УДК 621.376

М. А. ИВАНОВ, канд. техн. наук, *Б. И. МАКАРЕНКО*, д-р техн. наук,
И. А. ЯКОВЛЕВ, канд. физ.-мат. наук

АНАЛИЗ ИСКАЖЕНИЙ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ С КОМБИНИРОВАННОЙ ФАЗОВО-ЧАСТОТНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ

Общий аналитический подход к исследованию искажений дискретных сигналов с произвольной, в том числе и фазово-частотной (ФЧМ), модуляцией при их фильтрации достаточно строго обоснован в работе [1]. Однако известные конкретные результаты расчета искажений при прохождении ФЧМ-сигналов через линейные фильтры относятся к частному случаю использования регулярного закона скачкообразных изменений частоты и фазы данного сигнала в двоичном множестве их разрешенных значений [2; 3]. Учитывая предпочтительность сочетания методов ЧМ-, особенно ФМ-модуляций с повышенной кратностью [3; 4], а также заведомо стохастический характер реальных законов частотно-фазовых переходов в информационных ФЧМ-сигналах [4], целесообразно проанализировать искажения последних для указанного более общего случая.

Найдем конкретное решение поставленной задачи для важного в теоретическом и практическом отношениях случая использования последовательного резонансного колебательного контура [1]. С этой целью запишем дифференциальное уравнение для тока $i(t)$ в указанном типе частотно-избирательного фильтра

$$\frac{d^2 i(t)}{dt^2} + \alpha \frac{di(t)}{dt} + \omega_0^2 i(t) = \frac{de(t)}{dt}, \tag{1}$$

где α, ω_0 — затухание и резонансная частота данного селективного контура; $e(t)$ — внешняя возбуждающая ЭДС, которую в рассматриваемом случае передачи ФЧМ-сигналов можно описать следующим образом [2—4]:

$$e(t) = V\cos(\omega t + \varphi) \equiv V\cos[\omega(t)t + \varphi(t)]. \tag{2}$$

Здесь V, $\omega \equiv \omega(t)$, $\varphi \equiv \varphi(t)$ — амплитуда, частота и фаза ФЧМ-сигнала. Напряжение V фиксированное (т. е. $V = \text{const}(t)$), а величины $\omega(\cdot)$, $\varphi(\cdot)$ являются кусочно-постоянными и в кратные тактовому интервалу T моменты времени $t = nT$ они могут скачкообразно изменяться или оставаться неизменными (в соответствии с используемым способом передачи сообщений и информационным содержанием последних) и принимать любые из конечного множества различных разрешенных значений, т. е. $\omega(t) \in [\omega_1, \omega_\kappa]$ и $\varphi(t) \in [\varphi_1, \varphi_e]$, $\forall t \in [0, \infty]$. Отметим, что $\forall$ — квантор общности; n — целое неотрицательное число, т. е. $n \in N_0$, где N_0 — расширенное множество натуральных чисел, включающее в себя обычное натуральное множество N и 0, $N_0 \doteq N \cup 0$; $\cup$ — знак объединения; k, $l \in N$. На практике, как правило, целесообразно обеспечивать выполнение следующего нестрогого (в общем случае) неравенства: $l \geqslant k \geqslant 2$ [3; 4]. Предположение о скачкообразном характере частотно-фазовых переходов вводится лишь для упрощения анализа. Хотя корректность последующих рассуждений не нарушена, данное предположение для реальных инерционных схем формирования ФЧМ-сигналов является идеализированным [3; 4].

Решение $i(t)$ дифференциального уравнения (1) будем искать в виде суммы свободных $i_c(t)$ и вынужденных $i_в(t)$ колебаний [1; 2]: $i(t) = i_c(t) + i_в(t)$ (3). Здесь

$$i_c(t) = [C_1 \sin \omega_c t + C_2 \cos \omega_c t]\, e^{-\alpha t}; \quad (4)$$

$$i_в(t) = -V[A \sin(\omega t + \varphi) + B \cos(\omega t + \varphi)], \quad (5)$$

