

ВОЗБУЖДЕНИЕ КОНИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ С ПРОДОЛЬНЫМИ ЩЕЛЯМИ СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ РАДИАЛЬНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ

ДОРОШЕНКО В.А., СЕМЕНОВА Е.К.

Исследуется задача возбуждения электрическим и магнитным радиальными диполями полубесконечной идеально проводящей конической поверхности с периодически прорезанными вдоль образующих щелями. Метод решения задачи основывается на использовании интегрального преобразования Конторовича-Лебедева в сочетании с методом задачи Римана-Гильберта. Получено аналитическое и численное решение электродинамической задачи. Изучается влияние щелей на основные электродинамические характеристики.

1. Введение

При теоретическом исследовании рассеяния электромагнитных волн на телах решение граничных электродинамических задач сводится к решению краевых задач математической физики [1], тип которых зависит от вида падающего поля и свойств рассеивающей структуры. В работе [2] рассмотрена задача рассеяния поля радиального электрического диполя на идеально проводящем полубесконечном круговом конусе с периодически прорезанными вдоль образующих щелями. Решение соответствующей первой краевой задачи получено аналитически в частных случаях полупрозрачного конуса и конуса с узкими щелями. Анализ аналитического решения позволил судить о влиянии продольных щелей на структуру и поляризацию рассеянного поля. Для изучения зависимости характеристик рассеяния от числа щелей и их угловых размеров следует построить численный алгоритм решения задачи и провести численный эксперимент.

В данной работе получено численное решение задачи возбуждения полубесконечного идеально проводящего кругового конуса радиальными диполями (электрическим и магнитным) и приведены диаграммы рассеяния для различных угловых параметров конической поверхности.

2. Постановка задачи

Рассмотрим задачу о возбуждении неограниченно идеально проводящего бесконечно тонкого кругового конуса с периодически прорезанными вдоль образующих щелями (рис.1) электрическим или магнитным радиальным диполем (моменты диполей по величине равны r_1 или r_2 соответственно). Поле диполей меняется во времени по закону $f(t) = e^{i\omega t}$. Введём сферическую систему координат r, θ, φ , в которой конус Σ определяется уравнением $\theta = \gamma$, а r_0, θ_0, φ_0 — координаты источника. Период конической структуры $l = 2\pi/N$ и угловая ширина щелей d — величины соответствующих

двугранных углов, которые образованы пересечением плоскостей, проведенных через ось конуса и ребра соседних секторов.

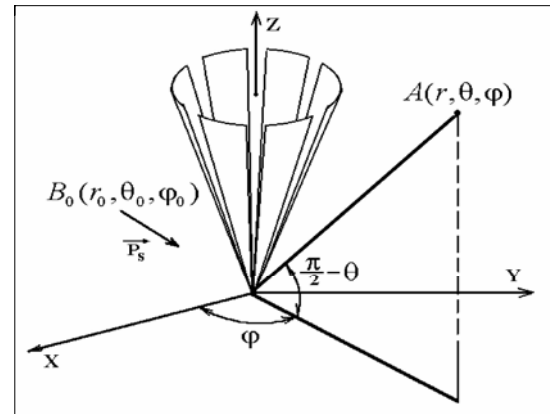


Рис.1. Коническая структура

Электрический (магнитный) радиальный диполь возбуждает в свободном пространстве поле $\vec{E}_0^{(1)}, \vec{H}_0^{(1)}$ ($\vec{E}_0^{(2)}, \vec{H}_0^{(2)}$), компоненты которого определяются электрическим $U_0^{(1)}$ (магнитным $U_0^{(2)}$) потенциалом Дебая:

$$E_{r,0}^{(1)} = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + k^2 \right) \cdot (rU_0^{(1)}), \quad H_{r,0}^{(1)} = 0,$$

$$E_{\theta,0}^{(1)} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} \cdot (rU_0^{(1)}), \quad H_{\theta,0}^{(1)} = \frac{ik}{w \sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} U_0^{(1)}, \quad (1)$$

$$E_{\varphi,0}^{(1)} = \frac{1}{r \sin \theta} \cdot \frac{\partial^2}{\partial r \partial \varphi} \cdot (rU_0^{(1)}), \quad H_{\varphi,0}^{(1)} = -\frac{ik}{w} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} U_0^{(1)},$$

