

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЗОНАНСНОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ВИБРОЗАЩИТЫ

Предлагается в целях виброзащиты возбуждать в колебательной системе параметрический резонанс, подавляющий ее силовое возбуждение. Приводятся конкретные примеры численного моделирования виброзащиты.

### 1. Введение

Развитие средств автоматизации и механизации производственных процессов связано с использованием оборудования, которое при своей работе создает механические колебания. Их источником являются также и транспортные средства. Таким образом, механические колебания являются широко распространенным дестабилизирующим, опасным и вредным производственным фактором.

Дестабилизирующее действие вибрации и ударов на различное оборудование, в том числе на РЭС, проявляется в виде микротрещин в конструктивных элементах, что влечет за собой снижение их механической прочности, изменение свойств материалов и снижение надежности в целом. Известны случаи расстройки подстроечных элементов, появления паразитных сигналов и обратных связей в результате механических воздействий.

Не менее важной проблемой является негативное влияние механических воздействий на человека. В зависимости от интенсивности и длительности они могут оказывать не только вредное, но и опасное действие. Как известно, в условиях вибрации снижается производительность труда, ухудшая самочувствие человека. При длительном воздействии развивается профессиональная патология. Воздействия большой интенсивности могут привести к травме. Кроме того, механические воздействия могут привести к разрушению конструктивных элементов и тем самым явиться причиной аварии и катастрофы.

В настоящее время разработано множество методов защиты от механических колебаний, каждый из которых сопряжен с характерными недостатками, из-за чего проблема остается *актуальной*. Пассивные методы связаны главным образом с малой эффективностью в области низких частот (в дорезонансной области). Пассивный динамический виброгаситель [1] эффективен на строго определенной частоте, за пределами которой колебания объекта могут даже усиливаться. Активные виброзащитные системы связаны со сложностью конструкции и большими энергозатратами. Так, электрогидравлическая виброзащитная система с силовым цилиндром двойного действия [2] требует использования внешнего гидравлического источника энергии (гидронасоса). Колебательное движение рабочей жидкости в магистрали гидросистемы сопровождается значительной потерей энергии на вязкое трение, которая пропорциональна частоте и амплитуде колебаний. Из-за этого резко снижается эффективность виброзащиты с ростом частоты (в зарезонансной области). Существуют и другие виброзащитные системы, основанные на автоматическом изменении собственной частоты колебаний в целях отстройки от резонанса или настройки на антирезонанс. Однако их работа эффективна на строго определенной частоте (частоте настройки) системы. При полигармонических воздействиях эти системы неэффективны.

*Целью исследования* является подавление силового возбуждения колебательной системы в более широком диапазоне частоты и уменьшение массо-габаритных характеристик активной виброгасящей системы.

Идея подавления одних колебаний другими, находящимися в противофазе, не нова. Для достижения поставленной цели в данной статье предлагается использовать параметрический резонанс. При этом необходимо решить следующие задачи:

1. Составить математическую модель механической колебательной системы при одновременном силовом и параметрическом возбуждении.

2. Осуществить численное моделирование параметрической виброзащиты на конкретных примерах, подтверждающих ее эффективность.

## 2. Модель колебательной системы

Вынужденные колебания одномассовой колебательной системы (объект – амортизатор) с одной степенью свободы, как известно, описываются дифференциальным уравнением [2]:

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + Cx + F_{\text{ТР}} = P_0 \cos(\omega t), \quad (1)$$

где  $M$  – масса объекта;  $x$  – смещение объекта относительно нулевого положения;  $t$  – время;  $C$  – коэффициент жесткости упругого элемента;  $F_{\text{ТР}}$  – сила трения;  $P_0$  – амплитудное значение приложенной силы;  $\omega$  – круговая (угловая) частота приложенной силы.

