



ГЕОДЕЗИЧНІ ЛІНІЙ - ЯК МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ШЛЯХУ РУХОМОГО ОБ'ЄКТА СЕРЕД ПЕРЕШКОД

Табакова І.С.

Харківський національний університет радіоелектроніки

В англomовній літературі розв'язання задач забезпечення керування рухомими об'єктами у конфліктному середовищі виділено у окремий клас, який одержав назву «Path Planning in the Threat Environment» [1]. Для складання ексклюзивного алгоритму трасування рухомого об'єкта серед перешкод необхідно використовувати особливі математичні засоби. Як такий, увагу привертає математичний апарат геодезичних ліній (ГЛ), використання якого дозволяє будувати траєкторії, оптимальні стосовно мінімуму довжини траєкторії. Оскільки рухомий об'єкт є автономним, то шлях робото-технічного комплексу має бути найкоротшим з огляду на обмежені ресурси енергії акумулятора. Мінімальність довжини шляху виправдує застосування геодезичних ліній як математичної бази досліджень. Адже за визначенням, геодезична лінія - це така крива, яка має мінімальну довжину серед всіх ліній, що з'єднують дві задані точки даної поверхні.

У роботі наведено метод визначення шляху руху мобільного об'єкта по площині між перешкодами, заснованого на побудові геодезичних ліній на допоміжній поверхні, пов'язаної з формами та розташуванням перешкод.

Нехай у декартовій системі координат Ouv протилежні кути прямокутника в умовних одиницях мають координати $A(0;0)$ і $B(6;4)$. У межах прямокутника нехай задана множина кіл певного радіуса. Необхідно сполучити точки A і B такою лінією, яка б не перетинала жодного із зазначених кіл. Тоді ця лінія і визначатиме шукану траєкторію переміщення об'єкта з точки A до точки B .

Зазначимо, що для практики «ідеальною» була б траєкторія, побудована за принципом «натягнутої нитки», яка б з'єднала стартову A й фінішну B точки й проходила між циліндрами (при цьому радіуси циліндрів треба обрати більше вихідних принаймні на півширини «проходу» робота). Але при алгоритмічній реалізації ідеї «натягнутої нитки» прогнозовано зросте складність алгоритму, пов'язана з розгалуженнями обчислювального процесу. Дійсно, у випадку зміни кількості та/або взаємного розташування циліндрів відновлювальний алгоритм потребує істотного редагування, порівняного з розробкою нового алгоритму.

Запропонований алгоритм складається з таких кроків.

Крок 1. На площині Ouv у межах прямокутника $0 \leq u \leq 6$ і $0 \leq v \leq 4$ задаємо кола як проєкції циліндрів (для спрощення вважатимемо, що циліндри розташовано регулярно вздовж осей; всі розміри в умовних одиницях). Радіуси кіл нехай дорівнюють $r = 0,2$ умовних одиниць.

Крок 2. Задаємо рівняння допоміжної поверхні, пов'язаної з розташуванням циліндричних перешкод:

$$z(u, v) = \sum_{i=2}^5 \left(\sum_{j=1}^3 f(i, j) \right), \quad (1)$$

$$\text{де } f(a, b) = 2 \exp(-(u - a)^2 - (v - b)^2).$$

Крок 3. За описом допоміжної поверхні (1) у координатних кривих $(u(t), v(t))$ формуємо систему диференціальних рівнянь її ГЛ, яка має єдиний розв'язок з урахуванням початкових умов $u(0)=u_0, v(0)=v_0, u'(0)=du_0, v'(0)=dv_0$.

Крок 4. Задаємо напрямок із точки $(0, 0, z(0,0))$ шляхом вибору параметра u' (тобто тангенса кута нахилу вектора «виходу» ГЛ із точки старту. Другу умову обираємо у вигляді $v'=0,5$.

Крок 5. Застосовуємо чисельне інтегрування системи рівнянь геодезичних ліній при заданих початкових умовах.

Крок 6. Визначаємо наближений опис геодезичної лінії у вигляді послідовності точок на допоміжній поверхні. Кількість точок 550. На рис. 1 наведені приклад геодезичної лінії на допоміжній поверхні для $u'=0,731$.

Крок 7. Будуємо проєкції ГЛ на координатну площину рис. 2.

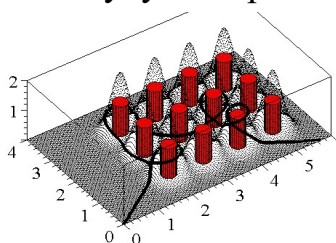


Рис. 1 – Геодезична лінія на допоміжній поверхні

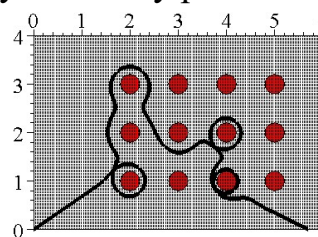


Рис. 2 – Проєкція геодезичної лінії на площину $0uv$

Будуємо множину геодезичних ліній з початком у точці В залежно від u' . На рис. 3 наведена проєкція геодезичної лінії з параметром $u'=-0,337$. Другу умову обираємо у вигляді $v'=-0,5$.

Крок 8. Шукану геодезичну лінію між точками А і В пропонується визначати як складену з двох частин – тієї, що виходить з точки А, і з тієї, що виходить з точки В. На рис. 4 наведено поєднання частин двох проєкцій геодезичних ліній.

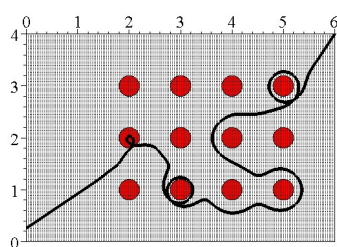


Рис. 3 – Траєкторія мобільного робота із точкою старту В(6, 4).

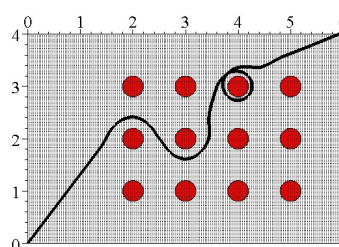


Рис. 4 – Знайдена траєкторія руху мобільного об'єкта

Знайдені проєкції геодезичних ліній визначають одну з можливих траєкторій руху об'єкта між точками А і В. Велика кількість варіантів одержання траєкторій ускладнює несанкціонований доступ сторонніх осіб до рухомого об'єкта. Наведений метод розрахунку маршруту руху мобільного об'єкта за умови обходу перешкод є певним компромісом між «якістю» отриманої геометричної форми траєкторії й універсальністю алгоритму.

1. Воронин, А.Н. Синтез компромиссно-оптимальных траекторий мобильных роботов в конфликтной среде / А.Н.Воронин, А.Г.Ясинский, С.А.Шворов // Проблемы управления и информатики. – 2002. – № 2. – С. 12-18.