипотез о том, что данное изображение появилось в результате искажений того или иного эталона, и выбрать максимальную из них [7].

Вероятности гипотез  $P(U_j)(k)$  являются апостериорными вероятностями о принадлежности  $j$ -го изображения  $k$ -му эталону. Пользуясь байесовой схемой, можно записать для  $P(U_j)(k)$

$$P(U_j)(k) = \frac{P_k(U_j) P(k)}{P(U_j)},$$

где  $P_k(U_j)$  — условная плотность вероятности появления изображения  $U_j$  в результате искажения  $k$ -го эталона (функция правдоподобия);

$P(k)$  — безусловная (априорная) вероятность  $k$ -го эталона;

$P(U_j)$  — безусловная плотность вероятности появления данного изображения.

Критерий распознавания, основанный на вероятностях гипотез, на более совершенен, однако реализация его технически затруднена.

Исследуем метод гипотез в его геометрической интерпретации. Для выяснения вопроса о принадлежности изображения цвета к определенному обобщенному образу достаточно вычислить расстояния между той или иной исследуемого изображения и всеми эталонами, пользуясь, например, простейшей формулой

$$d_k = |U_j - F_k| = \sum_{i=1}^3 |x_{ij} - x_{ik}|$$

$$(j = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, m),$$

где  $U_j$  — изображение цвета, подлежащее распознаванию;

$F_k$  —  $k$ -й эталонный образ цвета, определяемый функцией искажения  $r_{kl}(U_j)$ ;

$x_{ij}$  —  $i$ -я компонента  $j$ -го изображения цвета);

$x_{ik}$  —  $i$ -я компонента  $k$ -го эталона.

Тогда некоторое изображение цвета будет отнесено к  $k$ -му эталону, если для него

$$d_k \leq d_n,$$

где  $d_n$  — пороговое расстояние, определяемое функцией искажений. Функция искажений  $r_k$  может быть задана заранее, если сформулированы определенные требования к точности, либо определена экспериментально из опытов с цветовыми порогами зрения человека.

Алгоритм распознавания, заданный соотношениями (3) и (4), используется в работах [2—4]. Область решений при этом будет иметь вид куба в трехмерном пространстве для расстояния в форме (3) либо шара для расстояния по Эвклиду. Ясно, что при конструировании устройств для распознавания цвета должны быть максимально использованы функциональные особенности цветового зрения человека.

В частности, известно различие порогов нечувствительности зрительной системы человека по трем каналам, что особенно характерно для таких характеристик цвета, как светлота, цветовой тон, насыщенность [8]. Отсюда вытекает необходимость индивидуальной регулировки  $d_n$  для каждой характеристики цвета.

Процесс распознавания при этом состоит в проверке неравенства

$$d_{ki} = |x_{ij} - x_{ik}| \leq d_{ni} \quad (5)$$

по всем трем характеристикам цвета и установлении пересечений минимальных значений  $d_{ki}$ , удовлетворяющих (5), которые в общем случае могут быть переменными, но должны принадлежать к значениям функции искажений  $r_k$   $k$ -го эталона из соотношения (1). Каждому излучению, имеющему изображение цвета  $U_j$  с компонентами цвета  $x_{ij}$  ( $i = 1, 2, 3$ ), можно поставить в соответствие матрицу расстояний  $d_{ki}$

$$(d_{ki}) = \begin{pmatrix} d_{11}d_{21} \dots d_{m1} \\ d_{21}d_{22} \dots d_{m2} \\ d_{31}d_{32} \dots d_{m3} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Для распознавания цвета достаточно зафиксировать лишь номер  $k_i$  по трем строкам матрицы (6), для которого имеет место (5). Проще всего с технической точки зрения определить  $k_i$  путем счета эталонов. Если для счета применять обычный двоичный счетчик, то задача установления пересечений найденных минимальных расстояний

$$\prod_{i=1}^3 d_{ki} = \min d_{k1} \wedge \min d_{k2} \wedge \min d_{k3} \quad (7)$$

легко может быть решена путем применения дешифраторов по каждому каналу и схем совпадения.

Формулы (3) — (7) использованы в качестве определяющих алгоритмов при разработке прибора для распознавания цветовых оттенков, предназначенного для измерения готовности различных изделий по цвету, сортировки деталей по цвету и т. д.

Работа прибора включает следующие этапы:

а) измерение цвета объекта и получение количественной и качественной оценки изображения;

б) определение кратчайшего расстояния между данным изображением и эталонами цвета по трем каналам;

в) дешифрация полученной информации, т. е. решение задачи о принадлежности данного изображения определенному обобщенному образу цвета.

Устройство состоит из следующих блоков: датчика (фотоэлектрического колориметра), блока анализатора и блока дешифрации.

Блок-схема прибора показана на рис. 1.

Сигналы с датчика  $\Phi$  в виде трех напряжений, соответствующих трем компонентам цвета, поступают на коммутатор каналов, позволяющий производить последовательную обработку информации. Управление коммутатором производится с помощью блока управления БУ.

Сигнал с коммутатора каналов поступает на схему вычитания по модулю, осуществляющую операцию определения расстояния по (4). Блок управления последовательно подает сигналы (уровни напряжения), соответствующие эталонам цветов, из блока эталонных напряжений.

С выхода схемы вычитания по модулю сигнал поступает на три пороговых элемента, значение порогов которых соответствует заданным порогам нечувствительности по каждой компоненте цвета.

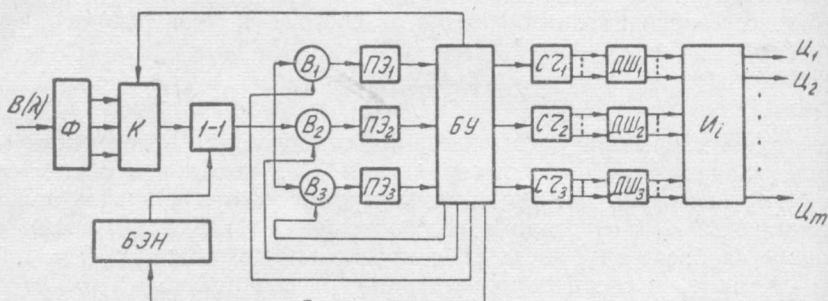


Рис. 1. Функциональная схема устройства для распознавания цветов:  $\Phi$  — фотоколориметр;  $K$  — коммутатор каналов;  $1-1$  — схема вычитания по модулю;  $V_1, V_2, V_3$  — вентили;  $ПЭ_1, ПЭ_2, ПЭ_3$  — пороговые элементы;  $БЭН$  — блок эталонных напряжений;  $сч_1, сч_2, сч_3$  — счетчики импульсов;  $ДШ_1, ДШ_2, ДШ_3$  — дешифраторы;  $И$  — набор схем совпадений;  $БУ$  — блок управления.

Блок управления в соответствии с состоянием коммутатора каналов посылает в соответствующий счетчик импульсы, количество которых равно количеству эталонных напряжений, поданных на схему вычитания по модулю. Таким образом, счетчик ведет счет эталонов, расстояние до которых измерялось. Счет прекращается в момент появления на выходе



Рис. 2. К построению блока эталонных напряжений.

порогового элемента, соответствующего данному каналу, сигнала о том, что расстояние между компонентой цвета испытуемого излучения и компонентой цвета эталонного образца, с которым ведется сравнение в данный момент, меньше заданного порога нечувствительности. При этом в счетчике запоминается номер эталона, расстояние до которого меньше заданного.

Затем блок управления производит переключение каналов, и аналогичный счет эталонов ведется по второму, а затем и третьему каналам. Если какой-либо пороговый элемент не срабатывает после перечисления всех эталонов, блок управления сигнализирует о том, что данный испытуемый образец не соответствует ни одному из имеющихся эталонов.

После окончания счета эталонов по третьему каналу в каждом счетчике будет записан порядковый номер соответствующего эталона.

Каждый дешифратор ставит в соответствие данному номеру эталона в счетчике возбуждение определенной шины на выходе. Набор схем совпадений, каждая из которых объединяет по одной шине от каждого дешифратора, позволяет получить на выходе возбуждение шины, соответствующей обобщенному образу цвета, к которому отнесено исследуемое изображение цвета.

Блок эталонных напряжений БЭН (рис. 2) представляет собой делитель, питающийся от стабильного источника постоянного напряжения  $E_{\text{н}}$  трех наборов ключевых схем, управляемых сигналами на выходных шинах дешифраторов. Число одновременно распознаваемых цветовых оттенков определяется числом эталонов.

Рассмотрим подробнее работу блока управления, функциональная схема которого представлена на рис. 3. При подаче сигнала *Пуск* триггер *T* переходит в состояние *O* и запускает схему формирования импульса установки нуля *Сх. „0“*, которая приводит в действие генератор импульсов *ГИ* и вызывает нулевое состояние счетчиков  $C_{ч1}$ ,  $C_{ч2}$ ,  $C_{ч3}$ , пересчетной схемы с тремя состояниями *ПС* и ключевых схем блока эталонных напряжений.

Пересчетная схема *ПС* обеспечивает работу прибора по первому каналу (переключает коммутатор каналов в соответствующее положение и подает запирающий сигнал на счетчики  $C_{ч2}$  и  $C_{ч3}$ ). Импульсы с *ГИ* начинают поступать в счетчик  $C_{ч1}$ . Сигналы с выхода дешифратора  $DШ_1$  поступают в блок эталонных напряжений БЭН и обеспечивают последовательное включение ключевых схем. После срабатывания порогового элемента  $ПЭ_1$  пересчетная схема *ПС* переходит во второе состояние, и в блоке эталонных напряжений включается второй набор ключевых схем. Прибор начинает работать аналогичным образом по второму каналу. После срабатывания порогового элемента  $ПЭ_3$  триггер *T* переходит в состояние *1*, включается индикатор получения результата и срываются колебания генератора импульсов *ГИ*.

В случае, если какой-либо пороговый элемент не срабатывает, сигнал с последней шины соответствующего дешифратора включит индикатор отказа.

Известно, что порог нечувствительности зрения зависит от уровня интенсивности входного излучения. Это приводит к необходимости регулировки порога срабатывания  $ПЭ$ .

Наилучший способ регулировки состоит в нелинейном (например, логарифмическом) изменении сигналов с фотодатчика  $\Phi$ .

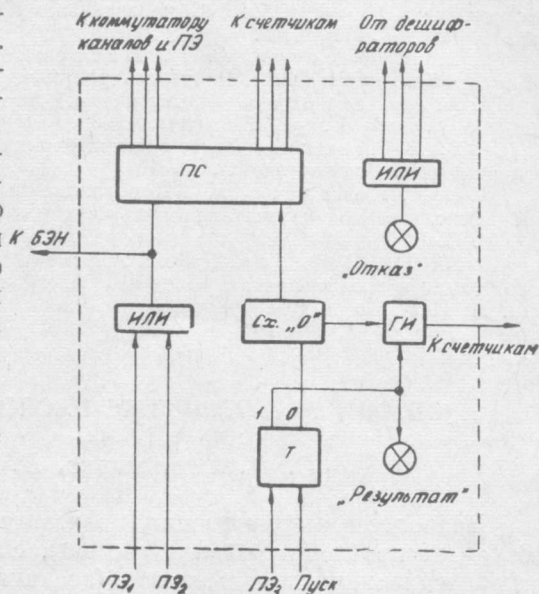


Рис. 3. Функциональная схема блока управления:

*ПС* — пересчетная схема; *Сх. „0“* — блок формирования импульса 0; *ГИ* — генератор импульсов; *T* — триггер.

Для осуществления возможности классификации оттенков цвета по светлоте, цветовому тону и насыщенности сигналы с выхода датчика цвета  $\Phi$  необходимо подвергать преобразованиям, аналогичным алгоритму цветового зрения человека [9].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Д. А. Шкловер, Р. С. Иоффе. Фотоэлектрический колориметр с непосредственным отсчетом цвета КНО-3. «Светотехника», 1957. № 10.
2. C. I. Joung. Apparatus for indicating presence of predetermined colour sample. Пат. США, № 3210557 от 5/X 1965.
3. И. Я. Березная, Г. Я. Буслович, Г. Я. Пудков. Измерение готовности изделия по цвету. Сб. «Вычислительная техника и вопросы программирования» вып. 4, Изд-во ЛГУ, 1965.
4. В. А. Фесечко, А. Н. Петренко. Устройства распознавания цветного объекта. «Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника», 1967, № 7.
5. А. И. Петренко. Автоматический ввод графиков в электронные вычислительные машины. Изд-во «Энергия», 1968.
6. В. В. Мешков. Основы светотехники, ч. II. Физиологическая оптика колориметрия. Госэнергоиздат, 1961.
7. В. А. Ковалевский. Корреляционный метод распознавания изображений. «Ж. вычислительной математики и математической физики», т. 1, 1962, № 4.
8. С. В. Кравков. Глаз и его работа. Изд-во АН СССР, 1950.
9. Ю. П. Шабанов - Кушнаренко. Математическая модель переработки информации в органе зрения человека. Сб. «Моделирование в биологии и медицине» вып. II. Изд-во «Наукова думка», Киев, 1966.

### ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ

*С. Н. Терентьев, В. М. Куценко*

В процессе автоматизации производственной деятельности человека возникает проблема создания системы, способной реагировать на некоторые ограниченным числом решений (реакций) исполнительных органов на множество изменений характеристик внешней среды. Как человек, так и автомат принимают решение на основе отождествления совокупности конкретных значений характеристик объектов или явлений с некоторым классом, в который объединяются объекты или явления, имеющие общие свойства. Отождествление производится на основе анализа совокупности характеристик. Принятое решение однозначно определяет реакцию системы на данную входную ситуацию.

Такие классы объектов или явлений называют образами, а общую проблему — проблемой распознавания образов\*.

Одно из направлений изучения и моделирования высшей нервной деятельности человека (в том числе и распознавания образов) — изучение характеристик живых организмов в целом и разработка методов построения новых технических распознающих систем, способных воспроизводить функции биологических систем, с последующей их реализацией.

Рассмотрим построение одного алгоритма распознавания образов на основе статистической теории распознавания.

Пусть поставлена задача распознавания двух классов объектов одной физической природы с качественно одинаковыми признаками. Такая цель может быть задана и в проблеме обнаружения сигнала сложной формы на фоне помех. Различие между классами — лишь в разных распределениях вероятностей значений признаков.

\* Вопросы статистической теории распознавания. Изд-во «Сов. радио», 1967.

Распознавание классов  $A$  и  $B$  осуществляем на основе теории проверки статистических гипотез. Выбор решения состоит в принятии или отклонении гипотезы относительно возможных признаков объекта по результатам наблюдений.

Оптимальным правилом решения о принадлежности предъявленного для распознавания объекта к классу  $A$  или  $B$  является сравнение отношения правдоподобия

$$\Lambda = \frac{W_n(x_1, \dots, x_n | A)}{W_n(x_1, \dots, x_n | B)} \quad (1)$$

с установленным порогом

$$\Lambda_0 = \frac{P(B) \Pi_{BA}}{P(A) \Pi_{AB}}, \quad (2)$$

где  $W_n(x_1, \dots, x_n | A)$  — условная  $n$ -мерная плотность распределения признаков  $x_1, \dots, x_n$  класса  $A$ ;

$W_n(x_1, \dots, x_n | B)$  — условная  $n$ -мерная плотность распределения признаков  $x_1, \dots, x_n$  класса  $B$ ;

$P(A)$ ,  $P(B)$  — априорные вероятности классов;

$\Pi_{BA}$  — плата (потери) за ошибку первого рода, когда принимается гипотеза  $A$  вместо  $B$ ;

$\Pi_{AB}$  — плата за ошибку второго рода, когда принимается гипотеза  $B$  вместо  $A$ .

Распознаваемый объект относится к классу  $A$ , если  $\Lambda > \Lambda_0$ , и к классу  $B$ , если  $\Lambda < \Lambda_0$ .

Рассмотрим встречающийся в практике случай, когда признаки классов независимы и имеют нормальное распределение.

При этом  $n$ -мерная плотность распределения значений признаков класса  $A$  равна произведению одномерных плотностей распределения

$$\begin{aligned} W_n(x_1, \dots, x_n | A) &= W(x_1 | A) \dots W(x_n | A) = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \sigma_{1A} \dots \sigma_{nA}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - m_{iA})^2}{\sigma_{iA}^2} \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

Аналогично для  $n$ -мерной плотности и распределение значений признаков класса  $B$ :

$$\begin{aligned} W_n(x_1, \dots, x_n | B) &= W(x_1 | B) \dots W(x_n | B) = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \sigma_{1B} \dots \sigma_{nB}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - m_{iB})^2}{\sigma_{iB}^2} \right], \end{aligned} \quad (4)$$

где  $x_i$  — случайная величина (значение  $i$ -го признака) с математическим ожиданием  $m_i$  и дисперсией  $\sigma_i^2$ ;

$n$  — количество признаков.

Подставив выражение (3) и (4) в (1), после соответствующего преобразования получим правило решения:

$$\ln \Lambda = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - m_{iB})^2}{\sigma_{iB}^2} - \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - m_{iA})^2}{\sigma_{iA}^2} + \ln \frac{\sigma_{1B}^2 \cdots \sigma_{nB}^2}{\sigma_{1A}^2 \cdots \sigma_{nA}^2} \cong \ln \Lambda_0. \quad (5)$$

Для  $P(A) = P(B)$  и  $\Pi_{BA} = \Pi_{AB}$  ( $\ln \Lambda_0 = 0$ ) правило решения (5) преобразуется к следующему виду:

$$K = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - m_{iA})^2}{\sigma_{iA}^2} - \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - m_{iB})^2}{\sigma_{iB}^2} \cong \ln \frac{\sigma_{1B}^2 \cdots \sigma_{nB}^2}{\sigma_{1A}^2 \cdots \sigma_{nA}^2} = K_0, \quad (6)$$

т. е. распознаваемый объект относится к классу  $A$ , если  $K < K_0$ , и к классу  $B$ , если  $K > K_0$ .

