$$P^{-1}_{n-1|L-1}S_{n|L}P^{-1}_{n-1|L-1}=P^{-1}_{n-1|L-1}-\frac{x_n x_n^T}{1+X_n^T P_{n-1|L-1}x_n}.$$

Кроме того, в соответствии с (6)

$$P^{-1}_{n-1|L-1}-S^{-1}_{n|L}=-x_n x_n^T.$$

Подставляя полученные выражения в (13), окончательно имеем

$$\Delta V_n=-\frac{\|e\|^2(2+x_n^T P_{n-1|L-1}x_n)}{1+x_n^T P_{n-1|L-1}x_n}0,$$

где $e_n=\theta_{n-1}^T x_n$.

Таким образом, алгоритм (7) – (9) сходится.

4. Рекуррентное вычисление невязки

О точности полученных оценок можно судить по получающимся невязкам $\varepsilon_n=\|Y_n-X_n c_n\|^2$. Величина невязки может служить критерием останова процесса идентификации. Рекуррентный характер оценивания позволяет построить процедуру вычисления невязки. Учитывая (4), запишем невязку на *n*-м шаге следующим образом:

$$Y_{n|L}-X_{n|L}c_n=\frac{Y_{n-1|L}-x_{n-1|L}c_{n-1}}{Y_n-x_n^T c_n}-\frac{x_{n-1|L}}{x_n^T}K_n(y_n-c_{n-1}^T x_n) \tag{14}$$

Так как в алгоритме (7)-(9) $L=const$, то в выражении для невязки (14) необходимо принять во внимание, что при построении оценки c_{n-1} использовалось также L наблюдений.

Запишем выражение для длины невязки на *n* - м шаге:

$$\begin{aligned}\|Y_{n|L}-X_{n|L}c_n\|^2&=\|Y_{n-1|L}-X_{n-1|L}c_{n-1}\|^2-\\ &2(Y_{n-1|L}-X_{n-1|L}c_{n-1})^T X_{n-1|L}K_n+\\ &+(y_n-c_{n-1}^T x_n)x_{n-1|L}^T K_n(y_n-c_{n-1}^T x_n)+\\ &+K_n^T X_{n-1|L}^T X_{n-1|L}K_n+\\ &+(x_n^T K_n)^2)\times(y_n-c_{n-1}^T x_n)^2.\end{aligned} \tag{15}$$

Так как вследствие (3)

$$(Y_{n-1|L}-X_{n-1|L}c_{n-1})^T X_{n-1|L}=$$
$$=Y_{n-1|L}^T(I-X_{n-1|L}(X_{n-1|L}^T X_{n-1|L})^{-1}X_{n-1|L}^T)X_{n-1|L}K_n=0,$$

а

$$K_n^T X_{n-1|L}^T X_{n-1|L}K_n=\frac{x_n^T P_{n-1|L-1}X_{n-1|L}^T X_{n-1|L}P_{n-1|L-1}x_n}{(1+x_n^T P_{n-1|L}x_n)^2},$$

и $(1-x_n^T K_n)^2=\dfrac{1}{(1+x_n^T P_{n-1|L-1}x_n)^2}$,

то подстановка полученных выражений в (15) даёт

$$\varepsilon_n=\varepsilon_{n+1}+\frac{1+x_n^T P_{n-1|L-1}X_{n-1|L}^T X_{n-1|L}P_{n-1|L-1}x_n}{(1+x_n P_{n-1|L}x_n)^2}(y_n-c_{n-1}^T x_n),$$

где матрица $P_{n-1|L-1}$ вычисляется в соответствии с (7), (8).

5. Заключение

Предложенный рекуррентный алгоритм (7) – (9), представляющий собой одну из модификаций алгоритма ТРА, является монотонно сходящимся.

Использование данного алгоритма, помимо пошагового уточнения оценки, позволяет производить рекуррентное вычисление невязки, величина которой характеризует качество процесса идентификации.

Литература: 1. *Перельман И.И.* Оперативная идентификация объектов управления. М.: Энергоиздат, 1982. 272 с. 2. *Руденко О.Г., Штефан А., Хюбенталь Ф.* Рекуррентный алгоритм МНК со скользящим окном при коррелированных помехах / Радиоэлектроника и информатика, 1998. 1(02). С.79-81. 3. *Эйкхофф П.* Основы идентификации систем управления. М.: Мир, 1975. 683с.

