УДК 621.391

А. А. ЗАМУЛА, канд. техн. наук

ПОСТРОЕНИЕ СИСТЕМЫ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО ТИПА МЕТОДОМ ДЕЦИМАЦИИ

Теоретические основы построения всего множества изоморфизмов нелинейных дискретных сигналов (НДС) характеристического типа, базирующиеся на использовании теории разностных множеств, изложены в работе [1]. Известно, что для сигналов с двухуровневой периодической функцией автокорреляции (к данному классу сигналов относятся и НДС характеристического типа) каждому сигналу может быть поставлено в соответствие разностное множество B, сбалансированное на два уровня [1] $B=\{b_1, b_2, ..., b_k\}$ (1). Здесь b_j — порядковые номера символов одного периода L сигнала $(j=\overline{1, k})$, принимающих значения 1. Если ввести понятие изоморфных коэфициентов $T=\{t_i\}$, таких, что наибольший общий делитель (НОД) чисел $(t, L)=1$ (числа t, L взаимно простые), а $i=\overline{1, \varphi(L)}$, где $\varphi(L)$ — функция Эйлера, то умножение разностного множества B фиксированного изоморфизма НДС на изоморфные коэффициенты t_i приведет к образованию всего множества изоморфизмов НДС.

Анализ характера операций, которые необходимо выполнять при синтезе НДС с использованием данного метода, показывает, что его вычислительная сложность весьма значительна.

Проблему большой вычислительной сложности метода разностных множеств можно решить с помощью метода децимации, заключающегося в следующем. Последовательность W образуется C_i по счету элементами последовательности V, т. е. последовательность W — результат децимации последовательности V по коэффициенту децимации C, причем НОД $(C, L)=1$, т. е. числа C и L являются взаимно простыми. Возможность использования метода децимации для формирования всего множества изоморфизмов M-последовательностей показана в работе [2]. Приведем теорему, доказывающую справедливость этого метода для синтеза всего множества НДС характеристического типа и, таким образом, эквивалентность его методу разностных множеств.

Теорема. Пусть $T=\{t_i\}$ — множество изоморфных коэффициентов разностного множества, построенного с использованием элементов поля $GF(P)$, а W — изоморфизм НДС, построенный в результате вычисления характера элементов $\psi(a_\nu)$ в соответствии с минимальным по значению первообразным элементом Θ_1, при этом выполняется условие: НОД $(t,\ L)=1$; $C=\{c_i\}$ — множество коэффициентов в децимации таких, что НОД $(C,\ L)=1$, а $i=\overline{1,\ \varphi(L)}$, где $\varphi(L)$ — функция Эйлера.

Доказательство. Известно, что правило построения НДС характеристического типа имеет вид $\psi(a_\nu)=\psi\Theta_1^\nu+1)=e^{i\pi U_\nu}$ (2),

где $\nu=\overline{0,L-1}$.

Для построения НДС с применением метода децимации правило кодирования (2) можно записать следующим образом:

$$\psi(a_{\nu c})=\psi(\Theta_1^{\nu c}+1)=e^{i\pi U_{\nu c}}. \tag{3}$$

Определим характер мультипликативной группы поля $GF(P)$ для правил кодирования (2), (3) при $\nu=0,\ L-1$.

Для правила (2):

$$\begin{aligned}
&\nu=0, \psi(a_0)=\psi(2); \quad \nu=1, \psi(a_1)=\psi(\Theta_1+1);\\
&\nu=2,\ \psi(a_2)=\psi(\Theta_1^2+1);\\
&\vdots\\
&\nu=l,\ \psi(a_l)=\psi(\Theta_1^l+1);\\
&\vdots\\
&\nu=L-1,\ \psi(a_{L-1})=\psi(\Theta_1^{L-1}+1).
\end{aligned} \tag{4}$$

