



# ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ



# ISIT 2019

ПРАЦІ  
Міжнародної науково-практичної конференції

19 – 24 серпня 2019 року  
Одеса, Україна

*Міністерство освіти і науки України;  
Одеська Міська Рада  
Одеський державний екологічний університет  
Одеський національний університет імені І.І. Мечникова,  
Одеська державна академія технічного регулювання та якості  
Харківський національний університет радіоелектроніки  
Економічна академія "Д.А.Ценов", Болгарія  
Інститут спеціального зв'язку та захисту інформації КІП ім. Ігоря Сікорського  
AGH науково-технологічний університет ім. Ст. Сташіца, Польща;  
Університет Бельсько-Бяла, Польща;  
Університет Північ, Республіка Хорватія;  
Представництво "Польська академія наук" в Києві  
Лодзький університет, Польща  
Лодзький Технічний університет, Польща*

## **«ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ»**

**праці**

**міжнародної науково-практичної конференції  
19 – 24 серпня 2019 року  
Одеса, Україна**

**«INTELLECTUAL SYSTEMS  
AND INFORMATION TECHNOLOGIES»**

**proceedings**

**of the International Scientific and Practical Conference  
2019, August, 19<sup>th</sup> to 24<sup>th</sup>  
Odesa, Ukraine**

**Одеса**

**ТЕС**

**2019**

# Количественная Оценка Предпочтений При Выборе Многокритериальных Решений

Валерий Семенец  
*ректор,*  
Харьковский национальный университет  
радиоэлектроники  
Харьков, Украина  
valery.semenets@nure.ua

Владимир Безкоровайний  
*кафедра системотехники,*  
Харьковский национальный университет  
радиоэлектроники  
Харьков, Украина  
vladimir.beskorovainyi@nure.ua

## Quantifying Preferences in Choosing Multiple Criteria Decisions

Valery Semenets  
*Rector*  
Kharkiv National University of Radio Electronics  
Kharkiv, Ukraine  
valery.semenets@nure.ua

Volodymyr Beskorovainyi  
*Department of System Engineering*  
Kharkiv National University of Radio Electronics  
Kharkiv, Ukraine  
vladimir.beskorovainyi@nure.ua

**Аннотация**—Рассмотрен подход к решению общей задачи количественной оценки предпочтений при выборе многокритериальных решений. В рамках технологии компараторной идентификации предложено решение задачи для модели на основе полинома Колмогорова-Габор с использованием универсальной функции полезности частных критериев.

**Abstract**—An approach to solving a general problem of quantitative estimation of preferences when choosing multi criteria solutions is considered. As part of the comparative identification technology, a solution is proposed for a model based on the Kolmogorov-Gabor polynomial using the universal utility function of partial criteria.

**Ключевые слова**—многокритериальное оценивание, синтез модели, функция полезности частных критериев, функция общей полезности.

**Keywords**—multicriteria estimation, model synthesis, utility function of partial criteria, general utility function.

### I. ВВЕДЕНИЕ

Одной из важнейших задач, возникающих в процессах проектирования и управления объектами в различных сферах человеческой деятельности, является задача многокритериального оценивания и выбора решений. Выбор среди небольшого количества альтернатив реализуется лицом, принимающим решения (ЛПР). В автоматизированных системах проектирования и управления такой выбор

осуществляется среди огромного количества альтернатив с использованием математических моделей, позволяющих получать количественные оценки качества вариантов. Формализация процессов оценивания и выбора позволяет на практике совершенствовать существующие и создавать новые более эффективные системы поддержки принятия решений (СППР).

При этом, наибольший интерес, как в теоретическом, так и в практическом плане представляют задачи выбора вида, структуры и параметров моделей многокритериального оценивания [1–2].

