УДК 517

С.И. ЛЕВАГИНА, С.Ю. ШАБАНОВ-КУШНАРЕНКО

МОДЕЛИ СУБЪЕКТИВНЫХ ОЦЕНОК

Рассматриваются проблемы построения эффективного нелинейного математического аппарата для формализации и моделирования механизма социально-экономических оценок.

Введение

Наличие модели, достаточно точно предсказывающей оценку человеком места работы при ее поиске и выборе, важно для управления движением кадров и миграцией населения для снижения их текучести на предприятиях, сокращения потерь среднего времени между увольнением и поступлением на работу, оптимизации распределения трудовых ресурсов по отраслям, планирования развития предприятия, жилищного строительства и т.п.

1. Компараторная идентификация процесса оценки человеком места работы

Место работы формально характеризуется вектором $x=(x_1,x_2,...,x_m)$. Здесь $x_1,x_2,...,x_m$ – вещественные числа, характеризующие различные стороны места работы, такие как размер зарплаты, удаленность от места жительства, срок предоставления жилплощади и ее размер, уровень обеспеченности дошкольными учреждениями и т.п. Оценка места работы характеризуется вещественным числом u, называемым степенью привлекательности места работы, которое линейно зависит от вектора a:

$$u=F(x)=x_1k_1,x_2k_2,...,x_mk_m. \quad (1)$$

Обозначим $x_1k_1=u_1$, $x_2k_2=u_2$, ..., $x_mk_m=u_m$, тогда

$$u=u_1+u_2+...+u_m. \quad (2)$$

Числа $u_1+u_2+...+u_m$ называются компонентами степени привлекательности места работы, они характеризуют степень привлекательности каждой стороны места работы.

Весовые коэффициенты $k_1,k_2,...,k_m$ численно характеризуют удельную привлекательность каждой стороны места работы для данного человека. Набор чисел ($k_1,k_2,...,k_m$) полностью определяет реакцию конкретного лица, выбирающего место работы. Согласно описываемой здесь модели человек всегда предпочитает то место работы, которое обладает для него наивысшей степенью привлекательности. Целью структурной идентификации процесса оценки человеком места работы является решение вопроса о применимости описанной выше линейной

модели к лицам, размышляющим над выбором места работы. Задачей параметрической идентификации служит выведение из фактов поведения лица, выбирающего место работы, численных значений коэффициентов $k_1,k_2,...,k_m$.

Применение компараторного метода предполагает наличие у человека способности устанавливать равенство и неравенство степени привлекательности любых двух мест работы. В действительности человек способен даже на большее: он может, кроме того, устанавливать, какое из предъявленных ему мест работы лучше, а какое – хуже. Два места работы будем считать равноценными, если человек затрудняется отдать предпочтение одному из них. Человек, устанавливающий равноценность и неравноценность двух мест работы x и y, реализует своим поведением предикат

$$E(x,y)=D(F(x),F(x)), \quad (3)$$

равный единице, когда места работы равноценны, и равный нулю – в противном случае, т.е. когда одно из мест работы предпочтительнее другого. Приведенные выше соображения вводят интерпретацию метода компараторной идентификации, которую мы назовем социально-экономической. В отличие от других интерпретаций, при социально-экономической интерпретации выходной сигнал линейного объекта одномерен, следовательно, $n=1$.

Наличие социально-экономической интерпретации открывает дорогу для практического применения разработанной в [1] теории компараторной идентификации линейных конечномерных объектов к изучению процесса оценки человеком места работы. Вопрос о применимости линейной модели решается методами, изложенными в [1]. Весовые коэффициенты $k_1,k_2,...,k_m$, характеризующие поведение лица, выбирающего место работы, могут быть найдены методами, описанными в [1].

Специфика социально-экономических объектов требует большого объема статистических измерений для обеспечения достаточной точности моделирования. В этом случае была использована модель в виде не предиката равенства (3), требующего большого количества измерений, а предиката порядка:

$$P(F(x),F(y)),$$

где $P(u,v)=\begin{cases}1, \text{ если } u\ge v,\\ 0, \text{ если } u<v.\end{cases}$

Поскольку выходные сигналы объекта u, v можно идентифицировать как вещественные числа [1, гл. 5], то порядок на множестве входных сигналов существует и применение в качестве модели предиката порядка математически обосновано. Как показала практика, эта модель для социально-экономических объектов удобнее и значительно сокращает объем необходимых измерений.