В общем случае, когда  $P(A) \neq P(B)$  и  $\Pi_{BA} \neq \Pi_{AB}$ , к правой части неравенства (6) прибавляется некоторая постоянная величина  $\pm C$ , определяемая априорными вероятностями классов и потерями при ошибочных решениях.

Проверка на ЭЦВМ полученного алгоритма (6) для  $n = 6$  показала его высокую эффективность при частично пересекающихся распределениях значений отдельных признаков.

## О МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ВИБРАЦИОННОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ

*А. Г. Мурашко, В. В. Тищенко*

В последние годы в нашей стране и за рубежом уделяется большое внимание исследованиям в области бионики, находящим различное применение в технике.

Много работ посвящено исследованию психической деятельности человека и внесению алгоритмов, лежащих в основе функционирования биологических систем, преобразующих ту или иную информацию, поступающую извне на сенсорные входы. Проблема анализа той или иной процедуры переработки информации биологическими системами актуальна в связи с широким применением вычислительных, информационных, логических и управляющих систем и машин не только в области физического, но и умственного труда людей.

В связи с этим изучение вибрационного анализатора поможет инженерам при проектировании технических систем.

Вибрационная чувствительность человека — генетически наиболее древний и мало дифференцированный вид ощущений, хотя недостаточно разработанный, но представляющий интерес для создания помехозащищенной информационной системы, свободной от акустических помех, также приборов, способных расширить возможности технических систем, воспринимающих зрительную и слуховую информацию.

Авторами ставится задача построения математической модели образования информации вибрационным анализатором, представляющей собой саморегулирующую систему с обратными связями типа рецепторное воспринимающее поле — проводящие нервные пути — мозговой анализирующий центр.

Основными свойствами вибрационного анализатора являются раздельная чувствительность и дифференциальный порог различения. Ч

ствительность характеризуется нижним и верхним абсолютными порогами различия. Абсолютный порог различия связывает абсолютную чувствительность и интенсивность раздражителя. Дифференциальный порог определяется минимальным различием между двумя раздражителями, вызывающими едва заметное различие в ощущении.

Порог  $I$  вибрационного ощущения является функцией многих параметров

$$I = \varphi(f, A, \tau, t^\circ \dots p), \quad (1)$$

где  $f$  — частота вибраций;

$A$  — амплитуда вибраций;

$\tau$  — время воздействия;

$t^\circ$  — температура вибратора;

$p$  — давление, оказываемое вибратором.

Известен основной психофизический закон Вебера — Фехнера, связывающий интенсивность ощущения с интенсивностью раздражителя

$$E = k \lg I + c, \quad (2)$$

где  $E$  — интенсивность ощущения;

$I$  — интенсивность раздражителя;

$k, c$  — константы.

Можно указать и на известные из психофизики соотношения, связывающие между собой интенсивности раздражения и ощущения.

#### 1. Закон Талбота

$$\int_{t_1}^{t_2} I_1(t) dt = \lim \int_{t_1}^{t_2} I_2(t) dt. \quad (3)$$

#### 2. Закон Портера—Айвса

$$f_{кр} = a \lg I + c, \quad (4)$$

где  $a, c$  — константы;

$f_{кр}$  — критическая частота.

#### 3. Закон Плато

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \int [I'_N(t)] = \lim_{N \rightarrow \infty} \int [I''_N(t)]. \quad (5)$$

#### 4. Закон Блоха — Шарпантье и др.

Разнообразные материалы научных опытов в области изучения и анализа сферы психической деятельности человека используются крайне слабо из-за трудностей в систематизации результатов исследований в силу нередкой противоречивости выводов при изучении одного и того же явления, из-за сложности получения количественных результатов в таких, в частности, описательных науках, как психология, псейропатология, физиология, педагогика и др., что однако не исключает получения важной информации, незаменимой при постановке экспериментов.

Для построения математической модели необходима проверка справедливости психофизических законов для вибрационного анализатора, методом черного ящика, вызванная тем, что систему, где единственным регистрирующим и анализирующим «прибором» является сознание, удобнее всего разбирать в физиологической целостности от входа до выхода. Поэтому вибрационный анализатор рассматривается как кибернетическое устройство, обрабатывающее информацию. Входными сигналами  $P$  являются вибрационные раздражения (вибрирующие поля, линии, точки, отдельные прикосновения и др.), выходными сигналами — кожные тактильные (вибрационные) ощущения  $T$ .

Задача моделирования вибрационного анализатора состоит в том, чтобы разгадать и математически описать закон преобразования вибра-

ционного раздражения.  $P$  назовем входной картиной в вибрационное ощущение,  $T$  — выходной образ, т. е.

$$T = f(P).$$

Решение указанной задачи требует выполнения ряда процессов, основными из которых являются:

- 1) изучение вибрационных сигналов с целью выбора необходимого и достаточного набора входных картин;
- 2) изучение способов формирования входных картин как стационарных, так и нестационарных;
- 3) налаживание устройств для точного измерения параметров входных сигналов;
- 4) разработка методики проведения экспериментов по проверке известных психофизических данных;
- 5) разработка методики оценки результатов экспериментов и обработка полученной информации.

Кроме того, необходимо сравнение действительных реакций вибрационного анализатора и реакции сформулированной математикой модели для определения достоверности модели и уточнения справедливости исходных предпосылок, а также с целью извлечения дополнительной информации, позволяющей вводить коррективы в первоначальную гипотезу о механизме преобразования информации в вибрационном анализаторе.

Эксперименты по проверке реакций математической модели на различные типы входных сигналов проводятся на аналоговых и дискретных машинах, с помощью которых реализуются математические модели. Эксперименты с участием человека проводятся на опытной экспериментальной установке, основными элементами которой являются прибор «Вибратор», построенный на пьезокерамических пластинках из титаната циркония свинца, с мощным широкополосным усилителем, блок корректуры, блок модуляции, многофункциональный генератор, измерительная аппаратура и др.

Весьма важны предварительные исследования, цель которых — выявить наиболее чувствительных участков кожи (например, фалангов пальцев с порогом чувствительности  $I = 2,6 \cdot 10^{-3}$  см) на определение ощущений в момент отдельных прикосновений (например, можно ощущать и до 10 прикосновений в секунду, ведь количество их зависит от индивидуальных особенностей испытуемого); определение частот, при которых прикосновения сливаются в плавное ощущение вибраций (например, заметное приближенное сходство с характеристиками слуха); определение максимальной чувствительности (например, оно обнаруживается в области 250 кол/сек, однако верхний предел неизвестен из-за технических трудностей); определение различимости вибраций по частоте (например, известно, что они различаются по частоте, хотя и не так ясно, как, скажем, звуки, воспринимаемые человеческим слухом, по их высоте); определение порогов по амплитуде движения кожи (не вибратора); подтверждение участия одних и тех же рецепторов в восприятии прикосновения и вибрации; определение возможностей искажения данных при изучении вибрации, вызванных тенденцией вибраций распространяться из раздражающей точки в другие области на значительное расстояние от исходной точки; определение быстроты, с которой происходит деформация кожи, и влияния скорости нанесения раздражения и т. д.

При проведении экспериментов необходимо учитывать адаптацию. Совсем неясно утверждение о том, что тактильной чувствительностью свойственна «быстрая адаптация» ввиду того, что последовательные прикосновения, частота которых достигает двадцати в секунду, могут в

приниматься отдельно (сравните со зрительными ощущениями). Это свидетельствует скорее не столько об усилении или ослаблении ощущений, сколько о способности тактильных рецепторов достаточно быстро успокаиваться при передаче ощущения от быстрого прерывистого тактильного раздражителя.

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ЧЕЛОВЕКА-ОПЕРАТОРА

*Б. А. Смирнов*

При исследовании систем человек-машина может возникнуть необходимость определения тех или иных характеристик человека-оператора. В тех случаях, когда невозможно поставить натуральный эксперимент (например, при проектировании системы, когда самой системы еще нет), единственным возможным способом оценки влияния деятельности оператора на характеристики системы является метод статистического моделирования [1].

В этом случае при разработке ТЗ на систему и во время ее проектирования важно прогнозирование надежности работы оператора, а также определение психофизиологических качеств человека-оператора, оказывающих наибольшее влияние на результаты его деятельности в данной системе. Для этого необходимо установить, какие ситуации в системе человек-машина будут возникать чаще всего, и при отборе операторов обращать внимание на наличие у них таких качеств, которые позволяли бы успешно работать при наличии тех или иных ситуаций.

Рассмотрим подробнее каждую из поставленных задач. Прогнозирование ошибок в работе оператора можно вести с позиций «микрподхода» к оценке надежности оператора. При этом результаты его деятельности рассматриваются в связи с протекающими психическими процессами, анализируются причины ошибочных действий.

Одна из наиболее существенных причин ненадежной работы — информационная перегрузка, т. е. такое состояние, когда в течение некоторого промежутка времени предъявленное количество информации превосходит возможности человека. При этом возможны два вида проявления перегрузки: переполнение оперативной памяти и дефицит времени.

Для установления вероятности возникновения ошибок должны быть определены вероятности возникновения рассмотренных ситуаций и проведен анализ деятельности оператора в этих условиях, позволяющий определить условную вероятность появления ошибок в рассматриваемых ситуациях.

Все ошибки операторов можно классифицировать на три вида. Ошибки первого вида своевременно исправляются самим оператором, т. е. не оказывают влияния на процесс управления. Ошибки второго вида хотя и исправляются оператором, но несвоевременно. Ошибки третьего вида оператором не исправляются и приводят к нарушению процесса управления. Используя формулу полной вероятности, можно записать

$$P_{\text{ош } j} = \sum_{i=1}^3 P_i P_{ji}, \quad (1)$$

где  $P_i$  — вероятность  $i$ -го состояния системы человек-машина, т. е. переполнения оперативной памяти, возникновения дефицита времени (без переполнения памяти), отсутствия перегрузки;

$P_{ji}$  — условная вероятность возникновения ошибки  $j$ -го вида ( $j = 1, 2, 3$ ) в  $i$ -м состоянии ( $i = 1, 2, 3$ ).

Нетрудно убедиться, что в данном случае вероятности  $P_i$  характеризуют полную группу несовместных событий. Они являются вероятностями интересующих нас состояний системы человек-машина и определяются в результате моделирования. Условные вероятности  $P_{ji}$  представляют собой характеристики самого человека-оператора и находятся либо экспериментально, либо ими задаются при проектировании на основании требований ТЗ.

Для выяснения ситуаций, вызывающих напряженность в работе оператора, возможна следующая методика. Определяются параметры  $(X_1, X_2, \dots, X_L)$ , которые могут свидетельствовать о возникновении напряженности. На основании изучения общих психофизиологических закономерностей деятельности оператора определяются максимально допустимые значения этих параметров  $(x_{1\text{доп}}, x_{2\text{доп}} \dots x_{L\text{доп}})$ . Вероятность возникновения напряженности за счет  $k$ -го фактора ( $k = 1, 2 \dots L$ ) равна

$$Q_k = P(X_k > x_{k\text{доп}}) = \int_{x_{k\text{доп}}}^{\infty} G_k(x) dx, \quad (2)$$

где  $G_k(x)$  — функция плотности вероятности величины  $X_k$ .

Величинами, с помощью которых оценивается возникновение напряженности в работе, принимаются следующие:

- 1) загруженность оператора  $\eta$ ;
- 2) время непрерывной работы (период занятости оператора)  $T$ ;
- 3) число предъявленных оператору сигналов  $k$ , подлежащих запоминанию;
- 4) время ожидания воспроизведения этих сигналов  $\tau_{\text{ож}}$ ;
- 5) коэффициент длины очереди  $\rho$ ;
- 6) время пребывания информации на обслуживании  $\tau_{\text{пр}} = \tau_{\text{ож}} + \tau_{\text{обсл}}$ .

Максимально допустимые значения этих величин, выведенные на основании анализа общих закономерностей операторской деятельности, следующие:  $x_{1\text{доп}} = \eta_{\text{max}} = 0,8$ ;  $x_{2\text{доп}} = T_{\text{max}} = 10 \div 15$  мин;  $x_{3\text{доп}} = K_0 = 5 \div 9$ ;  $x_{4\text{доп}} = \tau_{\text{ождоп}}$  (определяется для конкретного вида деятельности длительного следа  $\tau_{\text{сл}}$  кратковременной памяти);  $x_{5\text{доп}} = \rho_{\text{max}} = 0,3 \div 0,4$ ;  $x_{6\text{доп}} = \tau_{\text{прдоп}}$  (определяется системными соображениями). Вероятность возникновения  $k$ -го состояния напряженности ( $k = 1, 2, \dots, 6$ ) — вычисляется по формуле (2).

При формализации описания деятельности оператора учитываются основные психофизиологические закономерности его деятельности: недоступность обслуживания, процессы памяти, возникновение напряженности и утомления, возникновение ошибок и их исправление, взаимодействие операторов, влияние длины очереди, влияние вработызаемости, особенности протекания процесса управления. При формализации деятельности оператора использован аппарат теории массового обслуживания.

Недоступность обслуживания обусловлена периодами недоступности, наличие которых объясняется тем, что часть рабочего времени оператора предоставляется ему для отдыха, кроме того, у него могут быть и иные обязанности, непосредственно не связанные с обслуживанием поступающей информации.

Для описания особенностей памяти рассмотрены основные процессы, связанные с хранением и воспроизведением информации. В этих процессах участвуют два вида памяти: кратковременная и долговременная. Вновь поступающая информация попадает в кратковременную память, имеющую определенный объем  $K_0$ . Информация сохраняется в течение времени, не превышающего длительность следа кратковременной памяти.

дин из возможных способов определения объема кратковременной па-  
мяти и длительности следа рассмотрен в [3].

Информация, вытесненная из кратковременной памяти, направляется  
либо в долговременную память, либо теряется. Если информация не  
присутствует в кратковременной памяти, производится поиск ее в дол-  
говременной памяти. Информация, найденная в долговременной памяти,  
также воспроизводится. Однако время обслуживания увеличивается при  
этом на величину  $\tau_{\text{п}}$  — время поиска информации, или время обращения  
к долговременной памяти.

Вычисление вероятностей обслуживания кратковременной и долго-  
временной памятью, а также вероятности потери, обусловленной как  
переполнением памяти, так и длительным ожиданием, производится с  
помощью построения графа возможных исходов [4]. Вероятность потери  
используется в качестве вероятности  $P_{j/1}$  в выражении (1).

Напряженность в работе оператора может быть двух типов: опера-  
ционная и эмоциональная [2]. В работе рассмотрен способ моделирова-  
ния операционной напряженности, возникающей вследствие сложности  
выполняемой работы за пультом управления. Эмоциональная напряжен-  
ность не учитывается из-за трудностей количественного описания степе-  
ни напряженности такого вида.

При моделировании вводятся три степени состояния оператора: не-  
напряженное (нормальное), напряженное, перенапряженное. Напряжен-  
ное состояние оказывает мобилизующее действие, а перенапряженное  
является источником ошибок второго и третьего видов. Условия воз-  
никновения этих состояний можно записать следующим образом [5]:

$$\text{а) } k \leq 1, \quad (3)$$

$$\tau_{\text{обсл}} < \tau_{\text{прдоп}} - \tau_{\text{ож}};$$

$$\text{б) } 1 < k \leq K_p,$$

$$\tau'_{\text{обсл}} < \tau_{\text{прдоп}} - \tau_{\text{ож}} < \bar{\tau}_{\text{обсл}}; \quad (4)$$

$$\text{в) } k > K_0,$$

$$\tau'_{\text{обсл}} > \tau_{\text{прдоп}} - \tau_{\text{ож}}; \quad (5)$$

где  $k$  — количество одновременно предъявленных сообщений (длина  
очереди);

$\tau_{\text{обсл}}$ ,  $\bar{\tau}_{\text{обсл}}$  — ожидаемое оператором (математическое ожидание) время  
обслуживания в обычных и напряженных условиях;

$\tau_{\text{ож}}$  — время ожидания начала обслуживания.

Деятельность оператора в перенапряженных условиях оценивается  
вероятностью срыва  $P_y$ , определяемой на основании известных положений  
психологии установки. Эта вероятность используется в качестве  
вероятности  $P_{j/2}$  в выражении (1).

Для учета возможности совершения оператором ошибочных действий  
и их исправления требуется решение следующих задач: моделирование  
события «возникновение ошибки»; решение вопроса о судьбе сообщения,  
при обслуживании которого было допущено ошибочное действие; учет  
последствия потока ошибок.

Моделирование ошибок заключается в следующем. В результате  
экспериментальных исследований определяется вероятность совершения  
ошибки любого из видов при обслуживании поступившей информации  
 $P_{\text{ош}}$ , после чего по жребию выбирается соответствующий результат для

получения события «возникновения ошибки» [1]. Это имеет место при выполнении условия

$$P_{\text{ош}} < \xi,$$

где  $\xi$  — число, равномерно распределенное в интервале  $(0, 1)$ .

В процессе решения вопроса о судьбе требования, при обслуживании которого совершалось ошибочное действие, был принят следующий вариант: при совершении ошибки обслуживание требования прекращается и возобновляется только после исправления ошибки.

