

СТІЙКІСТЬ ТА ПЕРІОДИЧНИЙ РУХ НЕЛІНІЙНОЇ ДИНАМІЧНОЇ СИСТЕМИ „МАГНЕТРОННИЙ ДІОД”

Дослідженню фізичних явищ та роботі приладів зі схрещеними полями такими як магнетрони, амплітрони, магнетронні діоди тощо присвячено велику низку як теоретичних, так і експериментальних робіт [1 – 13].

З іншого боку дослідженню поведінки різноманітних динамічних систем як механічних, електричних, електромеханічних і т. і. також присвячено велику бібліографію [14 – 20].

Однак дослідження систем зі схрещеними полями як динамічних систем не здійснювалося.

Метою цієї статті є дослідження стійкості та періодичних рухів у найпростішій нелінійній динамічній системі „магнетронний діод”.

Дослідження такої системи здійснюватиметься за методикою, яку запропоновано у [21]. За цю методикою визначається стійкість та періодичний рух оберտальної кулонівської ваги.

Опис моделі

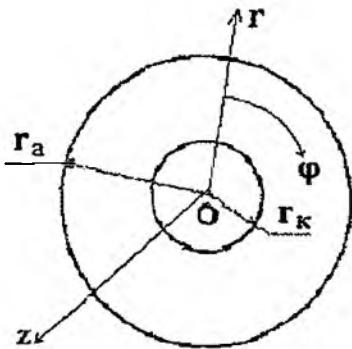


Рис. 1

Схематичний вигляд простору взаємодії найпростішої нелінійної динамічної системи „магнетронний діод” наведено на рис. 1.

Рівняння руху зарядженої частинки у схрещених полях описується в циліндричних координатах (r, φ, z) такою системою рівнянь

$$\begin{cases} \frac{d^2 r}{dt^2} - \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r = \eta \frac{\partial U}{\partial r} - \eta r \frac{d\varphi}{dt} B_z \\ r \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} = \eta \frac{dr}{dt} B_z \end{cases} \quad \text{з початковими умовами}$$

$$r(0) = r_k; \quad \left. \frac{dr}{dt} \right|_{t=0} = 0; \quad \varphi(0) = \varphi_0; \quad \left. \frac{d\varphi}{dt} \right|_{t=0} = 0,$$

де $\eta = \frac{e}{m}$; e – заряд електрона; m – маса електрона; $U = \frac{U_a}{\ln s_a} \ln \frac{r}{r_k}$; $s_a = \frac{r_a}{r_k}$; U_a – анодна напруга; B_z – магнітна індукція.

Перейдемо до безрозмірного радіусу $s = \frac{r}{r_k}$, тоді рівняння руху та початкові умови матимуть вигляд

$$\begin{cases} \frac{d^2 s}{dt^2} - \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 s = \eta \frac{\partial U}{\partial s} - \omega_H s \frac{d\varphi}{dt} \\ s \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + 2 \frac{ds}{dt} \frac{d\varphi}{dt} = \omega_H \frac{ds}{dt} \end{cases} \quad (1)$$

$$s(0) = 1; \quad \left. \frac{ds}{dt} \right|_{t=0} = 0; \quad \varphi(0) = \varphi_0; \quad \left. \frac{d\varphi}{dt} \right|_{t=0} = 0,$$

де $\omega_H = \eta B_z$.

З другого рівняння системи (1) отримаємо

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\omega_H}{2} \left(1 - \frac{1}{s^2} \right). \quad (2)$$

Підставляючи (2) у перше рівняння системи (1), отримаємо

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{\eta}{r_k^2} \frac{U_a}{\ln s_0} \frac{1}{s} - \frac{\omega_H^2}{4} s + \frac{\omega_H^2}{4} \frac{1}{s^3}.$$

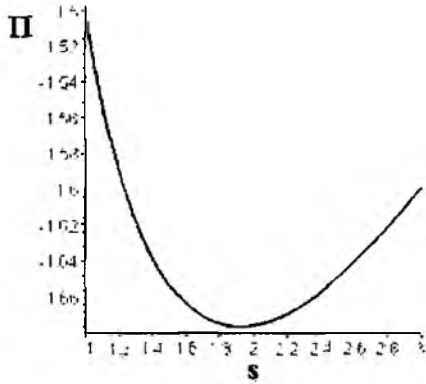


Рис. 2

Позначимо $a = \frac{\omega_H}{2}$, $b = \frac{\eta}{r_k^2} \frac{U_a}{\ln s_0}$, тоді з отриманого рівняння остаточно матимемо рівняння динамічної системи

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = -a^2 s + \frac{b}{s} + \frac{a^2}{s^3} \quad (3)$$

яке є нелінійним.