2. Функциональный метод шкалирования входных сигналов объекта идентификации

Обратим внимание на одну проблему, выходящую за рамки задачи компараторной идентификации, без решения которой невозможно приступить к математическому описанию объекта. Речь идет о правильном выборе шкалы описания входных сигналов объекта. При компараторной идентификации цветового зрения человека эта проблема не возникала, поскольку Ньютон, описывая световое излучение энергетическим спектром, очень удачно выбрал шкалу. Именно при такой шкале цвет излучения оказывается линейной функцией излучения. Совсем иное создалось бы положение, если бы мы попытались использовать для описания светового излучения амплитудный спектр соответствующего электромагнитного колебания. Вторая шкала связана с первой нелинейно, поскольку мощность излучения при каждой длине волны пропорциональна квадрату амплитуды соответствующей гармоники электромагнитного колебания. Поэтому при описании светового излучения вторым способом его цвет уже не будет линейно зависеть от цвета, и метод компараторной идентификации линейного конечномерного объекта в данном случае окажется неприменимым.

Специфика задачи компараторной идентификации процесса оценки человеком места работы заключается в том, что компоненты $x_1, x_2, ..., x_m$ вектора места работы x по своей природе разнородны, каждый из них требует описания в своей собственной шкале. Нет никаких оснований надеяться, что с самого начала удастся шкалы выбрать правильно. Предположим, что все шкалы выбраны неправильно. Обозначим вектор места работы, получаемый при этих шкалах, символом x', а его компоненты – символами $x'_1, x'_2, ..., x'_m$, так что $x' = (x'_1, x'_2, ..., x'_m)$. Зависимость степени привлекательности u места работы от параметров $x'_1, x'_2, ..., x'_m$ запишется в виде:

$$u = F'(x) = g_1(x'_1)k_1 + g_2(x'_2)k_2 + ... + g_m(x'_m)k_m. \qquad (4)$$

Здесь $g_i(x'_i) = x'_i$ $(i = \overline{1,m})$ – некоторые функции, связывающие сигналы x'_i и x_i, представленные соответственно в неправильной и правильной шкале.

Обозначим через $G(x') = x$ зависимость, связывающую векторы x' и x одного и того же места работы, представленного соответственно в неправильных и правильных шкалах. Она задается равенством

$$\begin{aligned} &G(x'_1, x'_2, ..., x'_m) = \\ &= (g_1(x'_1)k_1 + g_2(x'_2)k_2 + ... + g_m(x'_m)k_m). \end{aligned} \qquad (5)$$

Человек, устанавливающий равноценность и неравноценность двух мест работы x' и y', описанных в неправильных шкалах, реализует своим поведением предикат

$$E'(x', y') = E(G(x'), G(y')). \qquad (6)$$

Предикат $E'(x, y)$ характеризует то же поведение человека, но для входных сигналов $x = G(x')$ и $y = G(y')$, описанных в правильных шкалах.

Рассмотрим условие

$$\begin{aligned} &E'((x'_1, a'_2, ..., a'_{i-1}, a'_i, a'_{i+1}, ..., a'_m), \\ &(a'_1, a'_2, ..., a'_{i-1}, x'_i, a'_{i+1}, ..., a'_m)) = 1. \end{aligned} \qquad (7)$$

Здесь $a'_1, a'_2, ..., a'_m$ – фиксированные компоненты вектора места работы, описанного в неправильных шкалах, x'_1 и x'_i – переменные компоненты, $i = \overline{1,m}$. Для каждого значения переменной x'_1 исследователь так подбирает значение переменной x'_i, чтобы соблюдалось условие равноценности мест работы:

и

для данного человека, оценивающего место работы. В результате из опыта описываются зависимости $x'_i = h_i(x'_1)$, где $i = \overline{1,m}$.