а для магнитного диполя

$$E_{r,0}^{(2)} = 0, \quad H_{r,0}^{(2)} = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + k^2 \right) \cdot (rU_0^{(2)}),$$

$$E_{\theta,0}^{(2)} = -\frac{ikw}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} U_0^{(2)}, \quad H_{\theta,0}^{(2)} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} \cdot (rU_0^{(2)}), \quad (2)$$

$$E_{\varphi,0}^{(2)} = ikw \frac{\partial}{\partial \theta} U_0^{(2)}, \quad H_{\varphi,0}^{(2)} = \frac{1}{r \sin \theta} \cdot \frac{\partial^2}{\partial r \partial \varphi} \cdot (rU_0^{(2)}),$$

где $U_0^{(j)} = -\frac{w |\vec{p}_j|}{qr_0} \cdot \frac{e^{-qR}}{R}$, $j=1,2$; $q = -ik$ ($\text{Im } k \geq 0$) — при гармонической зависимости в виде $\exp(i\omega t)$; $q = ik$ ($\text{Im } k \leq 0$) — при гармонической зависимости в виде $\exp(-i\omega t)$; k — волновое число; $R = |\vec{r} - \vec{r}_0|$ — расстояние от точки наблюдения до источника; $w = \sqrt{\mu/\varepsilon}$ — волновое сопротивление среды с диэлектрической ε и магнитной μ проницаемостями.

Полное поле $\vec{E}^{(j)}, \vec{H}^{(j)}$ представим в виде $\vec{E}^{(j)} = \vec{E}_0^{(j)} + \vec{E}_1^{(j)}, \vec{H}^{(j)} = \vec{H}_0^{(j)} + \vec{H}_1^{(j)}$, $j=1,2$, где рассеянное поле $\vec{E}_1^{(j)}, \vec{H}_1^{(j)}$ обусловлено присутствием незамкнутой конической поверхности и определяется электрическим $U_1^{(1)}$ или магнитным $U_1^{(2)}$ потенциалом Дебая в соответствии с (1), (2). Искомый потенциал $U^{(j)} = U_0^{(j)} + U_1^{(j)}$ удовлетворяет:

а) однородному уравнению Гельмгольца всюду вне конуса и источника $\Delta U^{(j)} + q^2 U^{(j)} = 0$;

б) первому ($j=1$) или второму ($j=2$) краевому условию на конических секторах

$$\frac{\partial^{j-1}}{\partial \gamma^{j-1}} U|_{\Sigma} = 0; \quad (3)$$

в) условию ограниченности энергии:

$$\int_U (|U^{(j)}|^2 + |\nabla U^{(j)}|^2) dU < +\infty, \quad (4)$$

г) принципу предельного поглощения.

Краевая задача в такой постановке имеет единственное решение [3,4].

Одним из эффективных средств решения краевых задач для уравнения Гельмгольца является интегральное преобразование Конторовича-Лебедева

$$\hat{g}(\tau) = \int_0^{+\infty} g(r) \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} dr, \quad (5)$$

$$g(r) = \frac{2}{\pi^2} \int_0^{+\infty} \tau \operatorname{sh} \pi \tau e^{\pi \tau} \hat{g}(\tau) \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} d\tau, \quad (6)$$

где $K_{i\tau}(qr)$ – функция Макдональда. С помощью этого преобразования удается свести трехмерную краевую задачу к двумерной относительно переменных θ и φ . Неизвестный потенциал $U_1^{(j)}$ ищем в виде интеграла Конторовича (5), (6)

$$U_1^{(j)}(r, \theta, \varphi) = \frac{2}{\pi^2} \int_0^{+\infty} \tau \operatorname{sh} \pi \tau e^{\pi \tau} \hat{U}_1^{(j)} \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} d\tau, \quad (7)$$

$$U_1^{(j)} = - \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m^{(j)}(\tau, k) U_{m\tau}^{(j)}(\theta, \varphi) P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos \theta_0) \times \\ \times \frac{d^{j-1}}{d\gamma^{j-1}} P_{-1/2+i\tau}^m(\cos \gamma),$$