Потенційна енергія цієї системи задається виразом

$$\Pi(s) = \frac{1}{2} \left(-a^2 s^2 + 2b \ln s - \frac{a^2}{s^2} \right)$$

і має вигляд, який наведено на рис. 2.

Аналіз стійкості нелінійної динамічної системи (3)

Для аналізу стійкості нелінійної динамічної (3) запишемо це рівняння у вигляді системи рівнянь першого порядку:

$$\begin{cases} \frac{ds}{dt} = \xi \\ \frac{d\xi}{dt} = -a^2 s + \frac{b}{s} + \frac{a^2}{s^3} \end{cases} \quad (4)$$

Точкою рівноваги системи (4) буде $\xi_0 = 0$, $s_0 = \frac{\sqrt{b + \sqrt{b^2 + 4a^2}}}{\sqrt{2a}}$.

Щоб з'ясувати поведінку системи (4) в околі точки рівноваги необхідно визначити її

тип, для чого побудуємо характеристичну матрицю $[A] = \begin{bmatrix} -\lambda & 1 \\ -\left(a^2 + \frac{b}{s_0^2} + \frac{3a^2}{s_0^4}\right) & -\lambda \end{bmatrix}$.

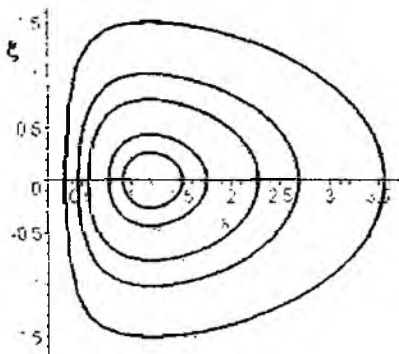


Рис. 3

Тоді характеристичне рівняння матиме вигляд $\det[A] = 0$. звідки $\lambda^2 + a^2 + \frac{b}{s_0^2} + \frac{3a^2}{s_0^4} = 0$.

Корені цього рівняння будуть суто уявними, отже, точка рівноваги є „центром”.

З [14] відомо, якщо рух, який описується рівнянням (3) є періодичним, то фазова траєкторія, що відповідає йому, буде замкненою.

Фазовий портрет цієї системи наведено на рис. 3.

З рис. 3 видно, що фазові траєкторії динамічної системи (4) є замкненими кривими. Отже, нелінійна динамічна система (3) здійснює періодичний рух. Дослідимо його.

Періодичний рух динамічної системи

Для дослідження періодичного руху рівняння (3) розвинемо в ряд його праву частину в околі точки рівноваги. Тоді рівняння (3) матиме вигляд

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = - \left(a^2 + \frac{b}{s_0^2} + \frac{3a^2}{s_0^4} \right) s + \left(\frac{b}{s_0^3} + \frac{6a^2}{s_0^5} \right) s^2. \quad (5)$$

Позначимо

$$\omega_0^2 = a^2 + \frac{b}{s_0^2} + \frac{3a^2}{s_0^4}; \quad \alpha = \frac{b}{s_0^3} + \frac{6a^2}{s_0^5}.$$

З урахуванням цих позначень рівняння (5) матиме вигляд

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + \omega_0^2 s = \alpha s^2. \quad (6)$$

Введемо малий параметр $\varepsilon = \frac{s}{v}$ і безрозмірний час $\tau = \frac{t}{\omega}$, тоді отримаємо $t = \omega\tau$ та $s = \varepsilon v$ і рівняння (6) матиме вигляд

$$\omega^2 \frac{d^2 v}{d\tau^2} + \omega_0^2 v = \alpha \varepsilon v^2. \quad (7)$$

Для отримання періодичного розв'язку рівняння (7) скористаємося методом збурень. Для цього розвинемо ω та v в ряд за малим параметром ε :