Пользуясь (1), (3), (5) и (6), переписываем условие (7) в виде

$$\begin{aligned} &g_1(x'_1)k_1 + g_2(a'_2)k_2 + ... + g_{i-1}(a'_{i-1})k_{i-1} + ... \\ &+ g_i(a'_i)k_i + g_{i+1}(a'_{i+1})k_1 + ... + g_m(a'_m)k_m = \\ &= g_1(a'_1)k_1 + g_2(a'_2)k_2 + ... + g_{i-1}(a'_{i-1})k_{i-1} + ... \\ &+ g_i(x'_i)k_i + g_{i+1}(a'_{i+1})k_1 + ... + g_m(a'_m)k_m. \end{aligned}$$

После упрощений имеем

$$g_1(x'_1)k_1 + g_i(a'_i)k_i = g_1(a'_1)k_1 + g_i(x'_i)k_i.$$

Решая последнее уравнение относительно , получаем

$$x'_i = g_i^{-1}(g_1(x'_1)k_1 / k_i + g_i(a'_i) - g_1(a'_1)k_1 / k_i.$$

Таким образом,

$$h'_i(x'_1) = g_i^{-1}(g_1(x'_1)k_1 / k_i + g_i(a'_i) - g_1(a'_1)k_1 / k_i. \qquad (8)$$

Пусть $x'' = (x''_1, x''_2, ..., x''_m)$ – вектор места работы, компоненты которого представлены в промежуточных шкалах, для которых $x''_1 = x'_1$, $h_i(x''_1) = x''_i$, где $i = \overline{1,m}$. Введем функцию $H(x'') = x'$, задаваемую равенством:

$$H(x''_1, x''_2, ..., x''_m) = (x''_1, h_2(x''_2), ..., h_m(x''_m)). \qquad (9)$$

Она связывает векторы x' и x'' одного и того же места работы, представленного соответственно в неправильных и промежуточных шкалах. Человек, устанавливающий равноценность и неравноценность двух мест работы x'' и y'', описанных в промежуточных шкалах, реализует своим поведением предикат

$$E''(x'', y'') = E'(H(x''), H(y'')). \qquad (10)$$

Предположим, что два места работы $(x''_1, x''_2, ..., x''_m)$ и $(h''_1, h''_2, ..., h''_m)$, описанные в промежуточных шкалах, равноценны. Это означает, что

$$E''((x''_1, x''_2, ..., x''_m), (h''_1, h''_2, ..., h''_m)) = 1. \qquad (11)$$

Согласно (9) и (10), это условие равносильно следующему:

$$E''((x''_1, h_2(x''_2), ..., h_2(x''_m)),$$
$$(h''_1, h_2(h''_2), ..., h_2(h''_m))) = 1.$$

В свою очередь, последнее равенство равносильно условию

$$E''((g_1(x''_1), g_2(x''_2), ..., g_m(x''_m)),$$
$$(g_1(h''_1), g_2(h''_2), ..., g_m(h''_m))) = 1.$$

Далее, согласно (1) и (3), только что записанное условие переписываем в виде

$$g_1(x''_1)k_1 + g_2(h_2(x''_2))k_2 + ... + g_m(x''_m))k_m =$$
$$= g_1(h''_1)k_1 + g_2(h_2(x''_2))k_2 + ... + g_m(h''_m))k_m.$$

После замены по (8) и упрощений в последнем равенстве окончательно получаем:

$$g_1(x''_1) + g_1(x''_2) + ... + g_1(x''_m)) =$$
$$= g_1(h''_1) + g_2(h''_2) + ... + g_m(h''_m). \qquad (12)$$

Полагая

$$F''(x'') = g_1(x''_1) + g_1(x''_2) + ... + g_1(x''_m), \qquad (13)$$

имеем

$$E''(x'', y'') = D(F''(x''), F''(y'')). \qquad (14)$$

Значения функции $F''(x'')$ можно принять в качестве степени привлекательности u места работы x'', представленного в промежуточных шкалах. Приравнивая слагаемые, зависящие от переменных x_i и x''_i $(i = \overline{1, m})$ в выражениях (1) и (3), получаем $x_i k_i = g_1(x''_i)$, откуда

$$x_i = 1/k_i g_1(x''_i). \qquad (15)$$

Выражение (15) показывает, что правильные шкалы для всех компонентов $x''_1, x''_2, ..., x''_m$ места работы определяются единственной функцией g_1 с точностью до масштаба. Таким образом, для отыскания правильных шкал описания входных сигналов объекта осталось определить из опыта вид функции g_1.