При свободных колебаниях в уравнении (1) отсутствует правая часть (равна нулю). Также известно, что в системе могут возбуждаться параметрические колебания путем периодического изменения ее параметров (массы, коэффициента жесткости и коэффициента демпфирования (трения)) [1, 2]. Параметрическое возбуждение по гармоническому закону описывается уравнением Матье [1, 2]. В системе без трения оно выглядит так:

$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} + (a - 2q \cos 2\tau)x = 0, \quad (2)$$

где  $\tau$  – безразмерное время ( $2\tau = \omega t$ );  $a = \frac{4\omega_0^2}{\omega^2}$ ;  $q = \frac{2K\omega_0^2}{\omega^2}$ ;  $\omega_0$  – собственная круговая

частота системы ( $\omega_0 = \sqrt{\frac{C_0}{M}}$ );  $C_0$  – среднее значение изменяемого коэффициента жесткости.

Кинематическая схема системы показана на рис. 1, где 1 – защищаемый объект, 2 – управляемый амортизатор, 3 – упругий элемент с изменяемым коэффициентом жесткости и 4 – демпфирующий элемент. На рис. 2 приведена диаграмма Айнса-Стретта, где изображены зоны устойчивости (закрашены) колебательной системы без трения. В зонах неустойчивости возникает параметрический резонанс. Как видно из рис. 2, он возможен не на строго определенной частоте, а в интервале  $\Delta\omega$ , величина которого зависит от глубины изменения обобщенного параметра (тангенса угла наклона прямой). На практике во второй зоне неустойчивости эта величина может достигать примерно 25% от собственной частоты системы. Кроме того, возможны колебания в разных зонах неустойчивости, что существенно расширяет интервал рабочих частот. Это имеет особое значение при флуктуации частоты возмущающего воздействия и при полигармонических воздействиях. В этом заключается отличие предложенного способа от рассмотренного выше пассивного и активного динамического виброгашения.

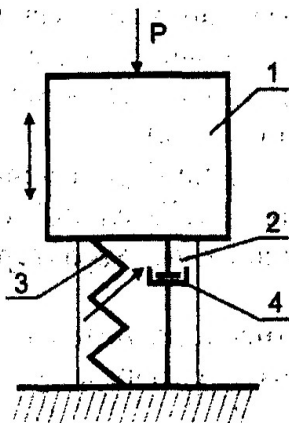


Рис. 1. Кинематическая схема виброзащитной системы

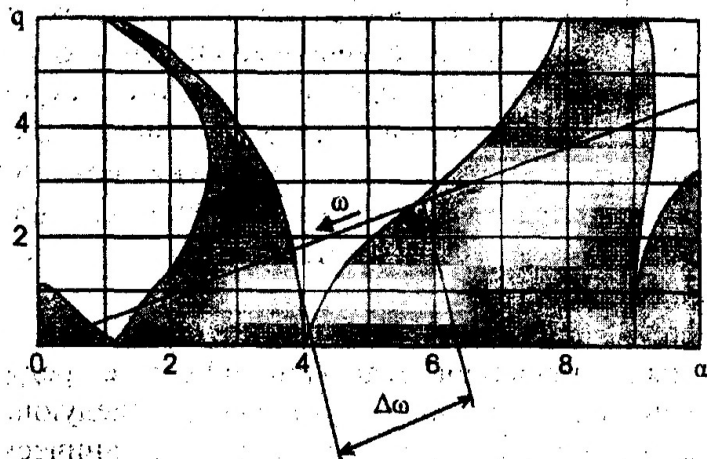


Рис. 2. Диаграмма Айнса-Стретта с указанием интервала рабочей частоты виброзащиты

которые действуют одновременно. Здесь происходит изменение обобщенного параметра системы  $\left(\frac{C}{M}\right)$  по гармоническому закону. Поскольку речь пока не идет о конкретных числовых значениях, это удобно сделать в следующем виде:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{C(1 - K \cos(\omega_{\Pi}t + f_{\Pi}))}{M}x + F_{\text{ТР}} = P_0 \cos(\omega t), \quad (3)$$

где  $K$ ,  $\omega_{\Pi}$ ,  $f_{\Pi}$  — соответственно, амплитуда, круговая частота и начальная фаза изменения обобщенного параметра системы.

