ДОДАТОК А

Апробація результатів дослідження

СЕКЦІЯ 15.
АВТОМАТИЗАЦІЯ ТА ПРИЛАДОБУДУВАННЯ

Манякін Артем Андрійович, здобувач вищої освіти
факультету автоматики і комп'ютеризованих систем
Національний технічний університет «Харківський національний університет радіоелектроніки», Україна

БАЗОВІ ПРОБЛЕМИ І МОДЕЛІ ДИНАМІЧНИХ КЕРОВАНИХ СИСТЕМ ОБ'ЄКТІВ АВТОМАТИЗАЦІЇ

Проектування систем автоматизації процесів управління технічними і технологічними об'єктами (рис.1.1.1) в якості одного з основних етапів включає етап ідентифікації математичної моделі керованих об'єктів на основі фізичних законів або експериментальних даних.

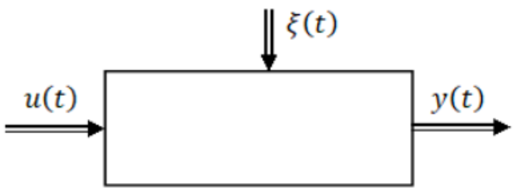

Рис.1.1.1. **Умовне зображення об'єкта управління**

Для цієї мети використовуються наступні основні динамічні характеристики об'єктів:

1) диференціальні та різницеві рівняння;
2) імпульсні перехідні функції (ІПФ);
3) передавальні функції.

Моделі об'єктів управління в просторі станів. Найбільш загальною моделлю динамічної керованої системи є векторне диференціальне рівняння в змінних стану:

$$\dot{x}(t) = f[x(t), u(t), p, t], \qquad x(t_0) = x^0, \qquad t \in [t_0, t_k], \qquad (1.1.1)$$

де $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)]^T$ – *n-вимірний вектор стану об'єкту;* $u(t) = [u_1(t), u_2(t), \ldots, u_m(t)]^T$ – *m-вимірний вектор керуючих впливів;* $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \ldots, x_r(t)]^T$ – *r -вимірний вектор зовнішніх збурюючих впливів;* $f = [f_1, f_2, \ldots, f_n]^T$ – *n-вимірна вектор-функція, компоненти якої задовольняють умовам існування і єдиності відповідного завдання Коші;* $p = [p_1, p_2, \ldots, p_\mu]$ – *μ-вимірний вектор, складений з параметрів об'єкту; t – неперервний час;*

t_0, t_k *– початковий і кінцевий моменти управління;* x^0 *– початковий стан об'єкта.*

Функціональний зв'язок між векторами виходу y(t) і стану x(t) об'єкта визначається співвідношенням [1]

$$y(t) = Cx(t) + v(t), \qquad (1.1.2)$$

де C – N×n - вимірна дійсна матриця; $u(t) = [u_1(t), u_2(t), ..., u_N(t)]^T$ *- вектор, складений з перешкод* $u_i(t)$ *у каналах вимірювань керованих змінних* $y_i(t)$.

Таким чином, передбачається, що перешкоди $u_i(t)$ не вимірюються, а спостерігається лише вектор виходу об'єкта $y(t)$.

У разі лінійного стаціонарного багатовимірного об'єкта векторне рівняння (1.1.1) має вигляд:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + M\xi(t),$$
$$x^0 = x(t_0), \qquad (1.1.3)$$

де A, B, M – дійсні матриці відповідних розмірностей: $A = \{a_{ij}\}_{n\times n}$, $B = \{b_{iv}\}_{n\times m}$, $M = \{m_{ie}\}_{n\times r}$.

Сукупність елементів цих матриць складають вектор-параметр об'єкта $p = [p_1, p_2, \dots, p_\mu]$, який має розмірність $\mu = n\times n + n\times m + n\times r$.

Дискретні об'єкти (моделі) описуються різницевими рівняннями, які, зокрема, можна отримати з (1.1.3) шляхом її дискретизації за часом в точках $t_k = k\Delta t$:

$$x(k+1) = \bar{A}x(k) + \bar{B}u(k) + \bar{M}\xi(k), k = \overline{0, \bar{N}}, \qquad (1.1.4)$$

де $\bar{A}, \bar{B}, \bar{M}$ *– дійсні матриці відповідних розмірностей.*

Моделі об'єктів управління у формі «вхід-вихід». Для математичного опису динаміки об'єктів у формі «вхід – вихід» широко використовуються диференціальні рівняння, передавальні та імпульсні перехідні функції [2, 3]. У випадку, коли об'єкт має один вихід (y_1) і два входи (u_1, ξ_1) його динамічні властивості визначаються диференціальним рівнянням:

$$\sum_{i=0}^{n} a_i y_1^{(n-i)}(t) = \sum_{\nu=0}^{m} b_\nu u_1^{(m-\nu)}(t) + \sum_{l=0}^{r} \upsilon_l \xi_1^{(r-l)}(t), \qquad (1.1.5)$$

де $u_1(t)$ *и* $y_1(t)$ *– вхідна і вихідна змінні моделі об'єкта відповідно;* $\xi_1(t)$ *– зовнішнє збурення;* a_i, b_ν, υ_l *– реальні параметри об'єкта, які утворюють n – вимірний вектор-параметр* $p = [p_1, p_2, \dots, p_\mu] = [a_0, a_1, \dots, a_n, b_0, b_1, \dots, b_m, \upsilon_0, \upsilon_1, \dots, \upsilon_r]$, $\mu = n + m + r + 3$; *n, m, r – порядки диференціальних операторів лівої і правої частин рівняння (1.1.5). Передбачається, що n>m і n>r.*

Різницеве рівняння об'єкта управління у формі "вхід-вихід" можна отримати з (1.1.5) шляхом її дискретизації за часом в точках $t_k = k\Delta t$:

$$y^*(k) = y^*(k\Delta t), \qquad (1.1.6)$$
$$u^*(k) = u^*(k\Delta t), \qquad k = \overline{0, N},$$

де Δt – крок дискретизації по часу; N+1 – кількість точок дискретизації.