где ω_c — частота свободных колебаний [1], $\omega_c \doteq \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$ (6)
Найдем коэффициенты A, B в частном решении (5) неоднородного дифференциального уравнения (1), для чего положим в формуле (3) значение $i_c(t)$ равным нулю. Подставляя полученное таким образом $i(t) = i_в(t)$ в (1), получаем

$$A = \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)\,\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2} \ (7); \quad B = -\frac{2\alpha\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2}. \quad (8)$$

Предположим, что в некоторый момент времени t^* произошло синхронное изменение частоты $\omega_I \to \omega_{II}$ и фазы $\varphi_I \to \varphi_{II}$ ФМЧ-сигнала $e(t)$, причем ω_I, $\omega_{II} \in [\omega_1 \omega_k]$, а φ_I, $\varphi_{II} \in [\varphi_1, \varphi_l]$ и, в общем случае, $\omega_I \gtreqless \omega_{II}$, а $\varphi_I \gtreqless \varphi_{II}$. Это приводит к необходимости решения дифференциального уравнения (1) с краевыми условиями, характеризуемыми существенными для реальных динамических (инерционных) фильтров требованиями «гладкой сшивки» решений $i(t)$ в точке $t = t^*$:

$$i(t^* - 0) = i(t^* + 0);$$

$$\left.\frac{di(t)}{dt}\right|_{t=t^*-0} = \left.\frac{di(t)}{dt}\right|_{t=t^*+0}. \quad (9)$$

Подставляя затем определяемое значениями A, B частное решение $i_в(t)$ дифференциального уравнения (1) в формулы (9), получаем искомые соотношения для нахождения коэффициентов C_1, C_2, полностью и однозначно описывающих общее решение $i_c(t)$ исходного выражения (1):

$$C_2 = -V\left[\omega_I \frac{(\omega_0^2 - \omega_I^2)\sin\varphi_I - 2\alpha\omega_I \cos\varphi_I}{(\omega_0^2 - \omega_I^2)^2 + 4\alpha^2\omega_I^2} - \omega_{II}\frac{(\omega_0^2 - \omega_{II}^2)\sin\varphi_{II} - 2\alpha\omega_{II}\cos\varphi_{II}}{(\omega_0^2 - \omega_{II}^2)^2 + 4\alpha^2\omega_{II}^2}\right]; \quad (10)$$

$$C_1 = \frac{\alpha}{\omega_c} C_2 - V \left[\frac{\omega_{\rm I}^2}{\omega_c} \frac{(\omega_0^2 - \omega_{\rm I}^2)\cos\varphi_{\rm I} + 2\alpha\omega_{\rm I}\cos\varphi_{\rm I}}{(\omega_0^2 - \omega_{\rm I}^2)^2 + 4\alpha^2\omega_{\rm I}^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{\omega_{\rm II}^2}{\omega_c} \frac{(\omega_0^2 - \omega_{\rm II}^2)\cos\varphi_{\rm II} + 2\alpha\omega_{\rm II}\sin\varphi_{\rm II}}{(\omega_0^2 - \omega_{\rm II}^2)^2 + 4\alpha^2\omega_{\rm II}^2} \right]. \qquad (11)$$

Аналогично можно найти отклики на воздействие ФЧМ-сигналов и для других типов и классов фильтров.

Отметим, что полученные выше результаты не связаны с введением каких-либо существенных ограничений на законы частотно-фазовых переходов в ФЧМ-сигнале и на мощность конечных множеств разрешенных значений информативных (модулируемых) параметров данного сигнала. Это позволяет повысить точность и достоверность анализа искажений указанных сигналов, а также обоснованность рекомендаций по снижению влияния этих искажений на эффективность цифровой связи.

В качестве конкретного применения представленных результатов оценим минимально допустимую длительность тактового интервала T, при котором обеспечивается уровень межсимвольной интерференции (МСИ), не превышающей некоторое априорно выбранное значение ε. Поскольку МСИ характеризуется остаточной величиной $i_c(t)$, то при минимальной (т. е. равной лишь одному соседнему тактовому интервалу) «глубине» данных искажений условие «малости» их уровня запишем следующим образом: $e^{-\alpha t}\sqrt{C_1^2 + C_2^2} < \varepsilon$ **(12)**. Анализ результатов количественных расчетов показывает, что коэффициенты C_1, C_2 в рассматриваемом случае существенно зависят от вида только текущего частотно-фазового перехода, т. е. от конкретных значений $\omega_{\rm I}$, $\omega_{\rm II}$, $\varphi_{\rm I}$, $\varphi_{\rm II}$:

$$C_1 = C_1(\omega_{i_{\rm I}},\ \omega_{i_{\rm II}};\ \varphi_{j_{\rm I}}\ \varphi_{j_{\rm II}}) \overset{\circ}{=} C_1(i_{\rm I-II},\ j_{\rm I-II}); \qquad (13)$$

$$C_2 = C_2(\omega_{i_{\rm II}},\ \omega_{i_{\rm II}};\ \varphi_{j_{\rm II}},\ \varphi_{j_{\rm II}}) \overset{\circ}{=} C_2(i_{\rm I-II};\ j_{\rm I-II}), \qquad (14)$$

где $i_{\rm I}$, $i_{\rm II} \in [1,\ \kappa]$, $j_{\rm I}$, $j_{\rm II} \in [1,\ l]$. Можно показать, что уровень МСИ в канале передачи ФЧМ-сигналов, как правило, выше, чем в случае использования ФМ- или ЧМн-сигналов, т. е. обычно справедливы следующие нестрогие неравенства:

$$C_p(i_{\rm I-II};\ j_{\rm I-II}) \geqslant \max_{i_{\rm I},\ i_{\rm II}} \{C_p(i_{\rm I-I};\ j_{\rm I-II});\ C_p(i_{\rm II-II};\ j_{\rm I-II})\}, \quad \forall p \in [1,\ 2]; \qquad (15)$$

$$C_q(i_{\rm I-II};\ j_{\rm I-II}) \geqslant \max_{j_{\rm I};\ j_{\rm II}} \{C_q(i_{\rm I-II};\ j_{\rm I-I});\ \ C_q(i_{\rm I-II};\ j_{\rm II-II})\}, \quad \forall q \in [1,\ 2]. \qquad (16)$$

Это приводит к повышению (по сравнению со случаями использования ФМ- или ЧМн-сигналов) уровня МСИ в каналах передачи ФЧМ-сигналов, что обусловливает необходимость применить специальные дополнительные меры по ослаблению влияния этих искажений.

Например, при конкретном и характеризующем числами k, l модуляционном формате используемых для цифровой передачи информации дискретных ФЧМ-сигналов [4] минимально допустимую длительность тактового интервала T можно определять так:

$$T \geqslant T_{\text{мин}} = \frac{1}{\alpha} \max_{\substack{i \in [1,k] \\ j \in [1,l]}} \left\{ \ln \frac{[C_1(i_{i-\text{II}};\, j_{\text{I}-\text{II}})]^2 + [C_2(i_{\text{I}-\text{II}};\, j_{\text{I}-\text{II}})]^2}{\varepsilon} \right\}. \quad (17)$$

Очевидно, что приведенные результаты пригодны и для оценки минимально необходимого (для обеспечения выполнения условия (12) «малости» уровня МСИ) запаса по ширине частотной полосы передачи ФЧМ-сигналов [2—4]. Можно показать, что одновременные (синхронные) информационные скачки фазы и частоты дискретных ФЧМ-сигналов, как правило, приводят к некоторому расширению спектра последних (по сравнению с полосой ФМ- или ЧМ-сигналов [1—4]). Это вызывает (при прочих равных условиях и, прежде всего, для одинаковой полосы пропускания канальных фильтров) возрастание длительности переходных процессов в частотно-ограниченных каналах. Отсюда следует необходимость соответственно увеличить «запас» по полосе прозрачности канальных фильтров систем цифровой связи с ФЧМ по отношению к значениям указанных «запасов» в случаях использования ФМ или ЧМн.