Теоретически значение  $K$  может быть в интервале  $(0 \dots 1)$ . На практике из-за конструктивных особенностей управляемых амортизаторов интервал с обеих сторон сужен  $(0,05 \dots 0,95)$ . С математической точки зрения при параметрическом антирезонансе раскачивающее слагаемое (дробная часть) должно компенсировать изменяющуюся в процессе работы правую часть уравнения (3).

### 3. Численное моделирование виброзащиты

В данной статье из-за ограниченности ее объема не рассматривается теория оптимального управления параметрической виброзащиты и все необходимые для этого аппаратные и программные средства. Важно продемонстрировать возможность достижения поставленной цели на простых и характерных примерах. На рис. 3 приведены исходные данные численного моделирования колебаний системы для примеров 1 и 2. На рис. 4 и 5 представлены соответствующие графики колебаний объекта. В основу моделирования положена формула (3).

$$\begin{aligned}
 & \omega := 10,0 \quad f := \frac{\pi}{3} \quad C_0 := 100 \quad M := 1 \quad P := 100 \quad b := 2 \quad y_0 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 & D(t, y) := \begin{bmatrix} y_1 \\ -[1 - K \cdot (\cos(\omega \cdot t) + f)] \cdot \frac{C_0}{M} \cdot y_0 + \cos(\omega \cdot t) \cdot P - b \cdot \text{sign}(y_1) \end{bmatrix} \\
 & r := \text{rkadapt}(y_0, 1, 20, 10^{-4}, D, 500, 0.001)
 \end{aligned}$$

Рис. 3. Исходные данные моделирования для примеров 1 и 2

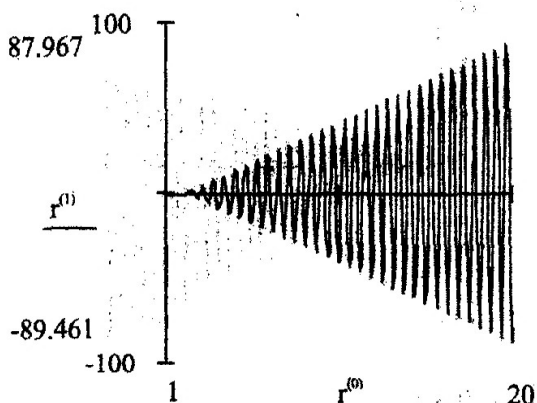


Рис. 4. Амплитуда колебаний (пример 1,  $K=0$ )

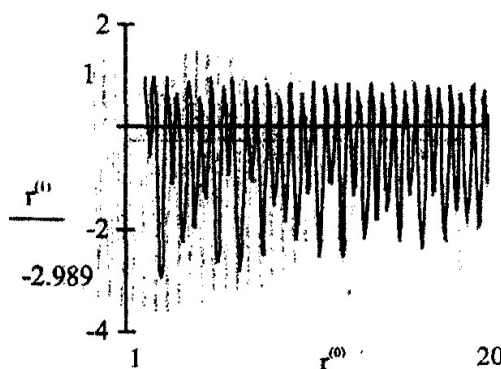


Рис. 5. Амплитуда колебаний (пример 2,  $K=0,5$ )

По осям абсцисс отложено время  $t$ , по осям ординат — амплитуда колебаний объекта. В обоих примерах действует модель сухого (простейшего кулонова) трения. В первом примере действует только силовое возбуждение, из-за чего на резонансной частоте система вошла в резонанс с неограниченной амплитудой. В рассматриваемом интервале времени амплитуда достигла значения около -89. Во втором примере кроме силового действует

чему колебания системы в целом приобрели устойчивый характер с максимальной амплитудой около -3. На рис. 6 и 7 приведены соответствующие фазовые портреты колебаний.