Предположим, что два места работы

$$(x''_1, a''_2, .., a''_{i-1}, x''_1, a''_{i+1}, a''_m) =$$
$$= (a''_1, a''_2, .., a''_{i-1}, x''_i, a''_{i+1}, .., a''_m),$$

описанные в промежуточных шкалах, равноценны. Для каждого значения переменной x''_1 исследователь так подбирает значение переменной x''_i, чтобы только что сформулированное условие соблюдалось. В результате из опыта находится зависимость $x''_i = l(x''_1)$. Вид функции l, вообще говоря, будет иным, если по-другому зафиксировать параметры $a_1, a_2, .., a_m$. С другой стороны, согласно (13) и (14), равноценность мест работы означает, что

$$g_1(x''_1) + g_1(a''_2) + ... + g_1(a''_{i-1}) + g_1(x''_1) +$$
$$+ g_1(a''_{i+1}) + ... + g_1(a''_m) = g_1(a''_1) + g_1(a''_2) +$$
$$+ ... + g_1(a''_{i-1}) + g_1(x''_i) + g_1(a''_{i+1}) + ... + g_1(a''_m).$$

После упрощений имеем $2g_1(x''_1) = g_1(a''_1) + g_1(x''_i)$. Решаем последнее уравнение относительно

$$x''_i : x''_i = g_1^{-1}(2g_1(x''_1) - g_1(a''_1)).$$

Таким образом,

$$l_{a''_1}(x''_1) = g_1^{-1}(2g_1(x''_1) - g_1(a''_1)). \qquad (16)$$

При функции l указан индекс a''_1, поскольку она зависит от параметра a''_1. Выражение (16) представляет собой функциональное уравнение, поскольку требуется по известной функции $l_{a''_1}$ отыскать функцию g_1. Общий метод решения этого уравнения нам неизвестен. Однако в каждом конкретном случае его можно с определенной степенью приближения решить методом подбора функции g_1. Суть метода заключается в следующем. Принимаем в роли g_1 какую-нибудь из стандартных монотонных функций: степенную, показательную, логарифмическую, степенной полином заданной степени и т.п. Подставляя выбранную функцию g_1 в правую часть равенства (16), получаем выражение для функции $l_{a''_1}$ при конкретном значении параметра a''_1. Далее находим такие значения констант, определяющих конкретный вид функции g_1 (например, значение показателя k для степенной функции $x''_1{}^k$), при которых имеет место наилучшее приближение правой части равенства (16) к уже известному графику функции $l_{a''_1}$.

Например, применяя в роли функции g_1 степенную функцию с произвольным показателем k $g_1(x''_1) = x''_1{}^k$, получаем согласно (16) следующее выражение для функции $l_{a''_1}$:

$$l_{a''_1}(x''_1) = \sqrt[k]{2(\xi''_1)^k - (a''_1)^k}\ . \tag{17}$$

При $a''_1 = 0$ имеем:

$$l_0(x''_1) = \sqrt[k]{2\xi''_1}\ . \tag{18}$$

Если экспериментально найденная функция l_0 не может быть признана прямой, проходящей через начало координатной системы $x''_1\, x''_i$, то нужно попробовать какую-нибудь другую шкалу, а если все возможности такого рода исчерпаны, применить степенной полином или какой-либо другой способ многопараметрического задания функции g''_1. Если же функция l_0 подходит, то по углу наклона прямой $x''_i = \sqrt[k]{2\xi''_1}$ находим значение показателя степени k. Для окончательного заключения о приемлемости степенной шкалы следует еще удостовериться в том, что результаты вычислений по формуле (17) при ненулевых значениях параметра a''_1 также согласуются с экспериментальными кривыми $l_{a''_1}$.