### II. ОБЗОР СОВРЕМЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПРОБЛЕМЫ

В основе современных технологий принятия решений лежит парадигма максимизации полезности. Считается, что ЛПР, при выборе вариантов из множества допустимых  $x \in X$  приписывает им некоторую полезность (ценность)  $P(x)$ , количественные значения которой и определяют его выбор [3–4]:

$$x^o \in X : \forall x, y \in X : x \sim y \leftrightarrow P(x) = P(y) ;$$

$$x \succ y \leftrightarrow P(x) > P(y) ; x \succeq y \leftrightarrow P(x) \geq P(y) ,$$

$$x^o = \arg \max_{x \in X} P(x) .$$

Предпочтения ЛПП на множестве альтернатив  $X = \{x\}$  задаются с помощью множества бинарных отношений эквивалентности, нестрогого или строгого предпочтения:

$$R_E(X) = \{(x, y) : x, y \in X, x \sim y\},$$

$$R_{NS}(X) = \{(x, y) : x, y \in X, x \succsim y\},$$

$$R_S(X) = \{(x, y) : x, y \in X, x \succ y\}$$

и представляются порядком одного из видов [5]:

$$R^o(X) = x^o \succ x_i \succ x_j \succ \dots \succ x_n, \quad (1)$$

$$R^o(X) = x^o \succ x_i \sim x_j \sim \dots \succ x_n, \quad (2)$$

$$R^o(X) = x^o \succsim x_i \succsim x_j \succsim \dots \succsim x_n. \quad (3)$$

Для количественной оценки предпочтений ЛПП требуется определение метрики в виде функции обобщенной полезности (ФОП)  $P(x)$ , позволяющей ранжировать альтернативы  $x \in X$ , формируя порядки вида (1), (2) или (3). ФОП формируются на основе функций полезности частных критериев (ФПЧК)  $\xi_i(k_i(x))$ ,  $i = \overline{1, m}$  (где  $m$  – количество частных критериев). Модели многофакторного оценивания и выбора решений  $x \in X$  (где  $X$  – множество допустимых решений) в рамках кардиналистической теории строятся на основе аддитивных, мультипликативных или смешанных ФОП. При этом наиболее распространенными являются ФОП, представляющие аддитивные свертки нормированных частных критериев, а наиболее универсальными – построенные на основе полинома Колмогорова-Габова [4–5]:

$$P(x, q) = \sum_{i=1}^m \lambda_i \xi_i(x), \quad (4)$$

$$P(x, q) = \sum_{i=1}^m \lambda_i \xi_i(x) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=i}^m \lambda_{ij} \xi_i(x) \xi_j(x) + \dots + \sum_{i=1}^m \sum_{j=i}^m \sum_{l=j}^m \lambda_{ijl} \xi_i(x) \xi_j(x) \xi_l(x) + \dots, \quad (5)$$

где  $q$  – вектор параметров модели;  $m$  – количество частных критериев;  $\lambda_i, \lambda_{ij}, \lambda_{ijl}$  – весовые коэффициенты

частных критериев и их произведений;  $\xi_i(x), \xi_j(x), \xi_l(x)$  – функции полезности частных критериев (ФПЧК)  $k_i(x), k_j(x), k_l(x)$ .

Функции полезности частных критериев  $\xi_i(x), \xi_j(x), \xi_l(x)$  в этом случае рассматриваются как функции принадлежности размытому множеству «лучший вариант» по частным критериям  $k_i(x), k_j(x), k_l(x)$ . Они реализуют отображения  $\xi_i : k_i(x) \rightarrow E^1, i = \overline{1, m}$ , должны быть универсальными и хорошо приспособленными к учету особенностей конкретных ситуаций многокритериального выбора [4]: быть монотонными и безразмерными; иметь единый интервал изменения (от 0 до 1); быть инвариантными к виду экстремума частного критерия (*min* или *max*); позволять реализовать как линейные, так и нелинейные зависимости от характеристик вариантов.

Вектор параметров  $q$  для каждого из видов моделей  $P_\delta(x, q)$ ,  $\delta \in \Delta$  (где  $\Delta$  – множество допустимых видов моделей) включает параметры ФПЧК, весовые коэффициенты частных критериев и адаптационные параметры ФОП. Размерность и состав вектора  $q$  определяется выбранными видами ФПЧК  $\xi_i(x)$ ,  $i = \overline{1, m}$  и ФОП  $P_\delta(x, q)$ .