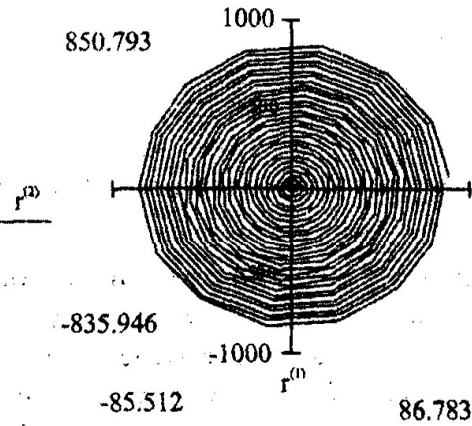


Рис. 6. Фазовый портрет колебаний (пример 1,  $K=0$ )

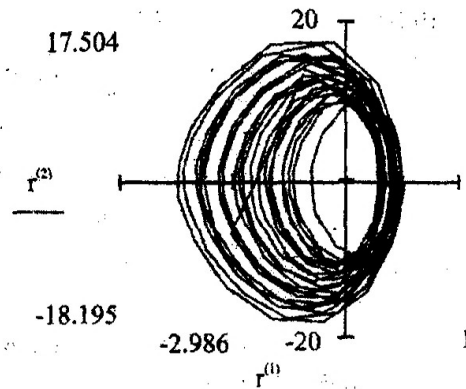


Рис. 7. Фазовый портрет колебаний (пример 2,  $K=0,5$ )

Особый интерес представляет подавление полигармонических воздействий. В следующих примерах силовое возмущение определяется двумя близкими по частоте силами, которые также соответствуют второй зоне неустойчивости. На рис. 8 представлены исходные данные численного моделирования колебаний системы для примеров 3-5. На рис. 9-12 представлены соответствующие графики.

$$C_0 := 100 \quad M := 1 \quad w_1 := 10 \quad w_2 := 9.7 \quad f_1 := 4.5 \quad f_2 := 2 \quad y_0 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\xi := 0.2 \quad h := 2 \cdot \xi \cdot \sqrt{C_0 \cdot M} \quad P_1 := P_{01} \cdot \cos(w_1 \cdot t + f_1) \quad P_2 := P_{02} \cdot \cos(w_2 \cdot t + f_2)$$

$$D(t, y) := \begin{bmatrix} y_1 \\ - \left[ 1 - K \cdot \cos\left(\frac{w_1 + w_2}{12} \cdot t\right) \right] \cdot \frac{C_0}{M} \cdot y_0 + P_1 + P_2 - h(y_1) \cdot \text{sign}(y_1) \end{bmatrix}$$

$$r := \text{rkadapt}(y_0, 1, 20, 10^{-5}, D, 1000, 0.001)$$

Рис. 8. Исходные данные моделирования для примеров 3-5

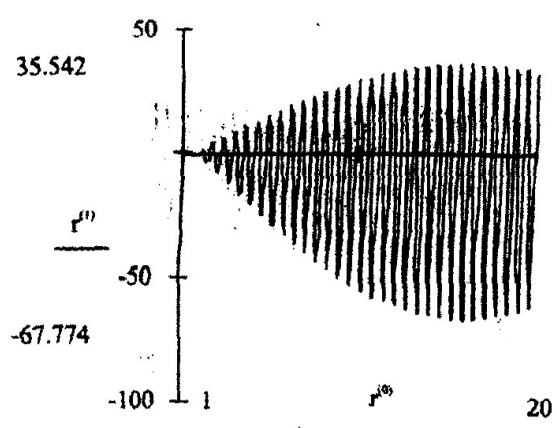


Рис. 9. Амплитуда колебаний (пример 3,  $P_{01}=100, P_{02}=0, K=0$ )

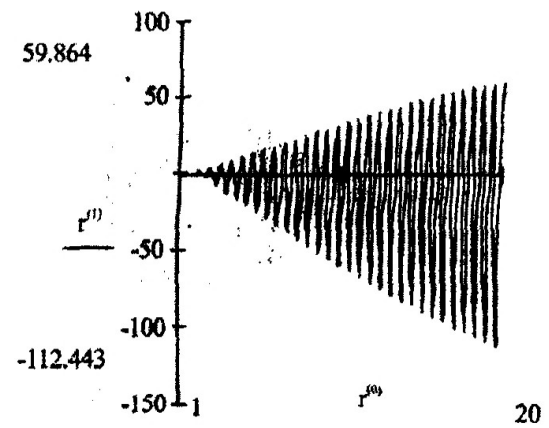


Рис. 10. Амплитуда колебаний (пример 4,  $P_{01}=0, P_{02}=100, K=0$ )