3. Табулирование изоморфизмов линейного предиката

Рассмотрим модель компараторной идентификации в виде m-мерного линейного предиката:

$$E(x, y) = D(Ax, Ay)\,, \tag{19}$$

$x, y \in R^n$, A – матрица размерности $m \times n$ и ранга m, $m \le n$. Для такой модели разработаны методы параметрической идентификации матрицы A [1, гл. 7].

Из практики известно, что существуют объекты, моделируемые следующим предикатом:

$$E_1(x, h) = D(F(x), F(h))\,, \tag{20}$$

где F – нелинейная вектор-функция, $x, h \in R^n, F(x), F(h) \in R^m$. Эта нелинейность делает невозможным применение указанных выше параметрических методов идентификации. С другой стороны, недоступность выходных сигналов некоторых таких объектов для прямого измерения означает неприменимость к ним классических методов идентификации.

Найдем условие, достаточное для того, чтобы существовали шкалы измерения входных сигналов, делающие модель объекта линейной. Введем следующее ограничение на характеристическую функцию F предиката (19): для любых x, h существует такой изоморфизм j предиката $E_1(x, h)$ и линейного предиката $E(x, y)$,

$$E_1(x, h) = E(j(x), j(h)) = E(x, y)\,, \tag{21}$$

что

$$j(x) = (j_1(x), j_2(x), ..., j_n(x)) = (x_1, x_2, ...x_n)\,. \tag{22}$$

Если выполняются эти условия, то, зная вектор-функцию φ, т.е. способ изменения шкал входных сигналов, можно перейти от нелинейной модели объекта E_1 к линейной E.

Целью настоящего раздела является построение алгоритма нахождения вектор-функции φ. Поскольку φ находится из эксперимента, по точкам, то построим алгоритм табулирования φ. Начнем разработку алгоритма с определения размерности m вектор-функции F. Возьмем произвольный входной сигнал ξ и подберем входной сигнал η так, чтобы при любом параметре k выполнялось неравенство $F(\xi) \ne F(k\eta)$, $k\eta = (k\eta_1, k\eta_2, ..., k\eta_n)$. Затем подберем входной сигнал γ так, чтобы при любых параметрах k и l выполнялось неравенство $F(l\xi + k\eta) \ne F(\gamma)$. Продолжаем эту процедуру до тех пор, пока будут находиться выходные сигналы с таким свойством. Полученный набор будет одним из возможных базисов подпространства входных сигналов, которое содержит область значений характеристической вектор-функции F. Размерность этого подпространства будет совпадать с размерностью F. Возможны три, с практической точки зрения, различных случая: $m = 1$, $2 \le m \le n$, $m = n$. Последний случай тривиален, поскольку при $m = n$ и выполнении условий (21) и (22) предикаты $E_1 = E = D$.

Рассмотрим случай $m<n$. Пусть предикаты E и E_1 связаны равенствами (21) и (22), причем $\varphi_i(x_i)$ - биекции, $\varphi_i : R \to R$. Пусть также из любого сочетания $n-1$ индексов от 1 до n можно выбрать m таких, что

$$\forall \xi \in R^n \exists \{\delta_i \in R\}_{i \in I}, E_1(\xi, \sum_{i \in I} \Delta_i) = 1, \qquad (23)$$

где I – множество из m выбранных индексов, $\Delta_i \in R^n$, причем i-я координата Δ_i равна δ_i, а остальные, соответственно, d_j^0 – такой величине, что $j_j(d_j^0)=0$. (Последнее условие несколько усиливает условие m-мерности предиката E, требуя, чтобы почти все наборы из m единичных векторов были для него базисными).

Процедура табулирования всех n функций j_i аналогична. Рассмотрим процедуру табулирования функции j_1 .

1. Определение нулей 0_i функций j_i, шагов табулирования h_i (в областях реальных значений функций j_i), верхних и нижних границ p_i^+ и p_i^- значений функций j_i ($i=\overline{1,n}$).

