

ВЛИЯНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ОШИБОК В АНТЕННЕ НА ЕЕ ПРЕДЕЛЬНЫЙ КНД. Часть 1

Задача получения максимального КНД антенны ограниченных размеров давно привлекает исследователей. В ставших уже классическими работах [1; 2] авторами было показано, что как для непрерывных, так и для дискретных антенн ограниченных размеров теоретически не существует предела по КНД, т. е. возможна сверхнаправленность (СН). Однако практическая реализация сверхнаправленных антенн затруднена вследствие присущих им существенных недостатков: низкого КПД и эффективности излучения, высокой добротности и чрезмерной чувствительности к ошибкам в амплитудно-фазовом распределении (АФР) источников. Последнее является наиболее неприятным. Наличие случайных ошибок в реальных антеннах приводит к существенным ограничениям в проявлении СН. Корректное изучение этого вопроса представляется весьма важным, поскольку оно позволяет понять, в какой мере можно реально продвинуться в область сверхнаправленности.

Очевидно, что соответствующее исследование должно проводиться методами статистической теории антенн, т. е. случайные ошибки в АФР надо учитывать в исходных соотношениях, на этапе постановки задачи синтеза.

В данной работе на основе решения задачи синтеза по критерию максимального среднего КНД линейной антенны исследуется принципиальная возможность появления СН по КНД при наличии случайных ошибок в АФР. Иными словами, изучается вопрос о предельно достижимом среднем КНД и зависимости его от параметров, характеризующих ошибки (дисперсии и радиуса их корреляции).

Исследование проводится на примере линейной системы непрерывно распределенных источников. Выбор этой системы обусловлен двумя соображениями. Во-первых, эта система является простейшей, и поэтому оказывается возможным в значительной степени использовать при анализе чисто аналитические методы. Во-вторых для непрерывной системы представляется вполне естественным изучение влияния на предельный КНД радиуса корреляции ошибок.

Исходные соотношения. Рассмотрим линейную антенну (линейную систему непрерывно распределенных источников, которые идентичны и одинаково ориентированы) длиной L . Амплитудно-фазовое распределение в антенне реализуется со случайными фазовыми ошибками, характеризуемыми случайной функцией $\varphi(x)$.

Множитель системы запишем, как это принято в работе [3], в следующем виде:

$$\dot{f}(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \dot{A}(x) e^{i[\varphi(x)+ux]} dx.$$

Будем считать, что $\varphi(x)$ нормальная, однородная случайная функция со средним значением $\overline{\varphi(x)}=0$, дисперсией $\sigma^2(x)=\overline{\varphi^2(x)}=a$, а корреляционная функция зависит только от разности координат. Коэффициент корреляции выберем в гауссовой форме. При принятых предположениях относительно статистики ошибок средние диаграммы по полю и по мощности можно записать в виде выражений [3]

$$\overline{\dot{f}(u)} = e^{-a/2} \overline{\dot{f}_0(u)}; \quad (1)$$

$$\begin{aligned} |\overline{\dot{f}(u)}|^2 = e^{-a} & \left\{ |\overline{\dot{f}_0(u)}|^2 + \frac{a}{4\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{a^{p-1}}{p!} \times \right. \\ & \times \left. \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \dot{A}_0(x) \dot{A}_0^*(x_1) e^{-\frac{(x-x_1)^2}{c^2/p} + iu(x-x_1)} dx dx_1 \right\}. \quad (2) \end{aligned}$$

Здесь $\dot{A}_0(x)$ — функция, описывающая амплитудно-фазовое распределение и нормированная к амплитуде и фазе центрального источника в отсутствие ошибок; $x=2z/L$ — безразмерная продольная координата; $\dot{f}_0(u)$ — диаграмма направленности (ДН) по полю в отсутствие ошибок,

$$\dot{f}_0(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \dot{A}_0(x) e^{iux} dx; \quad (3)$$