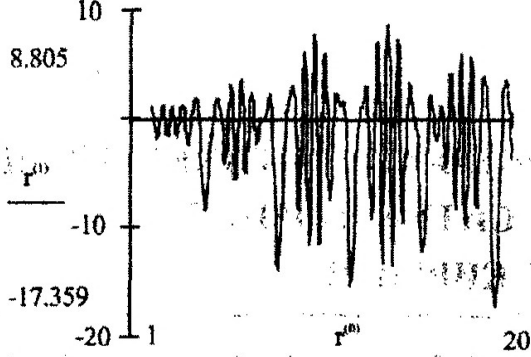


Рис. 11. Амплитуда колебаний  
(пример 5,  $P_{01}=100$ ,  $P_{02}=100$ ,  $K=0,7$ )

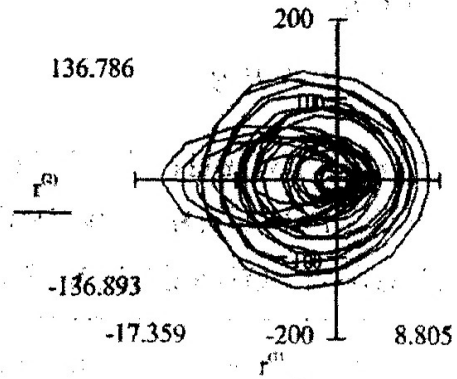


Рис. 12. Фазовый портрет колебаний  
(пример 5,  $P_{01}=100$ ,  $P_{02}=100$ ,  $K=0,7$ )

В примерах 3 и 4 отсутствует параметрическое возбуждение, из-за чего колебания объекта имеют резонансный характер.

### Выводы

Наряду с традиционными способами виброзащиты стало очевидным использование в тех же целях параметрического резонанса. Для этого необходима адаптивная параметрическая система, осуществляющая управление амортизатором при изменяющихся в процессе эксплуатации механических воздействиях.

*Научная новизна* заключается в использовании параметрического резонанса в целях подавления внешнего силового возбуждения. Впервые продемонстрирована работа данного способа виброзащиты с помощью численного моделирования.

Разработка и изготовление такой системы принципиальных сложностей не вызывает. Она может быть осуществлена с помощью разных устройств, к которым относятся: "Устройство для гашения крутильных колебаний" [3] с использованием электрореологической суспензии, управляемые амортизаторы на основе электромагнитных фрикционных, порошковых, жидкостных муфт [4-6] и т. д.

*Практическая значимость* состоит в том, что для разработки конструкции управляемого амортизатора и программы его управления будут полезны конкретные примеры численного моделирования виброзащиты, резко сужающие направление поиска.

**Список литературы:** 1. Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. М.: Наука, 1967. 420 с. 2. Фролов К.В., Фурман Ф.А. Прикладная теория виброзащитных систем. М.: Машиностроение, 1980. 279 с. 3. А.с. 1200032 СССР, МКИ F 16 F 15/15/10. Устройство для гашения крутильных колебаний / А.В. Мамонтов, Ю.Г. Хиженяк, Л.Л. Лишке. 4. Павлице В.Т. Основы конструирования та розрахунок деталей машин. К.: Вища школа, 1993. 556 с. 5. Хабенский М. Я. Электромагнитные порошковые муфты. М.: Машиностроение, 1968. 130 с. 6. Устинский А.П. Дифференциальные электромагнитные муфты и коробки передач. М.: Энергия, 1972. 77 с. 7. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний. М.: Наука, 1991. 255 с. 8. Гурский Д., Турбина Е. Вычисления в MATHCAD 12. М.: Питер, 2006. 544 с.

Поступила в редколлегию 25.03.2006

**Мамонтов Александр Викторович**, ст. пр. кафедры охраны труда ХНУРЭ. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 702-13-60.