В виду сложности задачи синтеза ФОП производится ее декомпозиция на комплекс задач: структурного и параметрического синтеза.

Особенностью процессов синтеза моделей многофакторного оценивания является то, что оценки и решения ЛПП или эксперта имеют качественный или приближенный количественный характер. Для определения весовых коэффициентов частных критериев используются методы ранжирования, парных сравнений, множественных сравнений, непосредственной оценки, Черчмена-Акоффа, Терстоуна, Неймана-Моргенштерна, анализа иерархий [6]. Ввиду сложности этих методов и невысокой точности оценки параметров в качестве альтернативы экспертному оцениванию в настоящее время все чаще используется технология компараторного синтеза моделей многокритериального оценивания [4, 5, 7].

Целью является решение задачи структурно-параметрического синтеза моделей скалярного многокритериального оценивания на основе выявляемых предпочтений ЛПП или экспертов.

### III. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Для решения задачи количественного моделирования предпочтений ЛПП при выборе

многокритериальных решений используем общую схему метода компараторной идентификации (рис. 1) [5] и эффективные по показателям точности и сложности ФПЧК в виде склейок [8–9]:

$$\xi(x) = \begin{cases} \bar{a} \cdot \left( \frac{\bar{k}_i(x)}{\bar{k}_a} \right)^{\alpha_i}, & 0 \leq \bar{k}(x) \leq \bar{k}_a; \\ \bar{a} + (1 - \bar{a}) \cdot \left( \frac{\bar{k}(x) - \bar{k}_a}{1 - \bar{k}_a} \right)^{\alpha_2}, & \bar{k}_a < \bar{k}(x) \leq 1, \end{cases} \quad (6)$$

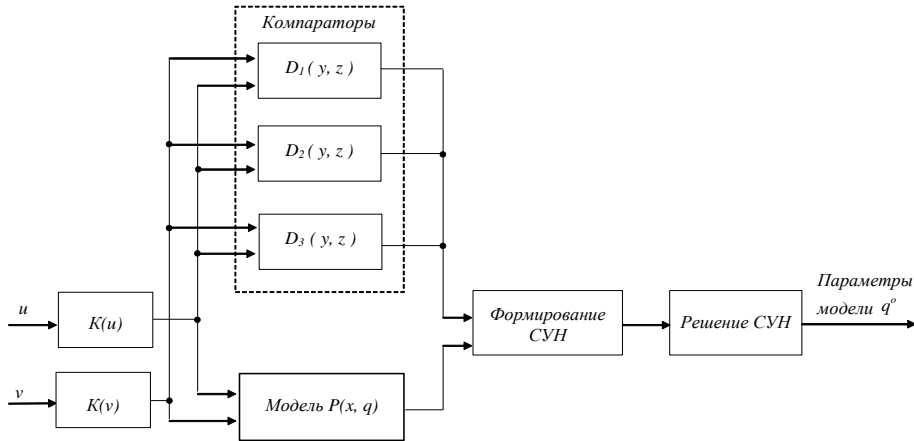


Рис. 1. Схема компараторной параметрической идентификации ФОП.

ЛПР предъявляется пара альтернатив  $u, v \in X$ , свойства которых характеризуются множеством частных критериев  $K(x) = [k_i(x)]$ ,  $i = \overline{1, m}$ . На основе значений  $K(u)$  и  $K(v)$  в сознании ЛПР формируются неизмеряемые оценки об их относительной ценности  $y = \varphi[K(u)]$  и  $z = \varphi[K(v)]$ . Исходя из субъективных представлений о ценностях  $y = \varphi[K(u)]$ ,  $z = \varphi[K(v)]$  пары альтернатив  $u, v \in X$  ЛПР относит ее к одному из бинарных отношений: эквивалентности  $R_E(X)$ , строгого  $R_S(X)$  или нестрогого предпочтения  $R_{NS}(X)$ . Компараторы реализуют предикаты, соответствующие бинарным отношениям  $R_E(X)$ ,  $R_S(X)$  и  $R_{NS}(X)$ . По их значениям на основе функции (5) формируются системы уравнений и (или) неравенств (СУН):