$u = (\pi L/\lambda) \sin \theta = a \sin \theta$ — обобщенный угол; θ — угол, отсчитываемый от нормали к оси антенны; c — радиус корреляции в относительных единицах, связанный с абсолютным радиусом корреляции соотношением

$$c = \frac{2\rho}{L} = \frac{\pi\rho}{\lambda} - \frac{2}{a}.$$

Представим $A_0(x)$ в виде разложения по полной ортонормированной системе собственных функций преобразования Фурье $\{\psi_n(a, ax)\}_{n=0}^{\infty}$

$$\dot{A}_0(x) = \sum_{n=0}^n b_n \psi_n(a, ax). \quad (4)$$

В (4) и соответственно в дальнейших формулах верхний предел суммирования по n для удобства обозначен через N . При этом подразумевается, что N может быть сколь угодно большим чис-

лом. Функции $\psi_n(a, ax)$ связаны с вытянутыми угловыми сфероидальными функциями $S_{0n}(a, x)$

$$\psi_n(a, ax) = \frac{1}{\sqrt{a}} \frac{\sqrt{\lambda_n(a)}}{k_n(a)} S_{0n}(a, x), \quad x \in [-1, 1],$$

где $\lambda_n(a)$ — собственные значения, соответствующие функциям ψ_n , они являются вещественными положительными числами и перенумерованы так, что $0\lambda > \lambda_1 > \dots > 0$; $k_n(a)$ — коэффициент, определяемый из условия нормировки ВУСФ [4]

$$k_n^2(a) = \int_{-1}^1 S_{0n}^2(a, x) dx.$$

Из (1) — (3) с учетом (4) для средних ДН по полю и по мощности имеем

$$\overline{f(u)} = e^{-\alpha/2} \sum_{n=0}^N \dot{a}_n \psi_n(a, u) = e^{-\alpha/2} f_0(u); \quad (5)$$

$$|\overline{f(u)}|^2 = e^{-\alpha} \left\{ |f_0(u)|^2 + \alpha \sum_{m,n=0}^N \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\alpha^{p-1}}{p!} \dot{a}_n \dot{a}_m^* I_{nm}^{(p)}(a, c, u) \right\}. \quad (6)$$

Здесь

$$\dot{a}_n = i^n \sqrt{\lambda_n / 2\pi a} b_n.$$

$$I_{nm}^{(p)}(a, c, u) = \frac{i^{m-n}}{2\pi k_n k_m} \times \\ \times \int_{-1}^1 S_{0n}(a, x) S_{0m}(a, x_1) e^{-\frac{(x-x_1)^2}{c^2/p} + iu(x-x_1)} dx dx_1. \quad (7)$$

Слагаемые в (4) можно рассматривать как пространственные гармоники АФР, каждая из которых формирует свою ДН по полю, описываемую соответствующим слагаемым из (5). Для гармоник с $n < \frac{2a}{\pi}$, максимум ДН находится в области видимости, поэтому

их часто называют активными, а гармоники с $n > \frac{2a}{\pi}$, у которых максимум расположен в области мнимых углов, соответственно реактивными.

Соотношения (5) — (7) справедливы при любых значениях радиусов корреляции ошибок c и их дисперсии α .

Постановка и общее решение задачи синтеза. Под средним КНД будем понимать КНД, определяемый через среднюю ДН по мощности [3]

$$\overline{D} = \frac{|\overline{f(0)}|^2}{\int_{-a}^a |\overline{f(u)}|^2 du}. \quad (7)$$

После подстановки в (8) выражения (6) и последующего интегрирования формула для среднего КНД принимает вид

$$\bar{D} = 2a \frac{\langle \mathbf{a} \{ \boldsymbol{\omega} \} \boldsymbol{\omega} + \alpha \mathbf{Q} \} \mathbf{a}^* \rangle}{\langle \mathbf{a} \mathbf{V} \mathbf{a} \rangle}. \quad (9)$$