Последствие потока ошибок определяет взаимную зависимость вероятностных характеристик потока для двух непересекающихся между собой интервалов времени. С целью введения последствия  $P_{\text{ош}}$  задается как функция длины очереди. При этом последствие проявляется в том, что совершение ошибки и необходимость ее исправления приводят к увеличению длины очереди, а следовательно, и к увеличению вероятности ошибки при обслуживании последующих требований.

Взаимодействие операторов в процессе обслуживания поступающей информации может оказать как положительное, так и отрицательное влияние на результаты деятельности исследуемого оператора. Положительное влияние проявляется в возможности дублирования (резервирования) работы оператора. Введение резервирования приводит к уменьшению вероятности  $P_{\text{ош}}$  при незначительном увеличении времени обслуживания.

Можно показать, что при  $m$ -кратном резервировании

$$P_{\text{ош}}^{(m)} = 1 - \sum_{r=0}^M C_{N+M}^r (1 - P_{\text{ош}})^{M+N-r} P_{\text{ош}}^r,$$

$$\bar{\tau}_{\text{обсл}}^{(m)} = \bar{\tau}_{\text{обсл}} \left( 1 + \frac{1}{1 - P_{\text{ош}}} \right),$$

где  $m$  — кратность резервирования, равная

$$m = \frac{M}{N}.$$

Отрицательное влияние взаимодействия заключается в выполнении оператором дополнительной работы, связанной с контролем действий других операторов, проверкой получаемых от них данных, ответами на запросы, исправлением их ошибок и т. д. Для учета этого во входящий поток вводится дополнительный поток требований, обусловленный взаимодействием.

При рассмотрении динамики работоспособности оператора учитывается явление вработываемости и утомления. Для учета этих явлений основные характеристики деятельности оператора задаются в функции времени работы по обслуживанию информации.

Кроме рассмотренных выше особенностей, обусловленных психофизиологическими закономерностями операторской деятельности, при моделировании необходимо учитывать и ряд особенностей, вытекающих из характера решаемых задач: неоднородность входящего потока, приоритеты в обслуживании, особенности работы аппаратуры.

Неоднородность входящего потока заключается в том, что он состоит из требований  $n$ -типов. В этом случае необходимо определение законов распределения времени обслуживания для каждого из  $n$ -типов требований, а также вероятности принадлежности поступившего требования к  $j$ -му типу ( $j = 1, 2, \dots, n$ ). Некоторые типы требований могут обладать приоритетом по отношению к требованиям остальных типов.

С учетом вышеизложенных фактов был составлен моделирующий алгоритм и проведено моделирование деятельности оператора на ЭВМ М-2

Упрощенная блок-схема моделирующего алгоритма приведена на рисунке. Блок 1 формирует моменты поступления  $t_i$  очередных сообщений в соответствии с заданным законом распределения. Блок 2 производит подсчет числа  $K$  сообщений, одновременно находящихся на обслуживании. Блок 3 проверяет логическое условие  $t < \xi$ . Выполнение этого условия свидетельствует о наличии резервирования при обслуживании данного сообщения.

Блоки 4 и 5 производят вычисление основных характеристик деятельности оператора: вероятности ошибочного действия и времени обслуживания. Блок 6 проверяет возникновение информационной перегрузки в соответствии с выражением (5). В зависимости от результатов этой проверки блоки 7 и 8 моделируют процесс обслуживания сообщения в напряженных и нормальных условиях.

Блок 9 производит вычисление величин  $X_k$  ( $k = 1, 2, \dots, 6$ ), с помощью которых оценивается возникновение напряженности в работе, а блок 10 производит сравнение этих величин с предельно допустимыми. При выполнении условия  $X_k > x_{k, \text{доп}}$  блоки 12 и 14 производят подсчет числа случаев возникновения напряженности за счет  $k$ -го фактора и ошибок  $j$ -го типа.

Блок 11 обеспечивает проведение необходимого числа реализаций  $N$ , а блок 13 выводит на печать значения счетчиков  $n_k$  и  $N_j$ .

Для оценки вероятностей  $P_{\text{ош } j}$  и  $Q_k$  использованы относительные частоты появления соответствующих событий

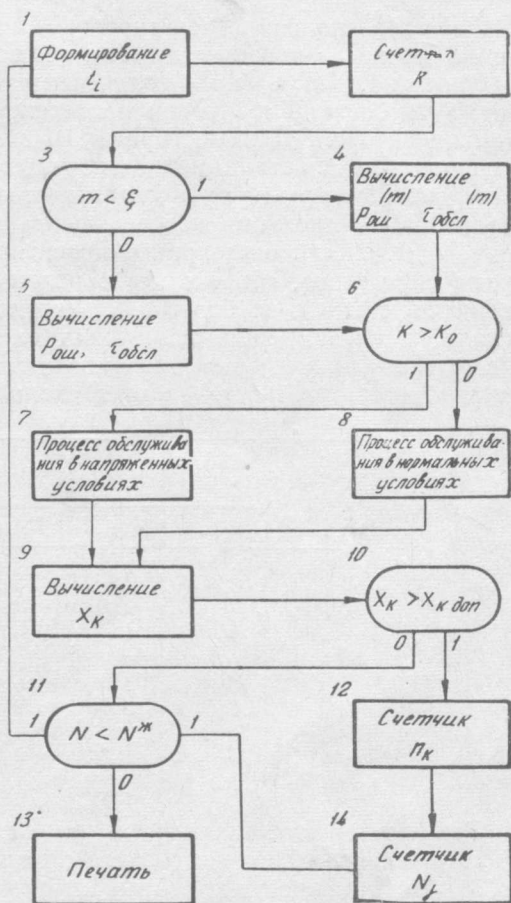
$$P_{\text{ош } j} \approx P_{\text{ош } j}^* = \frac{N_j}{N}; \quad Q_k \approx Q_k^* = \frac{n_k}{N}; \quad (3)$$

где  $N_j$  — число ошибок  $j$ -го типа;

$n_k$  — число случаев возникновения напряженности за счет  $k$ -го фактора;

$N$  — общее число реализаций.

При проведении моделирования в качестве переменных могут быть введены различные индивидуальные психофизиологические характеристики операторов — например, объем кратковременной памяти  $K_0$ , способность к переключению фиксированной установки  $P_y$ , скорость работы (оценивается средним значением  $\tau_n$  и среднеквадратическим отклонением  $\sigma_n$  времени обслуживания). Рассмотрим в качестве примера влияние этих



характеристик на значения  $P_{\text{ош}_j}$  и  $Q_k$  для трех групп гипотетических операторов. В качестве характеристик примем следующие:

- I)  $K_0 = 7; P_y = 0,2; \bar{\tau}_{\text{обсл}} = 0,8\bar{\tau}_н; \sigma = 0,8\sigma_н;$   
 II)  $K_0 = 5; P_y = 0,3; \bar{\tau}_{\text{обсл}} = \bar{\tau}_н; \sigma = \sigma_н;$   
 III)  $K_0 = 3; P_y = 0,4; \bar{\tau}_{\text{обсл}} = 1,2\bar{\tau}_н; \sigma = 1,2\sigma_н.$

Согласно анализу литературных данных, группой II характеризуются специально не отбираемые из общей массы люди. Данные, характерные для группы I, могут быть получены в результате предъявления повышенных требований к степени профессиональной пригодности и обученности операторов. Данные группы III возможны в результате развития утомления или действия непредвиденных раздражителей.

Проиллюстрируем пути практического применения рассмотренной методики моделирования на следующем примере. Проводится моделирование деятельности оператора в проектируемой системе. Техническим заданием определено, что система в целом должна обеспечить вероятность искажения сигнала не более 0,001 (возможно искажение не более одного сигнала из тысячи) при темпе поступления  $\lambda$  не менее 8 сигналов в минуту. Результаты моделирования деятельности оператора ( $N = 3000$ ) для различных плотностей потока сигналов  $\lambda$  приведены в таблице.

$\lambda \backslash n_i$	I				II				III			
	10	8	5	2	10	8	5	2	10	8	5	2
$N_1$	52	48	47	42	55	52	49	44	57	53	48	46
$N_2$	3	1	0	0	15	9	5	1	30	22	17	15
$N_3$	4	2	1	0	5	4	2	0	7	5	5	3
$n_1, n_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_3$	10	6	2	0	16	9	3	1	19	15	6	2
$n_4$	2	0	0	0	3	1	0	0	5	2	0	0
$n_5$	72	10	2	0	102	46	10	2	169	90	30	15
$n_6$	9	6	1	0	14	9	4	1	18	12	6	3

Результаты моделирования, как следует из таблицы, показывают, что для произвольно выбранного контингента операторов (группа II) требования надежности передачи информации не выполняются (при  $\lambda = 8 \frac{1}{\text{мин}} P_{\text{ош}_2} > 0,001$ ). Профессиональный отбор способствует повышению надежности, однако предъявляемые ТЗ требования выполняются на пределе (для группы I  $P_{\text{ош}_2} + P_{\text{ош}_3} = 0,001$ ). Гарантированное выполнение требований ТЗ возможно только при  $\lambda < 8 \frac{1}{\text{мин}}$ . Очевидно, для гарантированного выполнения требований ТЗ по надежности необходимо предъявление более жестких требований к степени профессиональной пригодности и обученности операторов.

Из анализа величин  $n_1 - n_6$  видно, что для данного вида деятельности наиболее существенными являются следующие факторы напряженности: возникновение очереди на обслуживание ( $n_5$ ), переполнение оперативной памяти ( $n_3$ ), дефицит времени ( $n_6$ ). Для обеспечения высокой надежности управления при отборе операторов необходимо обращать внимание на наличие у них профессионально важных качеств, обеспечивающих устойчивую работу в этих условиях: способности к переключению внимания и памяти, объема оперативной памяти, эмоциональной

стойчивости в условиях дефицита времени. Методика проведения тренировок также должна предусматривать последовательное совершенствование этих качеств в ходе упражнений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Н. П. Бусленко. Моделирование сложных систем. Изд-во «Наука», 1969.
2. О. В. Овчинникова. Классификация состояний психической напряженности. Сб. «Материалы III Всесоюзного съезда психологов». Изд-во Акад. пед. наук СР, 1968.
3. Б. А. Смирнов. Статистические методы определения характеристик операционной памяти. «Вестник ХГУ», сер. психологии, вып. 3. Изд-во ХГУ, Харьков, 1970.
4. Б. А. Смирнов. О кибернетических моделях памяти. Сб. «Проблемы биологии», вып. 3. Изд-во ХГУ, Харьков, 1969.
5. Б. А. Смирнов. Некоторые особенности применения теории массового обслуживания при моделировании деятельности оператора. Сб. «Материалы семинара по вопросам теории и практики военно-инженерной психологии», ВИРТА имени А. Говорова, Харьков, 1969.

### ВРЕМЯ И СКОРОСТЬ ЗАПОМИНАНИЯ

*П. Б. Невельский*

Эффективность человеческого способа воспроизведения информации интересно исследовать создателей запоминающих устройств. По относительной скорости выборки информации память человека превосходит технические запоминающие устройства, так как емкость человеческой памяти на много порядков выше емкости машинной памяти, увеличение которой пока связано с замедлением выборки информации. Это обстоятельство определяет попытки создания запоминающих устройств на бионических принципах [2, 3]. Но способ воспроизведения информации человеком тесно связан с менее изученным способом ее запоминания, эффективность которого неизмеримо ниже эффективности запоминания в технических системах хранения информации. Даже такое простое запоминающее устройство, как фотокамера, заряженная фотопленкой, за тысячную долю секунды сохранит образ многих тысяч объектов, в то время как человеку приходится тратить много месяцев, чтобы как следует усвоить таблицу умножения. На основные различия человеческого и машинного способа запоминания впервые указали Леонтьев и Панов [4]: человек с феноменальной (машинной) памятью, который моментально запоминал и никогда не забывал длиннейшие ряды слов, цифр и бессмысленных слов, при воспроизведении (так же, как и машина) пользовался простым порядочным перебором. Поэтому для бионики изучение человеческого способа запоминания столь же важно, как и исследование воспроизведения.

Задача настоящего эксперимента — рассмотреть зависимость полученной в процессе запоминания информации и скорости запоминания (пропускной способности человеческой памяти) от времени запоминания. Методика опытов заключалась в следующем. Материалом для запоминания были последовательности 25 четверичных цифр (0, 1, 2, 3), отобранные по таблице случайных чисел и содержащие по две двоичных единицы и один символ. Из этих случайных и равновероятных последовательностей чисел составлялись матрицы для запоминания  $5 \times 5$ , как показано ниже.

3 1 2 0 1	1 0 3 1 1	3 0 2 3 3	0 1 1 2 3
0 3 3 0 2	1 3 3 0 2	0 2 2 0 1	2 1 3 1 2
2 0 0 2 1	0 2 0 0 1	2 1 1 0 2	2 0 0 1 1
1 0 3 1 0	3 0 1 2 0	3 1 0 0 1	0 1 2 2 1
3 1 0 3 2	2 2 2 0 0	1 1 2 0 0	3 1 3 1 2

Испытуемыми были 7 студентов механико-математического факультета университета, которым для запоминания в разное время зрительно предъявлялось по 16 различных матриц. Эксперимент состоял из четырех серий опытов, различавшихся по времени запоминания, которое равнялось 12,5; 25; 50 и 100 сек. По каждой серии с каждым испытуемым проводилось по 4 опыта с четырьмя разными матрицами. Непосредственно за запоминанием следовало письменное воспроизведение, и оно считалось правильным только в том случае, если цифры были записаны на том же месте. Вмещаемые забытых цифр (отказов) ставились под черки.

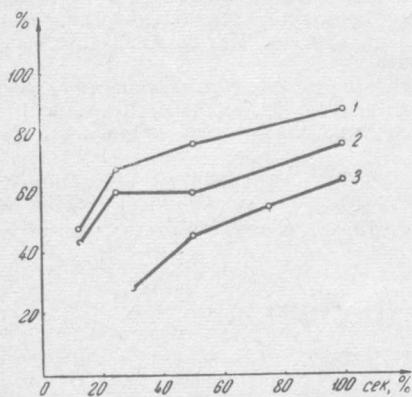


Рис. 1.

анализ полученных данных по Гарну [6] проводился следующим образом. Оценивались наблюдаемые вероятности появления сигналов (0, 1, 2, 3) на входе  $H(x)$ , появления ответов испытуемых, включая и отказ, на выходе  $H(y)$  и совместного появления сигнала и ответа  $H(x, y)$ . По этим вероятностям, согласно известным формулам Шеннона [8], оценивалась неопределенность сигнала

$$H(x) = - \sum p(x) \log_2 p(x),$$

неопределенность ответа

$$H(y) = - \sum p(y) \log_2 p(y)$$

и совместная неопределенность сигнала и ответа

$$H(x, y) = - \sum p(x, y) \log_2 p(x, y).$$

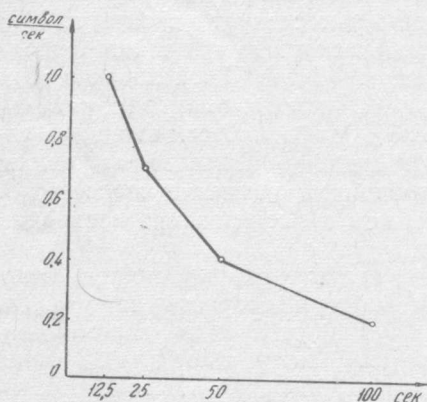


Рис. 2.

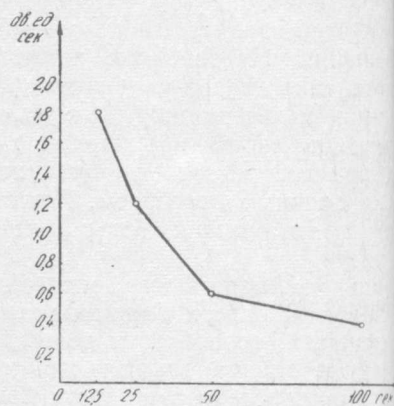


Рис. 3.

По этим данным и производилась оценка количества информации, переданной от сигнала к ответу, по следующей формуле Шеннона [8]:

$$T(x, y) = H(x) + H(y) - H(x, y).$$

Полученные при этом значения среднего количества информации умножались на число запоминаемых сигналов — 25.

Результаты опытов представлены в таблице и на рис. 1, 2, 3 (реферат).

Показатели объема памяти и скорости запоминания	Время запоминания, сек			
	12,5	25	50	100
Число правильно воспроизведенных символов	12	17	19	22
Переданная информация в двоичных единицах	22	30	30	38
Процент правильно воспроизведенных символов	48	68	76	88
Переданная информация в процентах	44	60	60	76
Скорость запоминания в символах в секунду	1,0	0,7	0,4	0,2
Скорость запоминания (пропускная способность памяти) в двоичных единицах в секунду	1,8	1,2	0,6	0,4

Опыты показали, что если за первые 12,5 сек в среднем воспроизводилось 12 символов, то за вторые 12,5 сек воспроизводилось на 5 символов больше, за вторые 25 сек — на 2 символа больше, и за вторые 50 сек — на 3 символа больше. Что же касается количества переданной информации, то увеличение времени запоминания с 25 до 100 сек не привело к увеличению объема памяти. Это объясняется тем, что, несмотря на увеличение числа правильных ответов, одинаково уменьшались и неопределенность ответа  $H(y)$ , и совместная неопределенность сигнала и ответа  $H(x, y)$  (4). Это, в свою очередь, объясняется уменьшением числа отказов (забытых, но не смешанных с другими символами).

Таким образом, значительное увеличение времени запоминания приводит лишь к небольшому увеличению воспроизведения. Увеличение времени в 8 раз привело к увеличению количества переданной информации только в 1,7 раза.