Поступила в редколлегию 09.09.99

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Нефедов Л.И.

Тимофеев Владимир Александрович, канд. техн. наук, доцент, ведущий научный сотрудник кафедры ЭВМ ХТУРЭ. Научные интересы: контроль динамических объектов. Адрес: Украина, 310166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-93-54.

УДК 519.237.8; 621.396.62

МНОГОМЕРНЫЕ ПОТЕЦИАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СПЕКТРАЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ РАСПОЗНАВАНИЯ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ

БЕЗРУК В.М.

Приводится решение многокритериальной задачи распознавания сигналов при их описании вероятностной моделью в виде ортогональных разложений с учетом совокупности показателей качества распознавания, быстродействия и реализационных затрат алгоритмов распознавания. Получаются многомерные потенциальные характеристики алгоритмов распознавания с использованием статистического моделирования на ЭВМ на выборках сигналов с разными энергетическими спектрами.

Проектирование сложных систем, в частности систем распознавания, в настоящее время немыслимо без строгого учета совокупности показателей эффективности и затрат [1-7]. В данной статье рассмотрены некоторые особенности решения задачи Парето-оптимизации алгоритмов распознавания случайных сигналов, которые широко используются в информационно-управляющих системах. Решение сводится к нахождению согласованного оптимума (оптимума по Парето) совокупности показателей качества распознавания, быстродействия и реализационных затрат, которые характеризуют алгоритмы распознавания сигналов. При выборе алгоритмов распознавания заданы ограничения на их структуру, определяемые выбором вероятностной модели в виде ортогональных разложений случайных сигналов, что приводит к спектральным алгоритмам распознавания сигналов [3,6]. При Парето-оптимизации алгоритмов распознавания используется подход, основанный на методе рабочих характеристик [4], что отличает данную работу от известных, в которых предложены решения многокритериальных задач распознавания сигналов [3,5,6].

1. Постановка задачи и метод ее решения

Сформулируем исходные данные для синтеза алгоритмов распознавания случайных сигналов. В частности, оговорим условия работы, ограничения на структуру алгоритмов распознавания и выберем состав показателей качества, характеризующих алгоритмы распознавания случайных сигналов.

Предположим, что распознаванию подлежат случайные сигналы $X^i(t), t \in (0,T), i = \overline{1,M}$. Считается, что распознаваемые сигналы имеют ограниченную энергию и для их описания выбрана вероятностная модель в виде ортогональных разложений случайных процессов [3,6]:

$$X^i(t) = \sum_{j=1}^{\infty} d_j^i \psi_j(t), \text{ где } d_j^i = \int_0^T X^i(t)\overline{\psi_j(t)}\,dt; \qquad (1)$$

$\{\psi_j(t)\}_{j=1}^{\infty}$ – некоторая ортонормированная система базисных функций.

Выбор вероятностной модели сигналов накладывает ограничения на структуру алгоритмов их распознавания, которые определяются особенностями получения дискретного представления сигналов. Будем искать структуру системы распознавания сигналов в классе систем, реализуемых средствами вычислительной техники. Это определяет необходимость использования конечномерного представления сигналов в виде случайных векторов коэффициентов разложений в (1):

$$\bar{D}^i = (d_1^i, \ldots, d_j^i, \ldots, d_L^i)^{tr}. \qquad (2)$$

Считаем, что плотности распределения векторов $\bar{D}^i$ являются гауссовскими $\mathrm{N}(\bar{D}/\bar{\mu}^i, R^i)$ с заданными средними векторами $\bar{\mu}^i$ и корреляционными матрицами R^i. Известны также априорные вероятности представления сигналов P_i, причем $\sum_{i=1}^{M} P_i = 1$.

Качество алгоритмов распознавания s будем оценивать совокупностью показателей эффективности распознавания сигналов $k_э(s)$ быстродействия $k_б(s)$ и реализационных затрат $k_з(s)$:

$$\bar{K}(s) = (k_э(s), k_б(s), k_з(s)). \qquad (3)$$

Введем показатель эффективности распознавания случайных сигналов через средний риск $\rho(s)$, определяемый при простой функции потерь средней вероятностью ошибочного распознавания сигналов; показатель быстродействия – через время наблюдения сигналов $T_н \le T$, необходимое для формирования конечномерного представления сигналов согласно (2); показатель реализационных затрат – через размерность $N < L$ используемого конечномерного представления сигналов, которая в основном и определяет динамическую сложность алгоритмов распознавания сигналов.