Только в этом пункте требуется использование явных значений вектор-функции j – величин 0_i, h_i, p_i^+ , p_i^-. Значениями p_i^+ и p_i^- примем соответственно максимальное и минимальное значения функций j_i. В качестве нулей функций j_i можно брать любые их значения, поскольку они определяют только положение системы координат, в которых находятся. В целях упрощения алгоритма табулирования примем $0_i = p_i^-$. Такой выбор 0_i располагает все остальные значения j_i в положительной области. Величины шагов табулирования h_i зависят от необходимой точности модели; число получаемых экспериментальных точек k можно вычислить по формуле $k=((p_i^+ - 0_i)/h_i)+1$.

Найдем такие величин $d_i{}^0, d_i{}^h, d_i{}^+$, что

$$j(d_1{}^0, d_2{}^0, ..., d_n{}^0) = (0_1, 0_2, ..., 0_n),$$
$$j(d_1{}^0, ..., d_i{}^h, ..., d_n{}^0) = (0_1, ..., h_i, ..., 0_n),$$
$$j(d_1{}^0, ..., d_i{}^+, ..., d_n{}^0) = (0_1, ..., p_i{}^+, ..., 0_n), i=\overline{1,n}.$$

Образуем вектор $D_1{}^1 = (d_1{}^1, d_2{}^0, ..., d_n{}^0)$.

2. Определение m индексов, не равных 1 (номеру табулируемой функции) из $n-1$ оставшихся, таких что выполняется условие (8). Пусть, например, искомые индексы - это номера от 2 до $m+1$.

3. Определение величин $d_i \in R$, $i=\overline{2,m+1}$, таких что

$$E(D_1{}^1, \sum_{i=2}^{m+1} D_i) = 1, \qquad (24)$$

здесь $D_i \in R^n$ – векторы указанной в условии структуры.

4.1. Определение величины $d_1{}^2$, такой что

$$j_1(d_1{}^2) = 2 j_1(d_1{}^1), \qquad (25)$$

из условия

$$E_1(\overline{\Delta_1}{}^2, D_1{}^2) = 1, \qquad (26)$$

где

$$\overline{\Delta_1}{}^2 = (d_1{}^1, d_2, ..., d_{m+1}, d_{m+2}{}^0, ..., d_n{}^0). \qquad (27)$$

Докажем, что равенства (26) и (27) выполняются одновременно. Согласно теореме об общем виде m-мерного линейного предиката E существует матрица A размера $m \times n$ и ранга m, такая что

$$\forall x, y \in R^n \quad E(x,y) = D(Ax, Ay), \qquad (28)$$

где D – предикат равенства.

Перейдем в равенстве (25) от предиката E_1 к предикату E, пользуясь условиями (22) и (28), а также представлением (23) функции j:

$$l = E_1(D_1{}^1, \sum_{i=2}^{m+1} D_i) = E(j(D_1{}^1), j(\sum_{i=2}^{m+1} D_i)) =$$
$$= E((j_1(d_1{}^1), 0_2, ..., 0_n), (0_1, j_2(d_2), j_{m+1}(d_{m+1}),$$
$$0_{m+2}, ..., 0_n)) = D(j_1(d_1{}^1)A_1, \sum_{i=2}^{m+1} j_i(d_i)A_i),$$

здесь A_i – i-й столбец матрицы A. Таким образом, мы показали, что

$$\sum_{i=2}^{m+1} j_i(d_i)A_i = j_1(d_1{}^1)A_1. \qquad (29)$$

Сделаем аналогичный переход в равенстве (27):

Мы воспользовались равенством (29) и тем, что вектор $A_1 = 0$. Случай $A_1 = 0$ интереса не представляет, так как тогда значения d_1 и $j_1(d_1)$ не влияли бы на предикаты E и E_1.

Поскольку j_1 – биективная функция, то существует величина $d_1{}^2$, такая что выполняется равенство (26), а значит, и равенство (27), что и требовалось показать.