Вместе с тем опыты показали уменьшение пропускной способности памяти как функции времени запоминания. Увеличение времени запоминания в 8 раз привело к уменьшению скорости запоминания в 4,5 раза. Отсюда следует, что фактор времени для запоминания у человека не является главным. Таким главным фактором, как это принято и доказано в советской психологии памяти [1, 5], является деятельность. В нашем же случае деятельность испытуемых в процессе запоминания была очень обеднена, так как они располагали совершенно случайным и бессмысленным материалом, лишенным какой бы то ни было избыточности, закономерностей и ограничений. При запоминании осмысленного избыточного материала время запоминания, как известно, резко снижается, но даже и в этом случае остается непомерно большим по сравнению со временем запоминания в технических системах. Вместе с тем быстрое запоминание и прочное сохранение информации возможно также для живых систем. Видимо, оно просто нецелесообразно, так как затрудняет выборку полезной информации.

Не исключено, что длительное запоминание у человека является неизбежным следствием скорости воспроизведения — выборки информации (по отношению к емкости памяти), превосходящей современные запоминающие устройства, и что для ускорения выборки информации из технических запоминающих устройств в будущем полезно будет замедлить ввод информации и использовать некоторые черты человеческого способа запоминания.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. П. И. Зинченко. Непроизвольное запоминание. Изд-во Акад. пед. наук РСФСР, 1961.
2. Л. П. Крайзмер. Бионика. Госэнергоиздат, 1962.
3. Л. П. Крайзмер. Хранение информации в кибернетических системах.

В кн. «Информация и кибернетика». Сб. статей под ред. акад. А. И. Берга. Изд. «Сов. радио», 1967.

4. А. Н. Леснтьев, Д. Ю. Панов. Психология человека и технический прогресс. В кн. «Философские вопросы высшей нервной деятельности и психологии». Изд. АН СССР, 1963.

5. А. А. Смирнов. Проблемы психологии памяти. Изд-во «Просвещение», 1962.

6. W. R. Garner. Uncertainty and structure as psychological concepts. New York — London, Wiley, 1962.

7. E. S. Robinson, C. W. Darrow. Effect of length of lists upon memory for numbers. Amer. J. Psychol., 1924, vol. 35, pp. 235—243.

8. C. E. Shannon. A mathematical theory of communication. Bell Syst. Tech. J., vol. 27, pp. 379—423. Русск. пер. в кн. К. Шеннон. Работы по теории информации и кибернетике. Изд-во иностр. лит., 1963.

## ОБ ИНФОРМАЦИОННЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ СПЕЦИАЛЬНЫХ ЯЗЫКОВ

*П. Б. Невельский, М. Д. Розенбаум*

В больших системах совместно работают люди-операторы и электронные вычислительные машины. Для общения человека с машиной на современном этапе развития техники вполне возможно использование не только искусственных, но и естественных языков. Как показал Д. Ю. Панов [3, 4], в процессе развития естественных языков наблюдается повышение их информативности, и взрослый развитый человек стремится использовать более информативный язык. Для машины же проще использовать менее информативный язык. Поэтому предполагается, что общение человека с машиной должно осуществляться на основе некоторого компромисса между этими двумя противоположными тенденциями. Успешное решение проблемы общения человека с машиной, очень важное для будущего развития человечества, невозможно без исследований, результаты которых позволят определить, должен ли быть найден некоторый критерий, ограничивающий информативность человеческих языков для общения с машиной, или же нужно стремиться к тому, чтобы машины делались пригодными для общения на наиболее информативных языках [3, 4].

Разрешение этой проблемы затруднено из-за целого ряда нерешенных задач. Одной из них — информационным измерениям естественного языка, точнее, специального делового (профессионального) подязыка — посвящено настоящее исследование.

Рассмотрим два информационных параметра языка, его энтропию и избыточность.

Под энтропией языка будем понимать среднюю предельную условную энтропию на одну букву незнакомого текста как меру ее неопределенности, когда известна цепочка предшествующих букв этого же текста длиной от тридцати букв и более.

Относительной энтропией будем называть отношение энтропии текста  $H$  к максимальному значению  $H_{\max}$ , которого могла бы достичь энтропия текста при тех же символах. Относительная энтропия — показатель максимального сжатия, которое в принципе можно осуществлять кодированием без изменения алфавита.

Избыточность по [6] — единица минус относительная энтропия — является мерой организации символов, мерой ограничений, накладываемых на свободу их выбора, т. е.

$$R = 1 - \frac{H}{H_{\max}}. \quad (1)$$

Если мы говорим об избыточности языка или текста, равной 0,80, или 80%, то это значит, что появление букв текста на 80% связано со связанными вероятностными ограничениями (морфологическими, синтаксическими, семантическими, логическими и др.) и что при порождении речи мы свободны в своем выборе только на 20%, которые предоставляет относительная энтропия.

Невозможно оценить энтропию языка обычными статистико-информационными методами, так как для этого нужно было бы знать вероятности распределения всех возможных, по крайней мере, тридцатибуквенных соединений, что намного превышает наши вычислительные возможности.

Преодолеть эти трудности помогли психологические опыты. В современном языкознании и математической теории связи язык рассматривается как код с вероятностными ограничениями. При этом предполагается, что по своей структуре язык близок к оптимальному коду. Это позволяет думать, что человек — носитель языка, владея вероятностными оценками относительно его элементов, пользуется этими оценками при восприятии (декодировании) текста и его порождении (кодировании сообщения). На этих предположениях строится методика угадывания неизвестного текста, впервые предложенная К. Шенноном [7], а впоследствии усовершенствованная и дополненная Р. Г. Пиотровским, А. Н. Колмогоровым и др. [5].

Задача проведенного эксперимента заключалась в сопоставлении субъективных оценок энтропии и избыточности специального текста (относящегося к очень узкому профессиональному языку), получаемых при угадывании этого текста специалистами и неспециалистами в данной области, а также специалистами, в равной мере знакомыми с подязыком текста, но в разной мере знакомыми с самим текстом.

В качестве специального делового языка был взят язык документации, проходящей и обрабатываемой в финансовом отделе одного из предприятий Донецкой области. Текст объемом в тысячу букв был взят из «Журнала-ордера по затратам на производство». Этот «Журнал» представляет собой развернутый формуляр, ежедневно заполняемый цифровой информацией. Он содержит большое число рядов и колонок, наименования которых неизменны в течение нескольких лет, меняется только цифровая информация. Эти наименования и были взяты в качестве текста для угадывания:

ЮЖН Р-К ДАЛЬНИЙ Р-К ВСКРЫША ДОФ ИТОГО ЖДЦ ПЕРЕВОЗКА ПОГРУЗКА ЖДЦ ДАЛЬНИЙ УСЛУГИ ШПАЛОПРОПИТКА ПАРКОТЕЛЬНАЯ ВОДА УМЯГЧЕННАЯ ВОДА СЫРАЯ ЖД КРАНЫ ОТВАЛЬНОЕ Х-ВО ГАЗВОДА ЦРМЦ КИП ЭЦ ЭЛЕКТРОПОДСТАНЦИЯ СВЯЗЬ КИСЛОРОДНАЯ ЦКДМ РАБОТА ОСНОВ ЦЕХОВ ПАРКОТ СМУ КОМПРЕССОРА (им. пад. множ. ч. — П. Н., М. Р.) ЦКАТ ДРОБЛЕНИЕ КОНВЕЙЕР СКЛАД ЗАПАС ПО СБОРУ ЛОМА.

Этот текст, содержащий очень много сокращенных слов, высоко информативен, но почти совсем непонятен непосвященному человеку. Если этот текст «перевести» на общеизвестный русский язык, то он увеличился бы более чем вдвое.

Опыты проводились по методике [2]. Субъективная энтропия текста рассматривалась здесь как ненадежность угадывания, как ненадежность передачи информации с входа на выход, от буквы текста к ответу испытуемого. Ненадежность передачи информации — это условная энтропия входа, когда известен выход — условная энтропия текста, когда известен ответ испытуемого. Другими словами, это мера той неопределенности, которая остается в тексте после угадывания, или то количество инфор-

мации, которое испытуемый не в состоянии извлечь из текста, несмотря на знание предшествующей последовательности букв этого текста и ввиду своего прошлого опыта, т. е.

$$H_{\text{суб}} = H_y(x) = H(x, y) - H(y), \quad (2)$$

где  $H_y(x)$  — ненадежность угадывания;

$H(x, y)$  — совместная энтропия входа и выхода (диграммы «буква текста — буква в ответе испытуемого»);

$H(y)$  — энтропия выхода (угадывания)

или

$$H_{\text{суб}} = -\sum p_{ij} \log_2 p_{ij} + \sum p_j \log_2 p_j, \quad (3)$$

где  $p_{ij}$  — наблюдаемая вероятность (частота или относительная частота) совместного появления  $i$ -й буквы в тексте и  $j$ -й буквы в ответе испытуемого;

$p_j$  — наблюдаемая вероятность появления  $j$ -й буквы в ответе испытуемого.

Первую группу испытуемых из двух человек составляли специалисты со средним образованием и большим стажем работы по специальности, изо дня в день работающие с «Журналом» и вписывающие цифровую информацию в графы этого журнала, текст из которого они угадывали. Другими словами, это носители специального языка, хорошо знакомые с текстом.

Группы испытуемых	Испытуемые	Энтропия текста $H_{\text{суб}}$ , дв. ед.	Избыточность $R$ , %	Переданная информация $T(x, y)$ , дв. ед.	Ранг варианты $r$
Специалисты, хорошо знакомые с текстом	Х-ов	0,49	90,2	3,92	20
	П-ва	0,58	88,4	3,83	19
	<i>Среднее</i>	<b>0,53</b>	<b>89,4</b>	<b>3,88</b>	<b>19,5</b>
Специалисты, менее знакомые с текстом	Ш-ва	0,82	83,6	3,59	18
	З-ко	0,87	82,6	3,54	17
	Д-на	0,88	82,4	3,53	16
	Ф-ин	0,97	80,6	3,44	15
	<i>Среднее</i>	<b>0,89</b>	<b>82,2</b>	<b>3,52</b>	<b>16,5</b>
Специалисты, не знакомые с текстом	И-ов	1,16	76,8	3,25	14
	Я-ко	1,18	76,4	3,23	13
	Б-ва	1,20	76,0	3,21	12
	О-юк	1,22	75,6	3,19	11
	<i>Среднее</i>	<b>1,19</b>	<b>76,2</b>	<b>3,22</b>	<b>12,5</b>
Неспециалисты	М-ик	2,08	58,4	2,33	10
	В-на	2,80	44,0	1,61	9
	Г-ко	2,81	43,8	1,60	8
	О-ва	2,88	42,4	1,53	7
	М-ко	2,90	42,0	1,51	6
	О-ра	2,94	41,2	1,47	5
	С-ко	3,00	40,0	1,41	4
	К-ва	3,01	39,8	1,40	3
	Д-ко	3,16	36,8	1,25	2
	Ш-да	3,18	36,4	1,23	1
	<i>Среднее</i>	<b>2,88</b>	<b>42,4</b>	<b>1,53</b>	<b>5,5</b>

Значимость полученных различий при сравнении четырех групп испытуемых проверялась по критерию Крускала и Уоллиса [1, стр. 229] при  $p < 0,001$ .

Входящие во вторую группу из четырех человек специалисты готовили цифровые данные для указанного «Журнала» и были знакомы с текстом в значительно меньшей степени.

В третьей группе из четырех человек специалисты совсем не были знакомы с угадываемым текстом, но так же хорошо, как и другие, были знакомы со специальным языком этого текста.

Четвертую группу из десяти человек составляли лица со средним образованием, не знакомые ни со специальным языком, ни с текстом.

Такой состав испытуемых позволял, с одной стороны, сравнить субъективную энтропию и избыточность специального текста для носителей данного языка, в разной мере знакомых с текстом и незнакомых с ним вообще; с другой стороны, можно было сравнить эти параметры для неспециалистов и специалистов (носителей специального языка) в случае, когда текст для тех и других был неизвестен.

Результаты опытов по угадыванию специального текста приведены в таблице.

Как показали опыты, количество информации в тексте, объективно очень информативном, субъективно невелико для специалиста, хорошо знакомого со специальным языком, даже в том случае, если текст ему заранее неизвестен.

Таким образом, большая информативность специальных языков сочетается с большой субъективной избыточностью для их носителей, что связано с очень ограниченным запасом слов в таких знаках. Это обстоятельство следует учитывать при решении проблемы общения человека с машиной.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ж. Мот. Статистические предвидения и решения на предприятии. Изд-во «Прогресс», 1966.
2. П. Б. Невельский. Субъективная энтропия текста как ненадежность угадывания. Сб. «Проблемы языкознания. Докл. и сообщения советских ученых на X Международном конгрессе лингвистов, Бухарест, 1967». Изд-во «Наука», 1967.
3. Д. Ю. Панов. О проблеме общения человека с машиной. Сб. «Психологические проблемы системы человек — машина». (XVIII Международный психологический конгресс, Симпозиум 27). М., 1966.
4. Д. Ю. Панов. О взаимодействии человека и машины. «Вопросы философии», 1967, № 1.
5. Р. Г. Пиотровский. Информационные измерения языка. Изд-во «Наука», 1968.
6. К. Шеннон. Математическая теория связи. В кн. К. Шеннон. Работы по теории информации и кибернетике. Изд-во иностр. лит., 1963.
7. К. Шеннон. Предсказание и энтропия печатного английского текста. В кн. Работы по теории информации и кибернетике». Изд-во иностр. лит., 1963.

#### ВЫДЕЛЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПРИЗНАКОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ И КОДИРОВАНИЕ ЗНАКОВОЙ ИНФОРМАЦИИ

*С. Ф. Марченко, В. Г. Червов*

Для решения задачи распознавания необходимо выделять признаки, адекватные ее условию. При выделении этих признаков биологическими системами используются некоторые общие принципы, пригодные для решения любых задач. Физиологические и модельные исследования нервной системы и ее основной структурной единицы — нейрона показывают, что в процессе переработки поступающей информации из сообщений выделяются передаются по нервным волокнам только изменения наблюдаемого параметра. В основе такой обработки информации лежит процесс адаптации, присущий возбудимым образованиям на всех уровнях организации нервной системы [5]. Этот процесс обеспечивает поступление в высшие отде-

лы анализаторов совокупности параметров, характеризующих изменение наблюдаемого свойства объектов. Среди этих параметров важны относительная величина отклонения и количество различных его компонентов. Адекватное отражение содержания исследуемого изображения достигается таким упорядочением совокупности изменений параметров, которое осуществимо с учетом связи между ними.

Эти общие принципы анализа сообщений, используемые в анализаторах животных, были положены в основу работы модели пространственного анализатора [4]. При анализе за основную структурную единицу любого контурного изображения принимался отрезок линии, отличающийся постоянством наблюдаемых признаков и ограниченный с обеих сторон точками излома, в которых происходит резкое скачкообразное изменение наблюдаемого параметра (например, изменение направления исследуемого участка линии по отношению к предыдущему участку). В этих точках линия может ветвиться, поэтому они характеризуются количеством принадлежащих им ветвей (индексом). Контурные линии, их изломы и углы можно выделять как с помощью структур, организованных по принципу рецептивных полей и принципу бокового торможения [1, 2], так и с помощью прослеживающих движений всего рецепторного органа [3]. Практически эти операции осуществимы с помощью модели пространственного анализатора, воспроизводящей прослеживающие движения зрительного или осязательного рецепторных органов в процессе восприятия [4].

Изложенные выше принципы и средства позволяют обнаружить изменения наблюдаемых признаков линии контура и определить их параметры. Как уже отмечалось, с целью упорядочения этих характеристик необходимо учесть связи между ними. По данным психофизических исследований восприятия и формирования образов [3], эти связи учитываются путем соотнесения выделяемых признаков изображения с так называемой начальной точкой отсчета. По данным тех же авторов, такой точкой обычно является крайняя верхняя точка изображения. Однако нужно полагать, что алгоритм выделения начальной точки отсчета зависит от конкретной задачи исследования изображения.

Теперь коротко определим понятия, которыми будем пользоваться при анализе изображений. Контурная линия определяется как черно-белая граница изображения исследуемого предмета. Отрезок линии определяется как часть контурной линии с постоянными наблюдаемыми или производными параметрами — постоянной кривизной, постоянным направлением, постоянным законом изменения и т. д. Излом определяется как точка с резким скачкообразным нарушением постоянства наблюдаемого параметра линии и характеризуется величиной этого изменения. Если изображение составлено из линий одинаковой толщины (например, знаки, рисунки и т. п.), то излом можно характеризовать еще и количеством линий, принадлежащих этой точке, или индексом точки. Начальная точка отсчета определяется при наличии конкретного класса объектов, подлежащих исследованию, и служит для упорядочения параметров изменений наблюдаемых признаков с целью построения образа или описания, адекватного задаче исследования.