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon \omega_1 + \varepsilon^2 \omega_2 + \varepsilon^3 \omega_3 + \dots \quad (8)$$

$$v = v_0 + \varepsilon v_1 + \varepsilon^2 v_2 + \varepsilon^3 v_3 + \dots$$

Підставляючи ці значення в рівняння (7) та прирівнявши члени з однаковими ступенями v , отримаємо таку низку рівнянь

$$\frac{d^2 v_0}{d\tau^2} + v_0 = 0, \quad \frac{d^2 v_1}{d\tau^2} + v_1 = \frac{\alpha}{\omega_0^2} v_0^2 - 2 \frac{\omega_1}{\omega_0} \frac{d^2 v_0}{d\tau^2},$$

$$\frac{d^2 v_2}{d\tau^2} + v_2 = \frac{2\alpha}{\omega_0^2} v_0 v_1 - 2 \left[\left(\frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 + \frac{\omega_2}{\omega_0} \right] \frac{d^2 v_0}{d\tau^2} - 2 \frac{\omega_1}{\omega_0} \frac{d^2 v_1}{d\tau^2}, \quad (9)$$

$$\frac{d^2 v_3}{d\tau^2} + v_3 = \frac{2\alpha}{\omega_0^2} (2v_0 v_2 + v_1^2) - 2 \left(\frac{\omega_3}{\omega_0} + \frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_0^2} \right) \frac{d^2 v_0}{d\tau^2} - \left[2 \frac{\omega_2}{\omega_0} + \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 \right] \frac{d^2 v_1}{d\tau^2} - 2 \frac{\omega_1}{\omega_0} \frac{d^2 v_2}{d\tau^2}$$

з початковими умовами

$$v_0(0) = \frac{a^2}{\varepsilon}; \quad \left. \frac{dv_0}{d\tau} \right|_{\tau=0} = 0; \quad (10)$$

$$v_i(0) = 0; \quad \left. \frac{dv_i}{d\tau} \right|_{\tau=0} = 0 \text{ для } i \geq 1.$$

В результаті розв'язання рівнянь (9) за початкових умов (10) з подальшою підстановкою розв'язків у ряди (8) отримаємо

$$\omega = \omega_0 + \frac{5}{12} \frac{\alpha^2 a^4}{\omega_0^3} - \frac{1551}{250} \frac{\alpha^4 a^8}{\omega_0^7}, \quad (11)$$

$$s(t) = A_0 + A_1 \cos \omega t + A_2 \cos 3\omega t, \quad (12)$$

де

$$A_0 = \frac{69179}{50000} \frac{\alpha a}{\omega_0^2} \left(1 + \frac{\alpha a}{\omega_0^2} + \frac{\alpha^2 a^2}{\omega_0^4} \right); \quad A_1 = a^2 \left(1 - \frac{\alpha a^2}{\omega_0^2} + \frac{61}{144} \frac{\alpha^2 a^4}{\omega_0^4} \right); \quad A_2 = \frac{1000}{3769} \frac{\alpha^2 a^6}{\omega_0^4} \left(1 + \frac{\alpha a^2}{3\omega_0^2} \right).$$

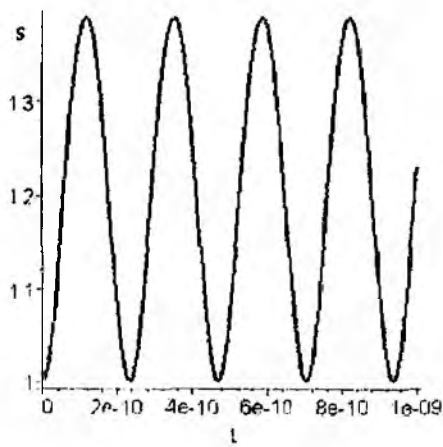


Рис. 4

Порівняння результатів (11) та (12) з чисельним розв'язком нелінійної динамічної системи (3) дає максимальну відносну похибку 0,5%.

Коливальний рух нелінійної динамічної системи „магнетронний діод” наведено на рис. 4.

Таким чином, застосування запропонованої методики дозволило аналітично дослідити поведінку нелінійної динамічної системи „магнетронний діод”, довести існування коливального руху такої динамічної системи та віднайти її коливальний рух. Це дозволить вдосконалити теорію аналітичного дослідження систем зі схрещеними полями. В подальшому доцільно дослідити поведінку нелінійної динамічної системи „магнетронний діод з дисипацією”.

