УДК 53.06:004.932

ЦІКАВА ІНФОРМАЦІЯ ПРО МУЛЬТИФРАКТАЛИ

Скороход М. М.
Науковий керівник – Онищенко А. А.
Харківський національний університет радіоелектроніки, каф. КІУКІ,
м.Харків, Україна
Тел. + 380683409166, email: mykhailo.skorokhod@nure.ua

This work is devoted to the report on multifractals, namely, it is described what a multifractal is and its characteristics, how a multifractal differs from a monofractal. The principle of operation of an inhomogeneous Cantor set is described and its algorithm is shown. Also, there are many other examples of multifractals.

Визначення мультифракталу

Мультифрактал – це неоднорідні фрактальні об'єкти, для повного опису яких, на відміну від монофракталів, недостатньо введення лише однієї величини, фрактальної розмірності D, а необхідний цілий спектр таких розмірностей, число яких, взагалі кажучи, нескінченно.

Причина цього полягає в тому, що поряд з чисто геометричними характеристиками, що визначаються величиною D, такі фрактали мають ще й деякі статистичні властивості. Мультифрактал можна розглядати як об'єкт, утворений як взаємозв'язок декількох фрактальних підмножин з різними фрактальними розмірностями.

Зрозуміти те, що відбувається, спробуємо на прикладі неоднорідної канторової множини.

Неоднорідна канторова множина

Алгоритм побудови такої множини на рис. 3.1. Канторова множина є, швидше всього, найпростішим фракталом, тому розгляд всіх ідей починається зазвичай саме з нього та його модифікацій.

Під визначенням «фрактал» ми будемо мати на увазі монофрактал (це фрактал, для опису якого достатньо однієї фрактальної розмірності).

Змінимо вже класичну процедуру побудови канторової множини. В класичному випадку на першому етапі ітераційного процесу заселеність обох відрізків у нас є абсолютно однаковою.

Тому можливість для окремої точки опинитися в правому (p2) або у лівому (p1) відрізку однакова: $p1 = 1/2$, $p2 = 1 – p1 = 1 / 2$. Значить, з N наявних точок в обох відрізках знаходяться по $N/2$ точок.

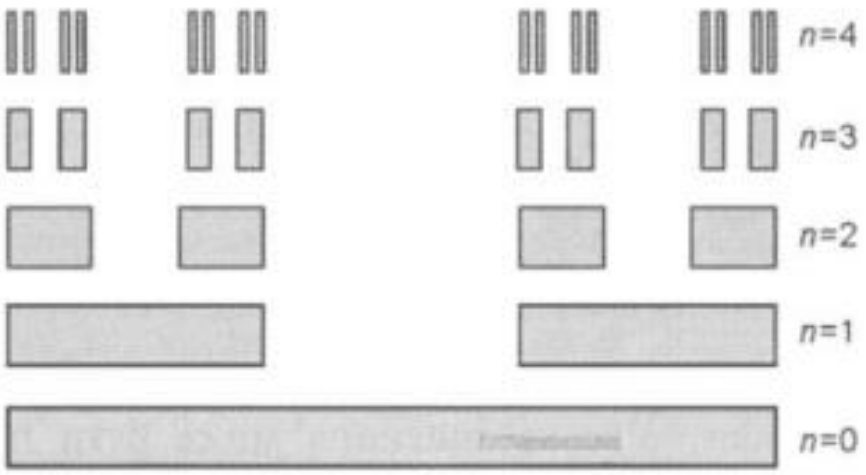

Рис. 3.1. Множина кантора

Тепер нехай p1 ≠ p2. Тоді у лівому відрізку буде p1N точок, а правом, відповідно, p2N точок. Ось у цьому й буде корекція нашого алгоритму. У нього з'явилася статистична залежність. Вже на другому кроці такого алгоритму ми маємо 4 відрізки завдовжки 1/9 , заселених з ймовірностями (зліва направо).

Цікаво, що біноміальні коефіцієнти виникли тут невипадково. Процес побудови множин подібного роду називається біномним мультиплікативним процесом або процесом Безіковіча.

Важливо, що якщо до цієї множини (мультифракталу) застосувати стандартну процедуру визначення розмірності Хаусдорфа - Безіковіча, то з'ясовується, що вона нічим не відрізняється від розмірності однорідної канторової множини (монофрактала), що дорівнює $D = \ln 2 / \ln 3 \approx 0{,}6309$.

Ось цей факт і вимагає від нас шукати якусь іншу характеристику, яка б була здатна відрізнити мультифрактал від монофракталу. На жаль, розмірність Хаусдорфа - Безіковіча просто не здатне це зробити: там нікуди не входять імовірності p1 і p2 , які й визначають статистичні властивості даного мультифракталу. Існують й інші приклади мультифракталів, такі як серветка Серпінського і так далі.

Список використаних джерел:

1. Kardar M, Parisi G and Zhang Y C 1986 Phys. Rev. Lett. 56 889
2. Barabasi A L and Stanley H E 1995 Fractal Concepts in Surface Growth (Cambridge: Cambridge University Press)
3. Bradley R M and Harper J M E 1988 J. Vac. Tech. A 6 2390
4. Gurbatov S N, Rudenko O V and Saichev A I 2011 Waves and Structures in Nonlinear Nondispersive Media: General Theory and Applications to Nonlinear Acoustics (Nonlinear Physical Science)