В качестве примера приведем анализ внешней контурной линии машинописных цифровых знаков, написанных от руки (рисунки). Основным признаком будем считать направление наблюдаемого участка линии. Согласно изложенному выше принципу, будем выделять только изломы. Так как исследуемые изображения образованы линиями примерно одинаковой и конечной толщины, то в качестве параметра

1234567890

ра, характеризующего излом, примем количество линий  $p_i$ , принадлежащих данной точке. В этом случае после анализа всем знакам можно будет приписать слова из некоторого алфавита  $A$ , отражающие присущие каждому знаку характеристики

$$A = \{p_1, \dots, p_i, \dots, p_n\}. \quad (1)$$

Например, первый знак на рисунке имеет восемь точек излома своей контурной линии. Четверем из них принадлежит по одной линии изображения знака и четверем — по три. У второго знака четыре излома, два из которых имеют по одной линии и два — по две. Третий знак имеет тоже четыре излома, три из которых обладают одной линией и один — тремя. Характеризуя таким образом все знаки, можно для каждого из них, согласно (1), записать соответствующее слово:

$$\begin{aligned} A_1 &= \{1, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3\} & A_6 &= \{1, 3\} \\ A_2 &= \{1, 1, 2, 2\} & A_7 &= \{1, 1, 2, 2, 2, 2\} \\ A_3 &= \{1, 1, 1, 3\} & A_8 &= \{3, 3\} \\ A_4 &= \{1, 1, 1, 1, 2, 2, 4, 4, 4, 4\} & A_9 &= \{1, 3\} \\ A_5 &= \{1, 1, 2, 2, 2, 2\} & A_{10} &= \{2, 2, 2, 2\} \end{aligned}$$

Из описания видно, что некоторые слова повторяются и, следовательно, неоднозначно отражают изображения исследуемых знаков. Такое описание не позволяет произвести полное разделение изображений знаков на непересекающиеся классы. Для облегчения решения этой задачи используем начальную точку отсчета, которую для данного класса изображений определим как верхнюю правую точку исследуемого знака. Начиная исследование изображения знака из этой точки, будем совершать обход по внешнему контуру в направлении против часовой стрелки до момента возвращения в исходную позицию. При этом фиксируем индексы точек изломов в том порядке, в каком они встречаются при обходе. Например, для первого знака (рисунке) начальная точка отсчета совпадает с точкой излома контурной линии знака, характеризующейся индексом 1 (правый конец верхней горизонтальной линии изображения), и все слово принимает вид  $A_1 = \{1, 1, 3, 3, 1, 1, 3, 3\}$ . Для второго знака в начальной точке отсчета нет излома. По мере обхода излом встречается в точке с индексом 1, и все слово принимает вид  $A_2 = \{1, 2, 1, 2\}$ . Производя анализ всех знаков по этому же правилу, получим для каждого изображения упорядоченную совокупность параметров его контура. Полное описание всех знаков при этом будет иметь вид

$$\begin{aligned} A_1 &= \{1, 1, 3, 3, 1, 1, 3, 3\} & A_6 &= \{1, 3\} \\ A_2 &= \{1, 2, 1, 2\} & A_7 &= \{2, 2, 1, 2, 2, 1\} \\ A_3 &= \{1, 1, 1, 3\} & A_8 &= \{3, 3\} \\ A_4 &= \{1, 4, 2, 1, 2, 4, 1, 4, 1, 4\} & A_9 &= \{3, 1\} \\ A_5 &= \{1, 2, 2, 1, 2, 2\} & A_{10} &= \{2, 2, 2, 2\} \end{aligned}$$

В полученном описании каждому изображению знака однозначно соответствует одно слово. Такое описание позволяет легко разделить исследуемый класс изображений и автоматизировать эти операции. Анализ полученных описаний свидетельствует об их избыточности. Для минимизации описания в каждом слове будем оставлять только такую последовательность индексов (не изменяя ее порядка), которая отличается от других лишь последним знаком. Для упрощения записи опустим запяты.

$$\begin{aligned} A_1 &= \{113\} & A_6 &= \{13\} \\ A_2 &= \{121\} & A_7 &= \{221\} \\ A_3 &= \{111\} & A_8 &= \{33\} \\ A_4 &= \{14\} & A_9 &= \{31\} \\ A_5 &= \{122\} & A_{10} &= \{222\} \end{aligned}$$

Полученное описание адекватно задаче классификации данного множества изображений цифровых знаков (рисунок). Аналогичным образом получены однозначные описания изображений машинописных буквенных знаков русского алфавита. Можно показать, что эти описания инвариантны к масштабу, непропорциональному изменению размеров знаков и переносу их в поле зрения.

Последнее описание цифровых знаков свидетельствует о том, что для полного их разделения нет необходимости исследовать все изображение, достаточно выяснить параметры лишь некоторых точек, характерных для данного знака. Это соответствует психофизическим данным процесса опознания изображений человеком [3].

Общность изложенных выше принципов анализа изображений и успешное применение их для классификации изображений знаков позволяет надеяться на применение этих принципов для автоматического анализа и распознавания любых геометрических изображений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. М. И. Венслаускас, А. М. Гутман. Опознавание элементов формы линии контраста и контура при помощи рецептивных полей и бокового торможения. Сб. «Бионика и биокибернетика», Рига, 1968.
2. В. А. Долятовский, И. Д. Пономарева, Г. В. Цепков. Многослойная сеть с латеральными связями для выделения признаков и опознания зрительных образов. Сб. «Моделирование в биологии и медицине», вып. 3. Киев, 1968.
3. А. В. Запорожец, Л. А. Венгер, В. П. Зинченко, А. Г. Русская. Восприятие и действие. Изд-во «Просвещение», 1967.
4. С. Ф. Марченко, В. Г. Червов. О структуре и функции пространственного анализатора (статья в настоящем сборнике).
5. В. Г. Червов, Ю. П. Бугай, С. Ф. Марченко. Некоторые способы преобразования информации в нервных клетках, исследованные на аналоговой модели нейрона. Тезисы докл. научно-технической конференции, посвященной Дню Радио. Харьков, 1966.

### О СТРУКТУРЕ И ФУНКЦИИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО АНАЛИЗАТОРА

*С. Ф. Марченко*

Первичной формой отражения человеком внешнего мира являются ощущения, составляющие начальный элемент психической деятельности. Материальная основа ощущений, восприятий, представлений, различных эмоциональных состояний — нервные импульсы, вызываемые внешними раздражителями. Воспроизведение на моделях и изучение механизма преобразования внешнего физического воздействия в первичный акт отражения поможет определить принципы эффективной переработки информации нервной системой.

Из всех видов человеческих ощущений наиболее эффективное взаимодействие с внешней средой обеспечивают зрительные и осязательные ощущения. Как показывают физиологические исследования [2—4], формирование целостных образов объектов внешнего мира — сложный и многогранный процесс. Он обеспечивается как специальными структурными образованиями рецепторов, так и различного рода движениями рецепторных органов.

По функциональному назначению эти движения можно разделить на два больших класса [3,8]. К первому классу принадлежат поисковые, установочные и корректирующие движения. С помощью поисковых и установочных движений определяется наличие предмета в поле зрения и его положение относительно собственного тела, осуществляется установка глаз

в исходную позицию и корректировка этой позиции. Исходной позицией, или начальной точкой отсчета, обычно является крайняя верхняя точка изображения. Характер установочных движений определяется не только типом изображения, но зависит от предыдущего опыта, обучения и решаемой задачи [3]. С помощью корректирующих движений рецепторный орган удерживается в установленной позиции.

Ко второму классу относятся собственно гностические движения, участвующие в построении образа, сличении и опознании объекта, изменении его характеристик и т. д.

При определенных условиях восприятия в функцию построения входит развертка контура в систему последовательных сигналов. В результате этой операции устанавливается определенное рода соответствие между множеством точек контурной линии изображения воспринимаемого объекта и точками отрезка времени, в течение которого осуществляется развертка. При этом движения зрительного или осязательного рецепторных органов определяются типом исследуемого изображения.

Анализ физиологических и психофизических данных, характеризующих работу зрительного и осязательного анализаторов в процессе восприятия, показывает, что для однозначного преобразования исследуемого изображения в набор сигналов, образующих исходный материал для дальнейшей обработки, в анализаторе необходимо предусмотреть чувствительный элемент, автоматический поиск изображений в поле зрения, движение чувствительного элемента по закону, определяемому типом исследуемого изображения.

Чувствительный элемент преобразовывает оптические сигналы от изображения в электрические, удобные для дальнейшей автоматической обработки. Автоматический поиск воспроизводит характерную черту активного взаимодействия всех животных со средой, обеспечивая обнаружение объектов. Наряду с активностью по выявлению предметов в поле зрения важнейшей особенностью акта отражения является выделение признаков предмета и слежение за их изменением в пространстве или во времени. Поэтому обеспечение движения чувствительного элемента по закону, определяемому характером изменения воспринимаемого признака в каждой точке изображения предмета,— основная задача, при осуществлении которой в живом организме используется принцип обратной связи.

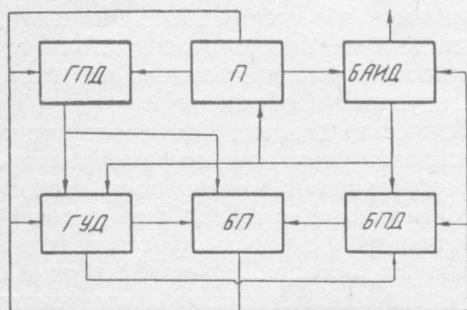
Воспринимаемый признак может подвергаться искажениям вследствие воздействия различных помех. Поэтому при выделении пространственного признака из помех необходимо предусмотреть возможность изменения пространственных характеристик, обеспечивающих фильтрацию помех, в блоке чувствительного элемента. В зрительном анализаторе эти функции могут выполняться пространственными структурами с различным характером распределения чувствительности, называемыми рецептивными полями.

При наличии датчика, чувствительного к одному определенному признаку объекта, путем непосредственных измерений можно получить характеристики только этого признака. Для получения же сведений о других параметрах исследуемого объекта необходимы либо наличие датчиков, адекватно отражающих эти признаки, либо осведомленность о характере отношений их к воспринимаемому признаку. По этим отношениям опосредованно можно выяснить и невоспринимаемые признаки, для чего надо предусмотреть устройство, обрабатывающее сигналы о воспринимаемом признаке по законам известных отношений с искомыми признаками.

Функциональная схема модели, удовлетворяющей перечисленным требованиям, представлена на рисунке. Основными узлами в этом

устройстве являются управляемый блок преобразования *БП* и блок анализа и измерения данных *БАИД*. Основой для реализации функционального блока *БП* служит один из видов электронной следящей развертки, применяемых для автоматического преобразования графической информации в электрические сигналы [6,7].

Работа модели пространственного анализатора, как и ее живого прототипа, начинается с поиска предмета, который может иметь произвольное положение в ее поле зрения. Эта операция выполняется с помощью генератора поисковых движений *ГПД*, управляющего положением чувствительного элемента блока преобразования. При обнаружении предмета в поле зрения чувствительным элементом с выхода последнего по-



ступает сигнал на генератор поисковых движений и прекращает его работу. Сигнал с выхода чувствительного элемента поступает также на генератор установочных движений *ГУД*, в блок прослеживающих движений *БПД*, блок памяти *П*, блок анализа и измерения данных.

По окончании работы генератора поисковых движений включается генератор установочных движений, с помощью которого поло-

жение чувствительного элемента фиксируется в начальной точке отсчета изображения исследуемого объекта. Начальная точка отсчета может быть различной для одного и того же изображения предмета при различных условиях его анализа, например, при изменении класса, в который входит данный объект, а также при изменении задачи такого анализа. После обнаружения начальной точки отсчета генератор установочных движений прекращает свою работу. После окончания его работы включается блок прослеживающих движений, управляющий движением чувствительного элемента по закону, определяемому в общем случае изменениями воспринимаемого признака анализируемого изображения. Эти движения обеспечивают получение информации об изображении исследуемого предмета. Блок прослеживающих движений может включать в себя различного рода фильтры. Работа этого блока прекращается по окончании анализа данного изображения предмета. Этот момент может характеризоваться возвращением чувствительного элемента в начальную точку отсчета или моментом получения достаточного количества информации об изображении предмета.

Возможность получения необходимой информации об исследуемом изображении предмета подтверждается следующими представлениями. Известно, что для решения определенного класса задач достаточно сведений о контурах изображений исследуемых предметов, так как основное содержание, отражающее их геометрические свойства, заключено в контурах. Контурную линию в каждой ее точке можно характеризовать координатами, углом наклона, кривизной, изломом и другими признаками.

Выделение признаков, необходимых для характеристики контурного изображения, всякий раз определяется конкретной задачей и условиями анализа. Так, для разделения знаков русского алфавита на гомоморфные классы достаточно использовать топологические признаки, выделяемые с помощью слежения по внешнему контуру или по центральной оси линии знака [1,5]. В этих работах знак представлялся в виде плоского

на графа, вершины которого выявлялись по излому. Однако явное определение излома в [1,5] отсутствует.

Если точку излома представить как резкое скачкообразное изменение наблюдаемого параметра линии по сравнению с предыдущим, то эти точки можно выделять с помощью прослеживающих движений чувствительного элемента описанной выше модели. Такое определение излома дает возможность включать в описания плоских геометрических фигур не только точки излома, характеризующиеся разветвлением и пересечением нескольких линий, но и точки пересечения двух линий, которые несут значительное количество информации о графических изображениях. Достаточно сказать, что для машинописных цифровых знаков эти признаки оставляют третью часть полного описания.

Таким образом, рассмотренная выше модель пространственного анализатора позволяет производить анализ плоских геометрических объектов, в результате которого исследуемое изображение преобразуется в набор временных сигналов. Особенностью работы модели является зависимость ее функциональных состояний от параметров исследуемого изображения. Это достигается включением цепей обратной связи между блоком анализа и измерения данных и блоком преобразования. Благодаря этому работа модели, как и ее живого прототипа, целиком определяется характером изображения исследуемого объекта.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Гармаш, В. С. Переверзев-Орлов, В. М. Цирлин. О квазитопологическом способе распознавания букв. Изв. АН СССР, ОТН, Энергетика и автоматика, 1960, № 3.
2. В. Д. Глезер. Механизмы опознания зрительных образов. Изд-во «Наука», 1966.
3. А. В. Запорожец, Л. А. Венгер, В. П. Зинченко, А. Г. Ружская. Восприятие и действие. Изд-во «Просвещение», 1967.
4. В. П. Зинченко, Б. Ф. Ломов. О функциях движения руки и глаз в процессе восприятия. «Вопросы психологии», 1960, № 1.
5. В. С. Переверзев-Орлов, В. Г. Поляков. Универсальный автомат для чтения печатного текста. Читающие устройства. Сборник докладов I Всесоюзной конференции по автоматической обработке научно-технической информации. ВИНТИ, 1962.
6. А. И. Петренко. Автоматический ввод графиков в электронные вычислительные машины. Изд-во «Энергия», 1968.
7. В. Г. Поляков, В. С. Переверзев-Орлов. Электронные системы следающей развертки. Изд-во «Энергия», 1968.
8. М. С. Шехтер. Психологические проблемы узнавания. Изд-во «Просвещение», 1967.

#### ИССЛЕДОВАНИЕ РЕАКЦИЙ МОДЕЛИ ИНЕРЦИИ АЛЛАРА — ЛУИЗОВА НА ПЕРИОДИЧЕСКИЕ МЕЛЬКАНИЯ ЯРКОСТИ

*Ю. П. Шабанов-Кушнарченко, Е. Г. Качко*

Математическая модель инерции Аллара—Луизова, согласно [1, 2],

$$S(t) = \frac{k}{a} \int_{-\infty}^t B(\tau) e^{-\frac{t-\tau}{a}} d\tau, \quad (1)$$

где  $B(t)$  и  $S(t)$  — соответственно яркость зрительной картины и светлота зрительного ощущения;

$a$  и  $k$  — постоянные коэффициенты.

Справедливость этой модели для одиночной прямоугольной вспышки

подтверждена исследованиями А. В. Луизова. Наша задача — сравнить реакцию модели инерции зрения с некоторыми фактами, связанными с критической частотой слияния периодических мельканий.

### Реакция модели инерции на прямоугольные мелькания

Исследуем реакцию модели инерции на прямоугольные мелькания с произвольным соотношением длительности светлой и темной фаз (рис. 1, а, б).

Яркость зрительной картины принимает попеременно два сменяющих друг друга уровня  $B_1$  и  $B_2$ .

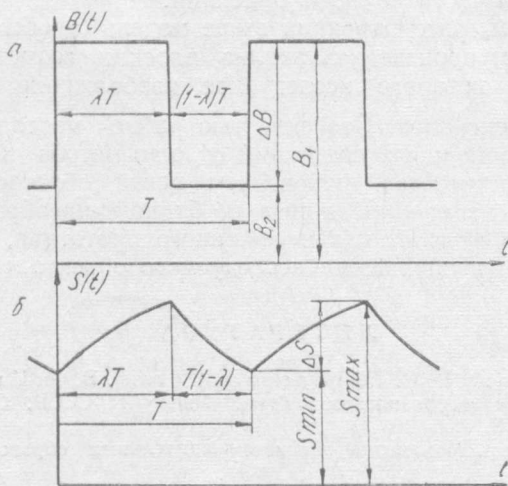


Рис. 1.

Математическая зависимость яркости  $B$  от времени представится в виде

$$B(t) = \begin{cases} B_1 & \text{при } nt < t \leq (n + \lambda) T, \\ B_2 & \text{при } (n + \lambda) T < t \leq (n + 1) T. \end{cases} \quad (2)$$

Для определенности будем полагать, что  $B_1 > B_2$ .

Параметр  $\lambda$  (назовем его параметром скважности мельканий) определяет длительность первой фазы колебания яркости, равную  $\lambda T$ ; длительность второй фазы равна  $(1 - \lambda) T$ . Величина  $\lambda$  для мельканий различной формы может изменяться в пределах от 0 до 1.