$$U_{m\tau}^{(j)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_{m,n+m_0}^{(j)}(\tau) \frac{P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\pm \cos \theta)}{d^{j-1} P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\pm \cos \gamma)} \times \\ \times e^{i(m+nN)\varphi}, \quad (8)$$

m_0 – ближайшее целое к m/N , $v = m/N - m_0$, и $-1/2 \leq v < 1/2$;

$$a_{m\tau}^{(j)} = - \frac{w p^j}{q r_0} (-1)^m e^{-im\varphi_0} \frac{1}{4 \operatorname{ch} \pi \tau} e^{\pi \tau} \times \\ \times \frac{\Gamma(1/2 - m + i\tau)}{\Gamma(1/2 + m + i\tau)} \cdot \frac{K_i(qr_0)}{\sqrt{r_0}}.$$

Знак “+” в представлении (8) соответствует области $0 < \theta < \gamma$, а “-” $\gamma < \theta < \pi$, $\Gamma(z)$ – гамма-функция, $P_{\zeta}^m(\cos \theta)$ – присоединённая функция Лежандра первого рода, $x_{m,n+m_0}^{(j)}(\tau)$ – искомые коэффициенты $\gamma < \theta_0 < \pi$.

В результате использования краевого условия (3) на конусе и условия непрерывности поля в щелях приходим к парным сумматорным уравнениям относительно коэффициентов $x_{m,n}^{(j)}$:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_{m,n}^{(j)} e^{inN\varphi} = e^{im_0N\varphi}, \quad \frac{\pi d}{1} < |N\varphi| \leq \pi, \quad (9)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} [N(n+v)]^{\alpha(j)} \frac{|n|}{n} (1 - \varepsilon_{m,n}^{(j)}) x_{m,n}^{(j)} e^{inN\varphi} = 0, \quad |N\varphi| < \frac{\pi d}{1}, \quad (10)$$

где $\alpha(j) = (-1)^{j-1}$,

$$[N(n+v)]^{\alpha(j)} \frac{|n|}{n} (1 - \varepsilon_{m,n}^{(j)}) = \frac{(-1)^{(n+v)N+j-1} \operatorname{ch} \pi \tau}{\pi (\sin \gamma)^{1-\alpha(j)}} \times \\ \times \frac{\Gamma(1/2 + i\tau + (n+v)N)}{\Gamma(1/2 + i\tau - (n+v)N)} \times \\ \times \frac{1}{\frac{d^{j-1}}{d\gamma^{j-1}} P_{-1/2+i\tau}^{(n+v)N}(\cos \gamma) \frac{d^{j-1}}{d\gamma^{j-1}} P_{-1/2+i\tau}^{(n+v)N}(-\cos \gamma)}.$$

Для $\varepsilon_{m,n}$ имеет место оценка при $(n+v)N \gg 1$:

$$\varepsilon_{m,n}^{(j)} = O\left(\frac{\sin^2 \gamma}{N^2(n+v)^2}\right). \quad (11)$$

Парные сумматорные уравнения (9), (10) в дальнейшем рассматриваются как уравнения для определения неизвестных коэффициентов $x_{m,n}^{(j)}$, которые находятся в гильбертовом пространстве последовательностей $\{\ell_p^{(j)}\}$, $\sum_{p=-\infty}^{+\infty} |\ell_p^{(j)}|^2 (1-|p|)^{\alpha(j)} < +\infty$.

3. Возбуждение конуса с продольными щелями электрическим диполем

После введения коэффициентов $y_{m,n}^{(1)}$, связанных с $x_{m,n}^{(1)}$ линейной зависимостью

$$y_{m,n}^{(1)} = (-1)^{n-m_0} \cdot \frac{n+v}{m_0+v} \cdot \frac{|n|}{n} (1 - \varepsilon_{m,n}^{(1)}) x_{m,n}^{(1)}, \quad (12)$$

и дифференцирования обеих частей (9) по φ приходим к следующей системе парных сумматорных уравнений:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{|n|}{n} (1 - \delta_{m,n}^{(1)}) y_{m,n}^{(1)} e^{in\psi} = e^{im_0\psi}, \quad |\psi| < \frac{1-d}{1} \pi, \quad (13)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} y_{m,n}^{(1)} e^{in\psi} = 0, \quad \pi \frac{1-d}{1} < |\psi| \leq \pi \quad (14)$$

