УДК 621.317

УДОСКОНАЛЕННЯ МОДЕЛІ ТЕПЛОВИХ ЧОТИРИПОЛЮСНИКІВ ДЛЯ ДЕФЕКТОСКОПІЇ ФІЛАМЕНТУ ВИРОБІВ 3D ДРУКУ

Гапон Н.Я.
e-mail: nataliia.zaichenko@nure.ua
Харківський національний університет радіоелектроніки, каф. ПЕЕА
м. Харків, Україна

This work is devoted to improvement of the thermal quadrupole model for defectoscopy of 3D printing filament products. For filament defect models, traditional are multilayer models, where the defect is located inside between two layers of filament material. It is necessary to find the geometric dimensions and electrophysical parameters of the filament. The number of independent equations is less than the number of unknowns, therefore, when deriving the relations, not all the sought parameters can be uniquely separated from each other, therefore, the task of the research is to find an additional relation. To solve this problem, the equation for minimizing the sum of the residuals was applied, which is formed by determining the derivative with respect to the distance between the layers and equating it to zero.

Для моделі дефектів філаменту традиційними є багатошарові моделі, де дефект знаходиться всередині між двома шарами матеріалу філаменту. Потрібно знайти геометричні розміри та електрофізичні параметри філаменту.

Метод розв’язання зворотної задачі активного теплового контроля дозволяє отримати в аналітичному вигляді зв'язок параметрів дефекту з виміряним температурним відгуком об’єкта на завданий тепловий вплив. Таким методом можливо визначити чотири параметри дефектів: розкриття, глибини залягання, температуро- та теплопровідності [1]. Аналіз публікації [2] показує, що кількість незалежних рівнянь менше кількості невідомих, тому під час виведення співвідношень не всі шукані параметри можна однозначно відокремити один від одного, отже задачею дослідження є пошук додаткового співвідношення.

Як відомо термін чотириполюсник використовується для позначення об’єкта, який має дві вхідні та дві вихідні змінні. Для теплових об’єктів температура та тепловий потік представляють собою ці змінні. Матриця A-параметрів, що характеризує чотириполюсник, зв'язує перетворені Лапласом значення температури і теплового потоку на вході в теплову систему, що розглядається, зі значеннями температури та теплового потоку на виході при нульовій початковій умові

$$\begin{bmatrix} t_1 \\ q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_2 \\ q_2 \end{bmatrix}, \tag{1}$$

де t – перетворене Лапласом значення температури як функція часу, q – перетворене Лапласом значення тепловий потік як функція часу, а A, B, C і D є A-параметрами.

Модель кожного шара зразка надається матрицею, тоді модель багатошарового зразка вцілому надається добутком матриць шарів (рис.1).

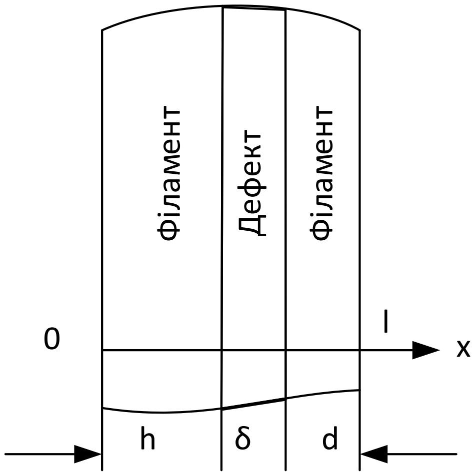

Рис.1 – Багатошаровий зразок

h – глибина дефекту, мм, δ – розкриття дефекту, мм.

Пряма задача полягає в тому що, якщо відомі значення температури і теплового потоку на вході, то потік на виході і температура повинні і можуть бути знайдені. Розв'язання зворотної задачі полягає в знаходженні параметрів дефекту за температурою і тепловим потоком на вході і виході зразка. Основною проблемою дослідження є недосяжність місць між шарами для вимірювання температури та теплового потоку, як і повинно бути під час неруйнівного контролю.

