

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ОПТИМАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ АВТОМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА СОСТАВА БИНАРНЫХ СРЕД

В. С. Кобяков

Одесса

Ранее нами показано [1], что логарифм отношения интенсивности «мягкого» гамма-излучения перед анализируемой пробой I_0 к интенсивности гамма-излучения после пробы (I_x) таков:

$$\ln I_0/I_x = \mu_0 \rho x, \quad (1)$$

где μ_0 — массовый коэффициент ослабления, пропорциональный процентному соотношению компонентов бинарной среды;

ρ — плотность анализируемой среды;

x — толщина слоя анализируемой среды.

Можно найти оптимальную величину произведения ρx , при которой μ_0 (а, следовательно, и соотношение компонентов) определим с наименьшей ошибкой. Очевидно, что

$$\mu_0 = \frac{1}{\rho x} \ln \frac{I_0}{I_x}. \quad (2)$$

Следовательно, задача нахождения μ_0 сводится к определению $y = I_0/I_x$.

Величина y является функцией двух случайных величин I_0 и I_x , так как каждый акт радиоактивного распада ядер источника гамма-излучения, а также каждый акт взаимодействия гамма-квантов с атомами анализируемой среды является случайным событием, статистически распределенным во времени.

В условиях хорошей статистики относительные флуктуации величин I_0 и I_x невелики. Поэтому функцию y можно разложить в ряд в окрестностях точки $I_0 = \bar{I}_0$, $I_x = \bar{I}_x$ и ограничиться первыми членами ряда. Тогда получим

$$y = \frac{\bar{I}_0}{\bar{I}_x} + \frac{I_0 - \bar{I}_0}{\bar{I}_x} - \frac{I_0(I_x - \bar{I}_x)}{\bar{I}_x^2}. \quad (3)$$

Раскладывая (2) в ряд и ограничиваясь первыми членами, имеем

$$\mu_0 = \frac{1}{\rho x} \ln \bar{y} + \frac{y - \bar{y}}{\rho x \bar{y}}. \quad (4)$$

Усреднение этого равенства дает

$$\bar{\mu}_0 = \frac{1}{\rho x} \ln \bar{y} = \frac{1}{\rho x} \ln \frac{\bar{I}_0}{\bar{I}_x}. \quad (5)$$

Далее, из (4) следует, что

$$D_{\mu_0} = \frac{D_y}{(\rho x)^2 y^2} = \frac{\delta_y^2}{(\rho x)^2}, \quad (6)$$

где D_{μ_0} — дисперсия случайной величины μ_0 ;

D_y — дисперсия случайной величины y ;

δ_y — относительная флуктуация случайной величины y , т. е. (2)

$$\delta_y = \sqrt{\frac{1}{I_0} + \frac{1}{I_x}}. \quad (7)$$

Тогда

$$D_{\mu_0} = \frac{1}{(\rho x)^2} \left(\frac{1}{I_0} + \frac{1}{I_x} \right). \quad (8)$$

Наконец, квадрат относительной флуктуации величины равен

$$\delta_{\mu_0}^2 = \frac{\frac{1}{I_0} + \frac{1}{I_x}}{\ln^2 \frac{I_0}{I_x}}. \quad (9)$$

Это соотношение можно представить в следующем виде μ_0 :

$$\delta_{\mu_0}^2 = \frac{1}{I_0} \left(\frac{1 + \sqrt{\frac{I_0}{I_x}}}{\ln \frac{I_0}{I_x}} \right)^2. \quad (10)$$

Очевидно, что величина δ_{μ_0} представляет собой относительную ошибку анализа состава. Минимума эта ошибка достигает при выполнении следующего условия:

$$\sqrt{\frac{I_0}{I_x}} \ln \frac{I_0}{I_x} - 2 \left(1 + \sqrt{\frac{I_0}{I_x}} \right) = 0, \quad (11)$$

т. е. при

$$\frac{I_0}{I_x} \cong 12,95.$$

Тогда оптимальная величина произведения плотности анализируемой среды на толщину слоя

$$\rho x = \frac{1}{\mu_0} \ln 12,95 = \frac{2,53}{\mu_0}. \quad (12)$$

Таким образом, найдено простое соотношение, позволяющее определять такую геометрию автоматического измерения соотношения компонентов, при которой ошибка измерения при прочих равных условиях, оказывается минимальной.

Среднее значение массового коэффициента поглощения μ_0 для железной руды, например, при энергии гамма-квантов 84 кэв составляет около 0,35 см²/г. Следовательно, оптимальное значение произведения

$$\rho x = \frac{2,53}{0,35} = 7,4 \text{ г/см}^2.$$

При плотности железной руды $\rho = 2,2 \text{ г/см}^3$ определяем оптимальную толщину слоя железной руды на ленте конвейера или в кювете

$$x_{\text{опт}} = \frac{7,4}{2,2} = 3,5 \text{ см.}$$

Аналогично можно найти оптимальную величину ρx для угля. Среднее значение μ_0 в этом случае составляет около $0,18 \text{ см}^2/\text{г}$ для той же энергии гамма-квантов. Тогда

$$\rho x = \frac{2,58}{0,18} = 14,3 \text{ г/см}^2.$$

При плотности угля $\rho = 1,5 \text{ г/см}^3$ оптимальная толщина слоя при анализе зольности гамма-абсорбционным методом равна

$$x_{\text{опт}} = \frac{14,3}{1,5} = 10 \text{ см.}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. Я. Иванченко, В. С. Кобяков. Метод оперативного контроля содержания минеральных примесей в угле. «Изв. вузов, Горный журнал», 1962, № 5.
2. Н. В. Дудин-Барковский, Н. В. Смирнов. Теория вероятностей и математическая статистика в технике. Гостехиздат, 1955.