с дополнительным уравнением

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{n+v} \cdot \frac{|n|}{n} (1 - \delta_{m,n}^{(1)}) y_{m,n}^{(1)} = \frac{1}{m_0+v}, \quad (15)$$

где $1 - \delta_{m,n}^{(1)} = \frac{1}{1 - \varepsilon_{m,n}^{(1)}}$, $\psi = N\varphi - \frac{|\varphi|}{\varphi} \pi$. (16)

Используя процедуру регуляризации парных сумматорных уравнений, основанную на применении метода задачи Римана-Гильберта [2, 5], сведем (13)-

(15) к системе линейных алгебраических уравнений второго рода Фредгольмовского типа (СЛАУ-2) относительно $y_{m,n}^{(1)}$ следующего вида:

$$\frac{2P_{v-1}(-u)}{v(P_v(-u) + P_{v-1}(-u))} y_{m,0}^{(1)} = V^{m_0}(u) + \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \frac{|p|}{p} \delta_{m,p}^{(1)} V^p(u) y_{m,p}^{(1)}, \quad (17)$$

$$y_{m,n}^{(1)} = V_{n-1}^{m_0-1}(u) + \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \frac{|p|}{p} \delta_{m,p}^{(1)} V_{n-1}^{p-1}(u) y_{m,p}^{(1)} + y_{m,0}^{(1)} P_n(u), \quad (18)$$

где $u = \cos \frac{1-d}{l} \pi$, $P_v(u)$ – функция Лежандра,

$$V_{n-1}^{m-1}(u) = \frac{n}{2(n-m)} [P_{n-1}(u)P_m(u) - P_n(u)P_{m-1}(u)],$$

$$V^n(u) = \frac{1}{n+v} \times$$

$$\times \{P_n(u) - \frac{P_{v-1}(-u)}{P_v(-u) + P_{v-1}(-u)} [P_n(u) - P_{n-1}(u)]\}.$$

Алгоритм сведения (13)-(15) к СЛАУ-2 (17), (18) является формальным доказательством теоремы об эквивалентности первой краевой задачи для U^1 системе (17), (18). Учитывая оценки для $\delta_{m,n}^{(1)}$ (16) при $N(n+v) \gg 1$ (11) и функций $V_{n-1}^{m-1}(u)$ [5], приходим к выводу, что матричный оператор СЛАУ-2 является вполне непрерывным, а в случаях полупрозрачного конуса, узких щелей, узких секторов и узкого конуса также является сжимающим. Независимость $y_{m,n}^{(1)}$ от волнового параметра q упрощает решение (17), (18) и построение диаграмм рассеяния ($q \gg 1$). В силу этого решение СЛАУ-2 может быть получено методом редукции для произвольных параметров задачи, а в перечисленных частных случаях конической поверхности также методом последовательных приближений [6].

4. Аналитическое решение в случае узких секторов

Пусть диполь расположен внутри и на оси конуса ($\theta_0 = 0$, $\varphi_0 = 0$, $m_0 = 0$, $v = 0$). Гармоническая зависимость по времени взята в виде $\exp(i\omega t)$, $q = ik$. Под узкими подразумеваются секторы, угловая ширина которых мала по сравнению с периодом структуры ($(1-d)/l \ll 1, 1-u \ll 1$). Используя метод последовательных приближений для решения (17), (18) и ограничиваясь первым приближением, получаем

$$x_n^{(1)} \approx -\frac{N}{\ln \frac{1-u}{2}} (-1)^n \frac{a_0^{(1)}(\tau, k)}{D_{i\tau} - \sum_{p \neq 0} \frac{1}{|p|} \delta_p^{(1)}} \times \frac{1}{|n|} (1 - \delta_n^{(1)}) \frac{1}{F_{i\tau}}, \quad (19)$$

$$F_{i\tau} = \frac{1}{D_{i\tau} - \sum_{p \neq 0} \frac{1}{|p|} \delta_p^{(1)}} - \frac{1}{N \ln \frac{1-u}{2}}.$$