4.2. Определение величины $d_1{}^3$, такой что

$$j_1(d_1{}^3) = 3 j_1(d_1{}^1), \tag{30}$$

из условия

$$E_1(\overline{\Delta_1}^3, D_1{}^3) = 1, \tag{31}$$

где $D_1{}^3 = (d_1{}^3, d_2{}^0, ..., d_n{}^0)$, $\overline{\Delta_1}^3 = (d_1{}^2, d_2, ..., d_{m+1}, d_{m+2}{}^0, ..., d_n{}^0)$.

Доказательство эквивалентности равенств (30) и (31) аналогично предыдущему.

Табулирование функции j_1 продолжается до тех пор, пока не будет пройден весь интересующий нас диапазон. На шаге 4.k определяется величина $d_1{}^{k+1}$, такая что

$$j_1(d_1{}^{k+1}) = (k+1) j_1(d_1{}^1), \tag{32}$$

из условия

$$E_1(\overline{\Delta_1}^{k+1}, D_1{}^{k+1}) = 1, \tag{33}$$

где $D_1{}^{k+1} = (d_1{}^{k+1}, d_2{}^0, ..., d_n{}^0)$,

$$\overline{\Delta_1}^{k+1} = (d_1{}^k, d_2, ..., d_{m+1}, d_{m+2}{}^0, ..., d_n{}^0). \tag{34}$$

Общая таблица табулирования имеет вид ($i = \overline{1,n}$):

Табулирование закончено.

Теперь рассмотрим частный случай, когда предикат E одномерен, $m = 1$:

$$"x, y \in R^n \quad E(x, y) \in R^n \quad E(x, y) = D(ax, ay), \tag{35}$$

где $a \in R^n, ax = \sum_{i=1}^{n} a_i x_i$. Хотя бы два компонента вектора a (например, a_1 и a_2) не равны нулю. Предикат E_1 связан с предикатом E равенством (21) и вектор-функция j имеет вид (22) и, как и в случае $m < n$, является биекцией.

Тогда процедура табулирования вектор-функции j следующая:

1. Все аналогично 1-му шагу общего случая $m < n$, за исключением того, что шаг табулирования h одинаков по всем компонентам j_i, $i = \overline{1,n}$.

2. Определение величины $d_2{}^1$, равновеликой величине $d_1{}^1$, т.е. такой, что

$$j_2(d_2{}^1) = j_1(d_1{}^1). \tag{36}$$

Для этого воспользуемся условием

$$E_1((d_1{}^1, d_2{}^0, d_3, ..., d_n), (d_1{}^0, d_2{}^1, d_3, ..., d_n)) = 1, \tag{37}$$

где $d_3, ..., d_n$ – произвольные фиксированные величины. Действительно, перейдем к предикату E по формуле (21)

$$\begin{gathered} E((j_1(d_1{}^1), 0_2, j_3(d_3), ..., j_n(d_n)), \\ (0_1, j_2(d_2{}^1), j_3(d_3), ..., j_n(d_n))) = 1. \end{gathered} \tag{38}$$

Прежде чем воспользоваться представлением (20) предиката E, выполним его упрощение. Без ограничения общности можно считать, что если $a_i \neq 0$, то $a_i \neq 1$, $i = \overline{1,n}$. Действительно, если $a_i \neq 0$, то можно положить $j'_i(x_i) = 1 / a_i \, j_i(x_i)$. Очевидно, что функции j'_i образуют изоморфизм j' предикатов E_1 и E', такой что $"x, p\,ph \in R^n \quad E_1(x, p\,ph) = E'(j'_1(x_1), ..., j'_n(x_n))$, причем вектор-функция j' и предикат E' обладают всеми свойствами вектор-функции j и предиката E_1 соответственно. Значит, будем считать, что $a_i = 1$ или $a_i = 0$, $i = \overline{1,n}$. Пользуясь последним условием, равенством (35) и тем, что $a_1 = 0$ и $a_2 = 0$, перейдем от (38) к следующему равенству:

$$j_1(d_1) + 0 + j_3(d_3) + ... + j_n(d_n) =$$
$$= 0 + j_2(d_2{}^1) + j_3(d_3) + ... + j_n(d_n).$$

Величины, зависящие от $d_3,...,d_n$, взаимно уничтожаются и остается не зависящее от них равенство

$$j_1(d_1{}^1) = j_2(d_2{}^1), \qquad (39)$$

что и требовалось показать.