Вираз для другого шару (тобто дефекту) отримано шляхом обернення матриць першого та третього шару без дефектів згідно з методикою викладеною в [2]

$$\begin{bmatrix} \cos(k_d\delta) & -\sin(k_d\delta) \\ \sin(k_d\delta) & \cos(k_d\delta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(kh) & -\sin(kh) \\ \sin(kh) & \cos(kh) \end{bmatrix}^{-1} \times \tag{2}$$

$$\times \begin{bmatrix} p_{11} + a1 \cdot p_{12} & \lambda \cdot k \cdot p_{12} \\ a1\left(\dfrac{p_{22}}{\lambda k} + \dfrac{an \cdot p_{12}}{\lambda k}\right) + \dfrac{p_{21}}{\lambda k} + \dfrac{an \cdot p_{11}}{\lambda k} & p_{22} + an \cdot p_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(kd) & -\sin(kd) \\ \sin(kd) & \cos(kd) \end{bmatrix}^{-1}.$$

де $k^2 = -i\omega / a^2$, d – товщина шару, a, λ – температуро- та теплопровідність, p_{11}, p_{12}, p_{21}, p_{22} – елементи передавальної функції. Кожен з чотирьох елементів матриці праворуч прирівнюється результатам виконання математичних операцій праворуч. Таким чином отримуємо систему з чотирьох рівнянь, а далі розв'язуємо її методом підстановки та рішенням тригонометричних рівнянь відносно розкриття, глибини залягання, температуро- та теплопровідності. І на цьому етапі зтикаємось з проблемою відокремлення шуканих змінних

Додатково позначимо

$$t1 = p_{11} + a1 \cdot p_{12},\ t2 = a1\left(\frac{p_{22}}{\lambda k} + \frac{an \cdot p_{12}}{\lambda k}\right) + \frac{p_{21}}{\lambda k} + \frac{an \cdot p_{11}}{\lambda k}, \quad (3)$$

$$t3 = (p_{22} + an \cdot p_{12}),\ \ t4 = \lambda \cdot k \cdot p_{12}$$

Для вирішення цієї проблеми було застосовано мінімізацію цільової функції суми нев'язок F, яке досягається через визначення похідної по відстані між шарами та її прирівнювання до нуля. Це рівняння стало четвертим у методі теплових чотириполюсників.

$$F = \left(\cos(k_d \delta) - [t1\cos(kd)\cos(kh) + t2\cos(kd)\sin(kh) - t4\cos(kh)\sin(kd) - t3\sin(kd)\sin(kh)]\right)^2 +$$

$$+\left(-\sin(k_d \delta) - [t4\cos(kd)\cos(kh) + t1\cos(kh)\sin(kd) + t3\cos(kd)\sin(kh) + t2\sin(kd)\sin(kh)]\right) +$$

$$\left(\sin(k_d \delta) - [t2\cos(kd)\cos(kh) - t1\cos(kd)\sin(kh) - t3\cos(kh)\sin(kd) + t4\sin(kd)\sin(kh)]\right) +$$

$$\left(\cos(k_d \delta) - [t3\cos(kd)\cos(kh) + t2\cos(kh)\sin(kd) - t4\cos(kh)\sin(kd) - t1\sin(kd)\sin(kh)\right) \to 0, (4)$$

Мінімізація досягається через визначення похідної по відстані між шарами та її прирівнювання до нуля. Це рівняння стало четвертим у методі теплових чотириполюсників.

$$\frac{\partial F}{\partial(k_d \delta)} = 2 \cdot t4 \cdot \cos\left(kd + kh + k_d \delta\right) - 2 \cdot t2 \cdot \cos\left(kd + kh + k_d \delta\right) + 2 \cdot t1 \cdot \sin\left(kd + kh + k_d \delta\right) +$$

$$+2 \cdot t3 \cdot \sin(kd + kh + k_d \delta) = 0. \quad (5)$$

Після перетворень отримаємо вираз для розкриття дефекту

$$\delta = \frac{1}{2k_d}\arccos\left(\frac{4 - 3 \cdot \left((t1 + t3)^2 + (t2 - t4)^2\right)}{4 + (t1 + t3)^2 + (t2 - t4)^2}\right), \quad (6)$$

Список використаних джерел:

1.Thermal quadrupoles: solving the heat equation through integral transforms / D. Maillet [et al.]. – John Wiley &Sons, 2000. – 366 p.

2. Стороженко В. А., Мельник С. І. Метод передавальних функцій в тепловій дефектометрії // Дефектоскопія. – 1991. – № 12. – С. 78–83.