Используя формулу (1) для условий (2), получим выражение для определения светлоты зрительного ощущения

$$S(t) = \begin{cases} kB_1 - k\Delta B e^{-\frac{t-nt}{a}} \frac{1 - e^{-\frac{(1-\lambda)T}{a}}}{1 - e^{-\frac{T}{a}}} & \text{при } nT < t \leq (n + \lambda) T \\ kB_2 - k\Delta B e^{-\frac{t-nt}{a}} e^{\frac{\lambda T}{a}} \frac{-1}{1 - e^{-\frac{T}{a}}} & \text{при } (n + \lambda) T < t \leq (n + 1) T \end{cases} \quad (3)$$

в котором величина  $\Delta B$  обозначает амплитуду колебания яркости при мельканиях

$$\Delta B = B_1 - B_2. \quad (4)$$

на рис. 1, б представлена диаграмма изменения светлоты зрительного ощущения во времени, построенная по формулам (3). Из диаграммы мы видим, что светлота колеблется между минимальным  $S_{\min}$  и максимальным  $S_{\max}$  значениями, достигаемыми соответственно в моменты времени  $T$  и  $(n + \lambda) T$ .

По формуле (3) находим

$$S_{\min} = k \frac{B_1 \left( e^{-\frac{1-\lambda}{a} T} - e^{-\frac{T}{a}} \right) + B_2 \left( 1 - e^{-\frac{1-\lambda}{a} T} \right)}{1 - e^{-\frac{T}{a}}}, \quad (5)$$

$$S_{\max} = k \frac{B_1 \left( 1 - e^{-\frac{\lambda}{a} T} \right) + B_2 \left( e^{-\frac{\lambda}{a} T} - e^{-\frac{T}{a}} \right)}{1 - e^{-\frac{T}{a}}}$$

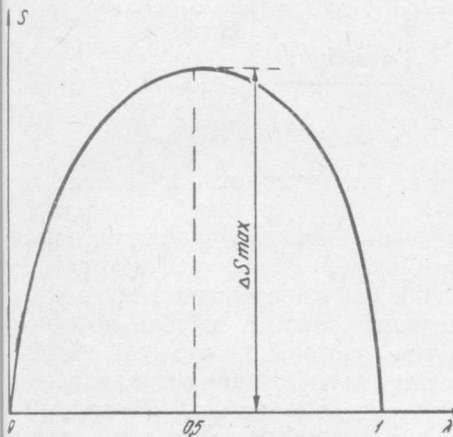


Рис. 2.

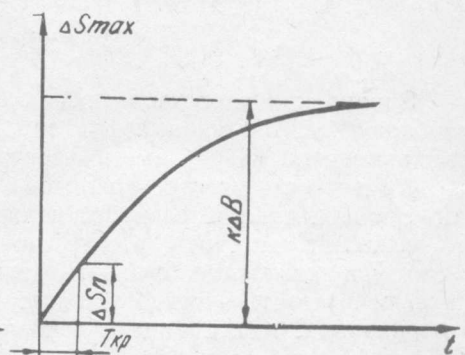


Рис. 3.

величина колебаний светлоты равна

$$\Delta S = S_{\max} - S_{\min} = 2k\Delta B \frac{\operatorname{sh} \frac{\lambda}{2a} \operatorname{sh} \frac{1-\lambda}{2a}}{\operatorname{sh} \frac{T}{2a}}. \quad (6)$$

формула (6) показывает, что величина колебания светлоты  $\Delta S$  зависит от значения параметра  $\lambda$ . Как видно из диаграммы (рис. 2), колебание светлоты достигает максимального значения  $\Delta S_{\max}$  при  $\lambda = \frac{1}{2}$ , т. е. при одинаковой длительности обеих фаз мельканий, равной половине периода. Согласно формуле (6),

$$\Delta S_{\max} = k\Delta B \operatorname{th} \frac{T}{4a}. \quad (7)$$

Как видно из формулы (7), величина колебания светлоты  $\Delta S_{\max}$  зависит от времени периода  $T$ . На диаграмме (рис. 3) показан характер этой зависимости, когда при неограниченном росте периода мельканий  $T$  колебание видимой яркости стремится к значению  $\Delta S = k\Delta B$ . При уменьшении периода мельканий  $T$  до нуля величина  $\Delta S_{\max}$  также стремится к нулю.

Из диаграммы (рис. 3) видно, что колебание светлоты зрительного ощущения при уменьшении периода мельканий уменьшается, но не превращается даже при самом малом периоде мельканий. Может показаться,

что практический опыт наблюдателя мельканий противоречит этому заключению. Известно, что при некоторой конечной частоте, называемой критической, зависящей от многих факторов и обычно имеющей величину порядка 40—50 *гц*, мелькания совершенно исчезают. Однако этот факт еще не свидетельствует о ложности модели инерции зрения.

Дело в том, что о колебаниях светлоты зрительного ощущения мы узнаем лишь потому, что оно обнаруживается сознанием наблюдателя, в данном случае выступающим в роли измерительного прибора, показания которого мы осознаем как колебание светлоты зрительного ощущения и записываем их в протоколы испытаний. Именно таким путем приходим к схеме, изображенной на рис. 4.

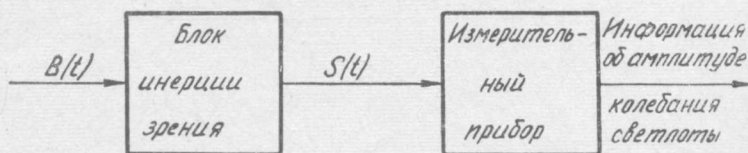


Рис. 4.

Однако при проведении параллели с техническими измерительными приборами неизбежен вывод о том, что никакой реальный измерительный прибор не может иметь неограниченно высокую чувствительность, ибо его точность всегда ограничена собственной зоной нечувствительности. Зоной нечувствительности должно обладать и сознание наблюдателя.

Следовательно, при достаточно высокой частоте мельканий, когда амплитуда колебания светлоты снизится настолько, что сравняется с зоной нечувствительности сознания, последнее перестанет сигнализировать о мельканиях, и восприятие мелькания светлоты станет невозможным. Таким образом, факт того, что мы не обнаруживаем мельканий светлоты зрительного ощущения, еще не свидетельствует об отсутствии этих мельканий. Просто они могут быть настолько малы, что не обнаруживаются сознанием-прибором, их анализирующим.

Наличие зоны нечувствительности сознания может учитываться при экспериментальной проверке теоретических выводов из модели инерции зрения.

Пороговому колебанию светлоты  $\Delta S_n$  соответствует критическая длительность периода мельканий  $T_{кр}$  (рис. 3), связанная с критической частотой слияния мельканий формулой  $n_{кр} = \frac{1}{T_{кр}}$ .

Величину  $\Delta S_n$  будем считать постоянной. К вопросу о том, в какой мере это предположение соответствует фактическому положению дела, мы еще возвратимся.

Найдем выражение для определения критической частоты мельканий  $n_{кр}$  в зависимости от величины колебания яркости мельканий, когда  $\lambda = \frac{1}{2}$ . С этой целью подставим в формулу (7) вместо  $\Delta S_{max}$  величину

$\Delta S_n = k\Delta B_n$ , а вместо  $T$  — величину  $\frac{1}{n_{кр}}$ . В результате получим

$$n_{кр} = \frac{1}{4a \operatorname{Arctg} \frac{\Delta B_n}{\Delta B}}$$

На рис. 5 показано изменение критической частоты мельканий в зависимости от колебания яркости  $\Delta B$ . Как видим, с увеличением коле-

вания яркости критическая частота мельканий растет. Значению  $n_{кр} = 0$  соответствует величина колебания яркости  $\Delta B_n$ . Таким образом,  $\Delta B_n$  означает пороговое колебание яркости при очень медленных мельканиях. Формула (8) допускает экспериментальную проверку.

При достаточно больших по сравнению с  $\Delta B_n$  значениях  $\Delta B$  зависимость (8), как видно из диаграммы на рис. 5, приобретает практически линейный характер, т. е.

$$n_{кр} = \frac{1}{4a} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta B_n}. \quad (9)$$

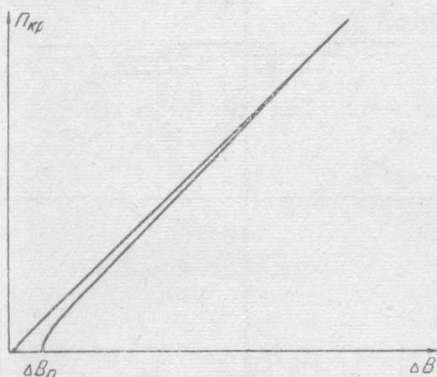


Рис. 5.

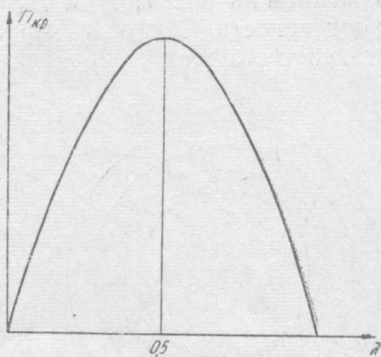


Рис. 6.

Рассмотрим теперь зависимость критической частоты мельканий  $n_{кр}$  параметра  $\lambda$ , т. е. соотношения длительности отдельных фаз в периодическом мелькании. С этой целью из соотношения (6) определим величину  $\lambda$ , предварительно заменив в нем  $\Delta S$  на  $\Delta S_n = k\Delta B_n$  и  $T$  на  $\frac{1}{n_{кр}}$ . В результате получим

$$\lambda = \frac{1}{2} \pm an_{кр} \operatorname{Arccch} \left( \operatorname{ch} \frac{1}{2an_{кр}} - \frac{\Delta B_n}{\Delta B} \operatorname{sh} \frac{1}{2an_{кр}} \right). \quad (10)$$

На рис. 6 в виде диаграммы показан характер зависимости  $n_{кр}$  от параметра  $\lambda$ , определяемый формулой (10), которая допускает экспериментальную проверку.

При достаточно больших по сравнению с  $\Delta B_n$  значениях  $\Delta B$  зависимость (10) упрощается и приобретает вид

$$n_{кр} \approx \frac{(1-\lambda)}{a} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta B_n}. \quad (11)$$

### Сознание как прибор, анализирующий колебания светлоты

Из формул (8) — (11) вытекает, что критическая частота совершенно должна зависеть от общего уровня яркости мельканий. Критическая частота в то же время зависит от значения колебания яркости  $\Delta B$ .

Однако опыты свидетельствуют обратное. Пусть, к примеру, яркость (8) периодически изменяется так, что мелькания заметны для испытуемого. При накладывании на эти мелькания света немигающей яркости постепенного повышения уровня яркости этого света в конце концов наступает момент, когда мелькания не будут обнаруживаться испытуемым, несмотря на прежнюю величину колебаний яркости.

Несовпадение критических частот мельканий при неодинаковой их средней яркости можно продемонстрировать также и с помощью вертушки. Для этого изобразим кружок на листе белой бумаги и раскрасим его черной тушью, как это показано на рис. 7. Дозировка яркости отдельных фаз мельканий осуществляется путем комбинации белых и черных коротких дуг, соотношение длин которых определяется на основе закона Талбота. Такие вспомогательные мелькания сольются значительно раньше нас интересующих и обеспечат необходимый уровень яркости отдельных фаз мельканий. На кружке, изображенном на рис. 7,  $B_б$  и  $B_ч$  обозначают яркости белого и черного полей соответственно.

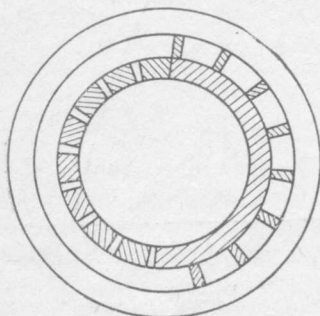


Рис. 7.

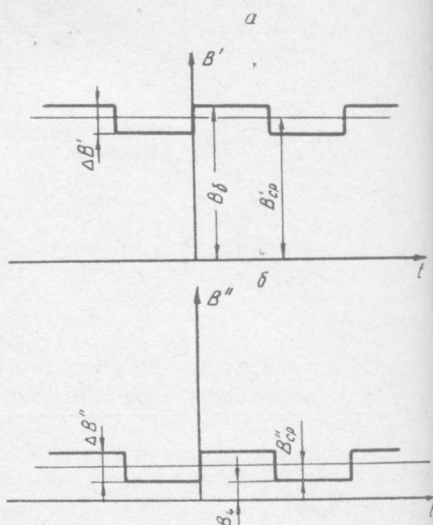


Рис. 8.

Как видно из диаграммы, мелькания отличаются лишь средним значением яркости. На диаграмме (рис. 8, а)  $B'_{cp} = B_ч + 0,95(B_б - B_ч)$ , на диаграмме (рис. 8, б)  $B''_{cp} = B_ч + 0,05(B_б + B_ч)$ . Амплитуда колебаний в обоих случаях одна и та же  $\Delta B = 0,1(B_б - B_ч)$ .

Опыт показывает, что, несмотря на свою близость, критические частоты таких мельканий в точности не совпадают, и мелькания на черном фоне сливаются при более высокой частоте, чем мелькания на белом фоне.

Совершенно очевидно, что такого рода отклонения в функционировании зрения человека от реакции модели носят целесообразный характер. При более низком уровне освещения и амплитуда мельканий, как правило, пропорционально меньше. Поэтому повышение чувствительности органа зрения к мельканиям при уменьшении средней яркости вполне оправданно и должно учитываться.

Нам представляется возможным согласовать такого рода факты с моделью Аллара — Луизова [1].

Напомним, что сознание наблюдателя, воспринимающее мелькание светлоты, по существу выполняет функции измерительного прибора.

Для определения этих функций проведем аналогию сознания, работающего в режиме анализа мельканий, с каким-либо техническим измерительным прибором, например, электронным осциллографом.

Представим, что создана действующая модель Аллара — Луизова, воспринимающая световые мелькания  $B(t)$ , на выходе которой возникают колебания напряжения  $S(t)$ , являющиеся аналогом колебания светлоты. Предположим далее, что исследователю, располагающему электронным осциллографом, нужно определить амплитуду колебания светлоты.

Прежде чем производить это определение, целесообразно отстроиться с помощью вертикального отклонения луча от постоянной составляющей мельканий. Если потом амплитуда колебания яркости окажется чрезмерно большой, уменьшим усиление, а если малой — увеличим.

Итак, еще до измерения величины колебания светлоты нужно выполнить следующие две операции: 1) отфильтровать постоянную составляющую мельканий; 2) установить подходящее усиление.

Такой совершенный прибор, как человеческое сознание, надо полагать, автоматически осуществляет эти операции, поскольку ручное выполнение здесь исключается.

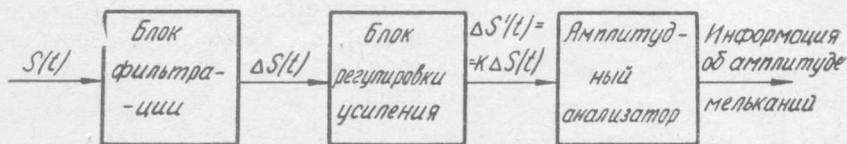


Рис. 9.

Так как амплитуда мельканий в естественных условиях наблюдения изменяется прямо пропорционально общему уровню освещенности, можно считать, что величина коэффициента усиления мельканий регулируется в зависимости от общего уровня зрительной картины.

Итак приходим к следующей модели сознания, работающего в режиме анализа мельканий (рис. 9).

Мелькания светлоты  $S(t)$  поступают на блок, отфильтровывающий постоянную составляющую мельканий, оставшееся же колебание светлоты  $\Delta S(t)$  — на блок регулировки усиления. На этот же блок поступает информация об общем уровне яркости зрительной картины  $B_{\text{ср}}$ . Коэффициент усиления блока выступает функцией  $B_{\text{ср}}$ , т. е.  $k = k(B_{\text{ср}})$ .

Такая модель работы сознания, анализирующего мелькания, приводит к заключению о том, что фактическая зависимость критической частоты от уровня яркости мельканий вполне может быть следствием работы блока регулировки усиления, но в то же время не связываться с вопросом об истинности или ложности модели инерции зрения.

Если эксперимент подтвердит справедливость такого взгляда на роль сознания в анализе мельканий, то модель инерции с учетом того, что коэффициент усиления  $k$ , фигурирующий в модели, может принимать различные значения в зависимости от общего уровня зрительной картины, останется без изменений.

Отсюда вытекает, что опыты с определением критических частот, выполненные при различном общем уровне яркости зрительной картины, нельзя сравнивать между собой без внесения при этом поправки в коэффициент усиления.

### Модель инерции и закон Плато

Продолжим проверку зависимостей для описания критической частоты мельканий.

Пусть имеются два периодических прямоугольных сигнала  $B'(t)$  и  $B''(t)$ , у которых амплитуды колебаний яркости одинаковы

$$\Delta B' = \Delta B'' = \Delta B, \quad (12)$$

параметры скважности  $\lambda'$  и  $\lambda''$  связаны соотношением

$$\lambda' = 1 - \lambda'' = \lambda. \quad (13)$$

Как следует из формулы (6), колебания светлоты этих мельканий  $\Delta S'$  и  $\Delta S''$  должны быть равны между собой:

$$\Delta S' = \Delta S'' = \Delta S. \quad (14)$$

Отсюда вытекает, что для таких мельканий должны быть равными также и их критические частоты

$$n'_{кр} = n''_{кр}. \quad (15)$$

Формула (10) и диаграмма на рис. 6 иллюстрирует это положение. Близок к этому выводу экспериментальный факт, носящий название закона Плато [3]. Плато рассматривал пары мельканий, для которых соблюдаются не только условия (12) и (13), но, кроме того, равны между собой яркости отдельных фаз мельканий

$$\begin{aligned} B'_1 &= B''_1 = B_1, \\ B'_2 &= B''_2 = B_2. \end{aligned} \quad (16)$$

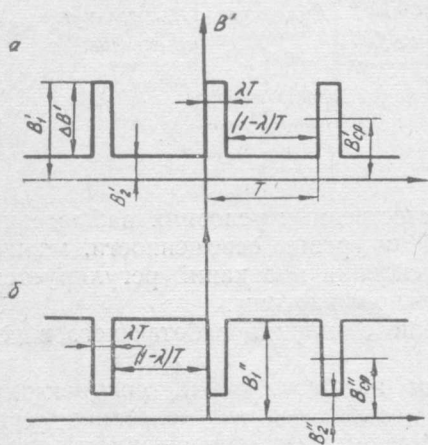


Рис. 10.