Здесь $\mathbf{a} >$ — вектор неизвестных коэффициентов a_n ; $\boldsymbol{\omega} >$ — вектор с компонентами $\psi_n(a, 0)$; \mathbf{Q} — квадратная матрица с элементами Q_{nm} [5]

$$Q_{nm} = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\alpha^{p-2}}{p!} I_{nm}^{(p)}(a, c, 0);$$

$\mathbf{V} = \Lambda + \alpha \mathbf{B}$ — эрмитова матрица с элементами $V_{nm} = \Lambda_{nm} + \alpha B_{nm}$
и

$$\Lambda_{nm} = \lambda_n \delta_{nm}, \quad B_{nm} = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\alpha^{p-1}}{p!} J_{nm}^{(p)}(a, c),$$

где

$$J_{nm}^{(p)}(a, c) = \frac{i^{n-m}}{\pi k_n k_m} \int_{-1}^1 S_{0n}(a, x) S_{0m}(a, x_1) \times \\ \times \frac{\sin a(x - x_1)}{(x - x_1)} e^{-p \frac{(x-x_1)^2}{c^2}} dx dx_1. \quad (10)$$

Постановка задачи синтеза такова: определить регулярное АФР, реализация которого с заданными фазовыми ошибками обеспечит максимум среднего КНД.

Определение максимального среднего КНД \bar{D}_m и соответствующего оптимального вектора $\mathbf{a} >$, на котором достигается максимум \bar{D} , сводится, как известно [4; 5], к решению системы нелинейных уравнений

$$\left[\mathbf{V} - \alpha \frac{\mathbf{Q}}{\mu_m} \right] \mathbf{a} > = \boldsymbol{\omega} >; \quad (11)$$

$$\langle \boldsymbol{\omega} \mathbf{a} \rangle = \mu_m \frac{\bar{D}_m}{2a}. \quad (12)$$

Точное аналитическое решение этой системы в общем случае при произвольных a и c невозможно. Однако при $\alpha < 1$ можно воспользоваться методом последовательных приближений [5]

$$\mathbf{a} >^{(k)} = \mathbf{V}^{-1} \boldsymbol{\omega} > + \sum_{l=1}^k \alpha^l \frac{(\mathbf{V}^{-1} \mathbf{Q})^l \mathbf{V}^{-1} \boldsymbol{\omega} >}{(\mu_m^{(k-1)})^l}; \quad (13)$$

$$\overline{D}_m^{(k)} = 2a \langle wa \rangle; \quad (14)$$

$$b^{(k)} = T a^{(k)}, \quad (15)$$

где верхний индекс у a и \overline{D}_m указывает на порядок приближения.

В нулевом приближении имеют место следующие соотношения [5]:

$$a_n^{(0)} = \frac{\psi_n(a, 0)}{\lambda_n [1 + \alpha J_{nn}^{(1)}(a, c)/\lambda_n]}; \quad (16)$$

$$\overline{D}_m^{(0)} = 2a \sum_{n=0}^N \frac{\psi_n^2(a, 0)}{\lambda_n [1 + \alpha J_{nn}^{(1)}(a, c)/\lambda_n]}; \quad (17)$$

$$b_n^{(0)} = -i^n \sqrt{\frac{2\pi a}{\lambda_n}} \frac{\psi_n(a, 0)}{\lambda_n [1 + \alpha J_{nn}^{(1)}(a, c)/\lambda_n]}. \quad (18)$$

Выражения (16)–(18) дают погрешность не более 10 % относительно точных решений для \overline{D}_m и b , полученных численно, при $\alpha \leq 10^{-2}$ и $c < 0,1$ или $c > 5$. Они могут быть использованы в указанной области значений параметров α и c для аналитического исследования воздействия случайных фазовых ошибок на СН. Во всех остальных случаях такое исследование, в силу сложности выражений, получаемых в приближениях более высокого порядка, затруднительно, и оно будет проведено на основании численных результатов. Расчеты, показали, что удовлетворительная точность при $\alpha \leq 0,3$ и любых c достигается уже в первом приближении, получаемом из формул (13)–(15). Например, при $\alpha = 0,2$, $c = 0,2$ погрешность первого приближения для \overline{D}_m составляет 2 %.