Асимптотическое разложение потенциала Дебая по малому параметру $(1-u)$ с точностью до членов порядка $O((1-u)/\ln(1-u))$ имеет вид

$$U_1^{(1)} = -\frac{1}{\ln \frac{1-u}{2}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n e^{inN\varphi} \int_0^{+\infty} \frac{H_{i\tau}^{(2)}(kr)}{\sqrt{r}} \times a_0^{(1)}(\tau, k) \frac{1}{|n|} (1 - \delta_n^{(1)}) \cdot \frac{P_{-1/2+i\tau}^{nN}(\pm \cos \theta)}{F_{i\tau} (D_{i\tau} - \sum_{p \neq 0} \frac{1}{|p|} \delta_p^{(1)})} \cdot \frac{P_{-1/2+i\tau}^{nN}(\pm \cos \gamma)}{P_{-1/2+i\tau}^{nN}(\pm \cos \gamma)} d\tau, \quad (20)$$

здесь знак “+” соответствует области $0 < \theta < \gamma$, “-” – $-\gamma < \theta < \pi$. Интегральное представление (20) справедливо для поля вдали от кромок секторов. Поле, рассеянное конической поверхностью из N узких секторов, является полем эллиптической поляризации ТМ-типа. При сужении конических секторов ($u \rightarrow 1$) рассеянное поле, как это следует из (20), убывает пропорционально $1/\ln((1-u)/2)$.

Спектр собственных значений в данном случае определяется корнями уравнения

$$\frac{\cos \pi \mu}{\pi P_{-1/2+\mu}(\cos \gamma) P_{-1/2+\mu}(-\cos \gamma) - \cos \pi \mu \sum_{p \neq 0} \frac{1}{|p|} \delta_{pS}^{(1)}} = \frac{1}{\frac{1}{N} \ln \frac{1-u}{2}}, \quad (21)$$

которые находятся вблизи корней $\cos \pi \mu = 0$:

$$\mu_q = \frac{1}{2} + q - \frac{1}{\frac{1}{N} \ln \frac{1-u}{2}} \times \left\{ \left[P_q(\cos \gamma) \right]^2 + N \sum_{p=1}^{\lfloor \frac{1+q}{N} \rfloor} \frac{(q+pN)!}{(q-pN)!} [P_q^{-pN}(\cos \gamma)]^2 \right\} + O(\ln^{-2}(1-u)), \quad q = 0, 1, 2, \dots;$$

под $[(1+q)/N-1]$ понимается целая часть $(1+q)/N-1$. Первый корень μ_0 уравнения (21) характеризует поведение поля вблизи острия конуса. При этом электрическое поле у вершины имеет особенность порядка $(kr)^{-3/2+\mu_0}$, а магнитное убывает как $(kr)^{-1/2+\mu_0}$ по мере приближения к вершине, где

$$\mu_0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{\frac{1}{N} \ln \frac{1-u}{2}} + O(\ln^{-2}(1-u)). \quad (22)$$

Приведём здесь слагаемое, характеризующее распределение E_θ составляющей поля вблизи острия

$$E_\theta^* = -\frac{1}{\ln \frac{1-u}{2}} A_1^* \left(\frac{kr}{2} \right)^{-3/2+\mu_0} G^*(\theta, \varphi), \quad (23)$$

где

$$G^*(\theta, \varphi) = \begin{cases} \left[\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} + \frac{1}{\sin \theta} \times [-1 + \operatorname{Re} \left(\frac{1 - b_N e^{iN\varphi}}{\sqrt{b_N^2 e^{2iN\varphi} + 2e^{iN\varphi} b_N \cos \tilde{\delta} + 1}} \right)] \right], & 0 < \theta < \gamma \\ \left[\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} + \frac{1}{\sin \theta} [-1 + \operatorname{Re} \left(\frac{1 - c_N e^{iN\varphi}}{\sqrt{c_N^2 e^{2iN\varphi} + 2e^{iN\varphi} c_N \cos \tilde{\delta} + 1}} \right)] \right], & \gamma < \theta < \pi \end{cases}$$

$$\tilde{\delta} = \frac{\ell - d}{\ell}, \quad b_N = \left(\frac{\operatorname{tg} \theta / 2}{\operatorname{tg} \gamma / 2} \right)^N, \quad c_N = \left(\frac{\operatorname{ctg} \theta / 2}{\operatorname{ctg} \gamma / 2} \right)^N,$$

A_1^* – известный множитель.