Ставится задача для сформулированных исходных данных, получить алгоритмы распознавания случайных сигналов, оптимальные по безусловному критерию предпочтения – критерию Парето. Нетрудно показать, что введенные показатели качества (3) взаимосвязаны и конкурируют (антагонистичны) между собой. Поэтому невозможно добиться потенциально наилучших значений каждого из них в отдельности. При сформулированных условиях решением поставленной оптимизационной задачи является согласованный оптимум по Парето введенных показателей качества [4]. Найденный оптимум в критериальном пространстве (пространстве показателей качества (3)) определяет многомерные потенциальные характеристики (МПХ) алгоритмов распознавания сигналов, которые представляют собой потенциально достижимые значения каждого из показателей качества при фиксированных значениях остальных показателей [4]. Каждой точке МПХ соответствует конкретный алгоритм на множестве Парето-оптимальных алгоритмов распознавания сигналов.

Представляет интерес аналитическое решение задачи синтеза Парето-оптимальных алгоритмов распознавания случайных сигналов. Для решения задачи синтеза выберем метод рабочих характеристик [4]. Суть этого метода для поставленной задачи сводится к поиску алгоритмов распознавания сигналов путем оптимизации одного из показателей качества при условии, что остальные показатели вводятся в разряд ограничений типа равенства.

С учетом взаимосвязи введенных показателей качества решение поставленной задачи синтеза означает поиск оптимума некоторого функционала $K_э(s) = \Phi[k_б(s), k_з(s)]$ на множестве допустимых алгоритмов распознавания $S_{доп}$:

$$s_{опт} = Arg\,opt\{K_э(s) = \Phi[k_б(s), k_з(s)] / k_б(s) = k_з, k_э(s) = k_з\}, \qquad (4)$$

где $k_б$, $k_з$ – некоторые фиксированные, но произвольные значения показателей качества, $s \in S_{доп}$.

При фиксированных, но произвольных значениях показателей $k_б(s)$ и $k_з(s)$ оптимизационная задача (4) эквивалентна, в общем случае, некоторому множеству задач скалярной оптимизации алгоритмов распознавания случайных сигналов [4]. Их решения определяют некоторое множество Парето оптимальных алгоритмов распознавания, каждому из которых в критериальном пространстве соответствует своя точка на МПХ.

Рассмотрим особенности синтеза Парето-оптимальных алгоритмов распознавания случайных сигналов при сформулированных исходных данных с применением метода рабочих характеристик. Качество распознавания случайных сигналов при сформулированных исходных данных будем характеризовать средним риском [3]:

$$\rho(s) = \sum_{i=1}^{M}\sum_{k=I}^{M} P_i r(i,k(s)) \int_{G_k} N(\bar{D}/\bar{\mu}^i, \bar{R})\,d\bar{D}, \qquad (5)$$

где $r(i,k(s))$ – функция потерь от ошибочного принятия решения алгоритмом s в пользу k-го сигнала при действии i-го сигнала; G_k – допустимые области пространства R^N, в котором принимается решение в пользу k-го сигнала.

Учитывая, что вектор $\vec{D}$ по условиям его формирования связан с временем наблюдения $T_н$ и размерностью N, согласно (2) и (3), взаимосвязь введенных показателей $K_э(s) = \Phi[k_б(s), k_з(s)]$ неявно определяется через функционал для среднего риска (5) и соотношений (2),(3).

Таким образом, оптимизация алгоритмов распознавания случайных сигналов с применением метода рабочих характеристик фактически сводится к минимизации среднего риска на множестве допустимых алгоритмов распознавания $S_{доп}$. При фиксированных значениях $T_н$ и N это скалярная задача синтеза, решение которой хорошо известно. В частности, для простой функции потерь ее решением является оптимальный алгоритм распознавания, определяемый решающим правилом

$$l = \arg\max_{\substack{i=\overline{1,m} \\ l \neq i}} \left\{ P_i N(\vec{D} / \bar{\mu}^i, R^i \right\}. \qquad (6)$$

Решающее правило (6) совместно с процедурой формирования вектора $\vec{D}$ согласно (2) и (3) определяют структуру алгоритма распознавания случайных сигналов, оптимального в смысле (4).