Сверхнаправленность при фазовых ошибках в АФР. Для выяснения вопроса о принципиальной возможности появления СН по среднему КНД при наличии случайных фазовых ошибок воспользуемся выражением для \overline{D}_m , полученным из (13) с точностью до первых степеней по α ,

$$\overline{D}_m = D_{\text{СН}}^{(N)} \left[1 - \alpha \frac{2a}{D_{\text{СН}}^{(N)}} \sum_{n=0}^N \frac{\psi_n^2(a, 0)}{\lambda_n^2} J_{nn}^{(1)}(a, c) \right] \quad (19)$$

и выражением для КНД антенны с равномерным АФР [5]

$$D_0 = 2a \frac{\left| \sum_{n=0}^N \psi_n^2(a, 0) \right|^2}{\sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n \psi_n^2(a, 0)} \approx 2a \frac{\left| \sum_{n=0}^N \psi_n^2(a, 0) \right|^2}{\sum_{n=0}^N \lambda_n \psi_n^2(a, 0)}, \quad (20)$$

где $D_{\text{CH}}^{(N)}$ — максимальный КНД при синтезе без ошибок в АФР и ограничении числа учитываемых гармоник величиной N [5],
 $\frac{2a}{\pi} < N < \infty$,

$$D_{\text{CH}}^{(N)} = 2a \sum_{n=0}^N \frac{\psi_n^2(a, 0)}{\lambda_n} \quad (21)$$

На основании (19) и (20) имеем

$$\frac{\bar{D}_m}{D_0} = 1 + \frac{\left[\sum_{n=0}^N \frac{\psi_n^2}{\lambda_n} \sum_{n=0}^N \lambda_n \psi_n^2 - \sum_{n=0}^N \psi_n^2 \right]^2}{\left| \sum_{n=0}^N \psi_n^2 \right|^2} - \alpha \left[\sum_{n=0}^N \frac{\psi_n^2}{\lambda_n} J_{nn}^{(1)} \sum_{n=0}^N \lambda_n \psi_n^2 \right]$$

Поскольку выражения в квадратных скобках всегда положительны (в первой — в силу неравенства Коши-Буняковского), числитель при определенных значениях a и c может быть положительным. При этом отношение \bar{D}_m/D_0 будет больше единицы. Таким образом, и при наличии случайных фазовых ошибок в АФР сверхнаправленность возможна, т. е. можно получить средний КНД больше, чем КНД при равномерном АФР

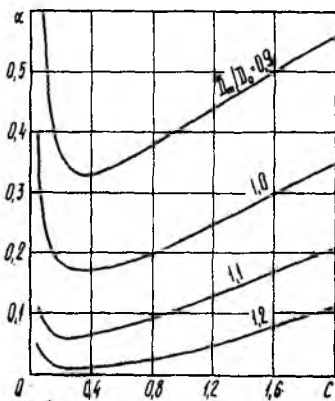


Рис. 1

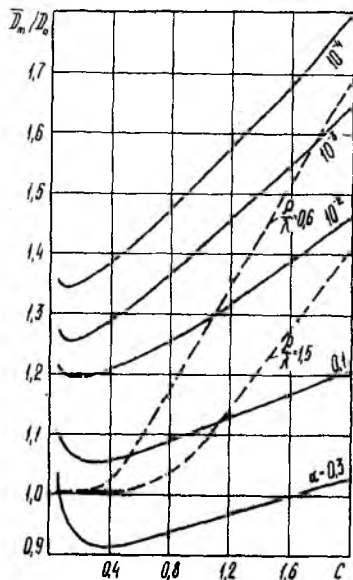


Рис. 2

без ошибок, однако не при любых значениях их дисперсии α и радиуса корреляции c .