Передавальні функції динамічного об'єкта визначаються при нульових початкових умовах. Далі для наочності і без втрати спільності припустимо, що зовнішні обурення відсутні, тобто $x(t) = 0$, де 0- нульовий вектор. Для об'єкта управління, описуваного векторним рівнянням (1.1.3), матриця передавальної функції об'єкта $W(s)$ визначає зображення Y(s) вектора керованої змінної y(t):

$$\mathrm{U}(s) = W(s)\,U(s), \tag{1.1.7}$$

де $\mathrm{U}(s) = L\big[(y(t)\big]$; $U(s) = L\big[u(t)\big]$*; s – комплексна змінна; L- оператор Лапласа. При цьому $W(s)$ з урахуванням (1.1.2) визначається формулою [4, 5]:*

$$W(s) = C[sE - A]^{-1} \times B = \begin{vmatrix} W_{11}(s), & W_{12}(s), & \dots & W_{1m}(s) \\ W_{21}(s), & W_{22}(s), & \dots & W_{2m}(s) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_{N1}(s), & W_{N1}(s), & \dots & W_{Nm}(s) \end{vmatrix}$$

де передавальні функції

$$W_{in}(s) = \frac{Y_i(s)}{U_n(s)}, \qquad i = \overline{1,N}, \qquad n = \overline{1,m}.$$

У розглянутому випадку вектор-параметр об'єкта $p = [p_1, p_2, \dots, p_\mu]$ складається з елементів матриць A і B, де $\mu = n \times n + n \times m$.

При відсутності зовнішнього обурення ($x_1(t) = 0$) передавальна функція лінійної стаціонарної системи, описуваної рівнянням (1.1.5), представляється у вигляді наступного дробово-раціонального виразу:

$$W_1(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{\sum_{n=0}^{m} b_n s^n}{\sum_{n=0}^{m} a_i s^i}. \tag{1.1.8}$$

Тоді зображення $Y_1(s)$ виходу об'єкта має вигляд

$$Y_1(s) = W_1(s) \times U_1(s).$$

Як відомо [2, 3], імпульсна перехідна функція (ІПФ) одновимірного об'єкта визначається як його реакція на дію вхідного імпульсного сигналу при нульових початкових умовах.

Матриця ІПФ багатовимірного лінійного стаціонарного об'єкта управління визначається як зворотне перетворення Лапласа від матриці передавальних функцій $W(s)$:

$$\mathrm{W(s)} = \begin{vmatrix} W_{11}(s), & W_{12}(s), & \dots & W_{1m}(s) \\ W_{21}(s), & W_{22}(s), & \dots & W_{2m}(s) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_{N1}(s), & W_{N1}(s), & \dots & W_{Nm}(s) \end{vmatrix}$$

При відомій матриці $w(t)$ вектор керованих змінних багатовимірного об'єкта y(t) при нульових початкових умовах визначається інтегралом згортки [6]:

$$y(t) = \int_0^t w(t - t_0)u(t)dt. \qquad (1.1.9)$$

Для одновимірного об'єкта його реакція $y_1(t)$ на вхідний сигнал $u_1(t)$ має вигляд:

$$\mathrm{y(t)} = \int_0^t w_1(t - t_0)u_1(t)dt. \qquad (1.1.10)$$

де скалярна ІПФ $w_1(t) = w_{11}(t)$.

У випадку, коли апріорна інформації про об'єкт мала, тобто коли об'єкт являє собою «чорний ящик», для цілей ідентифікації модель ІПФ доцільно представити в параметричному вигляді [7, 8]:

$$w_1(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i \varphi_i(t), \qquad (1.1.11)$$

де c_i *– невідомі дійсні параметри;* $\varphi_i(\alpha, t)$ *– відомі по своїй структурі функції задані з точністю до вектор-параметра* $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n]$.

В якості системи $\{\varphi_i\}$, зокрема, можна використовувати експоненціальні або ортогональні функції [9, 10, 11].

При цьому вектор–параметр $p = [p_1, p_2, \dots, p_\mu] = [c_1, c_2 \ \dots, c_n, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n]$, де $\mu = 2n$. Перехідний процес $y_1(t)$ на виході об'єкта, що описується ІПФ виду (1.1.11), на одиничний вхідний вплив $u_1(t)$=1(t) визначається відношенням

$$\mathrm{y_1(t)} = \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} \mathrm{c_i} \int_0^{\mathrm{t}} \varphi_{\mathrm{i}}\,(\mathrm{p}, \tau)\mathrm{d}\tau. \qquad (1.1.12)$$

ДОДАТОК Б

Презентація

№	Позначення	Найменування	Дод. відомості
		Текстові документи	
1	ГЮИК. 041830.010 ПЗ	Пояснювальна записка	76с., ф. А4
		Графічні документи	
		Презентація	12 слайдів

Змін.	Арк.	№ документа	Підп.	Дата	ГЮИК. 041830.010 ВД			
Розроб.		Манякін А.А.			Параметрична ідентифікації лініаризації диференціальних рівнянь математични моделей роботизованого виробництва	Літ.	Аркуш	Аркушів
Перевір.		Ромашов Ю.В.						
Н. контр.		Стародубцев М.Г.				ХНУРЕ Кафедра КІТАР		
Затвер.		Невлюдов І.Ш						