Из (23) следует, что особенность у электрического поля вблизи острия появляется при

$$|kr| \ll 2 \exp(-\ln \alpha_N / (1 - \alpha_N)),$$

где $\alpha_N = -N / \ln((1 - u) / 2)$, а $\max_{\theta, \varphi} |G^*|$ достигается на секторах. Волна, соответствующая собственному значению μ_0 в области между вершиной и источником $r < r_0$, является стоячей, а при $r > r_0$ – бегущей. При этом, когда источник находится в точках $kr_0 = n\pi$, $n = 1, 2, \dots$, поле этой волны пренебрежительно мало в области $r > r_0$. В случае близкого расположения источника к вершине ($kr_0 \ll 1$) рассеянное конической поверхностью поле характеризуется полем соответствующей собственному значению бегущей волны. Анализ аналитического решения в таком приближении показал, что максимум поля достигается на каждом секторе. Таким образом, волна с собственным значением μ_0 является бегущей волной ($kr_0 \ll 1$), распространяющейся вдоль каждого из секторов.

5. Численное решение

С помощью метода редукции получено численное решение СЛАУ-2 (17), (18) и изучена зависимость коэффициентов x_n от ширины щели d . В случае осесимметричного возбуждения ($\theta_0 = \pi, \varphi_0 = 0$) конуса с одной щелью ($N = 1$) на основе численного решения СЛАУ-2 найдено численное решение исходной электродинамической задачи и построены диаграммы рассеяния для различных угловых размеров щели.

На рис. 2, 3 приведены кривые зависимостей абсолютных величин коэффициентов Фурье x_0, x_1 , составляющих электромагнитного поля, от ширины щели d при значении параметра интегрирования $\tau = 1$. Следует отметить, что при осесимметричном возбуждении сплошного идеально проводящего конуса $x_0 = 1$, а $x_n = 0$ для $n \neq 0$ [7].

При увеличении ширины щели функция $|x_0(d)|$ сначала убывает, достигая в окрестности точки

$d = 180^\circ$ своего локального минимума, а затем возрастает и имеет размытый локальный максимум вблизи значения $d = 250^\circ$, после чего убывает до нуля (рис. 2). Поведение $|x_0(d)|$ при d , близких к $d = 360^\circ$, хорошо согласуется с асимптотиками для x_0 в случае узкого сектора (19).

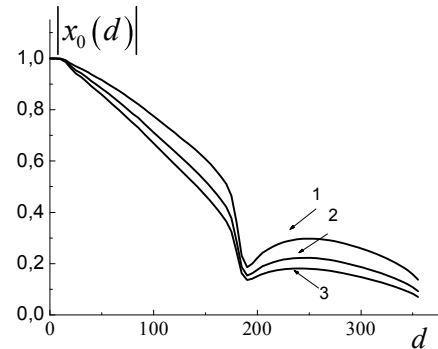


Рис. 2. Зависимость $|x_0(d)|$ при различных углах полуоткрытия конуса γ : 1 – $\gamma = \pi/8$; 2 – $\gamma = \pi/4$; 3 – $\gamma = \pi/2$

Кривые $|x_1(d)|$ при фиксированном значении полуоткрытия конуса γ имеют резко выраженный максимум в некоторой окрестности точки $d = 180^\circ$ (в отличие от $|x_0(d)|$) и одну точку перегиба в промежутке возрастания (рис. 3).

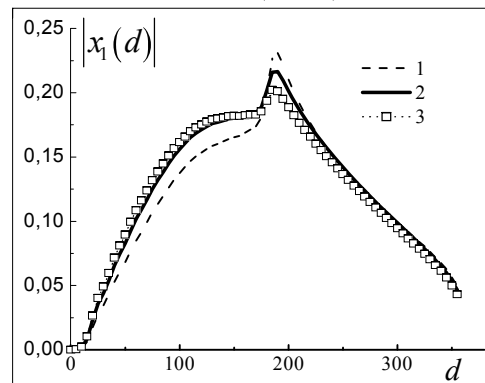


Рис. 3. Зависимость $|x_1(d)|$ при различных углах полуоткрытия конуса γ : 1 – $\gamma = \pi/8$; 2 – $\gamma = \pi/4$; 3 – $\gamma = \pi/2$

Диаграммы рассеяния в азимутальной плоскости для конуса с одной щелью ($N = 1, \theta_0 = \pi, \varphi_0 = 0, r_0 = 1, \gamma = \pi/8, \theta = \pi/4 + \pi/20$) даны на рис. 4, 5 (ось щели соответствует значению азимутального угла $\varphi = 0^\circ$).