На рис. 1 показаны кривые постоянных значений отношения для антенны длиной $L=3\lambda$ ($a=3\pi$). Видно, что диапазоны значений дисперсии α и радиуса корреляции c , при которых проявляется

ся СН, довольно велики. Они определяются областью на плоскости α, c , лежащей ниже кривой $\bar{D}_m/D_0=1$. Важно также отметить, что хотя СН и имеет место, однако она по сравнению с детерминированным случаем значительно подавлена. Это подавление обусловлено ограничительным воздействием случайных фазовых ошибок, наличие которых было учтено при постановке задачи синтеза.

При отсутствии ошибок в АФР из выражений (4) и (19) для АФР и максимального КНД соответственно, а также из формулы для амплитуды b_n (она следует из (18), если положить $\alpha=0$)

$$b_n = i^{-n} \sqrt{\frac{2\pi a}{\lambda_n}} \frac{\psi_n(a, 0)}{\lambda_n} = i^{-n} \frac{\sqrt{2\pi}}{k_n} S_{0n}(a, 0) \quad (22)$$

видно, что с увеличением числа членов N в разложении (4) сложность АФР будет возрастать, и как следствие будет неограниченно расти $D_{СН}^N$, что является характерным для «чистой» СН. Последнее легко увидеть из приближенного выражения для $D_{СН}^{(N)}$, полученного из (19) в результате несложных преобразований [5],

$$D_{СН}^{(N)} \approx D_0 \left(1 + \frac{N - N_0}{a} \right) = D_0 \left(1 + \frac{\Delta N}{a} \right), \quad N > N_0, \quad (23)$$

где N_0 — округленная до целого числа величина $2a/\pi$, $a = \pi L/\lambda$. Формула (23) справедлива для антенн поперечного излучения. Если максимум ДН антенны направлен не по нормали к ее оси, то в квадратной скобке перед дробью необходимо добавить множитель, равный 2. Это связано с тем, что в первом случае в разложении АФР присутствуют только четные гармоники, а во втором — четные и нечетные. В работе [5] показано, что погрешность (23) не превышает 5 % уже для $N \geq N_0 + 2$.

Из (23) следует также, что при отсутствии ошибок в АФР антенны различной длины могут иметь одинаковую степень сверхнаправленности. Для этого необходимо и достаточно, чтобы у них было одинаковым отношение числа учитываемых гармоник в разложении АФР к длине антенны, выраженной в единицах λ . Вследствие этого число осцилляций в оптимальном АФР, приходящееся на одну длину волны, у них должно быть одинаковым [5].

Учет ошибок при синтезе, как следует из (16) и (18), приводит к тому, что амплитуды гармоник уменьшаются по сравнению со случаем «чистой» СН. Особенно сильно подавляются более высокие реактивные гармоники, поскольку $(I_{nn}^{(1)}/\lambda_n) > 1$ при $n > \frac{2a}{\pi}$, в то время как $(J_{nn}^{(1)}/\lambda_n) \leq 1$ для $n \leq \frac{2a}{\pi}$. При этом, начиная с некоторого $n = N_m > N_0$, при котором $(\alpha \frac{J_{nn}}{\lambda_n}) \gg 1$, все гармоники

с $n \geq N_m$ из-за малости амплитуды будут давать незначительный вклад в формирование оптимального АФР и тем самым в увеличение максимального среднего КНД \bar{D}_m . Так, из табл. 1 видно, что для антенны длиной $L=3\lambda$ при $c=0,1$ и $\alpha=10^{-3}$ вклад всех гармоник, начиная с 12-й, мал, а при $\alpha=10^{-1}$ малым уже оказывается вклад в \bar{D}_m и 10-й гармоники.