- Список літератури:** 1. *Капица П.Л.* Электроника больших мощностей // Успехи физических наук. 1962. Т. 76, вып. 2. С. 181 – 265 2. *Коллинз Дж.* Магнетроны сантиметрового диапазона / Пер. с англ. под ред. С.А. Зусмановского. М.: Сов. радио, 1950. Т. 1. 420 с. 3. *Коллинз Дж.* Магнетроны сантиметрового диапазона / Пер. с англ. под ред. С.А. Зусмановского. М.: Сов. радио. 1951. Т.2. 472 с. 4. *Электронные СВЧ-приборы со скрещенными полями* / Пер. с англ. под ред. М.М. Федорова. М.: Изд-во иностр. лит. 1961. Т. 1. 456 с. 5. *Электронные СВЧ-приборы со скрещенными полями* / Пер. с англ. под ред. М.М. Федорова. М.: Изд-во иностр. лит., 1961. 471 с 6. *Вайнштейн Л.А., Солнцева В.А.* Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. радио, 1973. 400 с. 7. *Шевчик В.И., Шведов Г.Н., Соболева А.В.* Волноводные и колебательные явления в электронных потоках на сверхвысоких частотах. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та. 1962. 335 с. 8. *Nikitenko O., Volovenko M.* Changed Particles Motion in Crossed-field System under dissipation // Modern problems of radio engineering, telecommunications and computer science. Lviv, 2002. P. 59 – 60 9. *Каур D. J.* Theoretical modeling of crossed-field electron vacuum devices // Physics of Plasmas. 2001. V. 8, No 5. P. 2473 – 2480. 10. *Воловенко М.В., Нікітенко О.М.* Теоретичні дослідження магнетронів міліметрового діапазону довжини хвиль // Вісник Харк. Нац. ун-ту ім. В.Н. Каразіна. № 570. Сер. "Радіофізика та електроніка". 2002. Вип. 2. С. 117 – 123. 11. *Нікітенко О.М., Воловенко М.В.* Рух заряджених частинок у системах зі схрещеними полями за наявності дисипації // Теоретична радіотехніка / Львів. нац. ун-т ім. І. Франка. 2002. Вип. 56. С. 47 – 53 12. *Воловенко М.В., Зінківський В.М., Нікітенко О. М.* Траскторний аналіз руху заряджених частинок в системах зі схрещеними полями // Сб. тезисов докладов по материалам 10-й Юбилейной междунар. науч. конф. "Теория и практика передачи, приема и обработки информации". 23 сент.– 1 окт. 2004 г. Харьков – Туапсе. С. 291 – 292. 13. *Нікітенко О.М.* Рух заряджених частинок у системах зі схрещеними полями циліндричної конструкції (кінематичне наближення) // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2004. Вип. 137. С. 139 – 143 14. *Моисеев Н.Н.* Асимптотические методы нелинейной механики. М.: Наука, 1969. 379 с. 15. *Анщценко В.С.* Сложные колебательные явления в простых системах: механизмы возникновения, структура и свойства динамического хаоса в радиофизических системах. М.: Наука, 1990. 312 с. 16. *Кислов В.Я.* Динамический хаос и его использование в радиоэлектронике для генерирования, приема и обработки колебаний и информации // Радиотехника и электроника. 1993. № 38. № 10. С. 1783 – 1815. 17. *Калитин Ю.А., Козевников В.Н., Лазерсон А.С., Александров Г.И., Железовский Е.Е.* Сложная динамика и явления динамического хаоса в потоке заряженных частиц, формируемом магнетронно-инжекторной пушкой (численный и физический эксперимент) // Журнал техн. физики. 2000. Т. 72, № 7. С. 83 – 91. 18. *Бун В.О., Нерух О.Г.* Математичні основи теорії динамічного хаосу в коливальних системах. Х.: ХТУРЕ. 1999. 100 с. 19. *Хаяси Т.* Нелинейные колебания в физических системах. М.: Мир. 1968. 432 с. 20. *Конторович М.И.* Нелинейные колебания в радиотехнике (автоколебательные системы). М.: Сов. радио, 1973. 320 с. 21. *Fu Mao-lin, Liu Shi-qing* Study on the stability and periodic motion of a nonlinear-dynamic system // DaXue wuli. 2004. Vol. 23, No 1. P. 24 – 26.