Очевидно, что при разных значениях $T_н \le T$ и $N \le L$ структура алгоритма распознавания s не изменяется. Обеспечивается лишь другое потенциальное значение показателя $k_э(s)$. При условии строгой монотонности зависимости $k_з(s)$ метод рабочих характеристик всегда приводит к Парето-оптимальным решениям [4].

Таким образом, синтезированный алгоритм распознавания случайных сигналов определяет Парето-оптимальные решения поставленной многокритериальной задачи распознавания сигналов. Алгоритм обеспечивает потенциальное значение показателя $k_э(s)$ при фиксированных значениях $k_б(s)$ и $k_з(s)$. В силу свойств многократного минимума можно утверждать, что для данного алгоритма распознавания обеспечивается также минимум соответственно показателей $k_б(s)$ и $k_з(s)$ при произвольных значениях других показателей.

2. Получение рабочих характеристик алгоритмов распознавания сигналов методом статистического моделирования

Задача анализа алгоритмов распознавания сигналов заключается в получении их МПХ, которые удобно представлять в виде рабочих характеристик - зависимостей потенциально достижимых значений одного из показателей от значений других показателей качества. Для строго монотонных зависимостей при этом фактически получаются многомерные диаграммы обмена (МДО) [4].

В общем случае не удается получить аналитические выражения для рабочих характеристик алгоритмов распознавания произвольных случайных сигналов. В качестве примера приведем рабочие характеристики, которые получены методом статистического моделирования для задачи распознавания 9-и сигналов с различными энергетическими спектрами (рис.1). При этом на ЭВМ программно реализован алгоритм распознавания сигналов, который определялся обобщенным разложением Карунена-Лоэва, полученным при спектральном представлении сигналов в базисе дискретных экспоненциальных функций ($T = 0{,}15$ с, $L = 64$), а также байесовским классификатором (6), построенным в N-мерном пространстве общих признаков Карунена-Лоэва [3].

Оценки показателя $K_э(s)$ в виде средней вероятности ошибки распознавания сигналов $\hat{P}_{ошср}$ при различных значениях $T_н$ и