Таблица 1

α	N						
	0	2	4	6	8	10	12
10^{-3}	3,3866	4,9054	5,8333	6,5532	7,4324	7,5423	7,5426
10^{-1}	3,2542	4,8577	5,7769	6,4785	6,9449	6,9505	6,9505

Таким образом, при синтезе в статистической постановке значительное ослабление СН по сравнению с детерминированным случаем обусловлено двумя факторами. Во-первых, уменьшением числа осцилляций в АФР за счет ограничения количества реактивных гармоник, эффективно участвующих в формировании оптимального амплитудно-фазового распределения, что ведет к уменьшению \bar{D}_m из-за ограничения количества слагаемых в сумме (16) величиной N_m . Во-вторых, снижением амплитуд осцилляций в АФР вследствие уменьшения амплитуд гармоник по сравнению с первым случаем, что приводит к дополнительному снижению \bar{D}_m .

Величина $D_{\text{СН}}^{(N_m)}$ может рассматриваться как верхний предел для $D_m(\alpha, c)$ в том смысле, что

$$D_m(\alpha, c) \leq D_{\text{СН}}^{(N_m)},$$

и служить для оценки максимально возможной СН при заданных фазовых ошибках. Она определяется формулой (23) с заменой N на N_m ,

$$D_{\text{СН}}^{(N_m)} = D_0 \left[1 + \frac{N_m(\alpha, c) - N_0}{a} \right] = D_0 \left[1 + \frac{\Delta N}{\pi(L/\lambda)} \right], \quad (24)$$

где N_m можно найти из условия

$$\alpha \frac{J_{N_m} N_m}{\lambda N_m} \geq 10. \quad (25)$$

Соотношение (24) позволяет сделать важный вывод о том, что при наличии случайных ошибок в АФР степень СН зависит от длины антенны. Чем антенна длиннее, тем меньшую СН у нее можно получить. В этом существенное отличие от детерминированного случая. Показанные на рис. 2 зависимости \bar{D}_m/D_0 от длины антенны для $\alpha=10^{-1}$ и $\alpha=10^{-4}$ и нескольких значений абсолютного радиуса корреляции ρ/λ подтверждают сделанный вывод.

Влияние параметров ошибок на максимальный средний КНД.
 Если длина антенны задана, то ее максимальный средний КНД полностью определяется дисперсией α и радиусом корреляции ошибок c . На это указывает соотношение (16), а также результаты численных расчетов, приведенные на рис. 1.

Из выражений (16) и (25) следует, что с ростом α максимальный средний КНД \bar{D}_m монотонно убывает. Это связано с тем, что

Таблица 2

c	α			
	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}
0,3	1,372	1,276	1,206	1,115
2,0	1,813	1,644	1,464	1,221

уменьшается как количество гармоник, формирующих оптимальное АФР, а значит, и количество слагаемых в сумме (16), так и амплитуды этих гармоник, которые пропорциональны $\left(1 + \alpha \frac{J_{nn}^{(1)}{}^{-1}}{\lambda_n}\right)$.

Из результатов численных расчетов величины \bar{D}_m/D_0 для антенны с длиной $L=3\lambda$, приведенных в табл. 2, видно, что даже при очень малых ошибках \bar{D}_m несущественно превышает КНД для равномерного АФР. Так, при ошибках с радиусом корреляции $c=2$ и дисперсией $\alpha=10^{-4}$ (отклонение фазы $\Delta\varphi \approx 0,6^\circ$) отношение \bar{D}_m/D_0 составляет всего 1,813. Заметим, однако, что для антенн меньшей длины при тех же параметрах ошибок можно получить большее значение \bar{D}_m/D_0 . Так, при тех же α и c для антенн с длиной $L=2\lambda, \lambda, 0,5\lambda$ величина \bar{D}_m/D_0 принимает значения соответственно 2,13; 2,88; 3,75.