Для правила (3):

$$\begin{aligned}
&\nu=0,\ \psi(a_0)=\psi(2);\\
&\nu=1,\ \psi(a_1)=\psi(\Theta_1^c+1);\\
&\vdots\\
&\nu=2,\ \psi(a_2)=\psi(\Theta_1^{2c}+1)\\
&\vdots\\
&\nu=l,\ \psi(a_l)=\psi(\Theta_1^{lc}+1);\\
&\vdots\\
&\nu=L-1,\ \psi(a_{L-1})=\psi(\Theta_1^{(L-1)c}+1).
\end{aligned} \tag{5}$$

В выражении (5) произведем замену переменных, а именно $\Theta_1^c=\Theta_c^\nu$. Тогда (5) примет вид

$$\nu=0,\ \psi(a_0)=\psi(2);$$

$$\begin{aligned}
&\nu = 1,\ \psi(a_1) = \psi(\Theta_c + 1);\\
&\nu = 2,\ \psi(a_2) = \psi(\Theta_c^2 + 1);\\
&\vdots\\
&\nu = l,\ \psi(a_l) = \psi(\Theta_c^l + 1);\\
&\vdots\\
&\nu = L - 1,\ \psi(a_{L-1}) = \psi(\Theta_c^{L-1} + 1).
\end{aligned} \tag{6}$$

Из анализа (5), (6) следует, что с учетом введенных обозначений данные выражения эквиваленты и, если Θ_c — первообразный элемент поля $GF(P)$, то вычисление характеров $\psi(a_0)$, $\psi(a_1)$, ..., $\psi(a_l)$, ..., $\psi(a_{L-1})$ в соответствии с (6) приводит к формированию изоморфизма НДС. Таким образом, требуется доказать, что Θ_c — первообразный элемент поля.

Известно, что степени элемента поля, имеющего максимальный период $E=P-1=L$, различны и пробегают все ненулевые элементы поля. Такой элемент поля называют первообразным. В теории чисел известна теорема о периоде элемента поля [1], согласно которой: если период элемента $a=E$, то период элемента a^c — есть $E/(E, C)$, где (E, C) — НОД чисел E и C. Элемент поля a^c будет иметь максимальный период E, т. е. будет первообразным, если НОД $(E, C)=1$, или НОД $(L, C)=1$, т. е. если коэффициенты децимации и значение длительности последовательности L являются взаимно простыми числами, то с учетом проведенной замены переменных $(\Theta_1^{c\nu} = \Theta_c^{\nu})$, Θ_c — первообразный элемент поля $GF(P)$. Это означает, что вычисление характера мультипликативной группы в соответствии с (5) приводит к построению изоморфизма НДС. Применение всего множества коэффициентов децимации обеспечивает построение всего пространства изоморфизмов НДС так же, как и использование всего множества изоморфных коэффициентов обеспечивает синтез всего пространства изоморфизмов НДС. Теорема доказана.