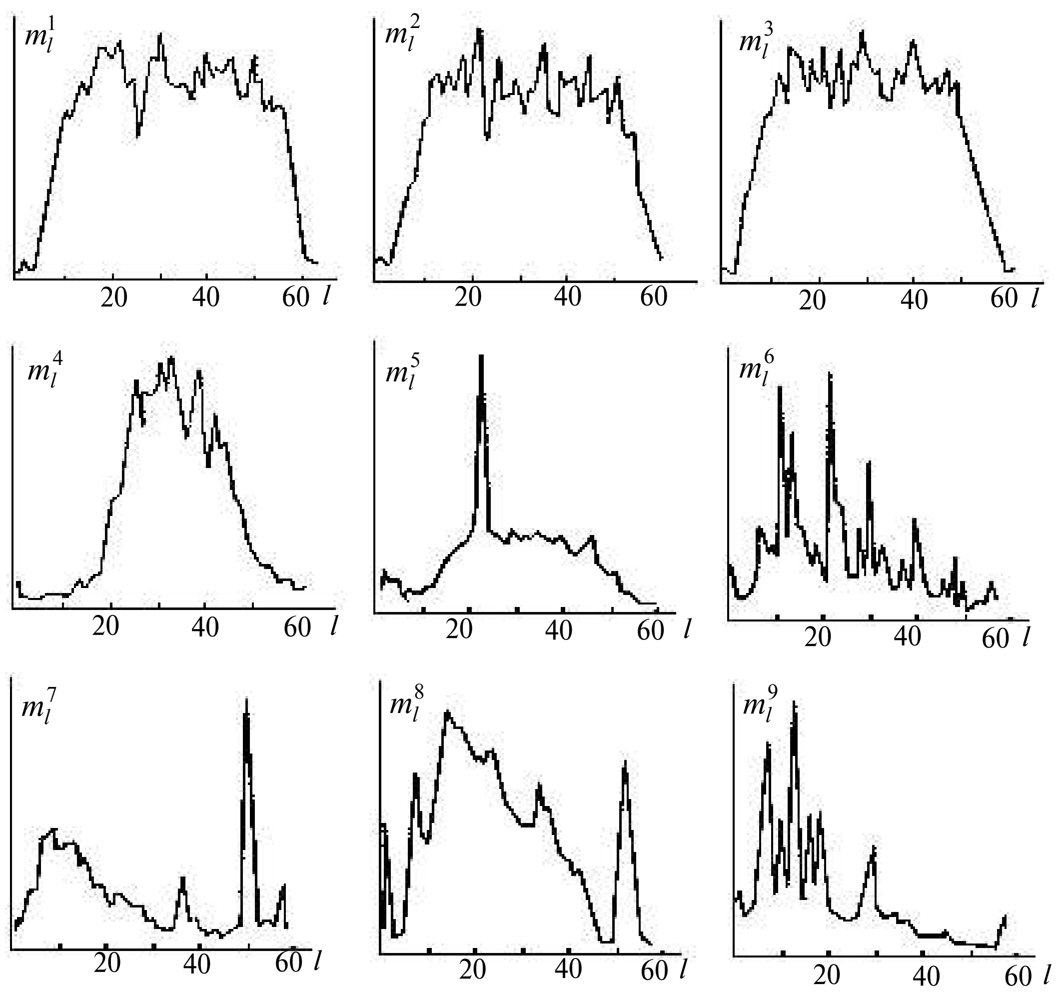
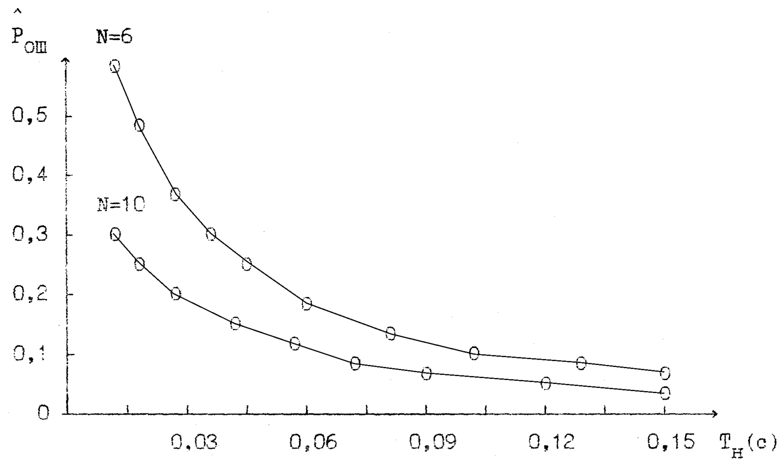
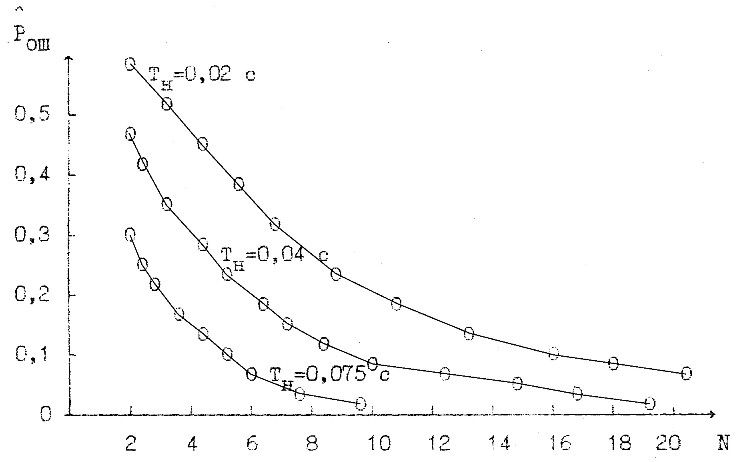


Рис.1



а



б

Рис.2

N получены в процессе статистических испытаний по выборкам объемом 400 реализаций для каждого сигнала. В результате найдены рабочие характеристики алгоритмов распознавания сигналов в виде некоторого семейства зависимостей (рис. 2, а,б).

Каждой точке рабочих характеристик соответствует Парето-оптимальный алгоритм распознавания с конкретными параметрами, для которого достигается потенциальное значение показателя качества распознавания $\hat{P}_{ошср}$ при фиксированных значениях показателей быстродействия $T_н$ и реализационных затрат N. Из рис.2 видно, что зависимости имеют строго монотонный характер и поэтому являются МДО, которые показывают, как осуществляется обмен значений введенных показателей качества.