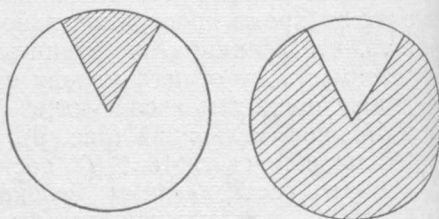


Рис. 11.

Пример такой пары мельканий приведен на рис. 10, а, б.

Пары мельканий такого рода легко получаются на вертушке с помощью двух так называемых дополнительных дисков, представленных на рис. 11. Для перехода от одного диска к другому нужно всего лишь поменять местами яркости секторов.

Плато обнаружил, что критические частоты, измеренные по двум дополнительным дискам, равны между собой.

Закон Плато подтверждал бы только что полученный вывод из модели о равенстве критических частот, если бы не факт того, что средний уровень яркости на дополнительных дисках в момент слияния мельканий резко различен:  $U'_{ср} \neq U''_{ср}$ . Поэтому нет никаких оснований общий уровень яркости этих двух зрительных картин полагать одинаковым. Следовательно, результаты опытов на дополнительных дисках не могут быть сравнимы друг с другом без введения поправки в коэффициент усиления модели инерции  $k'$  и  $k''$ , учитывающий различия в общем уровне яркости обеих зрительных картин. Зависимость коэффициента усиления от уровня яркости зрительной картины точно не установлена, однако наличие подобной связи несомненно. Только качественный учет этой связи определяет факт, вытекающий из модели инерции зрения: критические частоты, измеренные по дополнительным дискам, не должны быть равны между собой. Подобного рода соображения привели А. В. Луизова к выводу о том, что модель инерции (1) противоречит закону Плато [1].

Тем не менее мы не отказываемся от принятой модели инерции зрения при объяснении закономерностей, связанных с понятием критической частоты мельканий.

Прежде всего попытаемся выяснить, что произойдет, если выполнить условия (12) и (13), а условие (16) заменить равенством средних яркостей в момент слияния мельканий

$$B'_{cp} = B''_{cp}. \quad (17)$$

Теперь средние яркости зрительных картин одинаковы и, следовательно, согласно модели, коэффициенты усиления в обоих случаях, равно как и критические частоты, должны быть равными. Однако такой вывод представляется невероятным. Если критические частоты, согласно закону Плато, оказываются равными при различных средних уровнях яркости, то при одинаковых средних уровнях яркости мелькания с одинаковыми колебаниями яркости должны сливаться при заведомо различных скоростях.

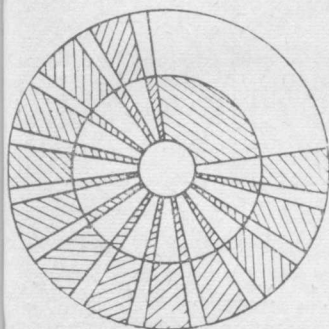


Рис. 12.

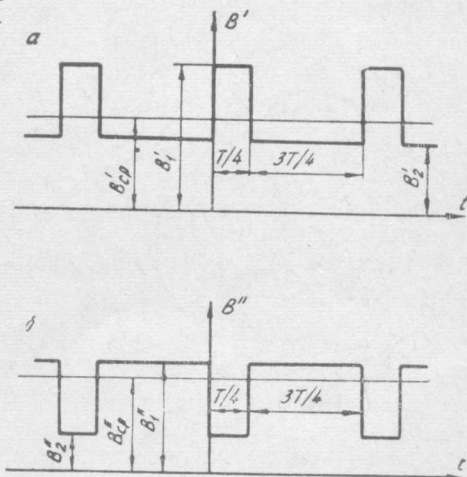


Рис. 13.

При всей неутешительности такого априорного заключения опыты по проверке этого следствия из модели все же выполнялись на вертушке, кружок которой имел два поля. Поля вертушки раскрашивались так, чтобы выполнялись условия (12), (13) и (17) (рис. 12). Параметр скважности  $\lambda$  в опытах изменялся в широких пределах от  $\frac{1}{32}$  до  $\frac{31}{32}$ . Заданный закон изменения яркости во времени на полях сравнения формировался на основе использования обобщенного закона Талбота с помощью быстрых мельканий, длительность которых выдерживалась в заданном соотношении.

Кружку, представленному на рис. 12, соответствуют диаграммы изменения яркости  $B'$  и  $B''$  внешнего и внутреннего полей (рис. 13).

В рассмотренном примере принято  $B'_1 = B_6$ ;  $B'_2 = \frac{1}{3} B_6 + \frac{2}{3} B_4$ ;  $B'_1 = \frac{2}{3} B_6 + \frac{1}{3} B_4$ ;  $B'_2 = B_4$ ;  $B'_{cp} = B''_{cp} = \frac{1}{2} B_6 + \frac{1}{2} B_4$ .  $B_6$  и  $B_4$  обозначают яркости белого и черного полей.

Дискретность раскраски существенно не влияет на результаты опыта. При разбивке окружности на 16 частей, как это делалось при раскраске, вспомогательные быстрые мелькания будут сливаться уже при 2—3 оборотах вертушки в секунду. Слияние же основных мельканий наступает при скорости вращения диска порядка 20—50 *гц*.

Проведенные опыты дали поразительный результат: критические частоты на обоих полях вертушки во всех опытах оказались строго одинаковыми, и теоретический вывод из модели полностью подтвердился на опыте, что логически предположило невозможность строгого соблю-

дения закона Плато в его первоначальной формулировке. Критические частоты двух дополнительных дисков  $\lambda \neq \frac{1}{2}$ , строго говоря, должны отличаться между собой. Действительно, в [4] находим вывод о том, что критические частоты для дополнительных дисков чрезвычайно близки друг к другу. Не точно равны, а лишь чрезвычайно близки между собой! Различия критических частот для дополнительных дисков легко обнаруживаются экспериментами Айвса, и они тем больше, чем больше параметр скважности отличается от значения  $\frac{1}{2}$ .

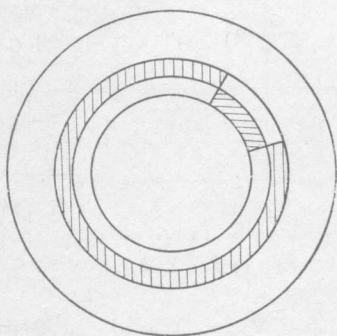


Рис. 14.

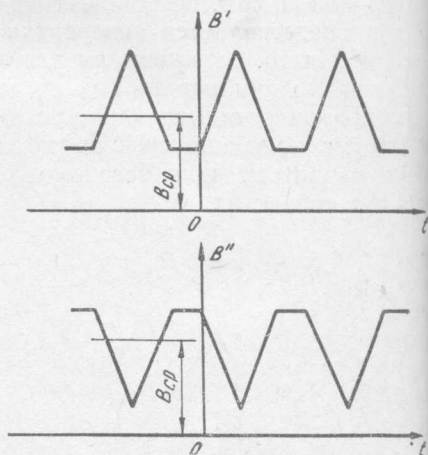


Рис. 15.

Так, в одном из опытов Айвса при  $\lambda' = 0,1$ ,  $\lambda'' = 0,9$  имеем  $n'_{кр} = 43$  об/сек,  $n''_{кр} = 42$  об/сек. Как видим, критические частоты чрезвычайно близки, но, строго говоря, они различны, и это различие доказано экспериментом.

Различие критических частот дополнительных дисков легко продемонстрировать на специальном опыте. Рассмотрим кружок с двумя соприкасающимися кольцами, раскраска которых соответствует дополнительным дискам при  $\lambda' = \frac{1}{8}$  (внешнее кольцо),  $\lambda'' = \frac{7}{8}$  (внутреннее кольцо) (рис. 14).

Плавно меняя скорость вращения диска, ее можно легко довести до такой величины, когда на внешнем кольце мелькания уже не замечаются, а на внутреннем кольце они еще отчетливо видны.

Итак, первоначальная формулировка закона Плато неверна, так как, строго говоря, критические частоты дополнительных дисков не совпадают. В то же время критические частоты прямоугольных мельканий точно совпадают при формулировке закона Плато в виде условий (12), (13) и (17).

Попытаемся теперь обобщить закон Плато. Рассмотрим две периодические функции яркости  $B'(t)$  и  $B''(t)$ , средние значения которых совпадают, и выполняется условие

$$B'(t) - V_{cp} = V_{cp} - B''(t). \quad (18)$$

Пары функций  $B'(t)$  и  $B''(t)$ , удовлетворяющие этим условиям, назовем взаимно-симметричными (рис. 15). Прямоугольные мелькания, удовлетворяющие условиям (12), (13) и (17), являются частными случаями взаимно-симметричных функций.

Исходя из модели инерции зрения (1), нетрудно показать, что мелькания яркости в виде взаимно-симметричных функций должны иметь одинаковые критические частоты.

Это проверялось нами в опытах с вертушкой, на полях которой помощью соответствующей раскраски формировались взаимно-симметричные функции яркости произвольной формы. Во всех без исключения случаях критические частоты мельканий полей вертушки совпадали совершенно точно.

Найденную зависимость можно рассматривать как обобщение закона плато.

### Условие равенства критических частот для мельканий произвольной формы

Как было установлено, у мельканий яркости в виде взаимно-симметричных функций одинаковые критические частоты. Теперь, исходя из модели инерции зрения, несколько обобщим условие равенства критических частот.

Рассмотрим пару периодических мельканий произвольной формы  $B'(t)$  и  $B''(t)$ , средние значения яркости которых одинаковы. Сначала пределим условие, обеспечивающее равенство критических частот этих мельканий, на примере пары прямоугольных мельканий, имеющих одинаковую среднюю яркость. Пусть величины колебания яркости и параметры скважности для этих мельканий соответственно равны  $\Delta B'$ ,  $\Delta B''$ ,  $\lambda'$ ,  $\lambda''$ . Согласно формуле (11), условие равенства критических частот для этих мельканий следующее:

$$\lambda' (1 - \lambda') \Delta B' = \lambda'' (1 - \lambda'') \Delta B'' \quad (19)$$

Формула (11) допускает экспериментальную проверку.

Перейдем теперь к выводу условия равенства критических частот мельканий произвольной формы  $B'(t)$  и  $B''(t)$ . Можно показать, что светлота зрительных ощущений этих мельканий выразится в форме

$$S'(t) = \frac{k}{a} \cdot \frac{e^{-\frac{t}{a}}}{1 - e^{-\frac{T}{a}}} \int_{t-T}^t B'(\tau) e^{\frac{\tau}{a}} d\tau, \quad (20)$$

$$S''(t) = \frac{k}{a} \cdot \frac{e^{-\frac{t}{a}}}{1 - e^{-\frac{T}{a}}} \int_{t-T}^t B''(\tau) e^{\frac{\tau}{a}} d\tau.$$

Амплитуда колебаний светлоты  $\Delta S'$  и  $\Delta S''$  определяется формулами

$$\Delta S' = \frac{k}{a} \cdot \frac{e^{-\frac{t}{a}}}{1 - e^{-\frac{T}{a}}} \left[ \max \int_{t-T}^t B'(\tau) e^{\frac{\tau}{a}} d\tau - \min \int_{t-T}^t B'(\tau) e^{\frac{\tau}{a}} d\tau \right], \quad (21)$$

$$\Delta S'' = \frac{k}{a} \cdot \frac{e^{-\frac{t}{a}}}{1 - e^{-\frac{T}{a}}} \left[ \max \int_{t-T}^t B''(\tau) e^{\frac{\tau}{a}} d\tau - \min \int_{t-T}^t B''(\tau) e^{\frac{\tau}{a}} d\tau \right].$$

Приравнявая колебания светлоты  $\Delta S'$  и  $\Delta S''$ , получаем условие, обеспечивающее равенство критических частот мельканий,

$$\begin{aligned} & \max \int_{t-T}^t B'(\tau) e^{\frac{\tau}{a}} d\tau - \min \int_{t-T}^t B'(\tau) e^{\frac{\tau}{a}} d\tau = \\ & = \max \int_{t-T}^t B''(\tau) e^{\frac{\tau}{a}} d\tau - \min \int_{t-T}^t B''(\tau) e^{\frac{\tau}{a}} d\tau. \end{aligned} \quad (22)$$

Использование этой формулы в случае пары прямоугольных ( $\lambda = \frac{1}{2}$ ) и синусоидальных мельканий приводит к условию, обеспечивающему равенство критических частот

$$\Delta B_{\text{пр}} = \frac{2}{\pi} \Delta B_{\text{син}}, \quad (23)$$

где  $\Delta B_{\text{син}}$  и  $\Delta B_{\text{пр}}$  — амплитуда соответственно синусоидальных и прямоугольных мельканий яркости. При выводе формулы (23) принято допущение, что амплитуда мельканий во много раз превосходит ее пороговое значение. Справедливость этой формулы может быть проверена экспериментально.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Луизов. Инерция зрения. Оборонгиз, 1961.
2. M. E. Allard. Memoire sur l'intensité et laportée des phares. Paris, 1876.
3. M. Plateau. Sur une loi de la persistance des impressions dans l'oeil. Bull. d. Acad. d. Belg., 2, N 46, 1878.
4. H. E. Ives. A Theory of intermittent vision. J. Opt. Soc. Amer., 1922, N 6.

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЗВУКОВОЙ ИНФОРМАЦИИ В СЛУХОВОМ АНАЛИЗАТОРЕ ЧЕЛОВЕКА

*Г. Ф. Дюбко, Г. С. Еремин*

Слуховой анализатор человека довольно глубоко изучен с физиологической точки зрения. Однако еще нет четких представлений о математических закономерностях, согласно которым происходит обработка входной информации.

Существует несколько теорий слуха: теория места, теория перекладывания и т. д., однако все они предположительны, не являются безукоризненными и недостаточно исследованы. Кроме того, ни одна из этих теорий не доведена до степени четкой математической модели.

Поскольку под математической моделью понимаются математические соотношения (алгоритмы), описывающие правила преобразования информации, то исследованием математических моделей можно считать реализацию этих алгоритмов на электронных вычислительных машинах с последующим получением реакций моделей на различные типы входных сигналов. Такое исследование предполагает большое количество экспериментов, которые помогут выявить неполноту или внутреннюю противоречивость модели с целью ее усовершенствования. Однако для исследования модели сначала необходимо ее получить.

Математическая модель, описывающая работу слухового анализатора человека, может быть получена методом кибернетического «черного ящика». Предполагается, что на «черный ящик» подаются входные сигналы, которыми управляют и которые измеряют физическими приборами. Можно также измерять выходные сигналы. Поскольку выходными сигналами слухового анализатора являются ощущения, их можно регистрировать с помощью сознания испытуемого, т. е. для регистрации и измерения выходных сигналов используются методы психофизики.

Входным сигналом слухового анализатора считается звуковое давление, т. е. закон изменения акустического давления во времени. Выходным сигналом служит слуховое ощущение. При построении модели преобразования звуковой информации в слуховое ощущение последнее можно характеризовать основным тоном, громкостью и тембром.

= 1/2)  
 ему  
 (23)  
 ямо-  
 огу-  
 овое  
 ери-  
 Bull.  
 N 6.  
 )  
 оло-  
 тема-  
 вход-  
 екла-  
 уку-  
 этих-  
 ами  
 еские  
 нформ-  
 еали-  
 осле-  
 нгна-  
 нтов,  
 одели  
 атора-  
 оности.  
 сего-  
 ами.  
 игна-  
 стри-  
 изме-  
 авле-  
 ыход-  
 пре-  
 ожно

В настоящей работе приводится математическая модель, построенная методом кибернетического «черного ящика». Класс входных величин ограничивается периодическими сигналами вида

$$p(t) = \sum_{i=1}^n A_i \cos \omega_i t.$$

как частный случай сюда же входят чистый гармонический тон и биения. Реакции математической модели должны совпадать с психофизическими реакциями слухового анализатора. Чистому тону должны соответствовать постоянная громкость, изменяющаяся только в связи с адаптацией, постоянная высота тона и тембр, определяемый появлением кратных гармоник. Биениям соответствуют постоянная высота основного тона, периодически изменяющаяся во времени громкость, тембр, определяемый комбинационными тонами и высшими гармониками. Появление в выходном сигнале гармонических составляющих, которые отсутствуют во входном, требует восприятия моделью

также и нелинейных эффектов слуха. Кроме того, модель должна обладать высокой разрешающей способностью к различению спектров чистых тонов с близкими частотами. Заметим, что два чистых тона с близкими частотами ухо различает только при определенной разнице на слуховой анализатор сигналов, сдвинутых во времени. Если же оба тона звучат одновременно, человек их не различает и воспринимает как сложное колебание — биение.

Модель должна описывать адаптацию и степенной закон преобразования интенсивности в громкость.