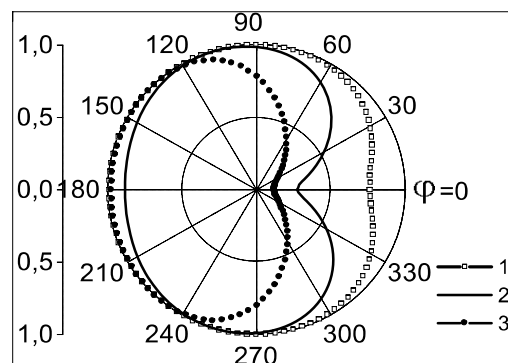


Рис. 4. Диаграммы рассеяния в азимутальной плоскости: 1 – $d = 30^\circ$; 2 – $d = 90^\circ$; 3 – $d = 180^\circ$

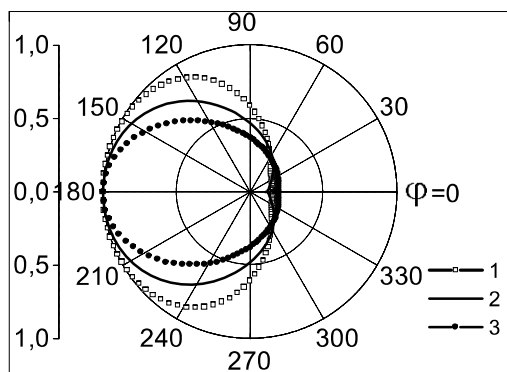


Рис. 5. Диаграммы рассеяния в азимутальной плоскости: 1 – $d = 210^\circ$; 2 – $d = 270^\circ$; 3 – $d = 330^\circ$

Анализ диаграмм показал, что при таком способе возбуждения заметное влияние щели проявляется при $d > 10^0$. По мере увеличения угловых размеров щели изменяется и форма диаграмм.

6. Возбуждение конической структуры магнитным диполем

Используя алгоритм регуляризации парных сумматорных уравнений (9), (10) в этом случае, получаем СЛАУ-2 для определения коэффициентов $x_{m,n}^{(2)}$:

$$\begin{aligned}
 x_{m,n}^{(2)} - \delta_n^{m_0} &= -\frac{|m_0|}{m_0} (1 - \varepsilon_{m,m_0}^{(2)}) V_{n-1}^{m_0-1}(-u) + \\
 &+ \sum_{p \neq 0} (x_{m,p}^{(2)} - \delta_p^{m_0}) \frac{|p|}{p} \varepsilon_{m,p}^{(2)} V_{n-1}^{p-1}(-u) + \\
 &+ (x_{m,0}^{(2)} - \delta_0^{m_0}) [P_n(-u) + \varepsilon_{m,0}^{(2)} V_{n-1}^{-1}(-u)], \quad n \neq 0, \quad (24) \\
 \frac{2P_{v-1}(u)}{P_v(u) + P_{v-1}(u)} (x_{m,0}^{(2)} - \delta_0^{m_0}) &= \\
 &= -v \frac{|m_0|}{m_0} (1 - \varepsilon_{m,m_0}^{(2)}) V^{m_0}(-u) + \\
 &+ v \sum_{p=-\infty}^{\infty} (x_{m,p}^{(2)} - \delta_p^{m_0}) \frac{|p|}{p} \varepsilon_{m,p}^{(2)} V^p(-u), \quad \delta_n^{m_0} = \begin{cases} 0, & n \neq m_0, \\ 1, & n = m_0, \end{cases} \quad (25)
 \end{aligned}$$