Влияние радиуса корреляции c на значение максимального среднего КНД более сложно, и выявить аналитическую зависимость \bar{D}_m от c в явном виде затруднительно. Однако представление о качественном характере этой зависимости можно получить, если воспользоваться соотношениями (24) и (25).

Прежде всего отметим, что возможны две причины изменения c : меняется абсолютный радиус корреляции ρ/λ при постоянной длине антенны; меняется длина антенны L при постоянном значении ρ/λ .

Рассмотрим первую ситуацию. Пусть $c \ll 1$ за счет $\rho/\lambda \ll 1$. При этом имеет место следующее асимптотическое выражение $J_{nn}^{(1)} \approx \frac{ac}{\sqrt{\pi}}$ [5]. Тогда из (25) следует, что $N_m \gg N_0$ и в пределе при $c \rightarrow 0$ неограниченно растет (напомним, что λ_n с ростом уменьшается). Таким образом, число реактивных гармоник, участвующих в формировании оптимального АФР, неограниченно растет при $c \rightarrow 0$, и согласно (24) нет верхнего предела для \bar{D}_m , так как при

$a = \text{const}$ $\Delta N \rightarrow \infty$ и, следовательно, $D_{\text{СН}}^{(N_m)} \rightarrow \infty$. Если $c \gg 1$ за счет $(\rho/\lambda) \gg 1$, то, как показано в [5], $J_{nn}^{(1)}$ асимптотически стремится сверху к λ_n , и, следовательно, равенство (25) может быть выполнено только при очень большом N_m . Таким образом, опять в пределе при $c \rightarrow \infty$ имеем $N_m \rightarrow \infty$, и из (24) следует, что $D_{\text{СН}}^{(N_m)} \rightarrow \infty$ и ограничений для \bar{D}_m не существует. Последний вывод физически достаточно очевиден. Увеличение радиуса корреляции ошибок ρ/λ означает, что антенна приближается к синфазной. Следовательно, ограничивающее воздействие ошибок исчезает и СН должна проявиться в «чистом» виде. При промежуточных значениях ρ/λ для реактивных гармоник согласно [5] отношение $J_{nn}^{(1)}/\lambda_n \rightarrow 1$ и всегда есть такое конечное N_m , что (25) будет выполнено. При этом ΔN ограничено \bar{D}_m . Таким образом, следует ожидать, что общий характер зависимости \bar{D}_m от ρ/λ таков: при $c \rightarrow 0$ и $c \rightarrow \infty$ величина \bar{D}_m неограниченно растет и мы приходим к «чистой» СН, а при промежуточных значениях c должно наблюдаться значительное подавление СН и, следовательно, малое \bar{D}_m . Типичные зависимости \bar{D}_m/D_0 от c для антенны длиной 3λ при нескольких значениях a показаны на рис. 3. Ход кривых полностью соответствует определенному выше характеру изменения \bar{D}_m от c .

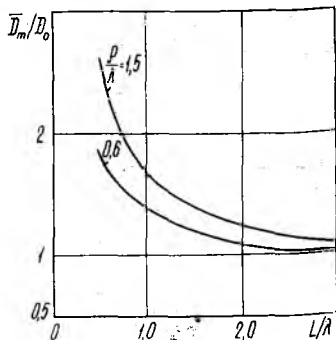


Рис. 3

Видно, что \bar{D}_m/D_0 как функция c имеет явно выраженный минимум. Значения радиуса корреляции, при которых \bar{D}_m принимает минимальное значение, т. е. наиболее сильно подавлена, зависят от a . При очень малых и при больших c сверхнаправленность возрастает.