Таблица 1

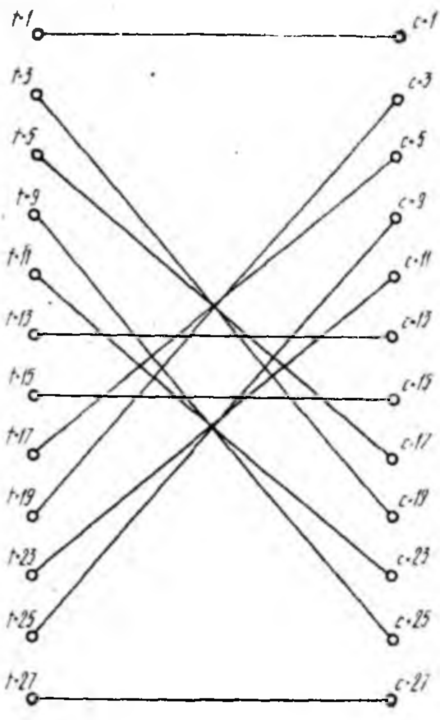
T	НДС $L=28$
$t_1=1$	1 1 0 0 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 1 0 1 1 0 1 0 1 1 1 0 0
$t_2=3$	1 1 1 0 0 1 0 1 1 0 0 1 1 1 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 1 0
$t_3=5$	1 0 0 1 1 1 1 0 1 1 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 1 0 0 1
$t_4=9$	1 1 0 1 1 1 1 0 1 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 1 1 0 1 0 0 0
$t_5=11$	1 1 1 1 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0
$t_6=13$	1 1 0 1 1 0 0 0 0 0 1 0 1 1 0 0 1 1 1 1 0 1 0 1 1 0 0 0
$t_7=15$	1 0 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1 1 0 0 1 1 0 1 0 0 0 0 0 1 1 0 1
$t_8=17$	1 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 1 1 0 1 1 1 0 0 0 1 1 1
$t_9=19$	1 0 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 1 1 0 1 1 1 1 0 1
$t_{10}=23$	1 1 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 1 1 0 1 1 1 1 0 0
$t_{11}=25$	1 0 1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 1 0 0 1 1 1 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1
$t_{12}=27$	1 0 0 1 1 1 0 1 0 1 1 0 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 1 0 0 1

Таблица 2

C	НДС $L=28$
$C_1=1$	1 0 0 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 1 0 1 1 0 1 0 1 1 1 0 0 1
$C_2=3$	0 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 1 1 0 1 1 1 1 0 1 1 0 1 0 0 0 1 0
$C_3=5$	0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 1 1 0 1 1 1 0 0 0 1 1 1 1
$C_4=9$	0 1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 1 0 0 1 1 1 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1 1
$C_5=11$	1 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 1 1 0 1 1 1 1 0 0 1
$C_6=13$	1 0 1 1 0 0 0 0 0 1 0 1 1 0 0 1 1 1 1 0 1 0 1 1 0 0 0 1
$C_7=15$	0 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1 1 0 0 1 1 0 1 0 0 0 0 0 1 1 0 1 1
$C_8=17$	0 0 1 1 1 1 0 1 1 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 1 0 0 1 1
$C_9=19$	1 1 1 0 1 0 1 1 0 0 1 1 1 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 1 0 1
$C_{10}=23$	1 1 1 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 1
$C_{11}=25$	1 0 1 1 1 1 0 1 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 1 1 0 1 0 0 0 1
$C_{12}=27$	0 0 1 1 1 0 1 0 1 1 0 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 1 0 0 1 1

Пример. Пусть $L=28$, $\Theta=2$. Требуется сформировать все пространство изоморфизмов НДС с использованием метода разностных множеств и метода децимации.

В табл. 1 приведены значения кодов НДС, полученных для всех значений $T=\{t_i\}$ по методу разностных множеств, в табл. 2 — значения кодов для НДС с числом символов $L=28$, полученных путем децимации НДС ($\Theta=2$) по всему множеству коэффициентов децимации $C=\{c_i\}$.



На рисунке представлен граф, иллюстрирующий соответствие НДС, синтезированных с применением двух описанных методов. Вершины графа помечены значениями коэффициентов децимации и изоморфных коэффициентов. Линиями соединены вершины, для которых выполняется взаимооднозначное соответствие (со сдвигом на один символ) между сигналами, построенными по методу децимации и разностных множеств. Из рисунка видно, что НДС, синтезированные по методу децимации с точностью до изоморфизма, совпадают с НДС, которые построены с использованием метода разностных множеств. Нетрудно убедиться в том, что метод децимации проще метода разностных множеств.

Список литературы: 1. *Свердлик М. Б.* Оптимальные дискретные сигналы. М., 1975. 200 с. 2. *Сарвате Д. В., Персли М. Б.* Взаимокорреляционные свойства псевдослучайных и родственных последовательностей//Тр. Ин-та инж. по электротехнике и радиоэлектронике. 1980. Т. 68. № 5. С. 59—90.

Поступила в редколлегию 20.01.87