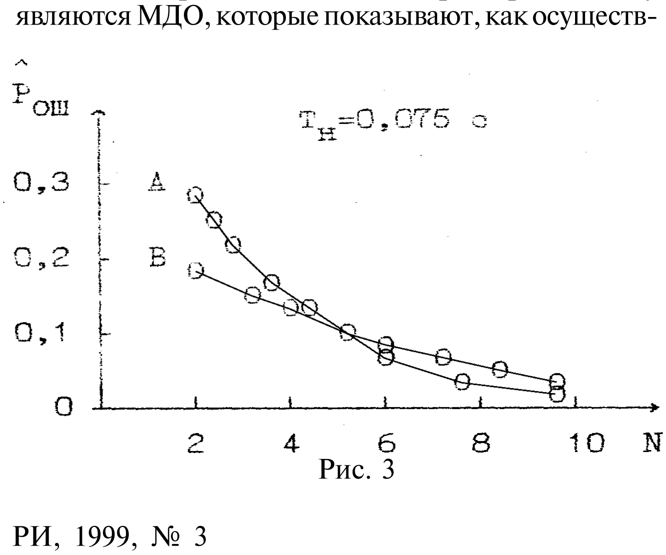


Рис. 3

Проведено также сравнение классов алгоритмов распознавания, основанных на байесовском классификаторе (6) при разных ортонормированных базисах – общих признаках Карунена-Лоэва и дискриминантных признаках [3]. Сравнение выполнено методом, предложенным в работе [7] и основанным на использовании их рабочих характеристик. Рабочие характеристики в виде МДО были получены для указанных алгоритмов распознавания в виде зависимостей $\hat{P}_{ошср} = f(N)$ при фиксированных значениях $T_н$ (рис.3, А– общие признаки; В – дискриминантные признаки). Получено, что при малом числе информативных признаков (N =2-4) класс алгоритмов распознавания сигналов с дискриминантными признаками безусловно лучше класса алгоритмов распознавания с общими признаками Карунена-Лоэва. При большем числе признаков (N =4-9) безусловно лучшим является класс алгоритмов с общими признаками Карунена-Лоэва.

3. Выводы

Получено решение задачи Парето-оптимизации алгоритмов распознавания случайных сигналов при их описании вероятностной моделью в виде ортогональных разложений. Оптимизация выполнена методом рабочих характеристик с учетом совокупности показателей качества распознавания, быстродействия и реализационных затрат. Анализ алгоритмов распознавания выполнен методом статистического моделирования для заданных выборок сигналов. В результате получены многомерные потенциальные характеристики алгоритмов в виде МДО введенной совокупности показателей качества. С использованием МДО проведено сравнение алгоритмов распознавания при выборе разных ортонормированных базисов сигналов, в которых они представляются.

Литература: 1. *Дубов Ю.А., Травкин С.И., Якимец В.Н.* Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем. М.: Наука, 1986. 296с. 2. *Подиновский В. Д., Ногин В. Д.* Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.:Наука, 1982. 256с. 3. *Омельченко В.А.* Основы спектральной теории распознавания сигналов. Х.: Высш. шк., 1983. 159с. 4. *Гуткин Л.С.* Проектирование радиосистем и радиоустройств. М.: Сов.радио, 1986. 288с. 5. *Омельченко В.А.* Многокритериальные задачи распознавания сигналов. Ч1. Распознавание сигналов в условиях априорной неопределенности /Отбор и передача информации. 1989. Вып. 3. С.13-15. 6. *Омельченко В.А.* Ортогональные разложения случайных сигналов и полей. К: УМК ВО, 1991. 165с. 7. *Губонин Н.С.* Об одном методе сравнения классов проектируемых систем/Автоматика и телемеханика. 1986. №9. С.114-123.

Поступила в редколлегию 18.09.99

Рецензент: д-р техн. наук Яковлев С.В.

Безрук Валерий Михайлович, канд. техн. наук, ведущий научный сотрудник кафедры ПОС ХТУРЭ. Научные интересы: моделирование и многокритериальная оптимизация систем распознавания сигналов. Увлечения и хобби: туризм, литература. Адрес: Украина, 310726, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-94-26.