Положим теперь, что $\rho/\lambda = \text{const}$, а относительный радиус корреляции c меняется за счет изменения длины антенны. При $a \ll 1$ радиус корреляции $c \ll 1$ и возникает ситуация (большое c при ограниченной длине), уже рассмотренная ранее, при которой $D_m/D_0 \gg 1$ и в пределе, если $a \rightarrow 0$ ($c \rightarrow \infty$), то $\bar{D}_m \rightarrow \infty$. Если же $a \gg 1$ и соответственно $c \ll 1$, то опять $J_{nn}^{(1)} \approx ac/\sqrt{\pi}$ и (25) принимает следующий вид: $\left[a \left(\frac{2\pi\rho}{\alpha} \right) \frac{1}{\lambda_{N_m}} \right] = 10$. Ясно, что это равенство

для заданного будет выполняться при конечном N_m и, следовательно, количество реактивных гармоник тоже конечно. Поскольку $a \gg 1$, $D_{\text{СН}}^{N_m}$ согласно (24) мало отличается от D_0 . В пределе при $a \rightarrow \infty$ ($c \rightarrow 0$) $D_{\text{СН}}^{N_m} \rightarrow D_0$, а следовательно, и $\bar{D}_m \rightarrow D_0$ и СН

практически будет отсутствовать. Проанализированный случай по сути можно рассматривать и как зависимость степени СН от длины антенны при постоянном абсолютном радиусе корреляции. Графические зависимости \bar{D}_m/D_0 от c для рассматриваемой ситуации показаны на рис. 3 в виде штриховых кривых.

Таким образом, если при $c \gg 1$ с ростом c максимальный средний КНД может стать сколь угодно большим, то при $c \rightarrow 0$ получаемое значение максимального среднего КНД будет существенно зависеть от причины, за счет которой c очень мало. Если $c \ll 1$ за счет абсолютного радиуса корреляции ρ/λ , то СН подавлена слабо и возможно получение большого \bar{D}_m , если же $c \ll 1$ за счет большой длины антенны, то СН практически невозможна и $\bar{D}_m \approx D_0$.

Список литературы: 1. *Voiszkamp C. J. and de Bruijn N. G.* The problem of optimum antenna current distribution//Philips Res. Rept. 1946. 1. P. 135—158. *Riblet H. J.* Note on the maximum directivity of an antenna//Proc. IRE. 1948, 36. P. 620—623. 3. *Шифрин Я. С.* Вопросы статистической теории антенн. М., 1970. 384 с. 4. *Функции с двойной ортогональностью в радиоэлектронике и оптике:* Пер. с англ./Под ред. М. К. Размахина, В. А. Яковлева. М., 1971. 256 с. 5. *Сверхнаправленность в статистической теории антенн/Я. С. Шифрин, В. В. Должиков, В. Ю. Радченко. К., 1988. 140 с. Деп. в УкрНИИТИ, № 86-Ук88.*

Поступила в редколлегию 11.07.89

УДК 621.396.67

В. В. ДОЛЖИКОВ, канд. физ.-мат. наук, В. Ю. РАДЧЕНКО

ВЛИЯНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ОШИБОК В АНТЕННЕ НА ЕЕ ПРЕДЕЛЬНЫЕ КНД. ЧАСТЬ 2

При практической реализации сверхнаправленных антенн с оптимальным АФР, полученным при решении детерминированной задачи синтеза, наиболее неприятным является чрезвычайная чувствительность оптимальной ДН к случайным ошибкам в амплитудно-фазовом распределении. Для ее оценки обычно используют такой параметр, как чувствительность ДН к случайным ошибкам

$$S = \frac{\int_{-1}^1 |A_0(x)|^2 dx}{\left| \int_{-1}^1 A_0(x) dx \right|^2} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |f_0(u)|^2 du}{|f_0(0)|^2}$$

Он был впервые введен в работе [1] применительно к антенным решеткам. Этот параметр зависит только от характера АФР и указывает, насколько сильно искажается оптимальная ДН по мощности при появлении случайных ошибок в распределении источников, т. е. насколько сильно отличается средняя ДН по мощности от невозмущенной ДН.