3. Табулирование функции j_1.

3.1. Определение величины $d_1{}^2$, такой что

$$j_1(d_1{}^2) = 2j_1(d_1{}^1). \qquad (40)$$

Для этого достаточно воспользоваться условием

$$E_1((d_1{}^{1`}, d_2{}^1, d_3,..., d_n), (d_1{}^2, d_2{}^0, d_3,..., d_n)) = 1. \qquad (41)$$

Действительно, используя равенства (21), (35) и условие $a_i = 1$ или $a_i = 0$, $i = \overline{1,n}$, получаем: $j_1(d_1{}^1) + j_2(d_2{}^1) = j_1(d_1{}^2)$. Вместе с равенством (36) это дает требуемое соотношение (40).

3.2. Определение величины $d_1{}^3$, такой что

$$j_1(d_1{}^3) = 3j_1(d_1{}^1). \qquad (42)$$

Для этого следует воспользоваться условием

$$E_1((d_1{}^{2`}, d_2{}^1, d_3,..., d_n), (d_1{}^3, d_2{}^0, d_3,..., d_n)) = 1. \qquad (43)$$

Доказательство аналогично предыдущему.

Табулирование продолжается до тех пор, пока не будет пройден весь интересующий нас диапазон, т. е. до шага 3.N, когда

$$d_1{}^N \geq d_1{}^{p^+}, d_1{}^{N-1} \geq d_1{}^{p^+}. \qquad (44)$$

4. Табулирование функций j_i, $i = \overline{2,n}$, таких что $a_i = 0$. Для определения величины $d_i{}^k$, такой что

$$j_i(d_i{}^k) = kh, \qquad (45)$$

следует воспользоваться условием

$$E_1((d_1{}^{k`}, d_2,..., d_{i-1}, d_i{}^0, d_{i+1}..., d_n), (d_1{}^0, d_2,..., d_{i-1}, d_i{}^k, d_{i+1},..., d_n)) = 1, \qquad (46)$$

$i = \overline{2,n}$, $k = \overline{1,N}$.

Доказательство такое же, как и в п. 3.1. Если $a_i = 0$, то значения d_i и j_i не влияют на предикаты E_1 и E. Общая таблица табулирования

Теперь, имея результаты табулирования, можно проверить выполнение условий (21) и (22). Если предикат E обладает свойствами m-мерного линейного предиката, то эти условия выполняются. Условие (23) также можно проверить только после табулирования, используя известные предикаты E_1 и E. На практике достаточно найти хотя бы один m-мерный базис предиката E.

Литература: 1. *Шабанов-Кушнаренко С.Ю.* Компараторная идентификация многомерной количественной оценки. Киев: Деп. В ГНТБ Украины 13.12.94. №2384. 230 с.

Поступила в редколлегию 20.04.2000

Левагина Светлана Игоревна, аспирантка кафедры ПО ЭВМ ХТУРЭ. Научные интересы: математическое моделирование механизмов социально-экономических оценок человека. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина 14, тел. 40-94-46.

Шабанов-Кушнаренко Сергей Юрьевич, д-р техн. наук, ведущий научный сотрудник кафедры ПО ЭВМ ХТУРЭ. Научные интересы: идентификация механизмов интеллекта человека. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина 14, тел. 40-94-46.

УДК 519.237.8

В.М. БЕЗРУК, Н.П. КОВАЛЕНКО

СИНТЕЗ И АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ РАСПОЗНАВАНИЯ ГАУССОВСКИХ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ ПРИ НАЛИЧИИ КЛАССА НЕИЗВЕСТНЫХ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ АВТОРЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ

Предлагается алгоритм распознавания гауссовских случайных сигналов при наличии класса неизвестных сигналов. Приводятся результаты исследований рабочих характеристик алгоритма методом статистического моделирования с учетом совокупности показателей качества распознавания сигналов и быстродействия.