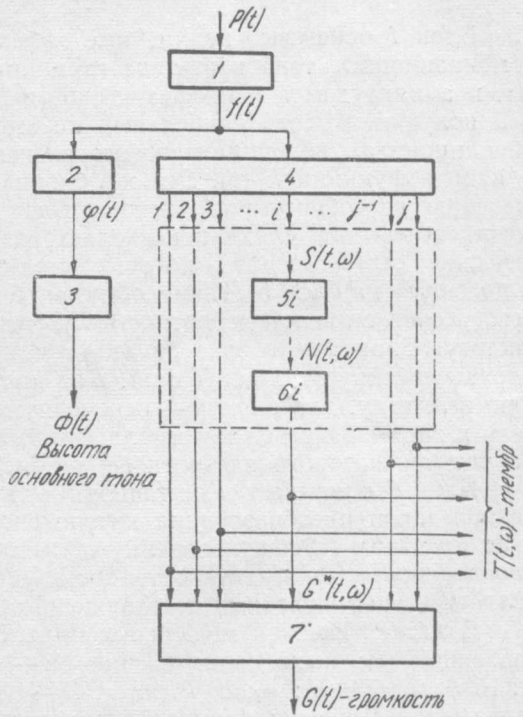
Всем предъявленным выше требованиям удовлетворяет модель, изображенная на рисунке и представленная в виде цепочки пронумерованных блоков, где стрелками показана последовательность прохождения информации. Приведем математические соотношения, описывающие работу каждого блока:

Блок 1  $m \frac{d^2 f}{dt^2} + af^2 + bf = p(t);$  (1)

Блок 2  $\varphi(t) = \frac{1}{T} \int_0^T f(\tau) f(\tau + t) d\tau;$  (2)

Блок 3  $\Phi(\omega) = \frac{1}{\varphi_{\max}} \int_0^T |\varphi(\tau)| k_1(\tau) d\tau;$  (3)

Блок 4  $\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = \psi(x) \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} + \xi(x) \frac{\partial S}{\partial t} + \delta S,$  (4)



$$S(t, 0) = f(t); S(t, l) = 0; S(0, x) = 0; \frac{dS(0, x)}{dt} = 0;$$

$$\text{Блок 5} \quad N(t, \omega) = \frac{1}{T_i} \int_t^{t+T_i} S^2(\tau, \omega) d\tau; \quad (5)$$

$$\text{Блок 6} \quad G^*(t, \omega) = r \cdot 10^{c \lg dN - \frac{k}{m} \int_{-\infty}^t c \lg dN e^{-\frac{t-\tau}{m}} d\tau} + S; \quad (6)$$

$$\text{Блок 7} \quad G(t) = \frac{1}{T_i} \int_{\omega_1}^{\omega_i} G^*(t, \omega) d\omega. \quad (7)$$

Блок 1 описывает нелинейные эффекты слуха и позволяет получать комбинационные тона и высшие гармоники с амплитудами, соответствующими амплитудам в психофизическом эксперименте. С помощью блоков 2 и 3 получаем высоту наибольшей по амплитуде гармоники в виде числа (функционала), величина которого зависит только от частоты колебания  $\omega$  и вида функции  $k_1(\tau)$ . Эти же блоки придают модели высокую разрешающую способность по частоте. Блок 4 удовлетворяет акустическому закону Ома для слуха и позволяет разложить функцию  $f(t)$  на периодические составляющие, которые снимаются с  $j$ -х выходов блока 4 и подаются на блок 5. Таким образом, блок 4 представляет собой систему резонаторов с низкой добротностью, каждый из которых настроен на свою частоту. Блок 5 преобразует акустические колебания в энергетическую характеристику этих колебаний. Для чистого тона этот блок дает постоянную величину, для биений — переменную. Величина  $T_i$ , входящая в делитель и верхний предел интеграла, должна быть равна периоду колебаний, на частоту которого настроен  $i$ -й резонансный выход.

Блок 6 описывает адаптационные преобразования громкости и степенной закон преобразования интенсивности в громкость. Блок 7 позволяет производить общую оценку громкости. Анализ выходных сигналов блока 6 позволяет судить о тембре звука, который, как известно, определяется гармоническими составляющими входного сигнала.

В математической модели входным сигналом является акустическое давление  $p(t)$ , выходными сигналами —  $\Phi(\omega)$ ;  $G(t)$ ;  $T(t, \omega)$ . Величины  $m$ ;  $a$ ;  $b$ ;  $T$ ;  $T_i$ ;  $\omega_1$ ;  $\omega_i$ ;  $c$ ;  $k$ ;  $m$ ;  $r$ ;  $S$  — некоторые константы, определяемые из психоакустического эксперимента;  $\psi(x)$ ,  $\xi(x)$  — нелинейные функции своего аргумента;  $\omega$  — функция, линейно связанная с  $x$  и также находящаяся при помощи психоакустического эксперимента.

Более подробное исследование блоков 1, 2, 4 и 6 проведено в работах [1—3].

Заметим, что предлагаемая математическая модель — не самоцель, а лишь средство для постановки экспериментов и выявления степени соответствия модели слуховому рецептору человека. Модель может оказаться полезной при физиологических исследованиях органа слуха, так как позволяет проверить физиологические теории, на основании которых она построена, и указывает на слабо разработанные моменты теории слухового анализатора.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. П. Шабанов-Кушнаренок, Г. Ф. Дюбко. О математическом моделировании слуховой адаптации. «Биофизика», т. XIII, вып. 4, 1968.
2. Ю. П. Шабанов-Кушнаренок, Г. Ф. Дюбко, М. Ф. Бондаренко, Е. П. Пуятин. Математическое моделирование адаптации зрения и слуха. Сб. «Проблемы бионики», вып. 1. Изд-во ХГУ, Харьков, 1968.
3. Г. Ф. Дюбко. О преобразовании интенсивности в громкость. Сб. «Проблемы бионики», вып. 1. Изд-во ХГУ, Харьков, 1968.

## СОДЕРЖАНИЕ

	Стр
Л. П. Крайзмер, С. Г. Майоркин. Способы организации структуры однородных нейроподобных сетях . . . . .	3
Ю. П. Бугай, В. Г. Червов. Моделирование процессов возбуждения некоторых синаптических образованиях . . . . .	8
Ю. И. Зозуля, В. Г. Червов, Ю. П. Бугай. Математические модели ретекторов сетчатки глаза лягушки . . . . .	16
Р. Б. Небиеридзе. О скачкообразном движении глаз . . . . .	23
Е. П. Путятин, В. П. Пчелинов, Г. М. Путятин. Многокомпонентные технические системы анализа оптической информации . . . . .	26
Ю. П. Шабанов-Кушнаренко. Аксиоматическое построение модели ретекторов зрения . . . . .	30
Г. Ф. Дюбко, В. В. Тищенко. Математическая модель статического преобразования интенсивности вибрации в вибрационное ощущение . . . . .	50
Э. Т. Головань, А. Н. Лук. Ассоциативно-сетевая модель памяти . . . . .	54
Ю. Г. Игнатенко, В. А. Ловицкий. Моделирование процесса определения человеком ценности информации . . . . .	60
Н. Н. Айзенберг, А. Г. Француз. Распознавание образов на конечном множестве описаний . . . . .	70
Е. П. Путятин, В. В. Баранник, Г. М. Путятин, И. В. Шулгин. Статистические аспекты распознавания цветовых оттенков . . . . .	74
С. Н. Терентьев, В. М. Куценко. Об одном алгоритме распознавания образов . . . . .	80
А. Г. Мурашко, В. В. Тищенко. О математической модели вибрационной чувствительности . . . . .	82
Б. А. Смирнов. Применение метода статистического моделирования для исследования деятельности человека-оператора . . . . .	85
П. Б. Невельский. Время и скорость запоминания . . . . .	91
П. Б. Невельский, М. Д. Розенбаум. Об информационных изменениях специальных языков . . . . .	94
С. Ф. Марченко, В. Г. Червов. Выделение пространственных признаков изображений и кодирование знаковой информации . . . . .	97
С. Ф. Марченко. О структуре и функции пространственного анализа . . . . .	100
Ю. П. Шабанов-Кушнаренко, Е. Г. Качко. Исследование реакции модели инерции Аллара—Луизова на периодические мелькания яркости . . . . .	103
Г. Ф. Дюбко, Г. С. Еремин. Математическая модель преобразования звуковой информации в слуховом анализаторе человека . . . . .	114

- УДК 62.506.2 **Способы организации структуры в однородных нейроподобных сетях.** Крайзмер Л. П., Майоркин С. Г. Сб. «Проблемы бионики», вып. 4, 1970, стр. 3—8.

Исследуются конкретные способы организации структуры в нейроподобных сетях и рассматривается один из эффективных способов организации структуры в однородной сети — индивидуальная настройка модулей.

Рисунков 5. Таблиц 1. Библиографических ссылок 2.

- УДК 62.506.2 **Моделирование процессов возбуждения в некоторых синаптических образованиях.** Бугай Ю. П., Червов В. Г. Сб. «Проблемы бионики», вып. 4, 1970, стр. 8—16.

Рассмотрена математическая модель процессов электротонических изменений возбудимости и поляризации, приводящих к эффекту пресинаптического торможения.

Описаны процессы превращения потенциалов действия, приходящих в пресинаптические окончания, в постсинаптические потенциалы, а также экспоненциальный характер преобразования амплитуды пресинаптических потенциалов в постсинаптические.

Рисунков 6. Библиографических ссылок 3.

- УДК 62.506.2 **Математические модели детекторов сетчатки глаза лягушки.** Зозуля Ю. И., Червов В. Г., Бугай Ю. П. Сб. «Проблемы бионики», вып. 4, 1970, стр. 16—22.

Рассмотрены построение и анализ статической модели детектора длительно сохраняющегося контраста (детектора контура).

Рисунков 4. Библиографических ссылок 10.

- УДК 62.506.2 **О скачкообразном движении глаз.** Небиеридзе Р. Б. Сб. «Проблемы бионики», вып. 4, 1970, стр. 23—26.

Изучается скачкообразное движение глаз (в частности, латентное время этого движения) в зависимости от местоположения и позиции появляющегося стимула в различных точках на горизонтальной прямой.

Рисунков 3. Библиографических ссылок 8.

- УДК 62.506.2 **Многокомпонентные технические системы анализа оптической информации.** Путятин Е. П., Пчелинов В. П., Путятин Г. М. Сб. «Проблемы бионики», вып. 4, 1970, стр. 26—30.

Рассмотрены вопросы конструирования многокомпонентных датчиков для анализа информации о спектральном составе излучения. Трехкомпонентная зрительная система — частный случай такой системы. Для распознавания информации об излучениях предлагается жесткая схема декодирования, включающая в качестве основных элементов преобразователь аналог-код и дешифратор.

Рисунков 2. Библиографических ссылок 3.

- УДК 62.506.2 **Аксиоматическое построение модели цветового зрения.** Шабанов-Кушнаренко Ю. П. Сб. «Проблемы бионики», вып. 4, 1970, стр. 30—50.

Излагается задача математического моделирования стационарных и однородных зрительных процессов.

Рисунков 2. Библиографических ссылок 27.

- УДК 62.506.2 **Математическая модель статического преобразования интенсивности вибрации в вибрационное ощущение.** Дюбко Г. Ф., Тищенко В. В. Сб. «Проблемы бионики», вып. 4, 1970, стр. 50—54.

Рассматривается математическая модель, позволяющая проверить вероятность выполнения степенного закона для вибрационной чувствительности кожи.

Рисунков 2. Таблиц 4. Библиографических ссылок 4.

ДК 62.506.2 Ассоциативно-сетевая модель памяти. Головань Э. Т., Лук А. Н. Сб. «Проблемы бионики», вып. 4, 1970, стр. 54—60.

Предлагается модель ассоциативной памяти, позволяющая моделировать ход ассоциативного процесса, «свободное ассоциирование». Показано, что в основе направленного произвольного поиска лежит система ассоциативных связей между элементами формации, хранящимися в памяти.

Библиографических ссылок 7.

ДК 62.506.2 Моделирование процесса определения человеком ценности информации. Игнатенко Ю. Г., Ловицкий В. А. Сб. «Проблемы бионики», вып. 4, 1970, стр. 60—70.

Приводятся результаты экспериментов с помощью определения ценности предъявляемой информации в зависимости от ряда факторов. Полученные данные сопоставляются с результатами деятельности человека. Модель реализована на ЭЦВМ «Урал-4». Рисунков 10. Библиографических ссылок 11.

ДК 62.506.2 Распознавание образов на конечном множестве описаний. Айзенберг Н. Н., Француз А. Г. Сб. «Проблемы бионики», вып. 4, 1970, стр. 70—74.

Рассматриваются вопросы обучения автоматов распознаванию объектов и ситуаций, описываемых набором дискретных признаков. Вводится класс канонических шающих правил (КРП), в который входит решающее правило, реализующее безошибочное распознавание при формировании набора КРП по представительной обучающей борке. Формулируются основные теоремы, определяющие свойства КРП. Приводятся алгоритмы формирования набора КРП и выбора оптимального КРП.

ДК 62.506.2 Статистические аспекты распознавания цветовых оттенков. Пуятин Е. П., Баранник В. В., Пуятин Г. М., Шульгин И. В. Сб. «Проблемы бионики», вып. 4, 1970, стр. 74—80.

Исследуются статистические вопросы распознавания цвета, предлагается алгоритм распознавания, учитывающий вероятностные пороги зрения по трем каналам. Обсуждается схема прибора для распознавания цветовых оттенков.

Рисунков 3. Библиографических ссылок 9.

ДК 62.506.2 Об одном алгоритме распознавания образов. Терентьев С. Н., Куценко В. М. Сб. «Проблемы бионики», вып. 4, 1970, стр. 80—82.

Рассматривается вопрос построения алгоритма распознавания образов на основе статистической теории распознавания. В предложении о нормальном распределении и зависимости отдельных признаков распознавания получен вычислительно реализуемый алгоритм для двух классов объектов.

Библиографических ссылок 1.

ДК 62.506.2 О математической модели вибрационной чувствительности. Мурашко А. Г., Тищенко В. В. Сб. «Проблемы бионики», вып. 4, 1970, стр. 82—85.

Предлагается методика построения математической модели вибрационной чувствительности как одного из источников восприятия информации человеком.

ДК 62.506.2 Применение метода статистического моделирования для исследования деятельности человека-оператора. Смирнов Б. А. Сб. «Проблемы бионики», вып. 4, 1970, стр. 85—91.

Рассмотрены задачи исследования надежности и напряженности деятельности человека-оператора в сложной системе. В виде формул описана деятельность оператора. При описании учтены основные психофизиологические закономерности операторской деятельности. Рассмотрен пример использования результатов моделирования при проектировании системы человек — машина.

Рисунков 1. Таблиц 1. Библиографических ссылок 5.

УДК 62.506.2 **Время и скорость запоминания.** Невельский П. Б. Сб. «Проблемы бионики», вып. 4, 1970, стр. 91—94.

Результаты опытов показали уменьшение скорости запоминания как функции от времени (на рис. 1  $I$  — объема памяти, *симв*; 2 — объема памяти, дв. ед.; 3 — объем памяти, *симв*, по [7], при запоминании 8 чисел (время, %). Рис. 2 и 3. Скорость запоминания как функция времени, соответственно *симв/сек*, *дв. ед./сек*). Предполагается биологическая целесообразность медленного запоминания, приводящего к быстрой выборке информации из памяти.

Рисунков 3. Таблиц 1. Библиографических ссылок 8.

УДК 62.506.2 **Об информационных измерениях специальных языков.** Невельский П. Б., Розенбаум М. Д. Сб. «Проблемы бионики», вып. 4, 1970, стр. 94—97.

Рассматривается проблема общения человека с машиной в случае использования естественных языков, которая ставит задачу измерения информационных параметров специальных деловых языков. Описываются эксперименты по оценке субъективной энтропии и избыточности специального языка с помощью методики угадывания. Приводятся результаты опытов, показавших, что большая информативность специальных языков сочетается с очень небольшой субъективной энтропией и большой избыточностью этих языков для их носителей, что, видимо, связано со знанием ограниченного специального словаря. Предполагается возможность использования этого обстоятельства при решении вопросов общения человека и машины.

Таблиц 1. Библиографических ссылок 7.

УДК 62.506.2 **Выделение пространственных признаков изображений и кодирование знаковой информации.** Марченко С. Ф., Червов В. Г. «Проблемы бионики», вып. 4, 1970, стр. 97—100.

Рассматриваются вопросы выделения пространственных признаков при анализе изображений и применения биологических принципов для автоматического анализа и кодирования геометрических изображений. В качестве примера приводится анализ изображений рукописных цифровых знаков.

Рисунков 1. Библиографических ссылок 5.

УДК 62.506.2 **О структуре и функции пространственного анализатора.** Марченко С. Ф. Сб. «Проблемы бионики», вып. 4, 1970, стр. 100—103.

На основе анализа физиологических и психофизических данных о работе зрительного и осязательного анализаторов формулируются требования к структуре и функциям модели пространственного анализатора. Приводится функциональная схема модели, позволяющей осуществлять анализ плоских геометрических изображений.

Рисунков 1. Библиографических ссылок 8.

УДК 62.506.2 **Исследование реакций модели инерции Аллара — Луизова на периодические мелькания яркости.** Шабанов-Кушнаренко Ю. П., Качко Е. Г. Сб. «Проблемы бионики», вып. 4, 1970, стр. 103—114.

Рассматриваются вопросы возможного применения математической модели Аллара—Луизова для описания восприятия периодических мельканий яркости.

Рисунков 15. Библиографических ссылок 4.

УДК 62.506.2 **Математическая модель преобразования звуковой информации в слуховом анализаторе человека.** Дюбко Г. Ф., Еремин Г. С. Сб. «Проблемы бионики», вып. 4, 1970, стр. 114—116.

Приводится математическая модель, построенная методом кибернетического «черного ящика».

Рисунков 1. Библиографических ссылок 3.