$$P(u, q) = P(v, q), \quad u, v \in R_E(X), \quad (8)$$

$$P(u, q) \geq P(v, q), \quad u, v \in R_{NS}(X), \quad (9)$$

$$P(u, q) > P(v, q), \quad u, v \in R_S(X). \quad (10)$$

$$\bar{k}(x) = \frac{k(x) - k^-}{k^+ - k^-}, \quad i = \overline{1, m}, \quad (7)$$

где  $\bar{k}_a$ ,  $\bar{a}$  - нормированные значения координат точки склейки функции,  $0 \leq \bar{k}_a \leq 1$ ,  $0 \leq \bar{a} \leq 1$ ;  $\alpha_{1i}, \alpha_{2i}$  - коэффициенты, определяющие вид зависимости на начальном и конечном отрезках функции;  $k(x)$ ,  $k^+$ ,  $k^-$  - значение частного критерия для варианта  $x$ , наилучшее и наихудшее значения критерия  $k_i(x)$ .

Полученные системы уравнений и неравенств дополняются ограничениями на значения параметров весовых коэффициентов частных критериев. В общем случае, при непротиворечивости предпочтений ЛПР, полученные расширенные СУН (8)–(10) могут иметь бесчисленное множество решений. Для получения единственного решения выполняется их регуляризация.

Для повышения точности моделей многофакторного оценивания предлагается совместное решение задач определения параметров ФПЧК [8–9] и весовых коэффициентов частных критериев на множестве моделей-претендентов (5).

Выбор вида модели (5) и наилучших значений ее параметров  $q_\Lambda = [\lambda_i, \lambda_{ij}, \lambda_{ijl}]$  может быть проведен по критерию минимума погрешности восстановления предпочтений ЛПР (1)–(3). Для определения единственного решения на системах предпочтений вида (1) предлагается выполнить регуляризацию этой задачи по критерию максимума минимальной разности модуля значений ФОП смежных альтернатив  $x_j, x_{j+1} \in R_S(X)$ :

$$F_S(q) = \min_{1 \leq j \leq n-1} \{P(x_j, q) - P(x_{j+1}, q)\} \rightarrow \max_{q \in Q}, \quad (11)$$

где  $n = \text{Card } R_S(X)$  - мощность выделенного множества бинарного отношения строгого

предпочтения;  $Q$  - множество допустимых значений параметров модели.

Для отношения эквивалентности  $R_E(X)$  в качестве критерия предлагается использовать минимум суммы модулей разности значений ФОП

$$F_E(q) = \sum_{j=1}^{n-1} |P(x_j, q) - P(x_{j+1}, q)| \rightarrow \min_{q \in Q} \quad (12)$$

Для предпочтений ЛПП вида (2) необходимо предварительно выделить бинарные отношения строгого предпочтения  $R_S(X)$  и эквивалентности  $R_E(X)$ . Тогда в качестве критерия идентификации можно использовать соотношение вида:

$$F(q) = F_E(q) + \frac{1}{F_S(q)} \rightarrow \min_{q \in Q}, \quad (13)$$

где  $F_E(q)$ ,  $F_S(q)$  - наилучшие значения критериев (10) и (9) для определенных ЛПП на множестве альтернатив  $X = \{x\}$  отношений эквивалентности  $R_E(X)$  и строгого предпочтения  $R_S(X)$ .

Суть метода решения общей задачи синтеза моделей многокритериального оценивания состоит в следующем.

Предварительно на заданном множестве альтернатив  $X = \{x\}$  по известным значениям их критериальных характеристик  $K(x) = \{k_1(x), k_2(x), \dots, k_m(x)\}$  выделяется

подмножество эффективных  $X^K \subseteq X$ . С этой целью в зависимости от свойств множества альтернатив  $X = \{x\}$  могут быть использованы методы, существенно различающиеся по временной сложности [10].