Система (24), (25) обладает теми свойствами, что и СЛАУ-2 (17), (18) и может быть решена методом редукции в общем случае, а для полупрозрачного конуса, узких щелей или секторов, узкого конуса также методом последовательных приближений. Для практических приложений интерес представляет случай близкого расположения источника к вершине конуса ($qr_0 \ll 1$). В этом случае для конуса с узкими щелями удастся выделить одномодовый режим, в котором электрические характеристики определяются простыми аналитическими выражениями. Предположим, что источник расположен на оси конуса ($\theta_0 = \pi, \varphi_0 = 0$) с узкими щелями ($d/l \ll 1, (1+u) \ll 1$). Среди бесконечного набора волн, комбинацией которых представляется решение для конуса с узкими щелями, в случае $qr_0 \ll 1$ преобладающей является щелевая волна. Поле этой волны сосредоточено вблизи щелей и характеризует поле у вершины конуса и в дальней зоне. Приведем выражения для составляющих магнитного поля щелевой волны вдали от конуса ($qr_0 \ll 1, r_0 < r$) с точностью до $O(\ln^{-2}(1+u))$:

$$\tilde{H}_\theta = -\frac{1}{\frac{1}{N} \ln \frac{1+u}{2}} A_1 \tilde{F}_1(\theta, \varphi) \frac{e^{-qr}}{r},$$

$$\tilde{H}_\varphi = -\frac{1}{\frac{1}{N} \ln \frac{1+u}{2}} A_2 \tilde{F}_2(\theta, \varphi) \frac{e^{-qr}}{r}, \quad \gamma < \theta < \pi,$$

$$\text{где } \tilde{F}_1 = C_1 + 2 \frac{\sin \gamma}{\sin \theta} \frac{C_N (\cos N\varphi - C_N)}{1 - 2C_N \cos N\varphi + C_N^2},$$

$$\tilde{F}_2 = \frac{1}{\sin \theta} \frac{C_N \sin N\varphi}{1 - 2C_N \cos N\varphi + C_N^2}, \quad C_N = C_N(\theta) = \left(\text{ctg} \frac{\theta}{2} / \text{ctg} \frac{\gamma}{2} \right)^N,$$

A_1, A_2 – известные коэффициенты. Составляющая \tilde{H}_r порядка $1/\ln^2((1+u)/2)$ содержит e^{-qr}/r^2 и поэтому интереса не представляет.

7. Заключение

На основе полученного решения в строгой постановке задачи возбуждения конической поверхности с периодическими продольными щелями радиальными диполями исследовано влияние щелей на структуру и распределение в пространстве рассеянного поля, а также его поведение у вершины конуса. В случае узких щелей и секторов, когда источник расположен вблизи вершины конуса, даны приближения для составляющих электромагнитного поля, которые соответствуют щелевой волне (возбуждение магнитным диполем) и волне, распространяющейся вдоль узких секторов (возбуждение электрическим диполем). При возбуждении конуса с одной щелью электрическим диполем изучены зависимости коэффициентов Фурье составляющих поля от ширины щели и угла раскрыва конуса. Проведено сравнение численных результатов и аналитического решения для узких секторов. Приведены диаграммы рассеяния в азимутальной плоскости для конуса с одной щелью в зависимости от ее ширины. Щели с угловой шириной менее 10° слабо влияют на диаграмму рассеяния. С расширением щели форма диаграммы непрерывно меняется.

Литература: 1. Ильинский А. С., Кравцов В. В., Свешников А. Г. Математические модели электродинамики. М.: Высш. шк., 1991. 224с. 2. Дорошенко В. А., Кравченко В. Ф. Рассеяние поля электрического диполя на конической структуре с продольными щелями // Радиотехника и электроника. 2000. Т. 45, № 7. С. 792-798. 3. Хелл Х., Мауэ А., Вестпфаль. Теория дифракции. М.: Мир, 1964. 428с. 4. Ладыженская О. А. Краевые задачи математической физики. М.: Наука, 1973. 407с. 5. Шестопалов В. П. Сумматорные уравнения в современной теории дифракции. К.: Наук. думка, 1983. 252с. 6. Канторович Л. В., Акилов П. П. Функциональный анализ. М.: Наука, 1977. 742с. 7. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. М.: Мир, 1978. Т. 2. 558с.

Поступила в редколлегию 27.11.2002

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. Нерух А. Г.

Дорошенко Владимир Алексеевич, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры ВМ ХНУРЭ. Научные интересы: электродинамика, математическая физика. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 70-21-372.

Семенова Елена Константиновна, аспирант кафедры ВМ ХНУРЭ. Научные интересы: электродинамика, математическая физика. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 711-65-09. E-mail: h_semenova@yahoo.com