Отметим, что при использовании нелинейных и инерционных каналов цифровой связи с ограниченной полосой передачи в ряде практически важных случаев может иметь место возрастание МСИ, а также нелинейное «затягивание» переходных процессов и, следовательно, дополнительное увеличение уровня и глубины данных искажений дискретных сигналов [5]. Последний эффект можно охарактеризовать нелинейной добавкой $\Delta t_{\text{п}_{\text{нел}}(\Delta f)}$ к полной длительности переходных процессов $t_{\text{п}(\Delta f)}$ в полосе передачи Δf. Поэтому в общем случае значение тактового интервала необходимо выбирать с учетом следующего выражения:

$$T \geqslant t_{\text{п}(\Delta f)} = t_{\text{п}_{\text{лин}}} + \Delta t_{\text{п}_{\text{нел}}(\Delta f)} \approx T_{\text{мин}} + \Delta t_{\text{п}_{\text{нел}}}(\Delta f), \quad (18)$$

где $t_{\text{п}_{\text{лин}}}$ — «линейная» составляющая переходных процессов в нелинейном канале, $t_{\text{п}_{\text{лин}}} \approx T_{\text{мин}}$. Данное выражение можно использовать и в целях определения дополнительного «запаса» по частотной полосе пропускания нелинейного канала цифровой связи, требуемого для обеспечения неискаженной передачи дискретных ФЧМ-сигналов. В нелинейных системах связи имеет место нарушение ортогональности синфазного и квадратурного каналов, что приводит к появлению перекрестных искажений между ними [5]. Данное явление, вообще говоря, характерно (в существенно меньшей степени) и для линейных каналов при ограниченной полосе передачи и (или) неидеальности стробирования принимаемых символов, что обусловлено специфическим влиянием МСИ. Поэтому детальный анализ и учет влияния эффектов искажений информационных

ФЧМ-сигналов в линейных, и, особенно, нелинейных каналах их передачи с ограниченной полосой пропускания является принципиально необходимым для корректного исследования и обоснованного проектирования систем цифровой связи с указанными сигналами.

Список литературы: 1. *Гоноровский И. С.* Радиотехнические цепи и сигналы.— М.: Сов. радио, 1977.— 608 с. 2. *Ильин Г. М.* Прохождение сигнала с частотно-фазовой манипуляцией через систему выходных контуров радиопередатчика // Вопр. радиоэлектроники. Сер. Общ. вопр. радиоэлектроники.— 1984.— Вып. 2.— С. 46—53. 3. *Частотно-фазовые* модемы /Г. Ф. Витер, Л. Д. Кравченко, М. Н. Маргиев, В. В. Швыдкий.— К.: Техніка, 1983.— 118 с. 4. *Иванов М. А., Макаренко Б. И., Яковлев И. А.* Рациональный метод высокоскоростной передачи цифровой информации по СВЧ и КВЧ, радиоканалам // Радиотехника.— 1985, № 11.— С. 48—51. 5. *Иванов М. А.* Нелинейные процессы в радиоприемниках с частотно-зависимыми характеристиками // Радиотехника.— 1985, № 7.— С. 31—33.

Поступила в редколлегию 18.11.85.

УДК 621.372

И. Я. ЖУРАВЛЕВ, канд. техн. наук, *А. И. ДОВНАРЬ*

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УРОВНЯ СИГНАЛА В СХЕМАХ ФОРМИРОВАТЕЛЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ ПО ФАКТОРУ ПЛОЩАДИ

Для построения формирователей синусоидальных напряжений используют нелинейные элементы — полевые транзисторы, полупроводниковые диоды, туннельные диоды, характеристики которых в определенной области близки к синусоиде. Важным моментом аппроксимации синусоидой близкой к ней кривой является определение оптимального коэффициента сопряжения, обеспечивающего минимальный уровень искажений формируемого сигнала или заданный их спектральный состав, удобный для фильтрации высокочастотных компонент. Аналитическое решение этой задачи связано с определенными трудностями из-за сложности и приближенного характера моделей указанных приборов и в связи с необходимостью многократного разложения в ряд Фурье сформированных колебаний. Оптимизация схем данного класса по критерию минимума нелинейных искажений вызывает увеличение затрат машинного времени, поскольку необходимо использовать программы анализа схем в динамическом режиме и последующим спектральным анализом полученных характеристик.

Критерием точности согласования сформированной кривой с синусоидой может служить значение относительной разностной площади по модулю, описываемой последними на интервале углов $0 \leqslant \varphi \leqslant \pi/2$. Количественно различие между коэффициентом гармоник и относительным значением разностной площади уменьшается с возрастанием подобия синусоиды и характеристики форми-