Затем итерационно формируются значение координат вектора весовых коэффициентов частных критериев  $q_\Lambda = [\lambda_i, \lambda_j, \lambda_{ij}]$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{i, m}$ ,  $l = \overline{j, m}$ , значения параметров ФПЧК  $q_\Xi = [\overline{k_{ia}}, \overline{a_i}, \overline{\alpha_{1i}}, \overline{\alpha_{2i}}]$ , соответствующее им значение используемой ФОП (5) и реализуется схема экстремизации используемого критерия (9) или (10).

В зависимости от требований к точности решений, имеющихся временных и вычислительных ресурсов для реализации схемы поиска вектора  $q_\Lambda = [q_\Lambda, q_\Xi]$  предлагается использовать один из методов: сеток, случайного поиска, эволюционного поиска, оптимизации по парам координат и их модификации.

Предложенный метод решения общей задачи количественной оценки предпочтений при выборе многокритериальных решений апробирован, показал свою работоспособность и эффективность на контрольных примерах. При решении контрольных задач были определены вектора параметров  $q_\Lambda = [q_\Lambda, q_\Xi]$ , обеспечивающие полное восстановление исходных предпочтений ЛПП в виде

бинарного отношения  $R_S(X^K) R^o(X^K)$  (1).

#### IV. ВЫВОДЫ

Получил дальнейшее развитие подход компараторной идентификации к решению общей задачи структурно-параметрического синтеза моделей многокритериального оценивания с использованием универсальных функций полезности частных критериев и функции общей полезности на основе полинома Колмогорова-Габора. Практическое использование результатов позволит повысить точность моделей многокритериального оценивания и выбора решений, сократить время принятия решений, повысить их качество.

Полученные результаты могут быть использованы в системах проектирования, управления, искусственного интеллекта.

#### ЛІТЕРАТУРА REFERENCES

- [1] Greco S., Ehrgott M., Figueira J.R. . Multiple Criteria Decision Analysis – State of the Art Surveys. New York: Springer, 2016. 1346 p.
- [2] Kaliszewski I., Kiczowski T., Miroforidis J. Mechanical design, Multiple Criteria Decision Making and Pareto optimality gap // Engineering Computations. 2016. Vol. 33(3). P. 876-895.
- [3] Малаяр М.М. Моделі і методи багатокритеріального обмежено-раціонального вибору: Монографія. – Ужгород: РА «АУТДОР-ШАРК», 2016. 222 с.
- [4] Овезгельдыев А.О., Петров Э.Г., Петров К.Э. Синтез и идентификация моделей многофакторного оценивания и оптимизации. К.: Наук. думка, 2002. 164 с.
- [5] Бескорвайный В.В., Петров Э.Г., Трофименко И.В. Метод решения общей задачи компараторной идентификации моделей многофакторного оценивания // Бионика интеллекта. 2006. № 2 (65). С. 3–7.
- [6] Анфилатов В.С., Емельянов А.А., Кукушкин А.А. Системный анализ в управлении. М.: Финансы и статистика, 2003. 368 с.
- [7] Бескорвайный В.В., Трофименко И.В. Структурно-параметрична ідентифікація моделей багатфакторного оцінювання // Системи озброєння і військова техніка. – 2006. – № 3 (7). – С. 56 – 59.
- [8] Beskorovainyi V., Berezovskyi G. Estimating the properties of technological systems based on fuzzy sets // Сучасний стан наукових досліджень та технологій в промисловості. 2017. № 1 (1). С. 14–20.
- [9] Beskorovainyi V., Berezovskyi G. Identification of preferences in decision support systems // ECONTECHMOD. 2017. Vol. 06. №4. P. 15–20.
- [10] Бескорвайный В.В., Замирец О.Н., Настенко С.В. Методы определения подмножеств эффективных решений при проектировании крупномасштабных объектов // Технология приборостроения. 2016. №2. С. 7–10.